

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Instituto de Física e Matemática
Curso de Bacharelado em Física



Trabalho de Conclusão de Curso

Estudo sobre as oscilações de Langmuir em sistemas feixe-plasma não maxwellianos

Leonardo dos Santos Ferreira

Pelotas, 2021

Leonardo dos Santos Ferreira

Estudo sobre as oscilações de Langmuir em sistemas feixe-plasma não maxwellianos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Instituto de Física e Matemática da Universidade
Federal de Pelotas, como requisito parcial à obten-
ção do título de Bacharel em Física.

Orientador: Fernando Simões Jr.

Pelotas, 2021

Universidade Federal de Pelotas / Sistema de Bibliotecas
Catalogação na Publicação

F384e Ferreira, Leonardo dos Santos

Estudo sobre as oscilações de Langmuir em sistemas feixe-plasma não maxwellianos / Leonardo dos Santos Ferreira ; Fernando Jaques Ruiz Simões Jr., orientador. — Pelotas, 2021.

79 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Física) — Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2021.

1. Interação feixe-plasma. 2. Oscilações de Langmuir. 3. Função de distribuição do tipo kappa. 4. Simulações de partículas. I. Jr., Fernando Jaques Ruiz Simões, orient. II. Título.

CDD : 530.44

Leonardo dos Santos Ferreira

Estudo sobre as oscilações de Langmuir em sistemas feixe-plasma não maxwellianos

Trabalho de Conclusão de Curso aprovado, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da defesa: 12 de fevereiro de 2021

Banca Examinadora:



Werner Krambeck Sauter
Doutor em Ciências – Universidade Federal de Pelotas



Alexandre Diehl
Doutor em Ciências – Universidade Federal de Pelotas



Maurício Jeomar Piotrowski
Doutor em Física – Universidade Federal de Pelotas

Em primeiro lugar, agradeço aos meus pais, por tudo.

Agradeço à minha família e aos meus amigos, por tornarem suportável um período tão adverso.

Agradeço ao meu orientador, prof. Fernando Simões Jr., e a todos os meus professores do Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, pela formação enquanto bacharel em física.

Por fim, agradeço ao grupo PET-Física, pela minha formação enquanto ser humano, e ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação pelo fomento.

"Poets say science takes away from the beauty of the stars – mere globes of gas atoms. I too can see the stars on a desert night, and feel them. But do I see less or more? The vastness of the heavens stretches my imagination. A vast pattern – of which I am a part. It does not do harm to the mystery to know a little about it. Far more marvellous is the truth than any artists of the past imagined it. [...]"

Richard Phillips Feynman

RESUMO

FERREIRA, Leonardo. **Estudo sobre as oscilações de Langmuir em sistemas feixe-plasma não maxwellianos.** Orientador: Fernando Simões Jr.. 2021. 79 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Bacharelado em Física) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2021.

A física de plasmas é um dos pilares fundamentais do estudo do meio interplanetário, uma vez que a sua dinâmica é ditada pela interação entre o plasma que constitui o vento solar e os demais constituintes do Sistema Solar. Uma dessas interações, muito importante na descrição do clima espacial, é a chamada feixe-plasma, dada quando um plasma com velocidade de deriva se propaga através de um plasma em equilíbrio, que tem por característica a alteração nos modos oscilatórios propagantes no sistema. Historicamente, a física de plasmas é baseada em sistemas descritos por funções de distribuição de velocidades do tipo Maxwell-Boltzmann, porém, a medida que a exploração espacial tomou força e passamos a obter medidas *in situ* dos fenômenos que ocorrem no meio interplanetário, foram amplamente detectadas populações de elétrons com velocidades além da prevista pela teoria maxwelliana. Assim, buscando compreender melhor esse fenômeno, começaram a ser usadas as funções de distribuição de velocidades do tipo κ , que apresentam caudas que decaem segundo uma lei de potência, para descrição desses elétrons supertérmicos. Atualmente, não existe consenso entre qual das possíveis variações de função de distribuição de velocidades do tipo κ é a mais adequada para tal, sendo este um problema que vai além da busca por um consenso: a escolha de diferentes representações leva a resultados físicos diferentes. Este trabalho apresenta um estudo sobre as oscilações de Langmuir, um dos modos oscilatórios propagantes em plasmas, em um sistema feixe-plasma não maxwelliano, ou seja, descrito por funções de distribuição de velocidades do tipo κ , explorando duas das mais recorrentes formas de representação para essas funções encontradas na literatura: a proposta por Vasyliunas (1968) e a proposta por Leubner (2002). Utilizando o método de partículas, simulamos essa interação e mostramos que a relação entre energia cinética e índice espectral κ é diferente para cada representação da função κ utilizada.

Palavras-chave: Interação feixe-plasma. Oscilações de Langmuir. Função de distribuição do tipo kappa. Simulações de partículas.

ABSTRACT

FERREIRA, Leonardo. **Study on Langmuir oscillations at non maxwellian plasma-beam systems.** Advisor: Fernando Simões Jr.. 2021. 79 p. Monography (Bachelor in Physics) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2021.

Plasma physics is one of the fundamentals for understanding the interplanetary medium, once its dynamics is strongly dictated by the interaction between solar winds's plasma and the other constituents of the Solar System. One of these interactions, very important for the description of space weather, is called plasma-beam, that occurs when a propagating plasma runs through a plasma at equilibrium, featured by the alteration on the system's wave modes propagation. Historically, plasma physics is based on systems that are described by Maxwell-Boltzmann velocities distribution functions, but with the advance of space exploration, *in situ* measures widely detected electron populations with higher velocities than the predicted by the maxwellian theory. Thus, seeking to correctly describe these electrons, were introduced the κ velocities distribution functions, featuring slow decaying tails. There is still doubt on which way of representing these functions is correct, fact that goes beyond a simple search for consensus: different representations lead to different physical interpretation of the same phenomena. This work presents a study on Langmuir oscillations on a non maxwellian plasma-beam system, using the two most common forms of describing κ velocities distribution functions found in the literature. Using particle methods, we simulated this interaction and showed that the relation between kinetic energy and the κ index depends on the form chosen to describe the κ function.

Keywords: Plasma-beam interaction. Langmuir oscillations. Kappa velocity distribution function. Particle simulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Caminho de integração usado na resolução da equação 3.35, passando por baixo da singularidade no eixo real v_x positivo (ou $\Re(q) > 0$), e se "fechando" por um semi-círculo no eixo imaginário v_x positivo (ou $\Im(q) > 0$).	27
Figura 3.2 – Relação de Bohm-Gross, onde a frequência está normalizada pela frequência de plasma e o número de onda pelo comprimento de Debye. A linha pontilhada representa a curva teórica (3.50)	29
Figura 4.1 – Gráficos da coluna esquerda são referentes à equação (4.5), e gráficos da coluna direita são referentes à equação (4.6). A linha contínua representa as relações de dispersão obtidas pelos autores da figura, e a linha pontilhada representa a curva teórica dada pela equação (3.50). Na coluna da esquerda, as duas coincidem.	33
Figura 5.1 – Representação de uma FDV_m , mostrando que para qualquer valor de velocidade, a distribuição é monotonamente decrescente.	35
Figura 5.2 – FDV de um sistema plasma-feixe maxwellianos.	36
Figura 5.3 – Relação de dispersão para um sistema feixe-plasma maxwelliano, com feixe com 1% da densidade do plasma de fundo.	37
Figura 5.4 – Relação de dispersão para um sistema feixe-plasma maxwelliano, com feixe com 4% da densidade do plasma de fundo.	37
Figura 6.1 – Relação entre escalas e qual o melhor método a ser usado.	39
Figura 6.2 – Ciclo usual de um código PIC.	40
Figura 6.3 – Alocação espacial das quantidades de interesse.	42
Figura 6.4 – Esquema ilustrativo das superpartículas, onde a região vermelha representa a região cuja carga é contabilizada no cálculo do potencial de interação eletrostática, e região amarela representa a região cuja carga é desconsiderada. O caso (a) representa a situação análoga a de cargas pontuais, onde toda a carga das superpartículas é contabilizada; o caso (b) representa uma situação intermediária de superposição; o caso (c) representa o caso extremo em que duas superpartículas estão completamente superpostas.	42
Figura 6.5 – Esquematização do cálculo de velocidades e acelerações através do método <i>leapfrog</i> , que utiliza o método das diferenças finitas centradas.	43
Figura 6.6 – Grade temporal e evolução das quantidades de interesse.	45
Figura 6.7 – Comparação entre a FDV gerada pela <i>t</i> -Student multivariada (equação (6.42)), em verde, e a FDV_K de Summers e Thorne (SUMMERS; THORNE, 1991), em azul.	47

Figura 7.1 – Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.	50
Figura 7.2 – Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.	51
Figura 7.3 – Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	52
Figura 7.4 – Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	52
Figura 7.5 – Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.	53
Figura 7.6 – Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.	54
Figura 7.7 – Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	55
Figura 7.8 – Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	55
Figura 7.9 – Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.	56
Figura 7.10–Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.	57
Figura 7.11–Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	58
Figura 7.12–Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	58
Figura 7.13–Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.	59
Figura 7.14–Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.	60

Figura 7.15–Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	61
Figura 7.16–Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	61
Figura 7.17–Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.	62
Figura 7.18–Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.	63
Figura 7.19–Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	64
Figura 7.20–Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	64
Figura 7.21–Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.	65
Figura 7.22–Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.	66
Figura 7.23–Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	67
Figura 7.24–Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.	67

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	PROPRIADES GERAIS DE PLASMAS	19
2.1	Blindagem de Debye	19
2.2	Frequência de Plasma e oscilações de Langmuir	21
3	PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM PLASMAS MAXWELLIANOS	23
3.1	Plasmas quentes e isotrópicos	23
3.1.1	A equação de Vlasov linearizada	24
3.1.2	Relações de dispersão de ondas de pequena amplitude em plasmas quentes e isotrópicos	25
3.1.2.1	Soluções periódicas harmônicas para o sistema Vlasov-Maxwell linearizado	25
3.2	Obtenção da relação de dispersão do modo de Langmuir para um plasma maxwelliano	26
4	PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM PLASMAS NÃO MAXWELLIANOS	31
4.1	A FDV_K de Vasylunas - $FDV_{K,1}$	31
4.2	A FDV_K de Leubner - $FDV_{K,2}$	31
4.3	Obtenção da relação de dispersão do modo de Langmuir para um plasma não-maxwelliano	32
5	INTERAÇÃO FEIXE-PLASMA MAXWELLIANA	35
5.1	Instabilidade de sistemas feixe-plasma	35
6	MÉTODO DE SIMULAÇÃO	39
6.1	Simulação computacional de plasmas	39
6.2	<i>One dimensional Kyoto university's EletroMagnetic Particle cOde - O código KEMPO1</i>	40
6.2.1	Discretização espaço-temporal	41
6.2.2	Superpartículas	41
6.2.3	Método das diferenças finitas centradas	42
6.2.3.1	Posições, velocidades e acelerações	43
6.2.3.2	Densidade de cargas	43
6.2.3.3	Densidade de corrente	44
6.2.3.4	Campos eletromagnéticos	44
6.2.4	Estabilidade na simulação	44
6.3	Adaptação do código KEMPO1 para comportar FDV_K	46
6.4	Adaptação do código KEMPO1 para considerar efeitos relativísticos	47

7	RESULTADOS E DISCUSSÕES	49
7.1	Caso 1: simulações para os casos envolvendo as FDVs_{$\kappa,1$}	49
7.1.1	Resultados para $\kappa = 3$	49
7.1.2	Resultados para $\kappa = 5$	50
7.1.3	Resultados para $\kappa = 20$	52
7.2	Simulações para os casos envolvendo FDVs_{$\kappa,2$}	53
7.2.1	Resultados para $\kappa = 3$	53
7.2.2	Resultados para $\kappa = 5$	55
7.2.3	Resultados para $\kappa = 20$	56
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
	REFERÊNCIAS	71
	APÊNDICES	75
	APÊNDICE A – AVALIAÇÃO DA INTEGRAL $G(C,1)$	77
	APÊNDICE B – SOLUÇÃO PARA O REGIME DE ALTAS FREQUÊNCIAS	79

1 INTRODUÇÃO

A observação do Sol e de fenômenos em grande escala, relacionados a sua interação com a magnetosfera terrestre, remetem aos primórdios da civilização humana (KIVELSON; RUSSEL, 1995). Existem registros da contagem do número de manchas solares feita pelos antigos chineses (HAYAKAWA *et al.*, 2015) e, em muitas culturas de populações de regiões próximas aos polos (em especial, ao polo Norte), o avistamento das auroras polares tinha importância social e religiosa (BREKKE; EGELAND, 2012). Porém, foi o avanço tecnológico e a exploração espacial que impulsionaram o estudo da atividade solar e dos efeitos que ela causa na Terra. Com isso, foi desenvolvida a ideia de clima espacial a partir dos primeiros estudos acerca do campo magnético e do plasma na região interior do sistema solar (GOLD, 1959; KANE, 2006).

De maneira geral, podemos pensar em clima espacial como sendo o conjunto de fenômenos eletromagnéticos, promovidos, principalmente, pela interação do campo magnético altamente variável do Sol com os outros constituintes do Sistema Solar. Como o corpo do Sol e o vento solar, um fluido altamente condutor que congela e carrega as linhas do campo magnético¹ solar através do meio interplanetário (SCHERER *et al.*, 2005), assim como 99,9% da matéria no universo observável (GURNETT; BHATTACHARJEE, 2005), estão manifestados na forma de plasma, a dinâmica dos plasmas é a base para o estudo do clima espacial e um dos pilares da Astrofísica de maneira geral (SCHERER *et al.*, 2005).

Um plasma, termo utilizado pela primeira vez por Langmuir (1928), é um gás ionizado, macroscopicamente neutro e livre de ligações interatômicas, que, graças a interações coulombianas de longo alcance, apresenta comportamento coletivo (BITTENCOURT, 2013). O escopo da física dos plasmas vai desde escalas astronômicas, como o efeito de plasmas densos nos discos de acreção de buracos negros (GARCIA *et al.*, 2020), passando por escalas planetárias, como o contexto do clima espacial como um todo (PARKS, 2003), até escalas de laboratório, como a fusão termonuclear controlada (CHEN, 2016). Um fator determinístico na abordagem das diferentes escalas é a possibilidade de realização de experimentos. Enquanto em escalas de laboratório, como o próprio nome sugere, conseguimos recriar os fenômenos de interesse com certo grau de controle, na escala espacial (que compreende as escalas astronômicas e planetárias) a dificuldade e os altos custos para realização de experimentos nos impele a uma abordagem teórico-computacional, baseada em dados obtidos através de medições *in situ* em diferentes regiões do espaço.

A simulação computacional de plasmas é fundamentada principalmente em duas abordagens teóricas diferentes para a descrição de plasmas (GURNETT; BHATTACHARJEE, 2005): a magnetohidrodinâmica (MHD) e a teoria cinética de plasmas. A MHD descreve o plasma como um fluido condutor elétrico, de modo que a evolução do sistema se dá mediante a resolução das equações de fluido (CHEN, 2016). A teoria cinética descreve o plasma através de uma abordagem estatística: a evolução do sistema é dada pela evolução espaço-temporal da sua função de distribuição de velocidades (FDV, no plural, FDVs), dada pela equação de Vlasov e dos momentos associados a

¹ Teorema de Alfvén (GRIFFITHS, 2011).

ela (BITTENCOURT, 2013). Um dos métodos utilizados para a simulação de plasmas via teoria cinética de partículas são os chamados códigos de partícula na caixa (ou códigos PIC, do inglês, *Particle-in-Cell*), que através do cálculo das posições individuais das partículas e da configuração dos campos eletromagnéticos intrínsecos do sistema para cada instante da evolução temporal (BIRDSALL; LANGDON, 2004) permite a análise da evolução da FDV.

No estudo do clima espacial, a descrição da interação entre plasmas e feixes é extremamente importante, uma vez que estruturas do tipo feixe, que são plasmas com velocidade de propagação preferencial, ou velocidade de deriva, são constantemente emitidas pelo Sol no meio interplanetário. Por exemplo, os eventos solares eruptivos resultam na aceleração de partículas na atmosfera do Sol (BAKER *et al.*, 2013), e nas regiões de campo magnético aberto² ocorre a ejeção dessas partículas em direção ao meio espacial (SCHERER *et al.*, 2005), caracterizando um feixe. De maneira geral, um feixe perturba a configuração do espaço de fase do plasma no qual se propaga (referido futuramente como plasma de fundo). A descrição dessa interação pode ser feita através da teoria de ondas em plasmas (BITTENCOURT, 2013) e da teoria de instabilidades em plasmas (MELROSE, 1986).

A teoria de propagação de ondas em plasmas descreve, através de uma relação entre frequência e número de onda, chamada relação de dispersão, os vários modos ondulatórios existentes nos plasmas (BITTENCOURT, 2013). A partir da FDV do sistema (SWANSON, 2003), considerando a existência, ou ausência, de campos eletromagnéticos externos, podemos obter a relação de dispersão para uma grande variedade de modos ondulatórios que se propagam em plasmas, que estão relacionadas ao índice de refração do meio. De maneira inversa, a medição, ou obtenção através de um método de simulação, de uma relação de dispersão fornece informações acerca das características físicas do plasma em questão.

A teoria de instabilidades em plasmas descreve fenômenos que implicam na amplificação dos modos ondulatórios e, tradicionalmente, classifica as instabilidades em dois grandes grupos, de acordo com a sua influência no espaço de fase do sistema: as macroinstabilidades e as microinstabilidades (KRALL; TRIVELPIECE, 1986; MELROSE, 1986). Por exemplo, se houver possibilidade de redução na energia interna de um plasma mediante algum tipo de deformação mecânica, o sistema é macroscopicamente instável e, no processo de deformação, sofrerá alterações no seu espaço de configuração. Quando a instabilidade estiver associada ao desvio da FDV do sistema de uma FDV maxwelliana (FDV_m , no plural, $FDVs_m$), o sistema é microscopicamente instável e, no processo de termalização, sofrerá alterações no seu espaço de velocidades.

Desde os primórdios da física de plasmas, com o estudo de descargas elétricas em gases (TONKS; LANGMUIR, 1929), foi desenvolvida uma teoria baseada em plasmas com populações de elétrons com velocidades bem descritas por uma FDV_m . Porém, a partir da década de 1960, começaram a ser detectadas populações de partículas supertérmicas, com velocidade acima da prevista para plasmas maxwellianos, em diferentes regiões do espaço (LAZAR; SCHLICKEISER; POEDTS, 2012). Embora tenha sido usada a soma de $FDVs_m$ na tentativa de descrição desses

² Regiões onde as linhas de campo magnético são praticamente perpendiculares à superfície solar.

sistemas (ZOUGANELIS *et al.*, 2004), são as FDVs do tipo kappa (κ) ($FDVs_{\kappa}$, no singular, FDV_{κ}) que melhor correspondem aos dados observacionais obtidos (PIERRARD; LAZAR, 2010).

As $FDVs_{\kappa}$, ou lorentzianas generalizadas, são FDVs que apresentam uma cauda que segue uma lei potência (HELLBERG *et al.*, 2009), regida pelo parâmetro κ . Além de ajustar corretamente os dados obtidos, o uso das FDV_{κ} permite o estudo de um amplo espectro de FDVs, indo de caudas com decaimento mais lento, para pequenos valores do índice κ , até $FDVs_m$, para o limite assintótico do índice κ (ABDUL; MACE, 2014). Os mecanismos físicos responsáveis pela formação de estruturas com $FDVs_{\kappa}$ são diversos: plasmas submetidos a campos de radiação térmica sofrem difusão no espaço de velocidades, fazendo com que apresentem $FDVs_{\kappa}$ (HASEGAWA; MIMA; DUONG-VAN, 1985); $FDVs_{\kappa}$ surgem da mecânica estatística não extensiva (LEUBNER, 2002; TSALLIS, 1999); $FDVs_{\kappa}$ são configurações específicas de equilíbrio termodinâmico, que resultam da substituição do termo de colisões de Boltzmann por um que leve em conta interações de longo alcance (TREUMANN, 2001).

Recentemente, foi mostrado por Gomes (2017) que a instabilidade feixe-plasma também faz com que o sistema apresente uma FDV_{κ} . Frequentemente referida na literatura como instabilidade de caroço na cauda – tradução livre do termo em inglês *bump in tail* – (BITTENCOURT, 2013), este tipo de microinstabilidade é devida à propagação de um feixe através do plasma de fundo. Nas regiões em que a derivada da FDV do sistema, em relação ao módulo da velocidade, é positiva, existem mais partículas com velocidade ligeiramente acima da velocidade de fase dos modos de Langmuir, o que implica em um fluxo de energia no sentido partícula-onda, de modo a amplificar os campos elétricos associados ao modo oscilatório, o que promove efeitos não lineares que implicam em uma difusão no espaço de velocidades e, consequentemente, no surgimento de partículas supertérmicas.

Neste trabalho, estudamos a interação feixe-plasma para o caso em que o plasma de fundo e o feixe são descritos por $FDVs_{\kappa}$, comparando os resultados obtidos para diferentes representações da mesma (VASYLIUNAS, 1968; LEUBNER, 2002). Para tanto, usamos o código PIC KEMPO1 (OMURA; MATSUMOTO, 1993) modificado (OLIVEIRA, 2018) para simular essa interação, baseados em parâmetros numéricos da literatura (LIVADIOTIS, 2016), explorando duas densidades diferentes para o feixe: 1% e 4% da densidade do plasma de fundo. Com isso, buscamos comparar os resultados obtidos para as $FDVs_{\kappa}$ com resultados da literatura envolvendo $FDVs_m$ (GOMES, 2017). Em especial, nos interessa a modificação que a FDV_{κ} introduz na relação de dispersão dos modos oscilatórios de Langmuir. Esse resultado é importante porque através do estudo de propagação de ondas em plasmas é possível obter uma série de informações a respeito das propriedades cinéticas do plasma, em especial em fenômenos de plasmas espaciais.

A estrutura deste trabalho está organizada da seguinte forma: no capítulo 2 descrevemos os plasmas de maneira geral, apresentando alguns de seus critérios de definição; no capítulo 3 apresentamos a derivação dos modos oscilatórios de Langmuir para plasmas descritos por uma $FDVs_m$; no capítulo 4 apresentamos as relações de dispersão para os modos de Langmuir para plasmas descritos pelas duas $FDVs_{\kappa}$ que serão utilizadas; no capítulo 5 apresentamos uma discussão acerca da estabilidade de plasmas e da instabilidade de sistemas feixe-plasma, assim como a relação de dispersão para os modos de Langmuir em sistemas feixe-plasma maxwellianos; no capítulo 6

discutimos os diferentes métodos de simulação em física de plasmas e apresentamos o código PIC KEMPO1, utilizado na realização das nossas simulações; no capítulo 7, apresentamos e discutimos os resultados obtidos para as relações de dispersão em sistemas feixe-plasma não maxwellianos; no capítulo 8, apresentamos as considerações finais.

2 PROPRIEDADES GERAIS DE PLASMAS

O termo plasma foi utilizado pela primeira vez por Langmuir (1928) para se referir aos elétrons da região interna, macroscópicamente neutra, de um gás produzido via descarga elétrica em um tubo (BITTENCOURT, 2013). De maneira geral, os plasmas são gases atômicos altamente ionizados, macroscopicamente neutros e que apresentam comportamento coletivo devido às interações coulombianas de longo alcance (GURNETT; BHATTACHARJEE, 2005). Porém, nem todo gás com essas características é um plasma: para que seja, é necessário que apresente, além das propriedades já citadas, **blindagem de Debye e frequência de plasma**.

2.1 Blindagem de Debye

O comprimento de Debye fornece uma medida da distância sobre a qual a influência do campo elétrico de uma carga pontual é percebida pelas outras cargas no plasma. Devido ao comportamento coletivo apresentado pelo sistema, as cargas se organizam de modo a blindar qualquer campo eletrostático em uma distância característica, da ordem do comprimento de Debye (BITTENCOURT, 2013). O valor desse comprimento característico pode ser obtido através de uma análise do potencial eletrostático $\phi(r)$ produzido por uma carga $-q$ inserida em um plasma inicialmente em equilíbrio. Da equação de Poisson, segue que (GURNETT; BHATTACHARJEE, 2005)

$$\nabla^2 \phi(r) = -\frac{\rho}{\epsilon_0} = -\frac{e}{\epsilon_0} (n_0 - n_e(r)), \quad (2.1)$$

onde ρ é a densidade de carga, ϵ_0 é a constante de permissividade elétrica do vácuo, e é a carga elementar, n_0 é a densidade do plasma no equilíbrio e $n_e(r)$ é a densidade do plasma após a inserção da carga $-q$. Uma vez que, na nova configuração, o sistema atinja o equilíbrio, podemos estimar a densidade n_e por (BITTENCOURT, 2013)

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\phi(r)}{k_B T_e}\right), \quad (2.2)$$

onde k_B é a constante de Boltzmann e T_e é a temperatura associada à velocidade térmica do elétrons. Assim, temos, por (2.2) e (2.1)

$$\nabla^2 \phi(r) = -\frac{en_0}{\epsilon_0} \left[1 - \exp\left(\frac{e\phi(r)}{k_B T_e}\right) \right]. \quad (2.3)$$

Podemos simplificar a equação (2.3) notando que, para uma carga $-q$ pequena, $e\phi(r) \ll k_B T_e$ ¹, o que nos permite uma expansão em séries de Taylor do termo exponencial, na forma

$$\exp\left(\frac{e\phi(r)}{k_B T_e}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{e\phi(r)}{k_B T_e}\right)^n. \quad (2.4)$$

Desprezando termos além da primeira ordem, temos que

$$\exp\left(\frac{e\phi(r)}{k_B T_e}\right) = 1 + \left(\frac{e\phi(r)}{k_B T_e}\right), \quad (2.5)$$

¹ De fato, suponha que a carga inserida corresponde a $-e$. Assim, $e\phi(r)/k_B T_e \sim 10^{-7}$, tomando $T_e \sim 10^4$, valor característico do meio interplanetário (BITTENCOURT, 2013).

e a equação (2.3) se torna

$$\nabla^2 \phi(r) = \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 k_B T_e} \phi(r). \quad (2.6)$$

Considerando um sistema de coordenadas esférico, centrado na carga inserida, temos para o laplaciano

$$\nabla^2 \phi(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi(r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \phi(r)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi(r)}{\partial \varphi^2}. \quad (2.7)$$

Como $\phi(r)$ não é função dos ângulos polar e azimutal θ e φ , segue

$$\nabla^2 \phi(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi(r)}{\partial r} \right) = \frac{2}{r} \frac{\partial \phi(r)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi(r)}{\partial r^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\phi(r)), \quad (2.8)$$

e a equação (2.6) se torna (omitindo a dependência em r de ϕ , para evitar confusão)

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\phi) = \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 k_B T_e} (r\phi). \quad (2.9)$$

Fazendo uma substituição $\alpha = r\phi$, e resolvendo a equação diferencial dada por (2.9) em termos de α pelo método da equação característica, obtemos uma solução para $\phi(r)$ na forma

$$\phi(r) = \frac{A}{r} \exp \left[- \left(\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 k_B T_e} \right)^{1/2} r \right] + \frac{B}{r} \exp \left[\left(\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 k_B T_e} \right)^{1/2} r \right]. \quad (2.10)$$

Como $\phi(r \rightarrow \infty) = 0$, a solução fisicamente aceitável implica $B = 0$, e a equação (2.10) se torna

$$\phi(r) = \frac{A}{r} \exp \left[- \left(\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 k_B T_e} \right)^{1/2} r \right]. \quad (2.11)$$

Como o argumento da exponencial deve ser adimensional, a quantidade

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_0} \right)^{1/2} \quad (2.12)$$

tem dimensão de comprimento, e é o chamado comprimento de Debye para os elétrons do plasma. Em regiões muito próximas a carga inserida $-q$ (ou seja, $r \rightarrow 0$), o potencial de Debye, dado pela equação (2.11), deve se reduzir ao potencial de Coulomb $U(r)$, dado por (GRIFFITHS, 2011)

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}, \quad (2.13)$$

o que nos permite determinar a constante A como $A = q/4\pi\epsilon_0$, de modo que o potencial de Debye assume a forma

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \exp(-r/\lambda_D). \quad (2.14)$$

Analizando a razão entre os potenciais de Coulomb e Debye (equações (2.13) e (2.14)), temos

$$\frac{U(r)}{\phi(r)} = \exp(r/\lambda_D), \quad (2.15)$$

ou seja, o potencial de Debye decai com a distância exponencialmente mais rápido que o potencial de Coulomb. Assim, o comprimento de Debye estabelece uma região na qual um elétron interage com os demais, chamada **esfera de Debye**. O número de partículas nessa região N_D é dado pelo produto entre o volume da esfera e a densidade de elétrons do plasma, na forma

$$N_D = \frac{4}{3}\pi\lambda_D^3 n_0, \quad (2.16)$$

e como o efeito de blindagem é resultado do comportamento coletivo dentro da esfera de Debye, é necessário que o número de elétrons contidos nela seja muito grande, ou seja, que

$$\lambda_D^3 n_0 \gg 1, \quad (2.17)$$

o que motiva a definição do chamado **parâmetro de plasma** g , dado por

$$g = \frac{1}{\lambda_D^3 n_0}. \quad (2.18)$$

Quando a condição dada pela equação (2.17) é satisfeita, temos $g \ll 1$, que estabelece a chamada aproximação de plasma.

2.2 Frequência de Plasma e oscilações de Langmuir

Supondo um plasma de elétrons homogêneo em equilíbrio, qualquer deslocamento de carga promove um desequilíbrio local de cargas que, por sua vez, gera um campo eletrostático. Quanto maior é esse deslocamento (em relação as posições de equilíbrio), mais intensa é a interação com as cargas vizinhas, uma vez que é uma força eletrostática que a promove. Uma vez em um ponto em que a força eletrostática que atua sobre a carga deslocada é intensa o suficiente, ela muda o sentido de movimento da carga, que passa pela sua posição de equilíbrio até atingir outro ponto em que a força eletrostática seja suficiente para mudar novamente o seu sentido de propagação. Em outras palavras, a carga deslocada performa um movimento oscilatório sob sua posição de equilíbrio. Esse efeito é chamado de **oscilação de Langmuir** (GURNETT; BHATTACHARJEE, 2005) e, de certa forma, estabelece um mecanismo através do qual o plasma responde a um desequilíbrio local de cargas de maneira a saná-lo.

Podemos modelar a dinâmica dos elétrons deslocados começando pela análise da densidade de carga deslocada. Seja n_0 a densidade eletrônica do plasma em um sistema de referência escolhido de tal forma que a direção de movimento dos elétrons seja a direção \hat{x} . Além disso, a origem do sistema coincide com a posição de equilíbrio do centro de massa dos elétrons deslocados, de modo que o deslocamento $\Delta x = x - 0 = x$. Com isso, a densidade de cargas deslocada será

$$\rho = -en_0. \quad (2.19)$$

Com isso, pela lei de Gauss (unidimensional), segue

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{-en_0}{\epsilon_0}, \quad (2.20)$$

e integrando a equação (2.20), segue que

$$E_x = \int_0^x \frac{en_0}{\epsilon_0} dx = \frac{en_0}{\epsilon_0} x. \quad (2.21)$$

A força eletrostática F é dada por (no caso de um plasma de elétrons) $f = -eE$. Portanto, da equação (2.21) segue que

$$F = -eE_x = -\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0} x, \quad (2.22)$$

que pela segunda lei de Newton nos leva a

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{e^2 n_0}{m_e \epsilon_0} x = 0, \quad (2.23)$$

onde m_e é a massa do elétron. A equação (2.23) é a equação de um oscilador harmônico, cuja frequência de oscilação ω é dada por

$$\omega \equiv \omega_{pe} = \left(\frac{e^2 n_0}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2}, \quad (2.24)$$

e é a chamada frequência de plasma para os elétrons. Ou seja, a frequência das oscilações de Langmuir ω_{pe} é a frequência de plasma.

Essa frequência característica é uma assinatura do regime em que o plasma se manifesta, assumindo valores da ordem de 10^4 até 10^{14} rad/s (BITTENCOURT, 2013). Os plasmas espaciais, objeto de estudo deste trabalho, correspondem a valores relativamente baixos de frequência de plasma e, por consequência da equação (2.24), de densidade. As densidades típicas desse regime são de $n_0 \simeq 5 \times 10^6 \text{ m}^{-3}$, enquanto a dos plasmas propensos a fusão termonuclear (no interior do Sol, por exemplo) são de $n_0 \simeq 10^{20} \text{ m}^{-3}$ (BITTENCOURT, 2013).

3 PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM PLASMAS MAXWELLIANOS

Plasmas são palco de inúmeros fenômenos ondulatórios, tanto lineares quanto não lineares, com aplicações em áreas que vão da astrofísica aos reatores de fusão nuclear (CHEN, 2016). A análise da propagação de ondas em plasmas pode ser feita através da construção de uma relação $\omega(\mathbf{k})$, onde ω é a frequência angular da onda e \mathbf{k} é o vetor de onda, chamada relação de dispersão (GURNETT; BHATTACHARJEE, 2005). Por exemplo, o estudo da propagação de ondas no plasma contido na ionosfera terrestre e, principalmente, a obtenção da relação de dispersão de Appleton-Hartree (1940), levaram a compreensão de efeitos que interferiam na propagação de ondas de rádio pela região (SWANSON, 2003).

A derivação de uma relação de dispersão depende de fatores relacionados ao estado do plasma (temperatura e densidade, por exemplo) e da sua interação com o meio em que se encontra (campos de força externos, por exemplo) (BITTENCOURT, 2013). Em outras palavras, os fenômenos ondulatórios que serão descritos pela relação de dispersão estão completamente atrelados ao modelo utilizado para descrição do plasma estudado.

Um fator muito importante na construção de uma relação de dispersão, e que será foco deste trabalho, é a FDV do plasma. A primeira vez que o termo plasma foi utilizado para descrever um sistema físico foi no artigo *A general theory for the plasma of an arc* (Uma teoria geral para o plasma em um arco, em português), de Tonks e Langmuir (1929). No regime estudado pelos autores, a FDV dos elétrons livres era dada pela lei de distribuição FDV_m, na forma

$$f_0(v) = n_0 \left(\frac{m_e}{2\pi k_B T_e} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_e v^2}{2k_B T_e} \right), \quad (3.1)$$

onde v é o módulo da velocidade dos elétrons. A partir desse artigo pioneiro, se desenvolveu uma teoria para física de plasmas fortemente baseada em plasmas cuja FDV é do tipo maxwelliana.

3.1 Plasmas quentes e isotrópicos

Neste trabalho, utilizaremos o modelo de interação baseado nas aproximações de **plasmas quentes e isotrópicos** (BITTENCOURT, 2013). Nessa aproximação, a energia térmica das partículas é considerada, e o perfil de velocidades dos elétrons do sistema é dado por uma FDV (na aproximação de plasmas frios, por exemplo, a velocidade dos elétrons é considerada a velocidade macroscópica de fluido (BITTENCOURT, 2013)). Além disso, trataremos dos modos de oscilação de Langmuir, que são perturbações de pequena amplitude (GURNETT; BHATTACHARJEE, 2005), o que permite desconsiderar o movimento dos íons, devido a sua grande massa, em comparação a dos elétrons. Nesse contexto, a função de distribuição dos elétrons $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ pode ser descrita em termos de uma quantidade fixa (que remete ao estado de equilíbrio do plasma), mais uma perturbação, na forma

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0(v) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), \quad (3.2)$$

onde vale

$$f_0 \gg |f_1|. \quad (3.3)$$

Na equação (3.2), $f_0(v)$ é a função no equilíbrio e $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ é a perturbação, enquanto que a equação (3.3) estabelece que a magnitude da perturbação é muito pequena, comparada ao estado de equilíbrio¹.

Além disso, assumiremos que a temperatura do sistema é isotrópica, o que impede o surgimento de instabilidades promovidas pela diferença nas componentes da velocidade térmica e consideraremos um sistema livre de campos eletromagnéticos externos (SWANSON, 2003).

3.1.1 A equação de Vlasov linearizada

A equação de Vlasov estabelece a variação temporal da FDV do plasma em função da difusão no espaço de fase, levando em consideração a interação entre os campos eletromagnéticos internos e externos. Ela é obtida diretamente da equação de Boltzmann para sistemas livres de colisões, dada por (SALINAS, 1997)

$$\frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \mathbf{a} \cdot \nabla_v f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = 0, \quad (3.4)$$

onde \mathbf{v} é a velocidade média dos pontos representativos e \mathbf{a} é a aceleração à qual estão submetidos, e os operadores ∇ e ∇_v são dados, respectivamente, por

$$\nabla = \hat{\mathbf{x}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{z}} \frac{\partial}{\partial z}; \quad \nabla_v = \hat{\mathbf{x}} \frac{\partial}{\partial v_x} + \hat{\mathbf{y}} \frac{\partial}{\partial v_y} + \hat{\mathbf{z}} \frac{\partial}{\partial v_z}. \quad (3.5)$$

Sendo a aceleração na equação (3.4) dada pela força de Lorentz (desconsiderando forças externas), na forma

$$\mathbf{a} = -\frac{e}{m} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)], \quad (3.6)$$

onde e é a carga elementar e $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ são os campos eletromagnéticos internos, temos

$$\frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) - \frac{e}{m} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)] \cdot \nabla_v f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = 0, \quad (3.7)$$

que é equação de **Vlasov para um plasma de elétrons**.

Sendo $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ dada pela equação (3.2), temos para equação (3.7)

$$\frac{\partial f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) - \frac{e}{m} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)] \cdot [\nabla_v f_0(v) + \nabla_v f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)] = 0. \quad (3.8)$$

Usando a identidade

$$\nabla_v f_0(v) = \frac{df_0(v)}{dv} \hat{\mathbf{v}}, \quad (3.9)$$

temos

$$[\mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)] \cdot \nabla_v f_0(v) = [\mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)] \cdot \frac{df_0(v)}{dv} \hat{\mathbf{v}} = 0, \quad (3.10)$$

portanto a equação (3.8) fica

$$\frac{\partial f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) - \frac{e}{m} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \nabla_v f_0(v) - \frac{e}{m} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)] \cdot \nabla_v f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = 0. \quad (3.11)$$

¹ A função de distribuição no equilíbrio representa um estado de equilíbrio termodinâmico, uma vez que $f_0(v)$ é função exclusiva do módulo da velocidade.

As quantidades $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ são de primeira ordem, portanto seus produtos são de segunda ordem, e por estarmos tratando de perturbações causadas por oscilações de pequena amplitude, podem ser desprezados. Assim, temos

$$\frac{\partial f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) - \frac{e}{m} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \nabla_v f_0(v) = 0, \quad (3.12)$$

que é a **equação de Vlasov linearizada** para um plasma de elétrons.

3.1.2 Relações de dispersão de ondas de pequena amplitude em plasmas quentes e isotrópicos

A obtenção das relações de dispersão para ondas de pequena amplitude em plasmas quentes e isotrópicos é feita através da resolução do sistema Vlasov-Maxwell linearizado (VML), dado pela equação de Vlasov linearizada (3.12), pelas equações de Maxwell² e pelas equações de carga e corrente perturbadas, dadas por (GURNETT; BHATTACHARJEE, 2005)

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.14)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.15)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}) \quad (3.16)$$

$$\rho = -e \int_v f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3 v \quad (3.17)$$

$$\mathbf{J} = -e \int_v \mathbf{v} f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3 v, \quad (3.18)$$

onde ρ é a densidade de carga perturbada, \mathbf{J} é a densidade de corrente perturbada.

3.1.2.1 Soluções periódicas harmônicas para o sistema Vlasov-Maxwell linearizado

A solução do sistema VML pode ser obtida de algumas formas diferentes (GURNETT; BHATTACHARJEE, 2005). Neste projeto, trataremos de soluções periódicas harmônicas, do tipo

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_1(\mathbf{v}) \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (3.19)$$

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \psi \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (3.20)$$

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)], \quad (3.21)$$

onde $\psi(\mathbf{r}, t)$ representa as quantidades \mathbf{E} , \mathbf{B} e \mathbf{J} .

Aplicando as equações (3.19), (3.20) e (3.21) na equação (3.12), temos

$$-i\omega f_1(\mathbf{v}) + i f_1(\mathbf{v}) \mathbf{v} \cdot \mathbf{k} - \frac{e}{m_e} \mathbf{E} \cdot \nabla_v f_0(v) = 0, \quad (3.22)$$

e isolando $f_1(\mathbf{v})$, segue que

$$f_1(\mathbf{v}) = \frac{ie}{m_e} \mathbf{E} \cdot \frac{\nabla_v f_0(v)}{(\omega - \mathbf{v} \cdot \mathbf{k})}. \quad (3.23)$$

² A partir daqui, omitimos as dependências espaciais e temporais em $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$

Antes de buscar a solução da equação (3.23), vamos fazer algumas considerações que simplificam o cálculo. Primeiro, assumiremos uma onda que se propaga na direção $\hat{\mathbf{x}}$, de modo que $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{x}}$. Segundo, separaremos \mathbf{E} em uma componente longitudinal (\mathbf{E}_l) e outra transversal (\mathbf{E}_t) à direção do vetor de onda, de forma que

$$\mathbf{E}_l = E_x \hat{\mathbf{x}} ; \quad \mathbf{E}_t = E_z \hat{\mathbf{z}} + E_y \hat{\mathbf{y}}. \quad (3.24)$$

A resolução da equação (3.23) para cada uma das componentes do campo elétrico leva a relações de dispersão de modos ondulatórios diferentes. Neste trabalho, estudaremos os modos de Langmuir, associados à componente longitudinal \mathbf{E}_l . Portanto, a partir de agora, focaremos nela. Incorporando essas considerações na equação (3.23), temos

$$f_1(\mathbf{v}) = \frac{ie}{m_e} E_x \hat{\mathbf{x}} \cdot \frac{\nabla_v f_0(v)}{(\omega - v_x k)}. \quad (3.25)$$

Substituindo a equação (3.25) na equação (3.18), e usando as equações (3.19) e (3.20) para simplificação, temos

$$\mathbf{J} = -e \int_v \frac{ie}{m_e} E_x \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{x}} \frac{\nabla_v f_0(v)}{(\omega - v_x k)} d^3 v, \quad (3.26)$$

de onde, para componente J_x , segue que

$$J_x = -\frac{ie^2}{m_e} E_x \int_v \frac{v_x}{(\omega - v_x k)} \frac{\partial f_0(v)}{\partial v_x} d^3 v. \quad (3.27)$$

Das equações de Maxwell (3.13) – (3.16) e das soluções harmônicas periódicas ((3.19) – (3.21)), e sendo $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$, onde c é a velocidade da luz, segue que

$$\mu_0 J_x + \frac{i\omega}{c^2} E_x = 0. \quad (3.28)$$

Usando a equação (3.27) na equação (3.28), segue que

$$\left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{n_0 \omega} \int_v \frac{v_x}{(\omega - v_x k)} \frac{\partial f_0(v)}{\partial v_x} d^3 v \right) E_x = 0, \quad (3.29)$$

onde n_0 é o número de densidade de elétrons, no equilíbrio. A solução da equação (3.29), para E_x diferente de zero é

$$1 = \frac{\omega_{pe}^2}{n_0 k^2} \int_v \frac{1}{(v_x - \omega/k)} \frac{\partial f_0(v)}{\partial v_x} d^3 v, \quad (3.30)$$

e representa a **relação de dispersão para o modo de Langmuir**.

3.2 Obtenção da relação de dispersão do modo de Langmuir para um plasma maxwelliano

Usando a equação (3.1) na equação (3.30), segue que

$$1 = -2 \frac{m_e \omega_{pe}^2}{k^2 k_B T_e} \left(\frac{m_e}{2\pi k_B T_e} \right)^{3/2} \left(\frac{2k_B T_e \pi}{m_e} \right)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v_x}{(v_x - \omega/k)} \exp \left(-\frac{m_e v_x^2}{2k_B T_e} \right) dv_x. \quad (3.31)$$

Inserindo, na equação (3.31), os parâmetros adimensionais

$$q = \frac{v_x}{(2k_B T_e / m_e)^{1/2}}, \quad (3.32)$$

$$C = \frac{\omega/k}{(2k_B T_e / m_e)^{1/2}}, \quad (3.33)$$

temos

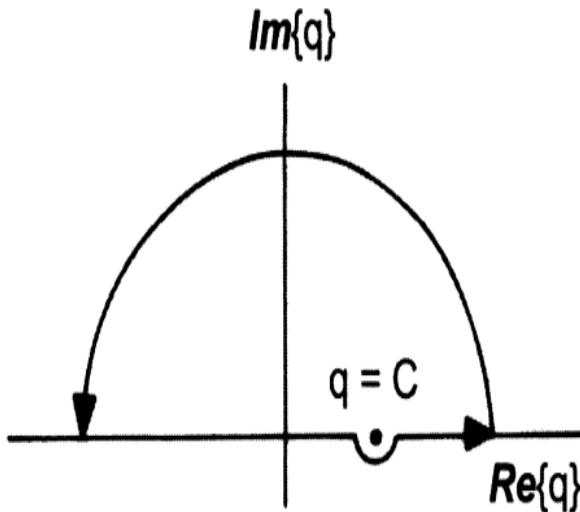
$$k^2 = -\frac{\omega_{pe}^2}{\pi^{1/2}} \frac{m_e}{k_B T_e} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q \exp(-q^2)}{(q - C)} dq, \quad (3.34)$$

que pode ser descrita em termos do comprimento de Debye (equação (2.12)), resultando em

$$k^2 \lambda_D^2 + \frac{1}{\pi^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q \exp(-q^2)}{(q - C)} dq = 0. \quad (3.35)$$

A solução da equação (3.35) é a relação de dispersão para os modos de Langmuir em um plasma maxwelliano. Ao longo do eixo v_x , a integral diverge em $q = C$, ou $v_x = \omega/k$, e portanto, é necessário assumir que a frequência ω tenha uma parte imaginária associada à ela. Assim, a solução da equação (3.35) passa por uma integração no plano complexo, cujo caminho de integração correto, definido por Landau (1965) é o indicado pela figura 3.1.

Figura 3.1 – Caminho de integração usado na resolução da equação 3.35, passando por baixo da singularidade no eixo real v_x positivo (ou $\Re(q) > 0$), e se "fechando" por um semi-círculo no eixo imaginário v_x positivo (ou $\Im(q) > 0$).



Fonte: (BITTENCOURT, 2013)

Primeiramente, para que o teorema dos resíduos seja aplicável, é necessário que a integral seja nula quando o raio do semi-círculo superior tende a infinito (BUTKOV, 1988) (ou quando $\Im(q) \rightarrow \infty$), o que não acontece na equação (3.35). Esse problema pode ser resolvido tomando

$$\frac{q}{(q - C)} = 1 + \frac{C}{q - C}, \quad (3.36)$$

de modo que que tenhamos

$$k^2 \lambda_D^2 + \frac{1}{\pi^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-q^2) dq + \frac{C}{\pi^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{q-C} \exp(-q^2) dq = 0. \quad (3.37)$$

Como primeira integral na equação (3.37) é uma integral gaussiana, resulta em $\pi^{1/2}$, e segue que

$$k^2 \lambda_D^2 + 1 + \frac{C}{\pi^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{q-C} \exp(-q^2) dq = 0. \quad (3.38)$$

A partir de agora, é conveniente definirmos uma integral geral $G(C,s)$, dada por

$$G(C,s) = \frac{1}{\pi^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{q-C} \exp(-sq^2) dq, \quad (3.39)$$

de modo que temos, para equação (3.38)

$$k^2 \lambda_D^2 + 1 + CG(C,1) = 0. \quad (3.40)$$

Após certa manipulação (apresentada no apêndice A), podemos escrever

$$G(C,1) = G(C,0) \exp(-C^2) - C \exp(-C^2) \int_0^1 \frac{1}{s^{1/2}} \exp(sC^2) ds, \quad (3.41)$$

de modo que temos, para equação (3.40)

$$k^2 \lambda_D^2 + 1 + C \left[G(C,0) \exp(-C^2) - C \exp(-C^2) \int_0^1 \frac{1}{s^{1/2}} \exp(sC^2) ds \right] = 0. \quad (3.42)$$

Através do teorema dos resíduos, podemos avaliar $G(C,0)$ por

$$G(C,0) = \frac{1}{\pi^{1/2}} \int_0^1 \frac{dq}{q-C} \exp(sC^2) ds = i \frac{\pi}{\pi^{1/2}} = i\pi^{1/2}, \quad (3.43)$$

de modo que temos

$$k^2 \lambda_D^2 + 1 + C \left[i\pi^{1/2} \exp(-C^2) - C \exp(-C^2) \int_0^1 \frac{1}{s^{1/2}} \exp(sC^2) ds \right] = 0. \quad (3.44)$$

Fazendo uma troca de variáveis na $s = \frac{W^2}{C^2}$, temos para a equação (3.44)

$$k^2 \lambda_D^2 + 1 + iC\pi^{1/2} \exp(-C^2) - 2C \int_0^C \exp(W^2 - C^2) dW = 0. \quad (3.45)$$

Para o caso limite de altas frequências, $C \gg 1$, e temos para equação (3.45) (apêndice B)

$$k^2 \lambda_D^2 = \frac{1}{2C^2} + \frac{3}{4C^4} - i\pi^{1/2} C \exp(-C^2), \quad (3.46)$$

que através da equação (3.33), se torna

$$\frac{\omega^2}{\omega_{pe}^2} = 1 + 3k^2 \lambda_D^2 \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 - i \frac{(\pi/2)^{1/2}}{k^3 \lambda_D^3} \left(\frac{\omega}{\omega_{pe}} \right)^3 \exp \left[-\frac{1}{2k^2 \lambda_D^2} \left(\frac{\omega}{\omega_{pe}} \right)^2 \right]. \quad (3.47)$$

Através das definições de λ_D e ω_{pe} , dadas pelas equações (2.12) e (2.24), temos que

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{3k_B T_e k^2}{m_e} - i \frac{(\pi/2)^{1/2}}{k^3} \left(\frac{m_e}{k_B T_e} \right)^{3/2} \omega_{pe}^2 \omega^3 \exp \left[-\frac{m_e \omega_{pe}^2}{2k^2 k_B T_e} - \frac{3}{2} \right]. \quad (3.48)$$

Na equação (3.48), o segundo e o terceiro termo do lado direito são muito menores que ω_{pe} , portanto, $\omega_{pe} \sim \omega$, que resulta em

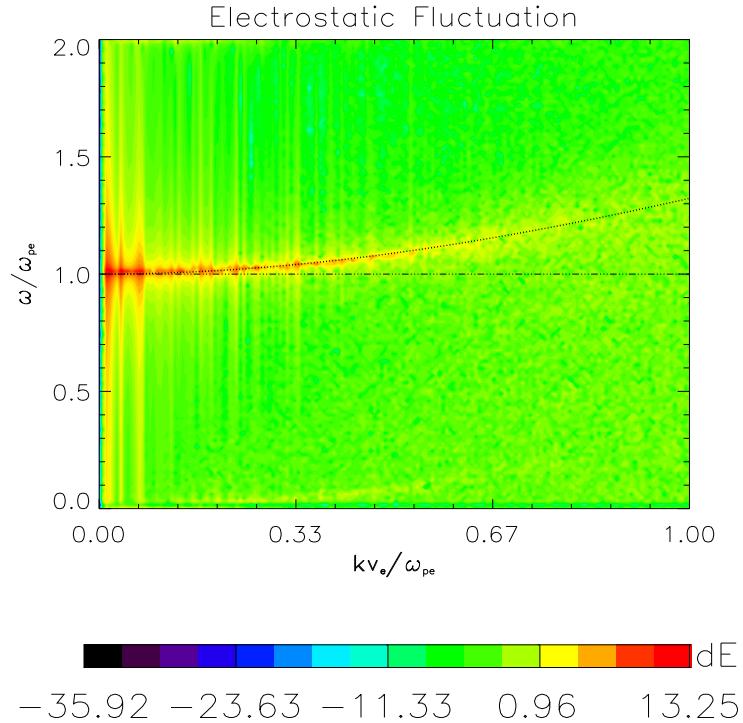
$$\omega^2 \simeq \omega_{pe}^2 + \frac{3k_B T_e k^2}{m_e} - i \frac{(\pi/2)^{1/2}}{k^3} \left(\frac{m_e}{k_B T_e} \right)^{3/2} \omega_{pe}^5 \exp \left[-\frac{m_e \omega_{pe}^2}{2k^2 k_B T_e} - \frac{3}{2} \right]. \quad (3.49)$$

A parte real da equação (3.49), dada por

$$\Re(\omega^2) = \omega_{pe}^2 + \frac{3k_B T_e k^2}{m_e}, \quad (3.50)$$

é a relação de dispersão dos modos de Langmuir em um plasma térmico, quente e isotrópico, ou relação de Bohm-Gross, mostrada na figura (3.2).

Figura 3.2 – Relação de Bohm-Gross, onde a frequência está normalizada pela frequência de plasma e o número de onda pelo comprimento de Debye. A linha pontilhada representa a curva teórica (3.50)



Fonte: O autor (2020).

A parte imaginária da equação (3.49), dada por

$$\Im(\omega^2) = -\frac{(\pi/2)^{1/2}}{k^3} \left(\frac{m_e}{k_B T_e} \right)^{3/2} \omega_{pe}^5 \exp \left[-\frac{m_e \omega_{pe}^2}{2k^2 k_B T_e} - \frac{3}{2} \right], \quad (3.51)$$

promove um decaimento temporal da frequência de oscilação dos modos de Langmuir, que leva o nome de **amortecimento de Landau**, em homenagem à Lev D. Landau, que foi a primeira pessoa a obter essa relação de dispersão (LANDAU, 1965). Esse efeito surge em plasmas que não apresentam interações de caráter dissipativo, como colisões por exemplo, de maneira a frear as oscilações (BITTENCOURT, 2013).

4 PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM PLASMAS NÃO MAXWELLIANOS

Como foi discutido no Capítulo 3, a física de plasmas foi construída fundamentalmente sobre plasmas maxwellianos. Porém, a partir da década de 1960, começaram a ser detectadas populações de partículas supertérmicas, com velocidades acima da previstas para plasmas maxwellianos, em diferentes regiões do espaço (LAZAR; SCHLICKEISER; POEDTS, 2012). Embora tenha sido usada a soma de FDVs_m na tentativa de descrição desses sistemas (ZOUGANELIS *et al.*, 2004), são as FDVs do tipo kappa (κ) (FDVs _{κ} , no singular, FDV _{κ}) que melhor correspondem aos dados observacionais obtidos (PIERRARD; LAZAR, 2010). Essas FDVs _{κ} diferem das FDVs_m por apresentarem um decaimento mais suave nas caudas, dada por uma lei de potência no parâmetro κ , o que caracteriza uma região de altas velocidades mais populosa.

Desde os primeiros trabalhos baseados em dados observacionais, várias formas de FDVs _{κ} foram propostas (HELLBERG *et al.*, 2009). O grande problema é que ainda não existe um consenso na comunidade científica quanto a qual representação da FDV é a correta, e as suas diferentes formas levam a resultados físicos diferentes (ZIEBELL; GAEZER; SIMÕES, 2017). Neste trabalho, utilizaremos duas das formas de FDV _{κ} isotrópicas mais comuns na literatura: a proposta por Vasyliunas (1968) e a proposta por Leubner (2002), que a partir de agora, serão chamadas de tipo 1 e tipo 2, respectivamente.

4.1 A FDV _{κ} de Vasyliunas - FDV _{$\kappa,1$}

Baseada nos dados do satélite OGO1, da NASA, a FDV _{κ} do tipo 1 é dada por (VASYLIUNAS, 1968)

$$f(\mathbf{v}) = \frac{n_0}{(\pi\kappa)^{3/2}w_k^3} \frac{\Gamma(\kappa+1)}{\Gamma(\kappa-1/2)} \left(1 + \frac{v^2}{\kappa w_k^2}\right)^{-(\kappa+1)}, \quad (4.1)$$

onde

$$w_k^2 = \frac{\kappa-3/2}{\kappa} v_t^2, \quad (4.2)$$

é a velocidade térmica efetiva (ou velocidade mais provável), v_t é a velocidade térmica das partículas e $\Gamma(x)$ é a função gama.

4.2 A FDV _{κ} de Leubner - FDV _{$\kappa,2$}

Construída a partir da mecânica estatística não extensiva (TSALLIS, 1999), buscando sanar a falta de fundamentação teórica para escolha dessa família de funções de distribuição, a FDV _{κ} do tipo 2 é dada por (LEUBNER, 2002)

$$f(\mathbf{v}) = \frac{n_0}{(\pi\kappa)^{3/2}v^3} \frac{\Gamma(\kappa)}{\Gamma(\kappa-3/2)} \left(1 + \frac{v_t^2}{\kappa v^2}\right)^{-\kappa}. \quad (4.3)$$

4.3 Obtenção da relação de dispersão do modo de Langmuir para um plasma não-maxwelliano

Para obter as relações de dispersão para o modo de Langmuir no caso dos plasmas não maxwellianos, procederemos de uma maneira mais direta, quando comparada a maneira tradicionalmente apresentada na literatura do caso maxwelliano, utilizada para derivação do caso maxwelliano no Capítulo 3. Para tal, usaremos a forma geral da relação de dispersão dos modos de Langmuir, apresentada por Ziebell *et al.* (2017), desconsiderando o movimento dos íons, dada por

$$1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\kappa}{(\kappa + \alpha - 5/2)} \frac{1}{\zeta^2} \right) = 0. \quad (4.4)$$

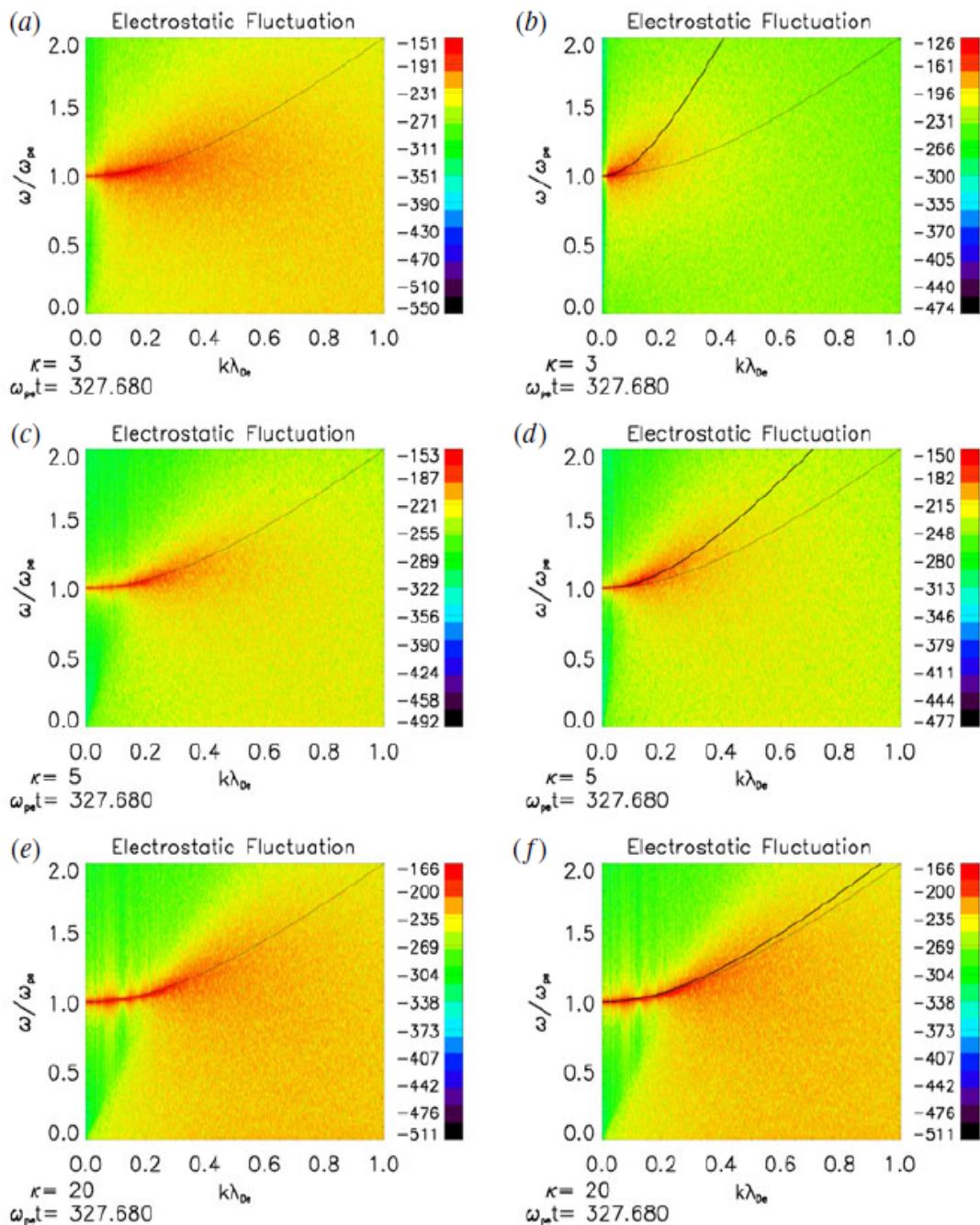
Com a escolha de $\alpha = 1$, a equação (4.4) descreve um plasma cujo perfil de velocidade dos elétrons é dado pela $FDV_{\kappa,1}$. Escolhendo $\alpha = 0$, a equação (4.4) descreve um plasma cujo perfil de velocidade dos elétrons é dado pela $FDV_{\kappa,2}$. Assim, a relação de dispersão para um dos casos é dada, respectivamente, por

$$\omega^2 \simeq \omega_{pe}^2 + \frac{3k_B T_e k^2}{m_e} \quad (4.5)$$

$$\omega^2 \simeq \omega_{pe}^2 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\kappa}{(\kappa - 5/2)} \frac{k^2 v^2}{\omega_{pe}^2} \right), \quad (4.6)$$

As equações (4.5) e (4.6) representam as **relações de dispersão dos modos de Langmuir para um plasma não maxwelliano**, para os diferentes tipos de FDV_{κ} . A discrepância física já se faz notável: enquanto, para o tipo 1, os modos de Langmuir são aproximadamente iguais aos do caso maxwelliano (por comparação com a equação (3.50)), para o tipo 2 vemos que o mesmo não vale, e além disso, vemos que à medida em que $\kappa \rightarrow \infty$, a relação de dispersão para os modos de Langmuir dada pela $FDV_{\kappa,2}$ tende a relação de dispersão para plasmas com FDV_m . Os gráficos das relações de dispersão dadas pelas equações (4.5) e (4.6), para diferentes valores do índice κ , são mostrados na figura (4.1).

Figura 4.1 – Gráficos da coluna esquerda são referentes à equação (4.5), e gráficos da coluna direita são referentes à equação (4.6). A linha contínua representa as relações de dispersão obtidas pelos autores da figura, e a linha pontilhada representa a curva teórica dada pela equação (3.50). Na coluna da esquerda, as duas coincidem.



Fonte: (ZIEBELL; GAEZER; SIMÕES, 2017).

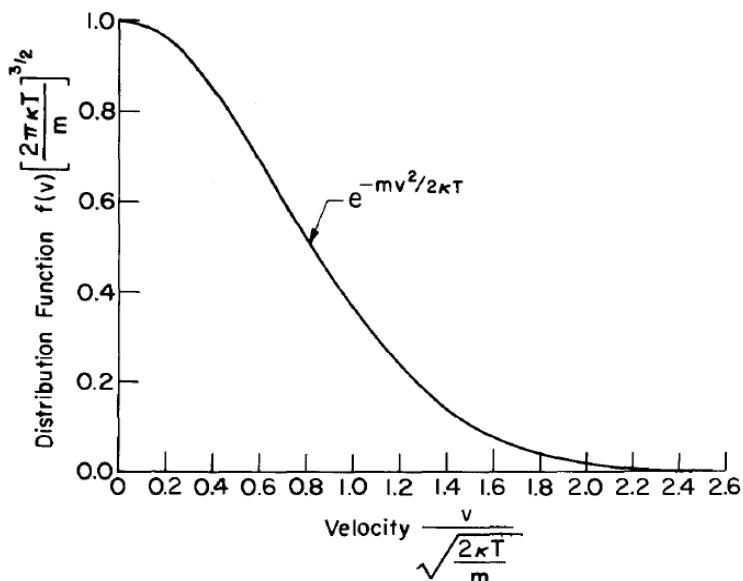
5 INTERAÇÃO FEIXE-PLASMA MAXWELLIANA

Como vimos na seção 3.2 do Capítulo 3, a solução da equação (3.30) assumindo que o plasma em questão seja descrito por uma FDV_m resulta em oscilações que são freadas ao longo do tempo, graças ao amortecimento de Landau. Esse resultado vem do fato de que, para o caso de uma FDV_m , vale para todo valor de velocidade v que

$$\frac{\partial f(\mathbf{v})}{\partial v} < 0, \quad (5.1)$$

ou seja, vem do fato que uma FDV_m é uma função monotonamente decrescente, como mostra a figura (5.1). Esse resultado vai além das FDV_m , estabelecendo que qualquer plasma representado por uma FDV monotonamente decrescente seja estável, e é conhecido como **teorema de estabilidade de distribuições monotonamente decrescentes** (KRALL; TRIVELPIECE, 1986).

Figura 5.1 – Representação de uma FDV_m , mostrando que para qualquer valor de velocidade, a distribuição é monotonamente decrescente.



Fonte: (GOMES, 2017).

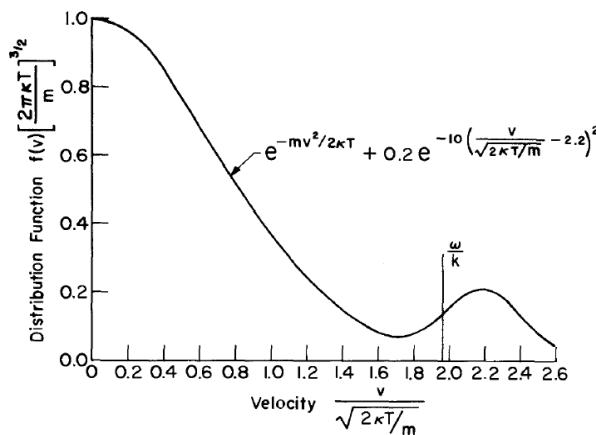
5.1 Instabilidade de sistemas feixe-plasma

A troca de energia entre os modos oscilatórios e as partículas em um plasma se dá via ressonância (BITTENCOURT, 2013), e o sentido dessa transferência (se é a onda que absorve energia das partículas, ou vice-versa) é determinado pela relação entre a velocidade de fase da oscilação (v_ϕ) e a velocidade das partículas. Quando o número de partículas com velocidade menor do que v_ϕ é maior do que o número de partículas com velocidade maior que v_ϕ , as partículas absorvem a energia da onda, de modo que a sua amplitude seja freada, contribuindo para estabilidade do sistema. Caso contrário, a onda absorve energia das partículas, o que amplifica a sua amplitude,

de modo a promover instabilidades no sistema (KRALL; TRIVELPIECE, 1986). Essa análise de estabilidade via fluxo de energia está conectada com o teorema de estabilidade de distribuições monotonamente decrescentes. Uma FDV monotonamente decrescente é condição necessária para criar o ambiente onde o número de partículas com velocidade menor do que v_ϕ é maior do que o número de partículas com velocidade maior que v_ϕ . Assim, este teorema estabelece que uma FDV monotonamente decrescente é condição para um sistema estável.

Um feixe é um plasma com velocidade de propagação preferencial, ou seja, com velocidade de deriva não nula. Assim, a FDV de um sistema feixe-plasma é caracterizada por apresentar um pico de velocidades deslocado da velocidade mais provável do plasma de fundo maxwelliano, como mostra a figura 5.2. Assim, percebemos que existem regiões onde a derivada da FDV do sistema

Figura 5.2 – FDV de um sistema plasma-feixe maxwellianos.



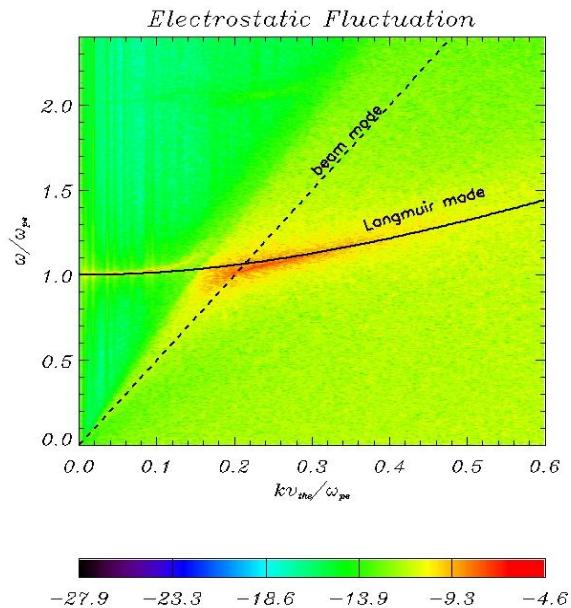
Fonte: (GOMES, 2017).

em relação ao módulo da velocidade é negativa, portanto, este sistema é instável. A instabilidade promovida pela propagação de um feixe através de um plasma de fundo é frequentemente referida na literatura como *bump in tail instability* (BITTENCOURT, 2013), ou instabilidade de caroço na cauda, em português, mas neste trabalho a chamaremos de instabilidade feixe-plasma.

Foi mostrado por Gomes (2017), através de simulações de partículas, que a instabilidade feixe-plasma, em um sistema com ambos plasma de fundo e feixe apresentando $FDVs_m$, faz com que o sistema evolua de uma FDV como mostrada na figura 5.2 para uma FDV_K . No caso dos modos de Langmuir, a amplificação dos campos elétricos associados ao modo de oscilação desencadeia uma série de processos de interação onda-onda e onda-partícula não lineares, que promovem difusão no espaço de velocidades do sistema, propiciando o surgimento de partículas supertérmicas. Esse tipo de interação não linear é descrito pela teoria de turbulência fraca (YOON; RHEE; RYU, 2006). A alteração na FDV do sistema modifica, por sua vez, a relação de dispersão dos modos de Langmuir. Em um dos resultados apresentados pela autora (GOMES, 2017), exposto nas figuras (5.3) e (5.4), para um feixe 1% e 4% da densidade do plasma de fundo, onde a linha sólida representa a relação de dispersão para os modos de Langmuir na ausência do feixe, e a linha tracejada representa o modo de feixe. Fica evidente um desvio significativo comparado com a relação de dispersão para os modos

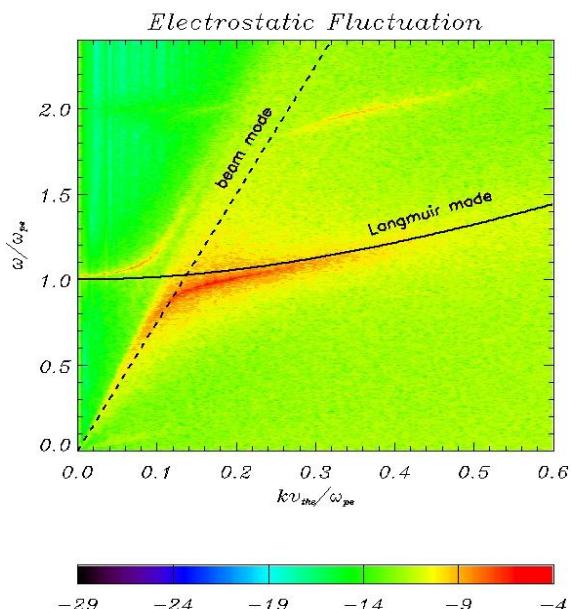
de Langmuir na ausência de um feixe, mostrada na figura (3.2).

Figura 5.3 – Relação de dispersão para um sistema feixe-plasma maxwelliano, com feixe com 1% da densidade do plasma de fundo.



Fonte: (GOMES, 2017).

Figura 5.4 – Relação de dispersão para um sistema feixe-plasma maxwelliano, com feixe com 4% da densidade do plasma de fundo.



Fonte: (GOMES, 2017).

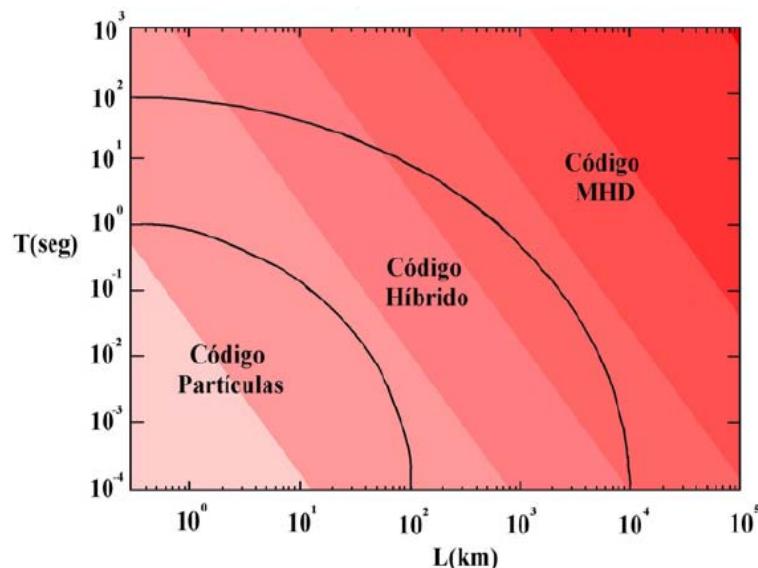
6 MÉTODO DE SIMULAÇÃO

Neste capítulo, discutiremos a simulação computacional realizada neste trabalho, utilizando o cluster de computadores do Grupo de Física de Plasmas, da UFPel. Começaremos com uma discussão sobre os diferentes métodos utilizados no estudo computacional de física de plasmas. Após isso, apresentaremos o código original que utilizamos e a suas adaptações para que considere efeitos relativísticos e para que comporte FDVs_K, que utiliza da distribuição de velocidades aleatórias *t*-Student multivariada.

6.1 Simulação computacional de plasmas

A utilização de técnicas computacionais para simular fenômenos físicos de difícil acesso, seja pelo custo ou pela escala (excessivamente grande, ou pequena), é comum em todas as áreas da física. Na física de plasmas, os códigos de simulação computacional se baseiam em duas maneiras diferentes de descrever a dinâmica dos plasmas, e se dividem em três principais tipos (WINSKE; OMIDI, 1996): os códigos cinéticos (ou de partículas, baseados na teoria cinética dos plasmas), os códigos magnetohidrodinâmicos (ou MHD, baseados na descrição de fluidos) e os códigos híbridos. Esses diferentes métodos devem ser usados de acordo com as escalas espacial e temporal em que o fenômeno de interesse se dá, como mostra a figura (6.1).

Figura 6.1 – Relação entre escalas e qual o melhor método a ser usado.



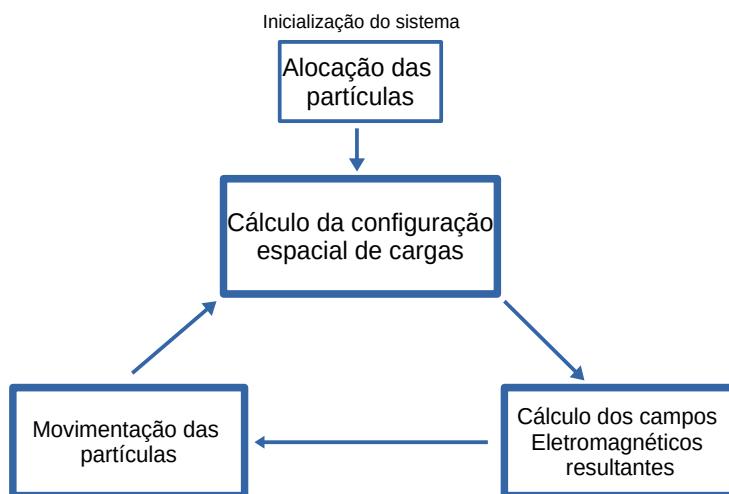
Fonte: Gomes (2017).

Para o estudo da aceleração de elétrons, as simulações cinéticas são mais eficientes na descrição física (WINSKE; OMIDI, 1996), sendo capazes de prover maiores detalhes acerca dos fenômenos microscópicos envolvidos, seja resolvendo numericamente as equações cinéticas do plasma (por exemplo, a equação de Vlasov) ou por simulações via códigos PIC (BIRDSALL; LANGDON, 2004). Os códigos PIC calculam a posição de cada partícula do sistema e a configuração

dos campos eletromagnéticos a cada passo da evolução temporal, resultando em um diagnóstico microscópico detalhado da evolução espaço-temporal do sistema.

Uma descrição geral dos códigos PIC é a seguinte: primeiro, as partículas são inseridas na região de simulação; a partir da distribuição espacial de cargas, são calculados os campos eletromagnéticos e a força resultante sob as partículas, encerrando o passo temporal e fornecendo a nova configuração espacial de cargas que dá início ao próximo passo, até que o número de passos temporais máximo seja atingido. Essa rotina está esquematizada na figura (6.2).

Figura 6.2 – Ciclo usual de um código PIC.



Fonte: O autor (2020).

6.2 One dimensional Kyoto university's EletroMagnetic Particle cOde - O código KEMPO1

Neste trabalho, usamos o código PIC KEMPO1 (OMURA; MATSUMOTO, 1993). Escrito em *fortran90*, ele resolve as equações de Gauss para o campo elétrico (3.13) e para o campo magnético (3.14) como condições iniciais e as equações de Faraday-Lenz (3.15) e de Ampère-Maxwell (3.16) em cada passo temporal para calcular a configuração de campos eletromagnéticos, e utiliza o método de diferenças finitas (Simões Jr., 2008) para integrar a equação de Lorentz, dada por

$$\mathbf{a} = \frac{q}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (6.1)$$

e movimentar as partículas do sistema, assim como para calcular os próprios campos eletromagnéticos. Enquanto as partículas podem assumir posições arbitrárias no espaço de simulação, os campos **E** e **B** são computados em posições específicas na grade de simulação.

A unidimensionalidade do espaço de representação do código implica em uma restrição ao campo magnético **B**. Pelas leis de Faraday-Lenz, Ampère-Maxwell (no espaço livre) e Gauss, temos,

respectivamente

$$\hat{\mathbf{i}} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) + \hat{\mathbf{j}} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + \hat{\mathbf{k}} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) = - \left(\hat{\mathbf{i}} \frac{\partial B_x}{\partial t} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial B_y}{\partial t} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial B_z}{\partial t} \right); \quad (6.2)$$

$$\hat{\mathbf{i}} \left(\frac{\partial B_y}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial y} \right) + \hat{\mathbf{j}} \left(\frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z} \right) + \hat{\mathbf{k}} \left(\frac{\partial B_x}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial x} \right) = \mu_0 \epsilon_0 \left(\hat{\mathbf{i}} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial E_z}{\partial t} \right); \quad (6.3)$$

$$\hat{\mathbf{i}} \frac{\partial E_x}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial E_y}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (6.4)$$

Como o movimento das partículas está restrito à direção $\hat{\mathbf{i}}$, temos que

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0, \quad (6.5)$$

e portanto, as equações 6.2, 7.23 e 6.4 ficam

$$\hat{\mathbf{j}} \frac{\partial E_z}{\partial x} - \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial E_y}{\partial x} = - \left(\hat{\mathbf{i}} \frac{\partial B_x}{\partial t} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial B_y}{\partial t} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial B_z}{\partial t} \right); \quad (6.6)$$

$$\hat{\mathbf{j}} \frac{\partial E_z}{\partial x} - \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial E_y}{\partial x} = \mu_0 \epsilon_0 \left(\hat{\mathbf{i}} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial E_z}{\partial t} \right); \quad (6.7)$$

$$\hat{\mathbf{i}} \frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (6.8)$$

As equações (6.6), (6.7) e (6.8) relacionam completamente as variações nas componentes de \mathbf{E} e \mathbf{B} , exceto por B_x . A equação (6.6) estabelece que B_x é constante no tempo, e pela Lei de Gauss para o magnetismo, segue que $\frac{\partial B_x}{\partial x} = 0$, ou seja, que B_x é constante no espaço. Assim, não existe oscilação na componente B_x , e portanto, ela é irrelevante, de modo que o campo magnético é da forma $\mathbf{B} = \hat{\mathbf{j}} B_y + \hat{\mathbf{k}} B_z$.

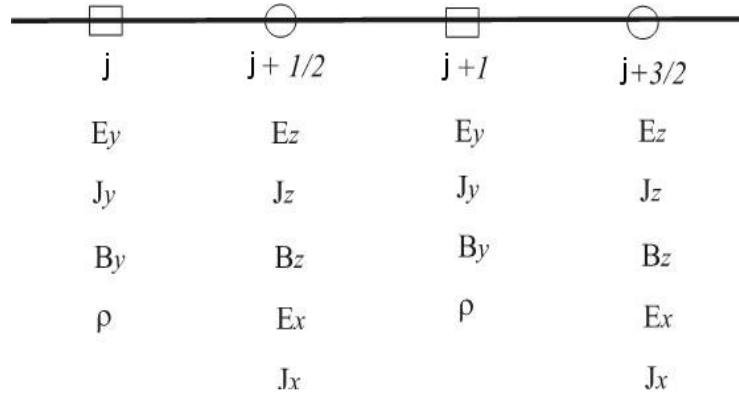
6.2.1 Discretização espaço-temporal

Para resolver numericamente as equações diferenciais parciais que regem o sistema, a discretização espaço temporal é necessária (Simões Jr., 2008). A grade espacial é definida pelos múltiplos inteiros do passo Δx , dado por $j\Delta x$ ($j = 1, 2, 3, \dots$) e pelo ponto médio entre dois pontos, dado por $(j + 1/2)\Delta x$. Como mostra a figura (6.3), as quantidades E_y, B_y, J_y e ρ são computadas nos pontos inteiros, e as quantidades E_x, B_z, J_x e J_z nos pontos médios (como mostra a figura (6.3)). Intercalar as componentes de \mathbf{E} e \mathbf{B} possibilita a integração via diferenças finitas, e a i -ésima componente da densidade de corrente deve estar alinhada com a i -ésima componente do campo elétrico, pois \mathbf{j} contribui diretamente para integração temporal de \mathbf{E} . A grade temporal também é definida pelos múltiplos inteiros do passo Δt e pelos médios, dados respectivamente por $t\Delta t$ ($t = 1, 2, 3, \dots$) e $(t + 1/2)\Delta t$.

6.2.2 Superpartículas

Quando a distância entre cargas pontuais tende a zero, o potencial de interação eletrostática, dado pela equação (2.13) diverge. Para evitar essas divergências no cálculo numérico da simulação,

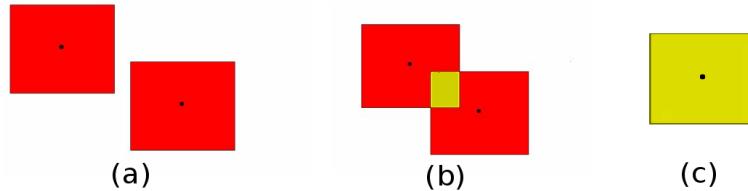
Figura 6.3 – Alocação espacial das quantidades de interesse.



Fonte: Simões Jr. (2008).

introduz-se o conceito de **superpartículas**. As superpartículas são distribuições de carga atribuídas à uma região finita do espaço, que a grandes distâncias interagem como cargas pontuais, porém a medida que há superposição entre elas, a carga da região superposta é desconsiderada no cálculo do potencial de interação eletrostática, como mostra a figura (6.4).

Figura 6.4 – Esquema ilustrativo das superpartículas, onde a região vermelha representa a região cuja carga é contabilizada no cálculo do potencial de interação eletrostática, e região amarela representa a região cuja carga é desconsiderada. O caso (a) representa a situação análoga a de cargas pontuais, onde toda a carga das superpartículas é contabilizada; o caso (b) representa uma situação intermediária de superposição; o caso (c) representa o caso extremo em que duas superpartículas estão completamente superpostas.



Fonte: Gomes (2017).

6.2.3 Método das diferenças finitas centradas

A discretização espaço-temporal torna possível o uso do método das diferenças finitas para cálculo das equações de Maxwell e da força de Lorentz, que regem a dinâmica da simulação. De maneira geral, esse método trata a diferenciação infinitesimal a partir de diferenças finitas, onde, para uma certa quantidade $\gamma(t)$, temos

$$\frac{d\gamma(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\gamma(t) - \gamma(t - \Delta t)}{\Delta t} \longrightarrow \frac{\Delta\gamma(t)}{\Delta t} = \frac{\gamma(t + \Delta t/2) - \gamma(t - \Delta t/2)}{\Delta t}. \quad (6.9)$$

6.2.3.1 Posições, velocidades e acelerações

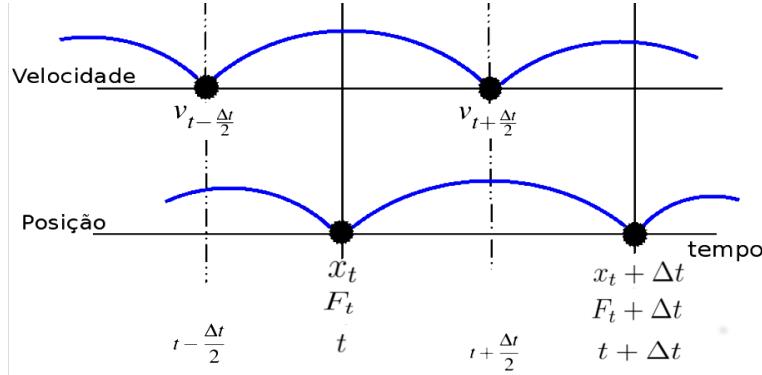
Através desse método, as quantidades **velocidade** e **aceleração** são calculadas com uma defasagem de $\Delta t/2$, dadas respectivamente, por

$$\mathbf{v}^{t+\Delta t/2} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{x}^{t+\Delta t} - \mathbf{x}^t}{\Delta t}, \quad (6.10)$$

$$\mathbf{a}^t = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}^{t+\Delta t/2} - \mathbf{v}^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{F}(t)}{m}, \quad (6.11)$$

que promove uma evolução espacial das partículas como mostra a figura (6.5), chamado de método *leapfrog*. Para calcular a força de Lorentz, dada pela equação (6.1), é necessário seguir o método de

Figura 6.5 – Esquematização do cálculo de velocidades e acelerações através do método *leapfrog*, que utiliza o método das diferenças finitas centradas.



Fonte: Gomes (2017).

Buneman-Boris (OMURA; MATSUMOTO, 1993), que consiste em acelerar as partículas considerando apenas o campo elétrico em $t - \Delta t/2$ e depois tomar o rotacional da nova velocidade pelo campo magnético, resultando na velocidade em $t + \Delta t/2$. Essa rotina é dada pelos passos (Simões Jr., 2008)

$$v^- = v^{t-\Delta t/2} - \frac{e}{m_e} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{E}^t, \quad (6.12)$$

$$v^0 = v^- + v^- \times -\frac{e}{m_e} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{B}^t, \quad (6.13)$$

$$v^+ = v^- + \frac{2}{1 + [(e/m_e) \mathbf{B}^t \Delta t/2]^2} v^0 \times -\frac{e}{m_e} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{B}^t, \quad (6.14)$$

$$v^{t+\Delta t/2} = v^+ - \frac{e}{m_e} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{E}^t. \quad (6.15)$$

6.2.3.2 Densidade de cargas

A densidade de cargas é calculada a partir da função de ponderação S das superpartículas para cada ponto X_j na grade espacial. Para superpartículas quadradas, ela é dada por

$$S(x_i - X_j) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta x} \left(1 - \frac{|x_i - X_j|}{\Delta x} \right) & \text{se } |x_i - X_j| < \Delta x \\ 0 & \text{se } |x_i - X_j| \geq \Delta x \end{cases} \quad (6.16)$$

Com isso, calcula-se a densidade de carga através da relação

$$\rho_j = \sum_i q_i S(x_i - X_j). \quad (6.17)$$

6.2.3.3 Densidade de corrente

As componentes J_y e J_z são calculadas diretamente através da função de ponderação na forma

$$J_{j+1/2}^{t+\Delta t/2} = \sum_i q_i v. \quad (6.18)$$

A componente J_x é calculada na forma

$$J_{x,j+1/2}^{t+\Delta t/2} = \frac{q_A - q_B}{\Delta t}, \quad (6.19)$$

onde q_A e q_B são as densidades lineares da superpartícula em X_j no tempo t e em $t + \Delta t$, respectivamente, dadas por

$$q_A = \frac{q(X_{j+1} - x_p(t))}{\Delta x}, \quad (6.20)$$

$$q_B = \frac{q(x_p(t + \Delta t) - X_{j+1})}{\Delta x}. \quad (6.21)$$

6.2.3.4 Campos eletromagnéticos

As variações do campo magnético $\mathbf{B} = B_y \hat{\mathbf{j}} + B_z \hat{\mathbf{k}}$ são obtidas através da resolução da equação (6.6), pelo método das diferenças finitas, na forma

$$\frac{B_{y,i}^{t+\Delta t/2} - B_{y,i}^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = \frac{E_{z,i+1/2}^{t+\Delta t} - E_{z,i-1/2}^{t+\Delta t}}{\Delta x} \quad (6.22)$$

$$\frac{B_{z,i+1/2}^{t+\Delta t/2} - B_{z,i+1/2}^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = \frac{E_{y,i+1}^{t+\Delta t} - E_{y,i-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x} \quad (6.23)$$

As variações do campo elétrico são calculados a partir da resolução da equação (6.7), mas agora considerando a densidade de corrente J , pelo método das diferenças finitas, na forma

$$\frac{E_{x,i+1/2}^{t+\Delta t} - E_{x,i+1/2}^t}{\Delta t} = -\frac{1}{\epsilon_0} J_{x,i+1/2}^{t+\Delta t/2}, \quad (6.24)$$

$$\frac{E_{y,i+1}^{t+\Delta t} - E_{y,i+1}^t}{\Delta t} = -\frac{1}{\epsilon_0} J_{y,i+1}^{t+\Delta t/2} - c^2 \left(\frac{B_{z,i+1/2}^{t+\Delta t/2} - B_{z,i-1/2}^{t+\Delta t/2}}{\Delta x} \right), \quad (6.25)$$

$$\frac{E_{z,i+1/2}^{t+\Delta t} - E_{z,i+1/2}^t}{\Delta t} = -\frac{1}{\epsilon_0} J_{z,i+1/2}^{t+\Delta t/2} + c^2 \left(\frac{B_{y,i+1}^{t+\Delta t/2} - B_{y,i}^{t+\Delta t/2}}{\Delta x} \right). \quad (6.26)$$

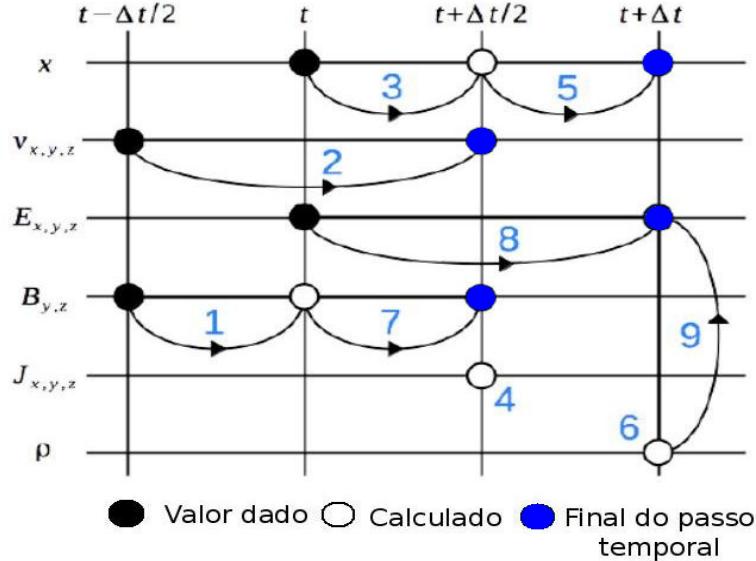
6.2.4 Estabilidade na simulação

A discretização das dimensões espaço-temporais, necessária para a resolução numérica das equações diferenciais como apresentada acima, promove certas condições de estabilidade (BIRDSALL; LANGDON, 2004) que devem ser levadas em conta ao se definir o tamanho dos intervalos espaço-temporais.

Seja $\psi(x,t)$ qualquer um dos campos eletromagnéticos. Através do método das diferenças espaciais finitas centradas, temos

$$\frac{\Delta \psi(x,t)}{\Delta x} = \frac{\psi(x + \Delta x/2, t) - \psi(x - \Delta x/2, t)}{\Delta x}. \quad (6.27)$$

Figura 6.6 – Grade temporal e evolução das quantidades de interesse.



Fonte: Gomes (2017).

Usando a representação em ondas planas, dada pela equação (3.20), temos para equação (6.27)

$$\frac{\Delta\psi(x,t)}{\Delta x} = \frac{\psi(x,t)[\exp(ik\Delta x/2) - \exp(-ik\Delta x/2)]}{\Delta x}, \quad (6.28)$$

Como

$$\exp(iy) = \cos(y) + i\sin(y), \quad (6.29)$$

temos para equação (6.28)

$$\frac{\Delta\psi(x,t)}{\Delta x} = \frac{\psi(x,t)[\cos(k\Delta x/2) + i\sin(k\Delta x/2) - \cos(-k\Delta x/2) - i\sin(-k\Delta x/2)]}{\Delta x}. \quad (6.30)$$

Pela paridade das funções seno e cosseno, a equação (6.30) fica

$$\frac{\Delta\psi(x,t)}{\Delta x} = \frac{2\psi(x,t)i\sin(k\Delta x/2)}{\Delta x} = \frac{\psi(x,t)i\sin(k\Delta x/2)}{\Delta x/2}. \quad (6.31)$$

Tomando a diferença temporal finita centrada de $\psi(x,t)$, temos

$$\frac{\Delta\psi(x,t)}{\Delta t} = \frac{\psi(x,t + \Delta t/2) - \psi(x,t - \Delta t/2)}{\Delta t} = \frac{2\psi(x,t)i\sin(\omega\Delta t/2)}{\Delta t/2}. \quad (6.32)$$

Tomando as derivadas analíticas da quantidade $\psi(x,t)$, temos

$$\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x} = ik\psi(x,t), \quad (6.33)$$

$$\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = i\omega\psi(x,t). \quad (6.34)$$

Comparando as equações (6.31) e (6.33) e as equações (6.32) e (6.34), obtemos a relação entre os números de onda e as frequências reais k e ω e os números de onda e as frequências reais do código Ω e K , na forma

$$K = \frac{\sin(k\Delta x/2)}{\Delta x/2}, \quad (6.35)$$

$$\Omega = \frac{\sin(\omega\Delta t/2)}{\Delta t/2}. \quad (6.36)$$

Da relação de dispersão numérica para os modos eletromagnéticos, temos

$$\Omega^2 = K^2 c^2, \quad (6.37)$$

e pelas equações (6.31) e (6.32), temos

$$\frac{\sin^2(\omega\Delta t/2)}{\Delta t^2} = c^2 \frac{\sin^2(k\Delta x/2)}{\Delta x^2}. \quad (6.38)$$

Considerando o valor máximo de valor de número de onda, dado por $k = \pi/\Delta x$ (OMURA; MATSUMOTO, 1993), temos para equação (6.38)

$$\sin^2(\omega\Delta t/2) = \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x} \right)^2. \quad (6.39)$$

Se $c\Delta t/\Delta x > 1$, o mesmo vale para $\sin^2(\omega\Delta t/2)$, o que implica na existência de uma parte imaginária para a frequência ω , o que gera instabilidade. Se $c\Delta t/\Delta x = 1$, o sistema atinge o ponto crítico de equilíbrio. Portanto, a condição de equilíbrio, chamada de condição de Courant-Fredericks-Lowy (COURANT; FRIEDRICH; LEWY, 1967), é dada por

$$\Delta x > c\Delta t. \quad (6.40)$$

Outra implicação desta condição é que nenhum elétron na simulação se movimenta mais do que um passo espacial Δx a cada passo temporal Δt , uma vez que sua velocidade é sempre menor que c .

Outra condição de estabilidade é a chamada condição de Birdsall (BIRDSALL; LANGDON, 2004), dada por

$$\Delta x \leq 3\lambda_D, \quad (6.41)$$

e é um resultado obtido pelo autor após uma série de estudos de simulações via código PIC.

6.3 Adaptação do código KEMPO1 para comportar FDVs_K

Como descrito em (OMURA; MATSUMOTO, 1993), o código KEMPO1 comporta FDVs_m. No período de inicialização do sistema, as velocidades aleatórias atribuídas às partículas são tais que elas apresentem um FDV_m.

A adaptação para que o código comporte FDVs_K, feita por Oliveira (2018), é baseada na função de distribuição *t*-Student multivariada (HOFERT, 2013) (FDV_t), dada por

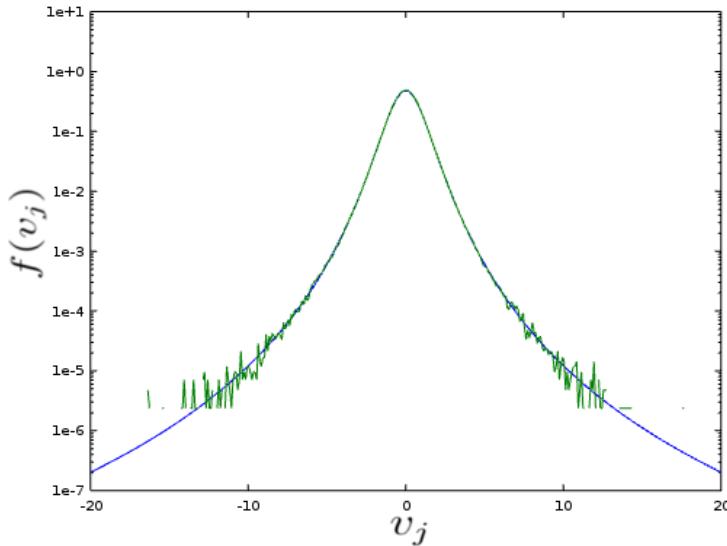
$$f(v) = \frac{1}{|R|^{1/2}(\pi v)^{d/2}} \frac{\Gamma[(v+d)/2]}{\Gamma[(v/2)]} \left(1 + \frac{(\mathbf{v} - \boldsymbol{\mu})^T R^{-1} (\mathbf{v} - \boldsymbol{\mu})}{v} \right)^{-\frac{v+d}{2}}, \quad (6.42)$$

onde v é o número de graus de liberdade, d é o número de dimensões, $\boldsymbol{\mu}$ é velocidade de deriva e R é uma matriz de correlação $d \times d$. Essa FDV foi usada (ABDUL; MACE, 2014) para obter uma FDV muito similar à uma variação da FDV do tipo 1 (SUMMERS; THORNE, 1991), como mostra a figura (6.7). Nesse método, os valores aleatórios de velocidades são obtidos através da relação

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\mu} + \sqrt{\frac{v}{\chi_v^2}} A \mathbf{Z}, \quad (6.43)$$

onde \mathbf{Z} é uma distribuição uniforme entre 0 e 1, χ^2_v são os valores aleatórios obtidos de uma FDV qui-quadrada com v graus de liberdade e A é uma matriz definida de modo que $AA^T = R$. As FDVs $_{\kappa}$ são geradas através do software de distribuição livre *Octave* através do pacote *STATISTICS*, que comporta as FDVs $_t$, e incorporadas ao KEMPO1 na inicialização do sistema, fazendo com que o perfil de velocidade dos elétrons seja o desejado.

Figura 6.7 – Comparação entre a FDV gerada pela t -Student multi-variada (equação (6.42)), em verde, e a FDV $_{\kappa}$ de Summers e Thorne (SUMMERS; THORNE, 1991), em azul.



Fonte: Oliveira (2018).

6.4 Adaptação do código KEMPO1 para considerar efeitos relativísticos

Com uma região de altas velocidades mais populosa, é necessário que consideremos efeitos relativísticos na descrição de fenômenos que envolvem plasmas descritos por FDVs $_{\kappa}$. Para isso, primeiro precisamos corrigir o momento das partículas, através da redefinição da velocidade \mathbf{v} , na forma

$$\mathbf{v} = \gamma \mathbf{u}, \quad (6.44)$$

onde γ é o fator de Lorentz, dado por

$$\gamma = \left(\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right)^{-1}. \quad (6.45)$$

Assim, redefinimos a força de Lorentz, dada pela equação (6.1), na forma

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}_u), \quad (6.46)$$

onde $\mathbf{B}_u = \gamma \mathbf{B}$, que pelo método das diferenças finitas centradas, fica

$$\frac{\mathbf{u}(t + \Delta t/2) - \mathbf{u}(t - \Delta t/2)}{\Delta t} = \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_u). \quad (6.47)$$

Por fim, é necessário adaptar o método de Buneman-Boris para a forma

$$\mathbf{u}^{t-\Delta t/2} = \gamma \mathbf{v}^{t-\Delta t/2}, \quad (6.48)$$

$$\mathbf{u}^- = \mathbf{u}^{t-\Delta t/2} - \frac{e}{m_e} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{E}^t, \quad (6.49)$$

$$\mathbf{B}_{\mathbf{u}}^t = \gamma \mathbf{B}^t, \quad (6.50)$$

$$\mathbf{u}^0 = \mathbf{u}^- - \frac{e}{m_e} \mathbf{u}^- \times \mathbf{B}_{\mathbf{u}}^t, \quad (6.51)$$

$$\mathbf{u}^+ = \mathbf{u}^- + \frac{2}{1 + [(e/m_e) \mathbf{B}_{\mathbf{u}}^t \Delta t/2]^2} \mathbf{u}^0 \times -\frac{e}{m_e} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{B}_{\mathbf{u}}^t, \quad (6.52)$$

$$\mathbf{u}^{t+\Delta t/2} = \mathbf{u}^+ - \frac{e}{m_e} \frac{\Delta t}{2} \mathbf{E}^t, \quad (6.53)$$

$$\mathbf{u}^{t+\Delta t/2} = \gamma \mathbf{u}^{t+\Delta t/2}. \quad (6.54)$$

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, apresentaremos e discutiremos os resultados das simulações para os sistemas feixe-plasma não maxwellianos. No primeiro caso, consideraremos feixe e plasma de fundo descritos por uma FDV _{$\kappa,1$} , dada pela equação (4.1), enquanto no segundo caso, consideraremos feixe e plasma de fundo descritos por uma FDV _{$\kappa,2$} , dada pela equação (4.3). Utilizaremos, em ambos os casos, os valores de índice espectral κ iguais a 3 e 5, que são os que melhor descrevem dados observacionais do meio interplanetário (LIVADIOTIS, 2016), e um valor igual a 20 que forneça uma ideia do comportamento do sistema para os limites de alto índice κ , assim como foi feito por Ziebell *et al.* (2017), e valores para a densidade do feixe como 1% e 4% da densidade do plasma de fundo, para fins de comparação com o trabalho de Gomes (2017).

Nas simulações, foram realizados 65537 ciclos temporais com passo $\Delta t = 0,02$, o que resulta em um tempo de simulação de 1310,72 períodos de plasma. A grade espacial é constituída por 2048 pontos, que distam entre si um passo $\Delta x = 1$, resultando em um comprimento adimensional $L = 2048$ para o sistema.

No código, as densidades do plasma de fundo e do feixe são definidas a partir de suas frequências de plasma, respectivamente representadas por ω_{pe} e ω_{pb} . Pela equação (2.24) temos que

$$\omega_{pe} = \left(\frac{e^2 n_e}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2}, \quad (7.1)$$

$$\omega_{pb} = \left(\frac{e^2 n_b}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2}, \quad (7.2)$$

onde n_e e n_b representam as densidades de elétrons no plasma de fundo e no feixe, respectivamente. A partir das equações (7.1) e (7.2), definindo a razão entre as densidades como ρ , temos

$$\rho = \frac{n_b}{n_e} = \left(\frac{\omega_{pb}}{\omega_{pe}} \right)^2, \quad (7.3)$$

que resulta em

$$\sqrt{\rho} = \frac{\omega_{pb}}{\omega_{pe}}. \quad (7.4)$$

Definimos nas simulações $\omega_{pe} = 1$. Portanto para que a densidade do feixe seja de 1% e 4% da densidade do plasma de fundo, ou seja, para que $\rho = 0,01$ e $\rho = 0,04$, pela equação (7.4) estão definidas as frequências de plasma do feixe, respectivamente, por $\omega_{pb} = 0,1$ e $\omega_{pb} = 0,2$. A velocidade v_d do feixe foi tomada como sendo $v_d = 2,5$.

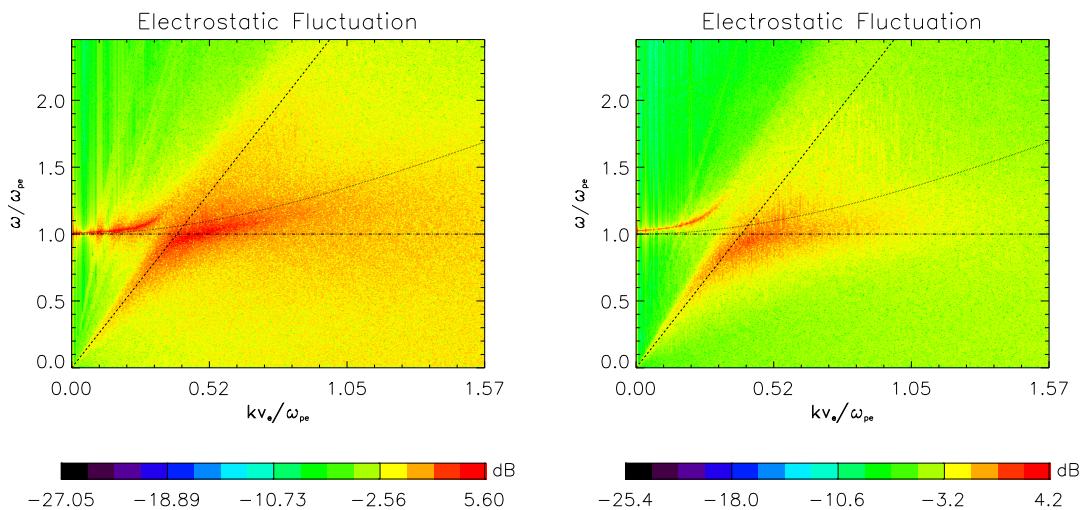
7.1 Caso 1: simulações para os casos envolvendo as FDVs _{$\kappa,1$}

7.1.1 Resultados para $\kappa = 3$

Na figura 7.1 podemos observar o modo de Langmuir e o modo de feixe modificado. Esse tipo de comportamento para os modos longitudinais de plasma são esperados para a instabilidade feixe-

plasma ???. O modo de Langmuir teórico, para um plasma maxwelliano, é representado pela linha pontilhada, iniciando em $\omega/\omega_{pe} \approx 1,0$. O modo de feixe é representado pela linha tracejada iniciando em $\omega/\omega_{pe} = 0$. A escala de cores representa a intensidade da componente longitudinal do campo elétrico E_x no espaço ($\omega \times k$) obtido realizando a transformada de Fourier espaço temporal (Simões Jr., 2008). As diferenças entre as duas relações de dispersão apresentadas na figura 7.1 são devidas a diferença de densidade.

Figura 7.1 – Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.



Fonte: O autor (2021).

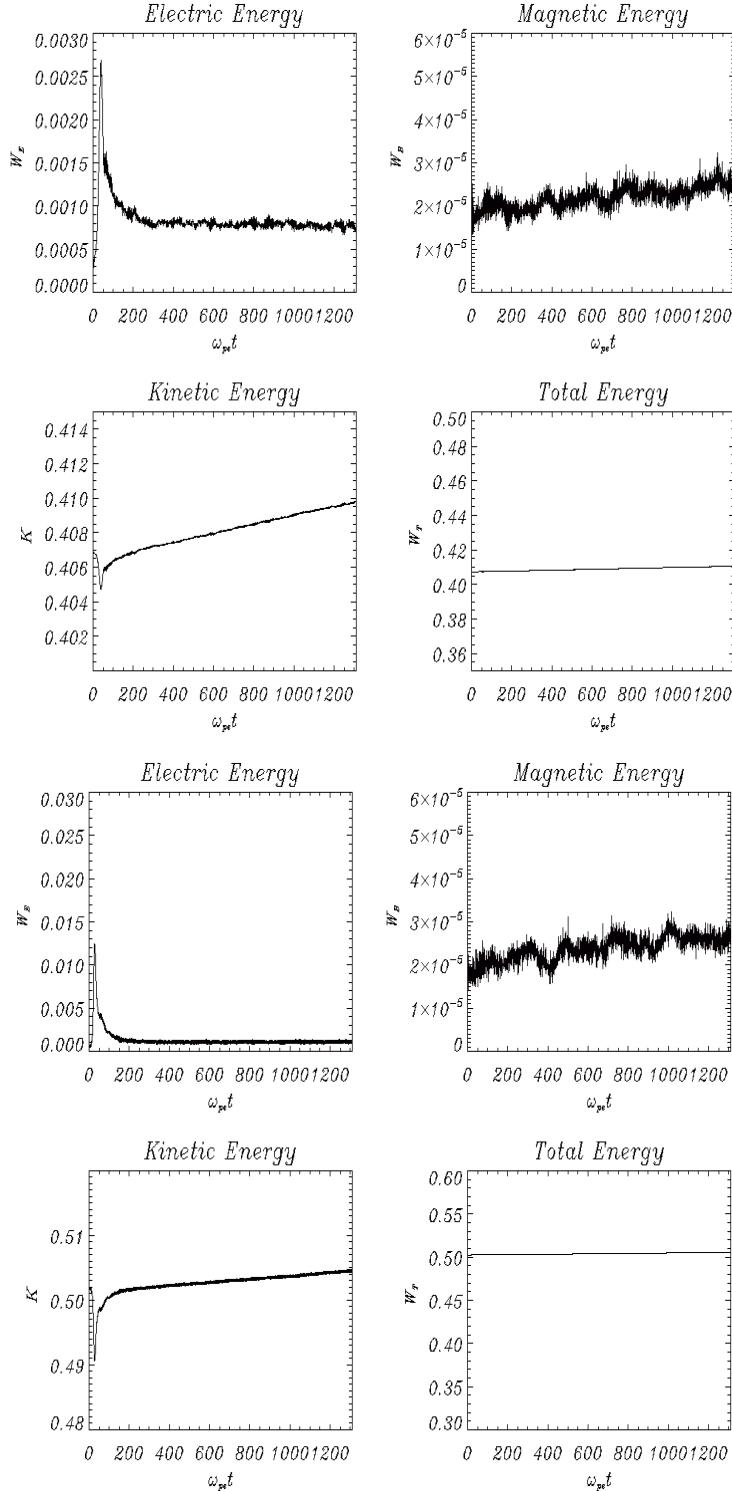
A figura 7.2 apresenta os gráficos de energia do sistema. Os picos anti-simétricos nas energias elétrica e cinética ocorrem por volta de 50 períodos de plasma para ambas as densidades, fenômeno associado à formação dos vórtices no espaço de fase, apresentados na figura 7.3. A energia magnética oscila por volta de $2 \times 10^{-5} k_B T_e$. A energia total se mantém constante, e no caso de densidade 4%, o maior número de partículas implica em uma maior energia cinética, que promove um aumento na energia total do sistema quando compara ao caso de densidade 1%.

Na figura 7.4, é apresentado o espaço de fase para cada caso no instante final da simulação. Podemos observar que os vórtices não se mantêm, e que existe ainda uma estratificação entre as partículas do feixe, que se mantém com velocidades mais altas, e as partículas do plasma de fundo que ainda apresentam velocidades mais baixas.

7.1.2 Resultados para $\kappa = 5$

Na figura 7.5 são apresentadas as relações de dispersão para os casos $\kappa = 5$, onde podemos observar uma grande semelhança com os resultados apresentados por Gomes (2017) para os sistemas feixe-plasma maxwellianos, com a região onde os modos oscilatórios são mais intensos limitada, à esquerda, pelo modo do feixe, e acima, pelo modo de Langmuir maxwelliano.

Figura 7.2 – Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.

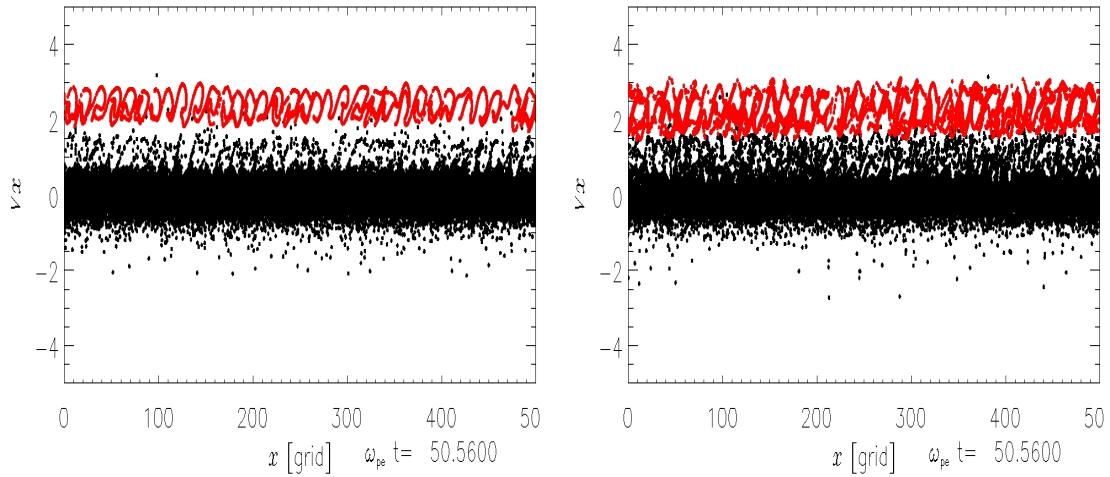


Fonte: O autor (2021).

A figura 7.6 apresenta as energias do sistema. Os picos nas energias elétrica e cinética se mantém por volta dos 50 períodos de plasma, e os vórtices associados são mostrados na figura 7.7.

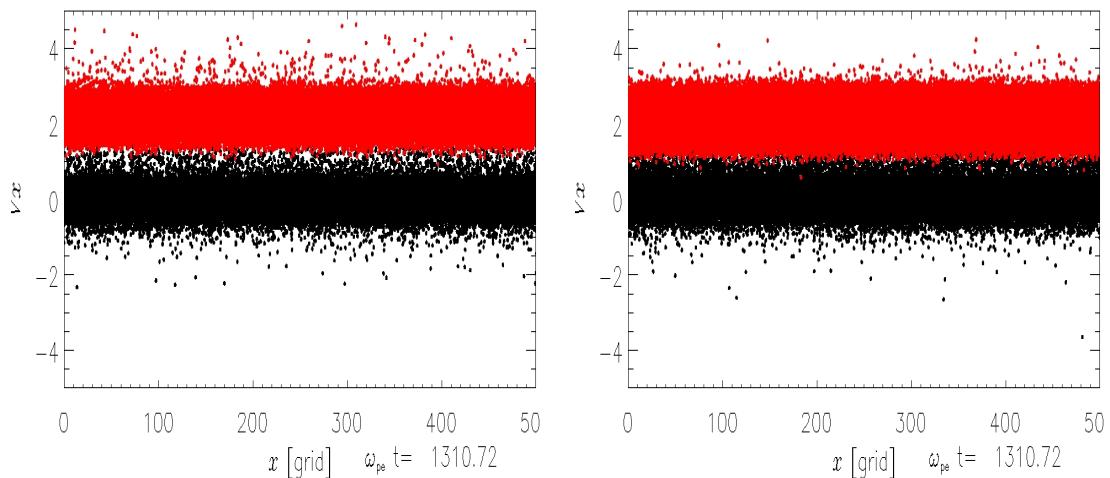
A figura 7.8 apresenta os epaços de fase no instante final da simulação. Comparando com a

Figura 7.3 – Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



Fonte: O autor (2021).

Figura 7.4 – Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



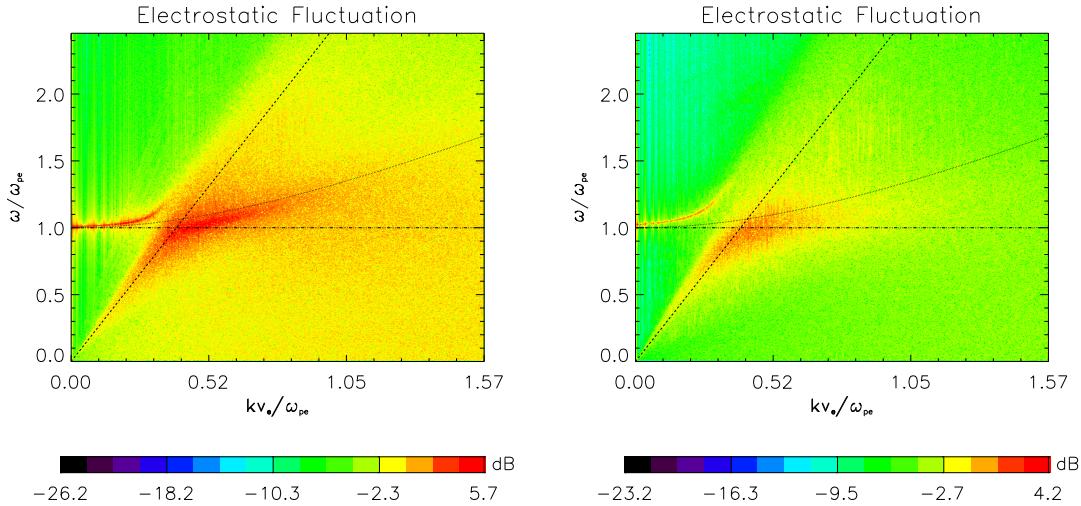
Fonte: O autor (2021).

figura 7.4, podemos observar uma menor densidade de partículas com velocidades mais altas.

7.1.3 Resultados para $\kappa = 20$

A figura 7.9 apresenta as relações de dispersão para $\kappa = 20$. Sem variações consideráveis com relação aos casos anteriores (figuras 7.1 e 7.5), vemos que os resultados deste caso, para sistemas descritos pela FDV _{$\kappa,1$} , se mantém muito próximos aos do caso maxwelliano (figuras 5.3 e 5.4), o que reafirma os resultados de Ziebell *et al.* (2017), uma vez que os autores demonstraram

Figura 7.5 – Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.



Fonte: O autor (2021).

que a $\text{FDV}_{\kappa,1}$ não introduz diferenças significativas na descrição dos modos de Langmuir.

A figura 7.10 mostra que os picos de energia cinética e elétrica se mantém nos 50 períodos de plasma, que a energia magnética se mantém oscilando por volta de $2 \times 10^{-5} k_B T_e$. Os vórtices associados aos picos são apresentados na figura 7.11.

A figura 7.12 apresenta os espaços de fase ao final das simulações, que ainda apresentam a estratificação entre as partículas do plasma de fundo e do feixe, com uma densidade ainda menor de partículas com velocidade mais alta.

7.2 Simulações para os casos envolvendo $\text{FDVs}_{\kappa,2}$

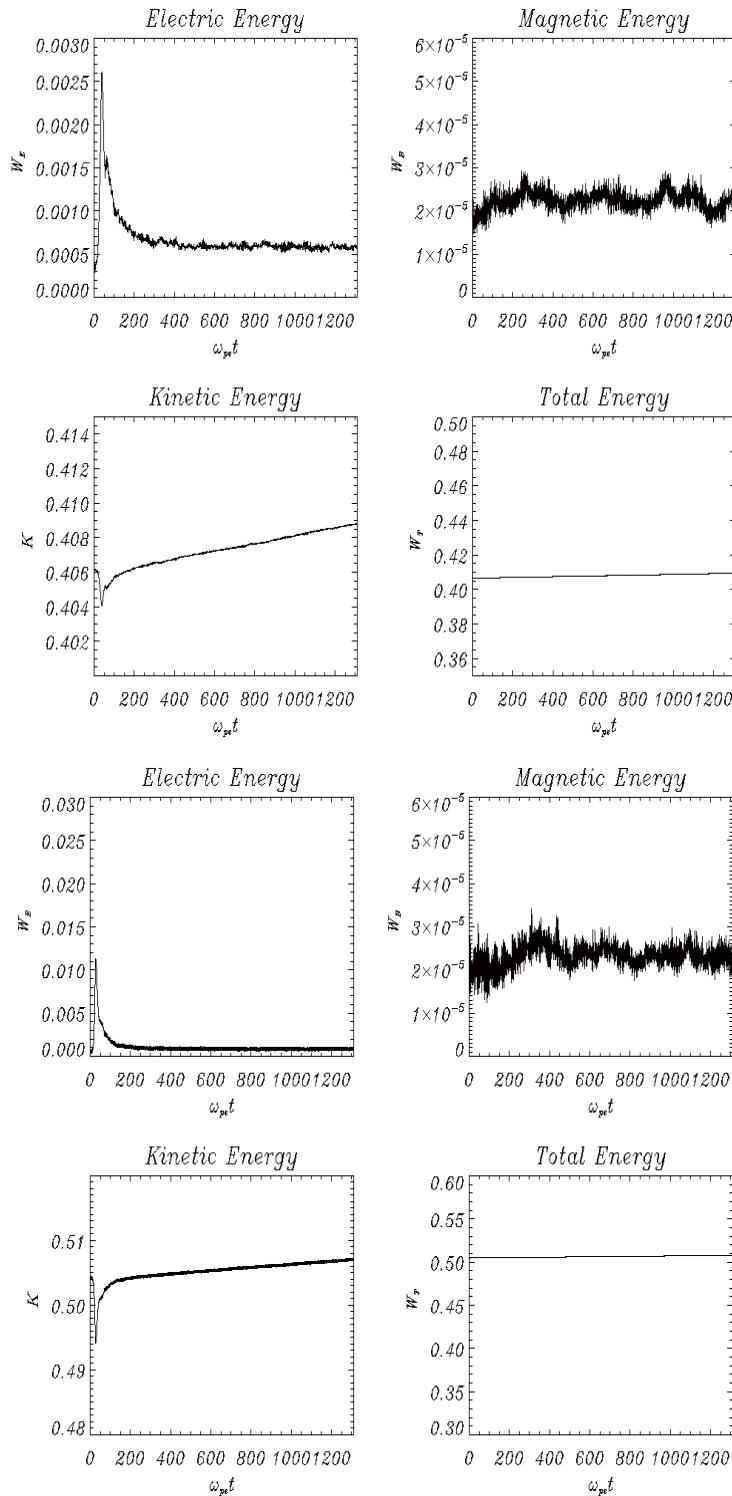
7.2.1 Resultados para $\kappa = 3$

A figura 7.13 apresenta as relações de dispersão para $\kappa = 3$. Podemos observar uma diferença bem grande em relação aos resultados anteriores, em especial à figura 7.1, uma vez que o modo modificado apresenta uma inclinação maior do que a do caso para $\text{FDV}_{\kappa,1}$, o que se justifica no fato de que em uma sistema descrito pela $\text{FDV}_{\kappa,2}$, os modos de Langmuir são dependentes do índice espectral κ , como mostraram Ziebell *et al.* (2017).

A figura 7.14 apresenta as energias dos sistemas. Na figura da esquerda, que representa o caso com densidade do feixe de 1% do plasma de fundo, temos o único caso em que o pico na energia elétrica não está bem definido. Além disso, observamos um crescimento da ordem de 10^{-4} na energia magnética, desde o momento inicial até o final das simulações, porém, a energia total ainda se mantém constante. Os vórtices associados à estes casos são apresentados na figura 7.15.

A figura 7.16 apresenta os espaços de fase ao final das simulações. É evidente uma maior

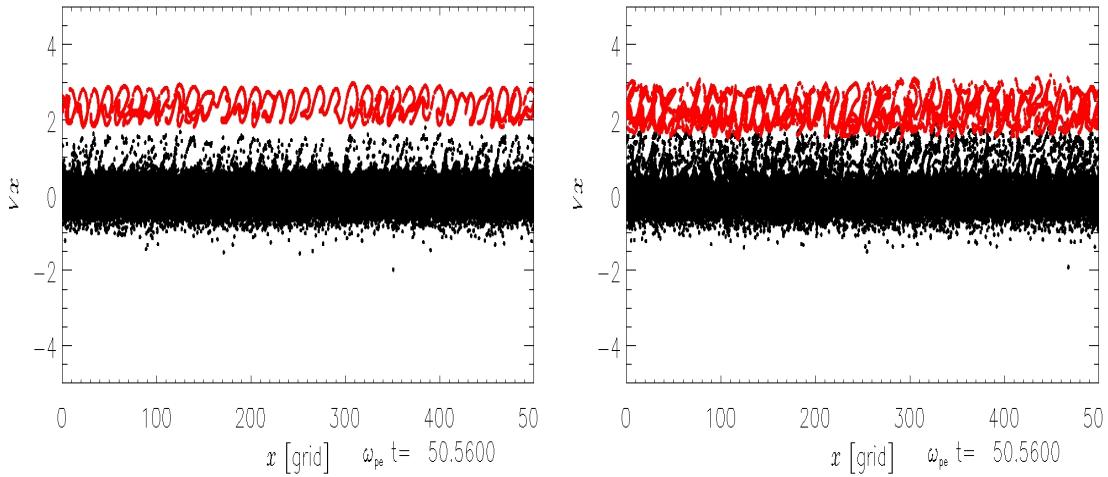
Figura 7.6 – Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.



Fonte: O autor (2021).

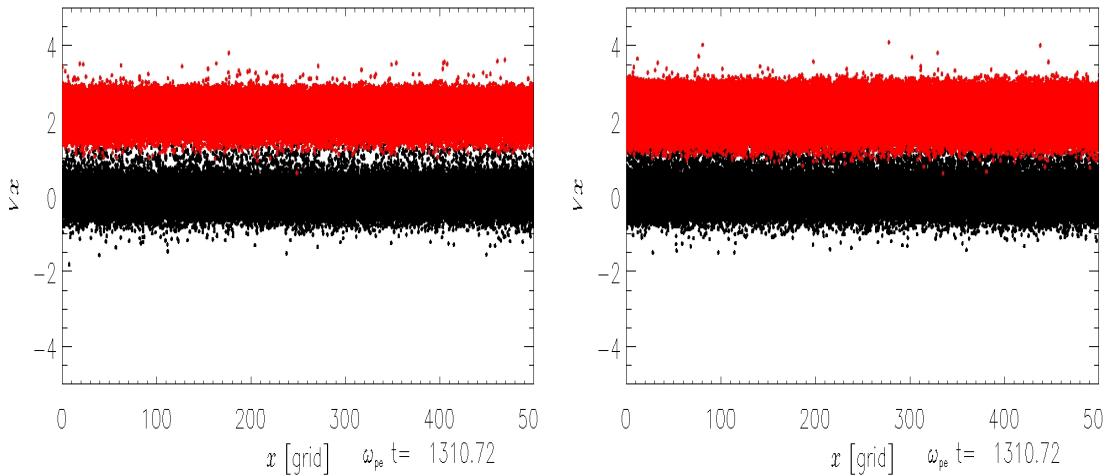
dispersão, em relação aos casos descritos pela FDVs_{K,1} (figuras 7.4, 7.8, 7.12).

Figura 7.7 – Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



Fonte: O autor (2021).

Figura 7.8 – Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



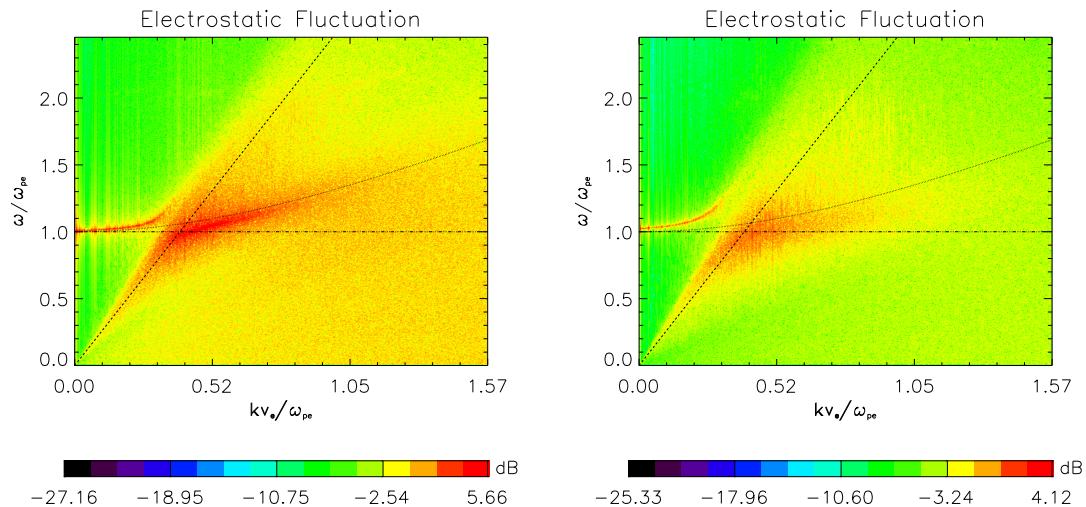
Fonte: O autor (2021).

7.2.2 Resultados para $\kappa = 5$

Na figura 7.17, que apresenta as relações de dispersão para $\kappa = 5$, vemos que o ruído volta à aparecer e que a intensidade dos modos oscilatórios se torna maior nas regiões próximas ao modo de Langmuir maxwelliano, se assemelhando aos resultados de Gomes (2017).

Na figura 7.18 vemos que os picos nas energias cinética e elétrica ficam bem definidos por volta dos 45 períodos de plasma, e os vórtices relacionados estão apresentados na figura 7.19. A energia magnética oscila por volta de $4 \times 10^{-5} k_B T_e$.

Figura 7.9 – Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.



Fonte: O autor (2021).

A figura 7.20 apresenta os espaços de fase ao final da simulação, que apresenta uma menor densidade de partículas com velocidades mais altas, quando comparada com o resultado para $\text{FDV}_{\kappa,2}$, $\kappa = 3$ (figura 7.16), e uma densidade maior dessas partículas quando comparada ao resultado para $\text{FDV}_{\kappa,1}$, $\kappa = 5$ (figura 7.8).

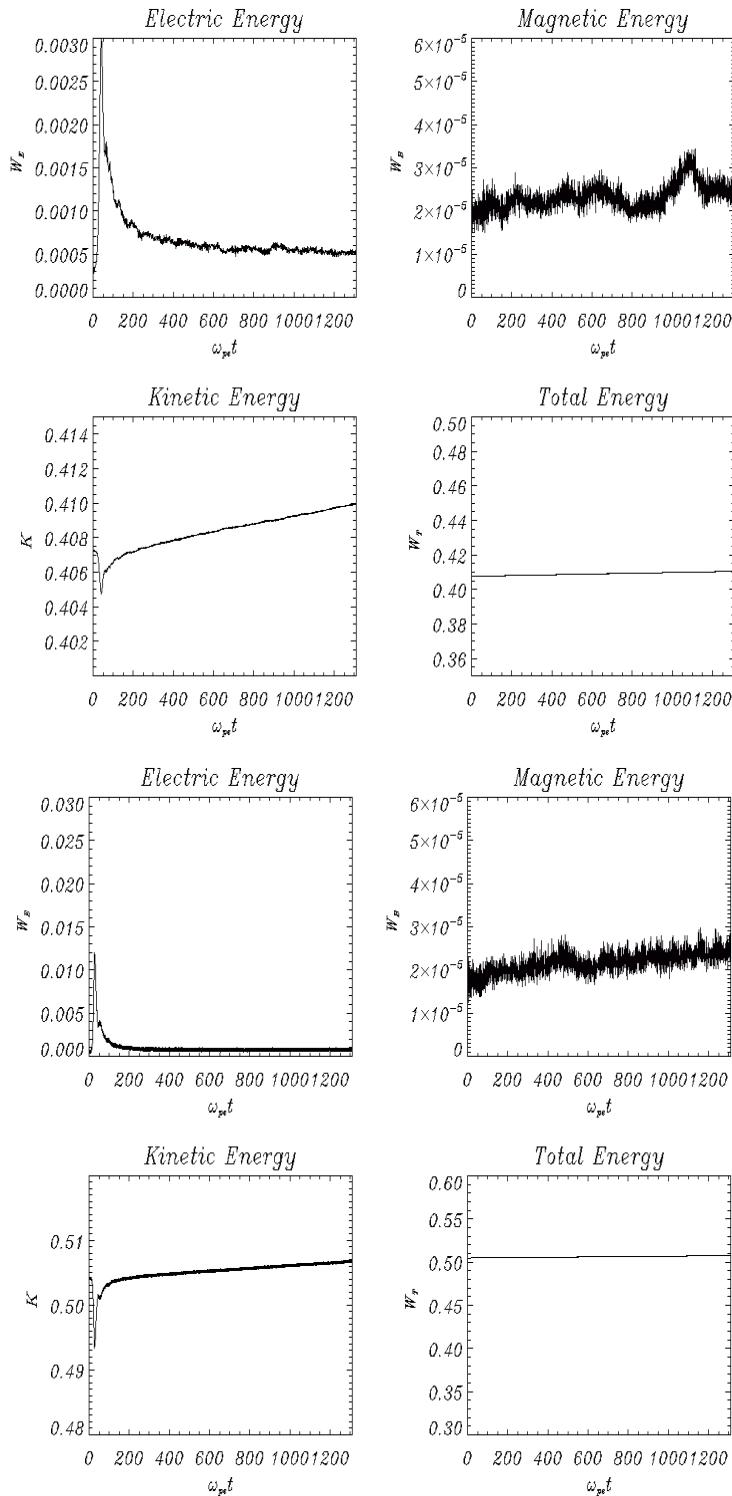
7.2.3 Resultados para $\kappa = 20$

Na figura 7.21, que mostra as relações de dispersão para o caso $\kappa = 20$, podemos observar uma semelhança muito grande com os resultados para mesmo índice κ nos sistemas descritos pela $\text{FDV}_{\kappa,1}$ (figura 7.13), que por sua vez, são muito semelhantes aos resultados para os sistemas feixe-plasma maxwellianos (figuras 5.3 e 5.4), o que corrobora com o fato de que a FDV_m é um limite assintótico, para grandes valores do índice espectral, para as FDVs_κ de maneira geral.

Pela figura 7.22, observamos os picos nas energias cinéticas e elétricas, e o vórtices associados são apresentados na figura 7.23. A energia magnética oscila entre $2 \times 10^{-5} k_B T_e$ e $3 \times 10^{-5} k_B T_e$.

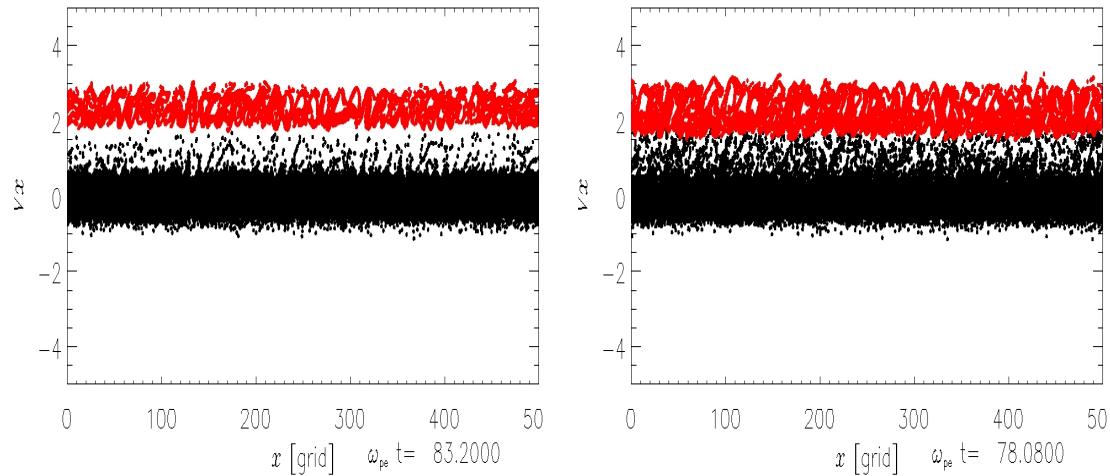
A figura 7.24 apresenta os espaço de fase ao final da simulação, que apresenta uma densidade bem menor de partículas com velocidades mais altas, em comparação aos casos anteriores para $\text{FDVs}_{\kappa,2}$.

Figura 7.10 – Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.



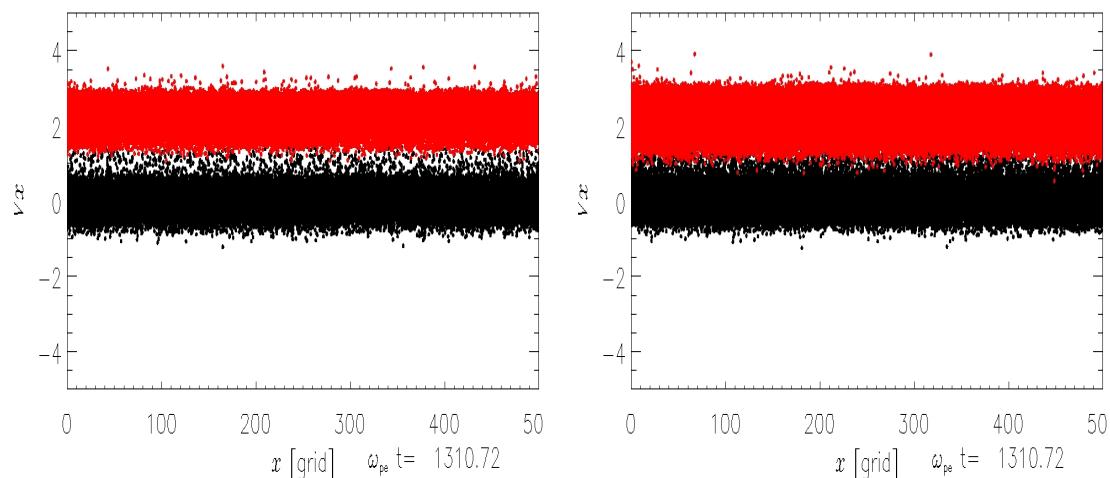
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.11 – Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



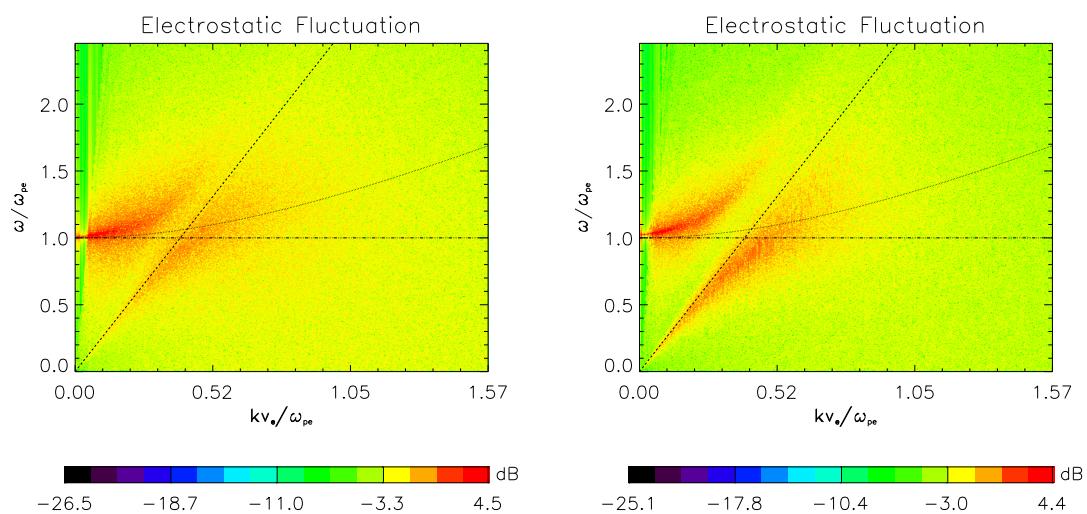
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.12 – Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



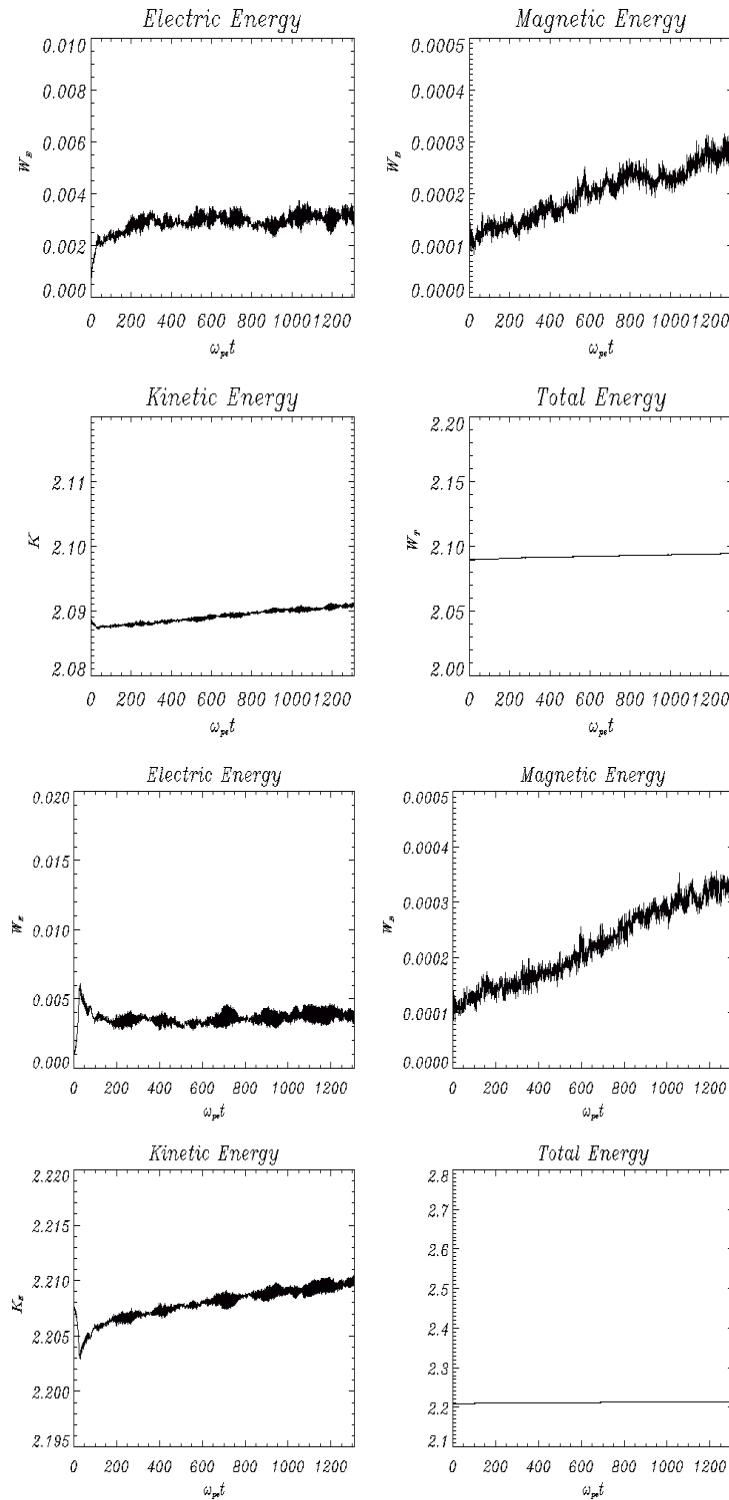
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.13 – Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.



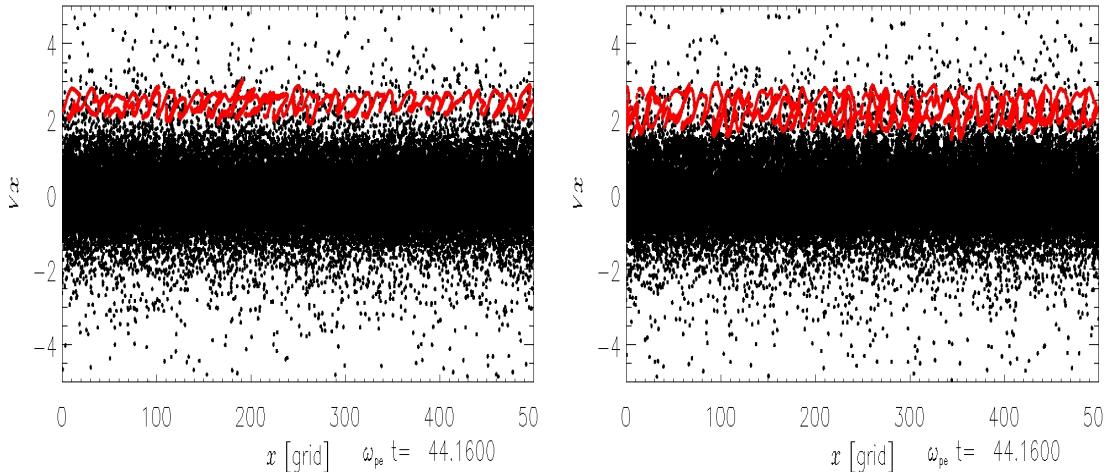
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.14 – Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.



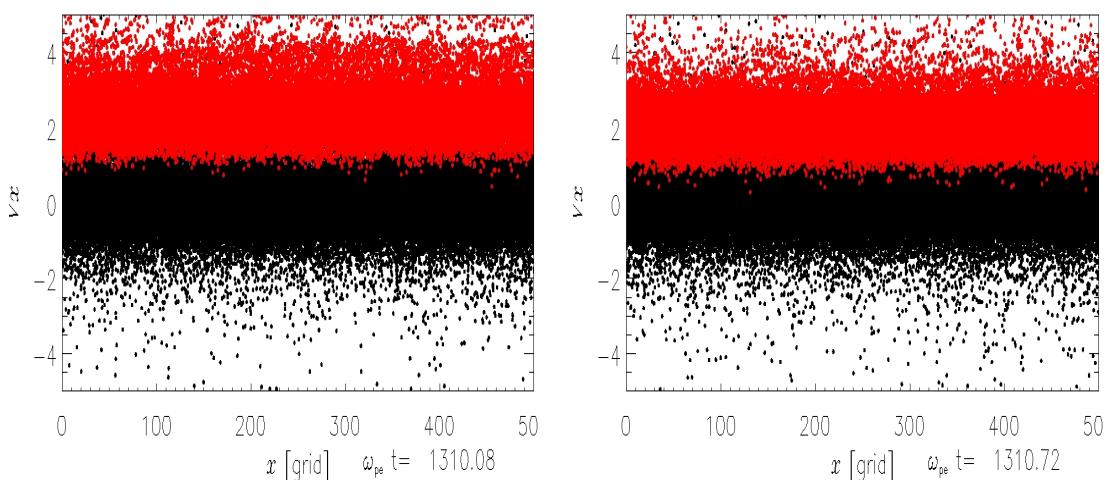
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.15 – Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



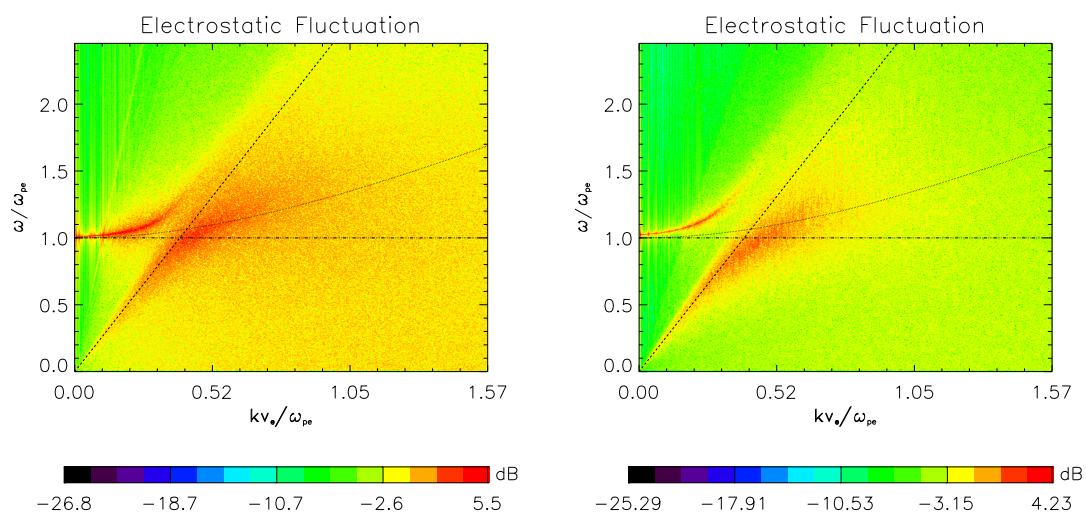
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.16 – Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



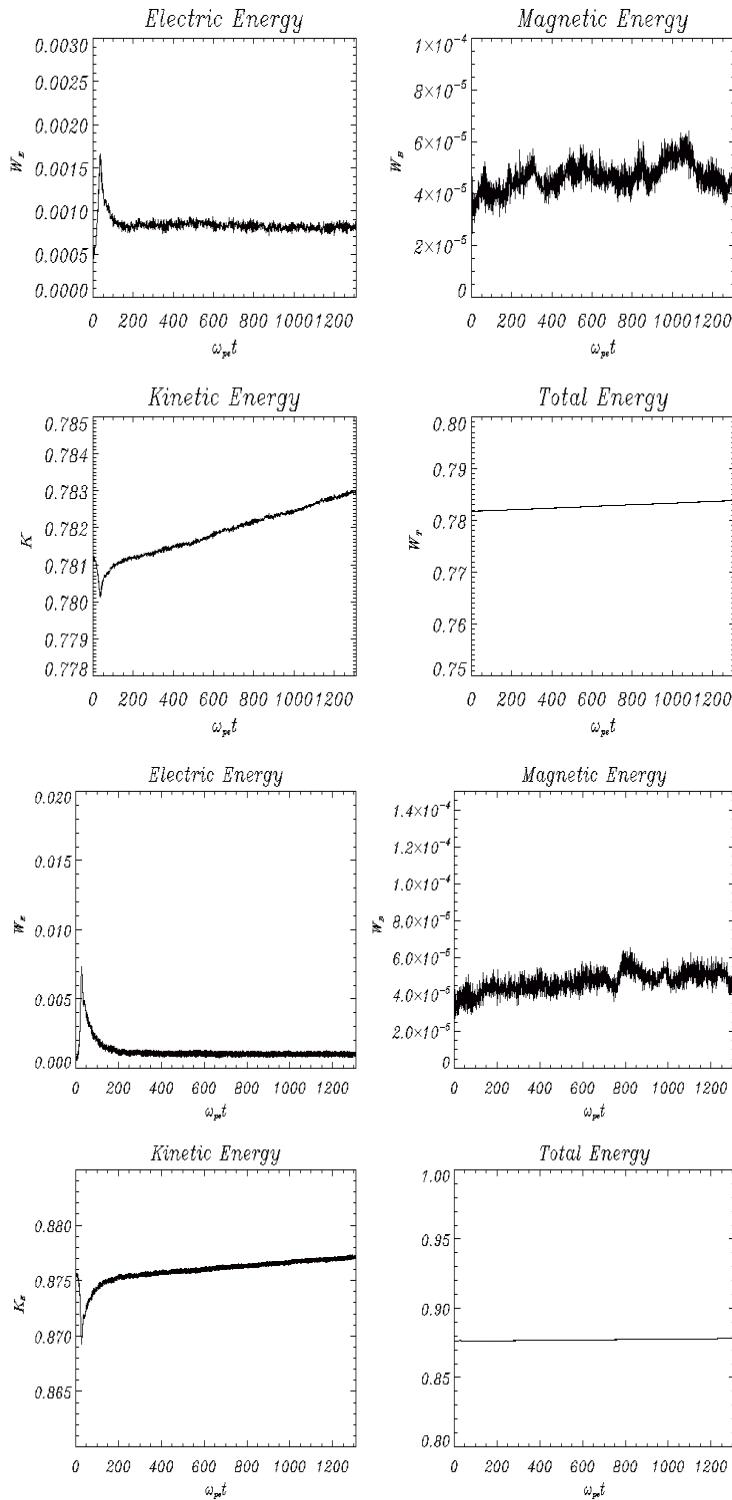
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.17 – Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.



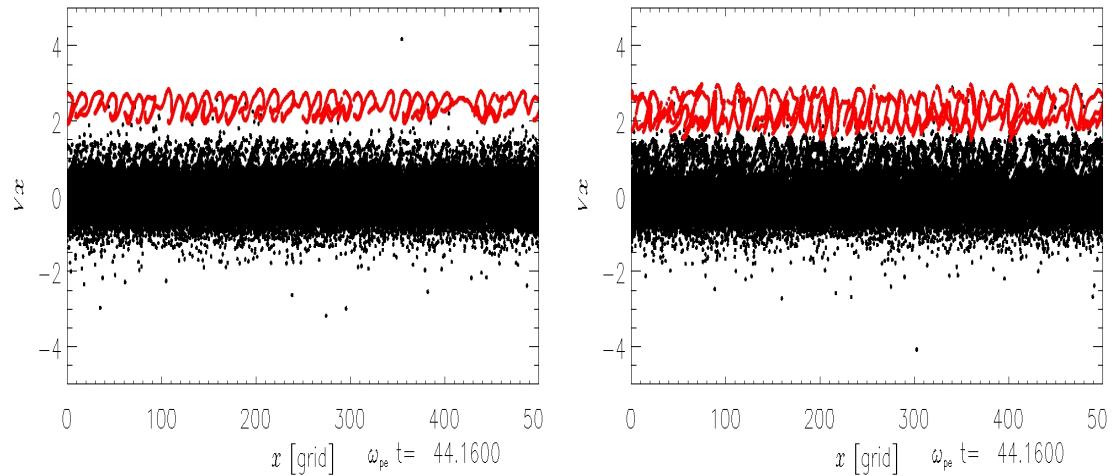
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.18 – Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.



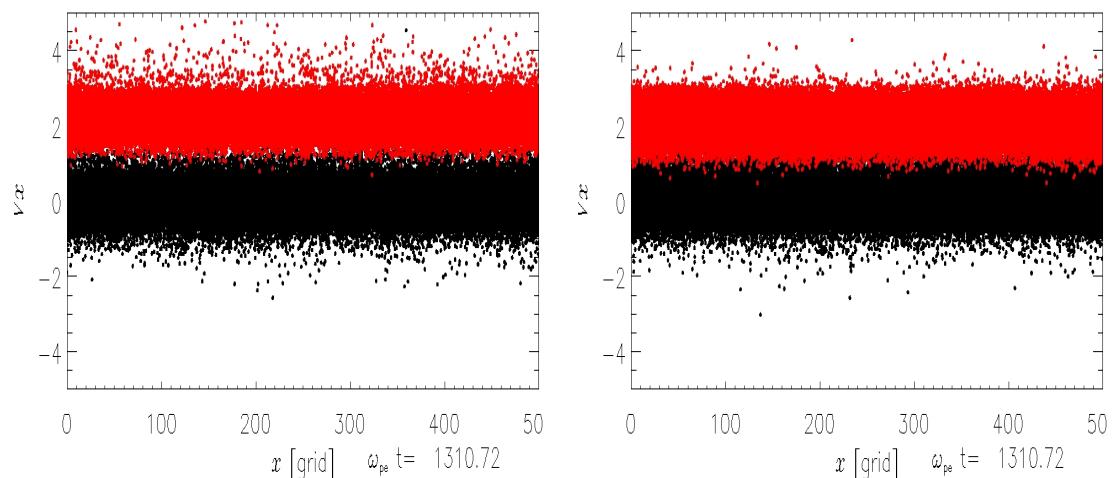
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.19 – Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



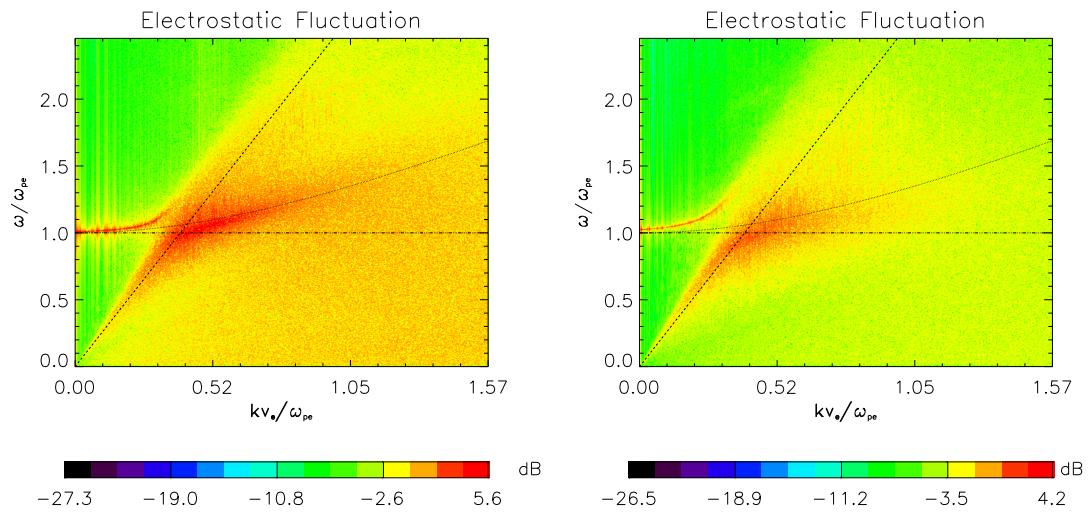
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.20 – Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



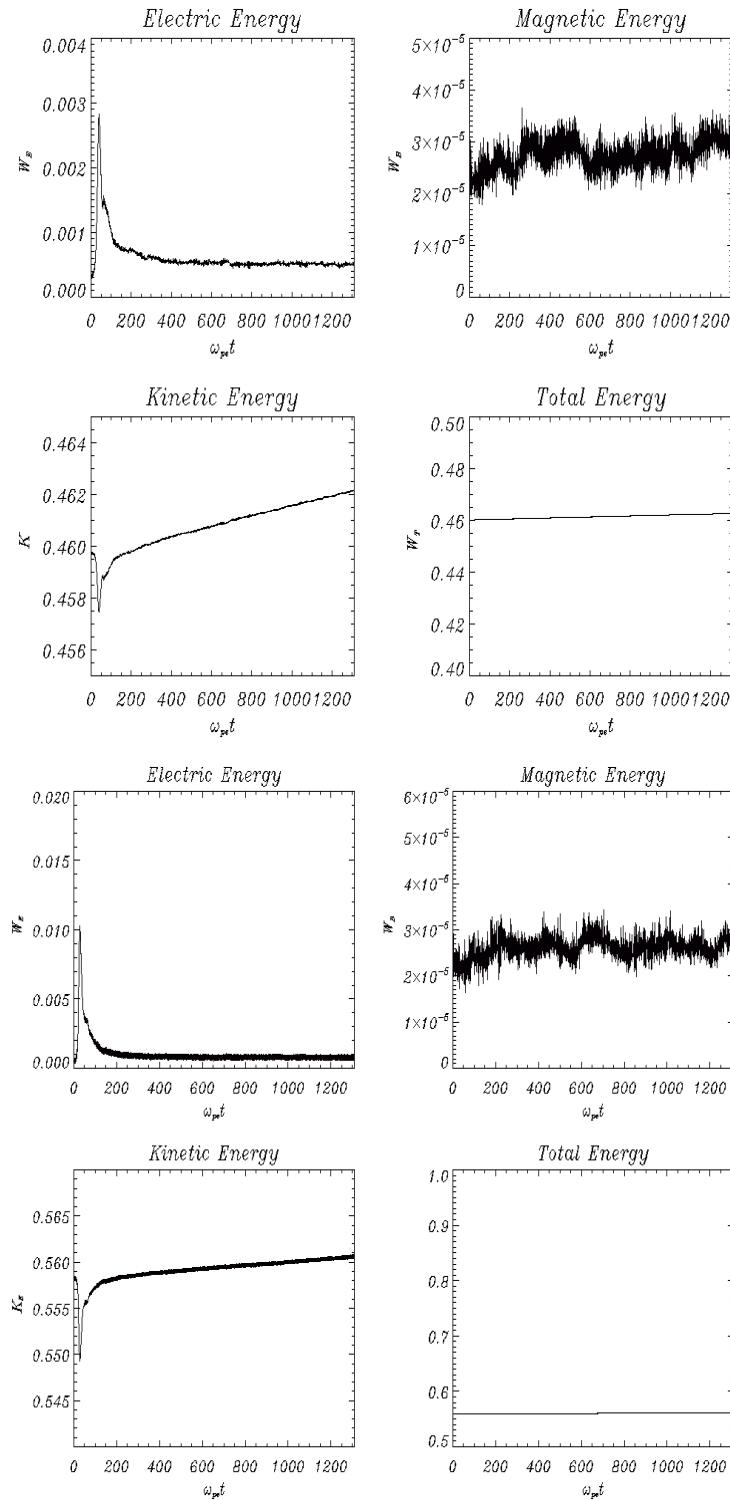
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.21 – Relações de dispersão para densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente. A linha traço-pontilhada representa o valor da frequência de plasma, a linha pontilhada a relação de dispersão teórica para os modos de Langmuir e a linha tracejada representa o modo do feixe, ambos para plasmas maxwellianos.



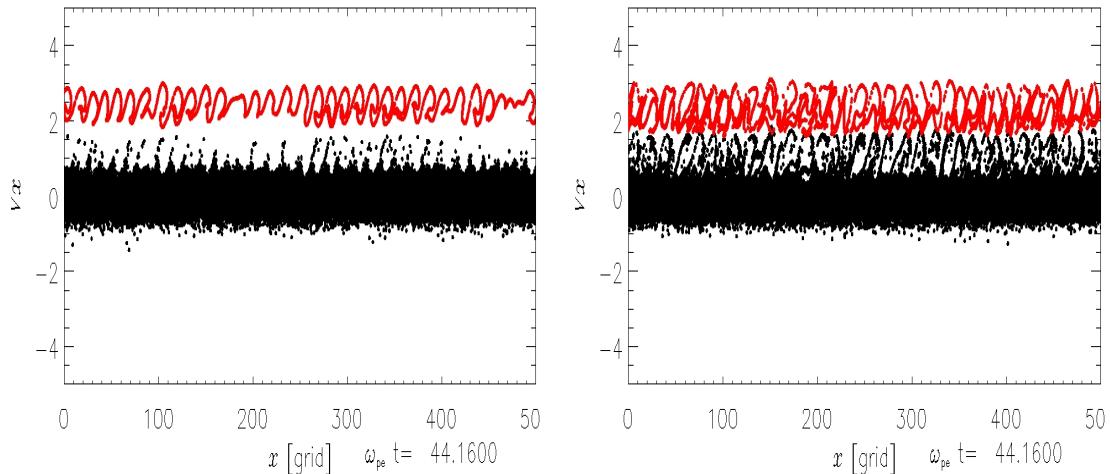
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.22 – Gráficos de energia elétrica, magnética, cinética e total para o sistema feixe plasma, com densidades do feixe de 1% e 4% do plasma de fundo, respectivamente.



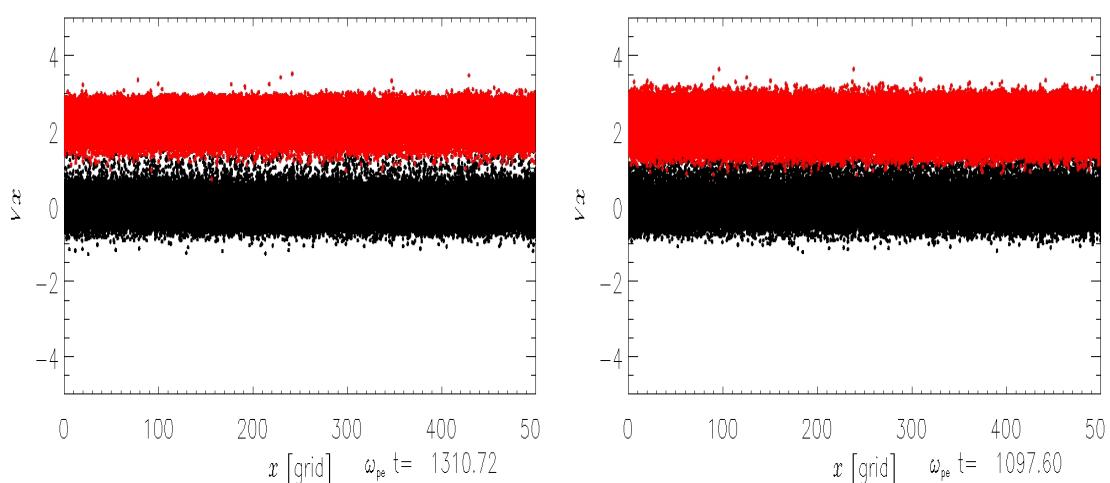
Fonte: O autor (2021).

Figura 7.23 – Espaço de fase: formação dos vórtices para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



Fonte: O autor (2021).

Figura 7.24 – Espaço de fase: instante final da simulação para densidades do feixe (pontos vermelhos) de 1% e 4% do plasma de fundo (pontos pretos), respectivamente.



Fonte: O autor (2021).

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando comparamos os resultados das simulações para as diferentes FDVs _{κ} , podemos perceber que o modo de Langmuir sofre alterações. Para o caso 1, os resultados das simulações mostram que o modo de Langmuir praticamente apresenta o mesmo comportamento de um plasma maxwelliano na interação feixe-plasma. No trabalho de Ziebell *et al.* (2017), cujos resultados para os modos de Langmuir são apresentados na figura (4.1), foi demonstrado que o modo de Langmuir não é modificado pelo índice κ , e ainda que a FDV _{$\kappa,1$} não introduz diferenças consideráveis nos resultados quando comparadas aos plasmas maxwellianos. Nossos resultados de simulação para a instabilidade feixe-plasma, de certa forma, demonstram que mesmo para instabilidade feixe-plasma, a FDV _{$\kappa,1$} não introduz alterações perceptíveis no comportamento do plasma de forma global, uma vez que os resultados das relações de dispersão para os sistemas feixe-plasma descritos por esta função mostram que a medida que o índice κ aumenta, os resultados se aproximam dos resultados para feixe-plasma maxwellianos (figuras 5.3 e 5.4). Para o caso 2, podemos perceber uma mudança no comportamento do modo de Langmuir, que agora é dependente do índice espectral, como previsto para a FDV do tipo 2 em Ziebell *et al.* (2017). Ainda, podemos perceber uma leve modificação no modo de feixe, quando comparamos os resultados para índice espectral $\kappa = 3$ (figuras 7.1 e 7.13). Embora os nossos resultados de simulação apresentem essa diferenças no modo de feixe, a afirmação de que a FDV _{$\kappa,2$} apresenta resultados diferentes para o modo de feixe ainda é ato especulativo, uma vez que não há tratamento teórico na literatura que permita comparar os resultados computacionais com a teoria.

Além disso, podemos observar que a medida em que o valor de κ aumenta, os resultados para as relações de dispersões obtidos por ambas FDV _{$\kappa,1$} e FDV _{$\kappa,2$} tendem ao caso feixe-plasma maxwelliano, o que mostra que as nossas simulações estão corretas, e ainda, evidencia o fato de que o efeito das FDVs _{κ} é mais evidente para baixos valores do índice espectral, característica dos elétrons nas magnetosferas de planetas gigantes, por exemplo, onde temos $\kappa \approx 2$ (CARBARY *et al.*, 2014).

A partir dos resultados para as energias, podemos observar picos assimétricos de energia elétrica e cinética, que estão associados à formação dos vórtices e mostram que o tempo de simulação foi suficiente para que haja interação entre o plasma de fundo e o feixe (GOMES, 2017). Ainda observando os gráficos de energia, para um valor fixo do índice espectral κ , o sistema com feixe mais denso apresenta uma maior energia cinética, porém um resultado interessante surge da análise da variação da energia cinética à medida em que o índice κ aumenta. Enquanto nos sistemas descritos pela FDV _{$\kappa,1$} a energia cinética resultante se mantém praticamente constante a medida que o índice κ aumenta, como mostram as figuras 7.2, 7.6 e 7.10, nos sistemas descritos pela FDV _{$\kappa,2$} percebemos, através das figuras 7.14, 7.18 e 7.21, que a energia cinética resultante é inversamente proporcional ao índice espectral κ . Assim, mostramos que a escolha da representação afeta diretamente a interpretação física do sistema, o que ressalta a importância da discussão, uma vez que a manifestação da natureza não deve depender do modelo escolhido para sua descrição. Assim sendo, este estudo já possui uma continuação natural bem clara: compreender o que promove

essa discrepância pode ser um passo a mais na direção de definir qual a representação mais adequada para as FDVs_K.

Por fim, este trabalho possibilitou o estudo da dinâmica dos plasmas, com foco na teoria cinética e na análise da propagação de ondas em plasmas, assuntos não abordados formalmente nas cadeiras do curso de bacharelado em Física. Ainda, além de estudarmos a teoria clássica de plasmas descritos por FDVs_m, o que já acarreta no estudo dos métodos matemáticos envolvidos na obtenção dos modos oscilatórios clássicos, a introdução das FDVs_K traz consigo a necessidade da aplicação da relatividade restrita, evidenciando a relevância dos conceitos apresentados durante a graduação.

REFERÊNCIAS

- ABDUL, R. F.; MACE, R. L. A method to generate kappa distributed random deviates for particle-in-cell simulations. **Computer Physics Communications**, v. 185, n. 10, p. 2383–2386, out. 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2014.05.006>. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001046551400160X?casa_token=38QbW5lz0u0AAAAA:2Y1yZeX8Vfik0i-YTWzcuWejsOAC-sxMjsaFVIbOCxXwGq4mW0oUE3elbNXGZ80iuVv0kz0B1og. Acesso em: 6 jul. 2020.
- APPLETON, E. V.; BEYNON, W. J. G. The application of ionospheric data to radio-communication problems: part i. **Proceedings of the Physical Society**, v. 52, n. 4, p. 518–533, jul 1940. DOI: 10.1088/0959-5309/52/4/311. Disponível em: <https://doi.org/10.1088%2F0959-5309%2F52%2F4%2F311>. Acesso em: 14 nov. 2020.
- BAKER, D. N. *et al.* A major solar eruptive event in july 2012: Defining extreme space weather scenarios. **Space Weather**, v. 11, n. 10, p. 585–591, sep. 2013. DOI: <https://doi.org/10.1002/swe.20097>. Disponível em: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/swe.20097>.
- BIRDSALL, Charles; LANGDON, Bruce. **Plasma physics via computer simulation**. 1. ed. Boca Raton: CRC press, 2004.
- BITTENCOURT, José. **Fundamentals of plasma physics**. 3. ed. New York: Springer Science & Business Media, 2013.
- BREKKE, Asgeir; EGELAND, Alv. **The northern light**: from mythology to space research. 1. ed. Berlin: Springer Science & Business Media, 2012.
- BUTKOV, Eugene. **Física matemática**. 1. ed. [s. l.]: Livros Técnicos e Científicos, 1988.
- CARBARY, JF *et al.* Using the kappa function to investigate hot plasma in the magnetospheres of the giant planets. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 119, n. 10, p. 8426–8447, nov. 2014. DOI: <https://doi.org/10.1002/2014JA020324>. Disponível em: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/2014JA020324>. Acesso em: 18 jan. 2021.
- CHEN, Francis. **Introduction to plasma physics and controlled fusion**. 3. ed. Cham: Springer, 2016.
- COURANT, R.; FRIEDRICHS, K.; LEWY, H. On the partial difference equations of mathematical physics. **IBM journal of Research and Development**, v. 11, n. 2, p. 215–234, mar. 1967. DOI: 10.1147/rd.112.0215. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/5391985>. Acesso em: 30 jul. 2020.
- GARCIA, J. A. *et al.* High-Density Plasma Effects in Accretion Disks around Black Holes. In: **American Astronomical Society Meeting Abstracts**. [S. l.: s. n.], 2020. (American Astronomical Society Meeting Abstracts), p. 346.04.
- GOLD, T. Plasma and magnetic fields in the solar system. **Journal of Geophysical Research**, v. 64, n. 11, p. 1665–1674, nov. 1959. DOI: <https://doi.org/10.1029/JZ064i011p01665>. Disponível em: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/JZ064i011p01665>. Acesso em: 3 jul. 2020.
- GOMES, J. V. **Aceleração de Elétrons Devido à Turbulência de Langmuir Via Simulação Por Partículas**. 2017. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pelotas, 2017.
- GRIFFITHS, David. **Introduction to electrodynamics**. 3. ed. São Paulo: Pearson, 2011.

GURNETT, Donald; BHATTACHARJEE, Amitava. **Introduction to plasma physics:** with space and laboratory applications. 1. ed. Cambridge: Cambridge university press, 2005.

HASEGAWA, A.; MIMA, K.; DUONG-VAN, M. Plasma distribution function in a superthermal radiation field. **Phys. Rev. Lett.**, v. 54, n. 54, p. 2608, jun. 1985. DOI: 10.1103/PhysRevLett.54.2608. Disponível em: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.54.2608>. Acesso em: 6 jul. 2020.

HAYAKAWA, H. et al. Records of sunspot and aurora during ce 960–1279 in the chinese chronicle of the sòng dynasty. **Earth, Planets and Space**, v. 67, n. 1, p. 82, maio 2015. DOI: <https://doi.org/10.1186/s40623-015-0250-y>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1186/s40623-015-0250-y#citeas>. Acesso em: 1 jul. 2020.

HELLBERG, M. A. et al. Comment on “mathematical and physical aspects of kappa velocity distribution”[phys. plasmas 14, 110702 (2007)]. **Physics of Plasmas**, v. 16, n. 9, p. 094701, ago. 2009. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.3213388>. Disponível em: <https://aip.scitation.org/doi/full/10.1063/1.3213388>. Acesso em: 6 jul. 2020.

HOFERT, M. On sampling from the multivariate t distribution. **The R Journal**, v. 5, n. 2, p. 129–136, dez. 2013. Disponível em: <https://journal.r-project.org/archive/2013/RJ-2013-033/RJ-2013-033.pdf>. Acesso em: 1 ago. 2020.

KANE, R. P. The idea of space weather: a historical perspective. **Advances in Space Research**, v. 37, n. 6, p. 1261–1264, fev. 2006. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2006.01.014>. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0273117706000226?casa_token=YrjYVvTrKsYAAAAA:RgwtO3KYi12BNcgq2rrCl67GeLIOEWdcA22Mavrm4ELPimEVj-Dt2UzZUiVkJYUdoVoP_sm1ols. Acesso em: 3 jul. 2020.

KIVELSON, Margaret; RUSSEL, Christopher. **Introduction to space physics**. 1. ed. Cambridge: Cambridge university press, 1995.

KRALL, Nicholas; TRIVELPIECE, Alvin. **Principles of plasma physics**. 1. ed. [s. l.]: San Francisco Pr, 1986.

LANDAU, L. D. On the vibrations of the electronic plasma. In: LANDAU, L. D. **Collected papers of L. D. Landau**. 1. ed. New York: Gordon and Breach, 1965. p. 445–460.

LANGMUIR, Irving. Oscillations in ionized gases. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, v. 14, n. 8, p. 627, ago. 1928. DOI: 10.1073/pnas.14.8.627. Disponível em: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1085653/?page=1>. Acesso em: 17 fev. 2021.

LAZAR, M.; SCHLICKEISER, R.; POEDTS, S. Suprathermal particle populations in the solar wind and corona. In: LAZAR, M.; SCHLICKEISER, R.; POEDTS, S. **Exploring the solar wind**. 1. ed. Rijeka: IntechOpen, 2012. p. 241–260.

LEUBNER, M. P. A nonextensive entropy approach to kappa-distributions. **Astrophysics and space science**, v. 282, n. 3, p. 573–579, nov. 2002. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1020990413487>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1020990413487>. Acesso em: 6 jul. 2020.

LIVADIOTIS, G. Introduction to special section on origins and properties of kappa distributions: statistical background and properties of kappa distributions in space plasmas. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 120, n. 3, p. 1607–1619, fev. 2016. DOI: <https://doi.org/10.1002/2014JA020825>. Disponível em: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/2014JA020825>. Acesso em: 8 jul. 2020.

- MELROSE, Donald. **Instabilities in space and laboratory plasmas**. 1. ed. New York: Cambridge University Press, 1986.
- OLIVEIRA, A. W. S. de. **Simulações PIC de Plasmas com Funções de Distribuição de Velocidades do Tipo Kappa**. 2018. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pelotas, 2018.
- OMURA, Yoshiharu; MATSUMOTO, Hiroshi. KEMPO1: Technical Guide to One-Dimensional Electromagnetic Particle Code. In: MATSUMOTO, H.; OMURA, Y. (Ed.). **Computer Space Plasma Physics: simulation techniques and software**. [s. l.]: Terra Scientific Publishing Company (TERRAPUB), 1993. p. 21–65.
- PARKS, George. **Physics of space plasmas**: an introduction. 2. ed. Boulder: Westview Press, 2003.
- PIERRARD, V.; LAZAR, M. Kappa distributions: theory and applications in space plasmas. **Solar Physics**, v. 267, n. 1, p. 153–174, out. 2010. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-010-9640-2>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11207-010-9640-2>. Acesso em: 4 jul. 2020.
- SALINAS, Sílvio. **Introdução a física estatística vol. 09**. São Paulo: Edusp, 1997.
- SCHERER, Klaus et al. **Space Weather**: the physics behind a slogan. 1. ed. Berlin: Springer Science & Business Media, 2005.
- Simões Jr., F. J. R. **Simulação Computacional de Emissões Eletromagnéticas em Plasmas Espaciais**. 2008. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Geofísica Espacial, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE - 15344- TDI/1380, 2008.
- SUMMERS, D.; THORNE, R. M. The modified plasma dispersion function. **Physics of Fluids B: Plasma Physics**, v. 3, n. 8, p. 1835–1847, jun. 1991. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.859653>. Disponível em: https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.859653?casa_token=JD3HInldQR8AAAAA:WKgDG5EbijuSzcvRmkNmoFLutwHd9IE_fyaLJr_hJewj2KMxMcNVy_xTFxnC8byu97ncWK3YiSz9. Acesso em: 1 ago. 2020.
- SWANSON, Donald. **Plasma waves**. 2. ed. Boca Raton: CRC Press, 2003.
- TONKS, L.; LANGMUIR, I. A general theory of the plasma of an arc. **Physical review**, v. 34, n. 6, p. 876, set. 1929. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRev.34.876>. Disponível em: <https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.34.876>. Acesso em: 4 jul. 2020.
- TREUMANN, Rudolf. Statistical mechanics of stable states far from equilibrium: thermodynamics of turbulent plasmas. In: **Physics of Space**: growth points and problems. 6 jul. 2020: Springer, 2001. p. 81–95.
- TSALLIS, C. Nonextensive statistics: theoretical, experimental and computational evidences and connections. **Brazilian Journal of Physics**, v. 29, n. 1, p. 1–35, mar. 1999. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0103-97331999000100002>. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-97331999000100002&script=sci_abstract&tlang=pt. Acesso em: 6 jul. 2020.
- VASYLIUNAS, V. M. A survey of low-energy electrons in the evening sector of the magnetosphere with ogo 1 and ogo 3. **Journal of Geophysical Research**, v. 73, n. 9, p. 2839–2884, maio 1968. DOI: <https://doi.org/10.1029/JA073i009p02839>. Disponível em: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/JA073i009p02839>. Acesso em: 20 jul. 2020.

WINSKE, D.; OMIDI, N. A nonspecialist's guide to kinetic simulations of space plasmas. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 101, n. A8, p. 17287–17303, ago. 1996. DOI: <https://doi.org/10.1029/96JA00982>. Disponível em: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/96JA00982>. Acesso em: 30 jul. 2020.

YOON, P. H.; RHEE, T.; RYU, Chang-Mo C-M. Self-consistent formation of electron κ distribution: 1. theory. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 111, n. A9, set. 2006. DOI: <https://doi.org/10.1029/2006JA011681>. Disponível em: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1029/2006JA011681>. Acesso em: 30 jul. 2020.

ZIEBELL, L. F.; GAELZER, R.; SIMÕES, F. J. R. Dispersion relation for electrostatic waves in plasmas with isotropic and anisotropic kappa distributions for electrons and ions. **Journal of Plasma Physics**, v. 83, n. 5, out. 2017. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022377817000733>. Acesso em: 20 jul. 2020.

ZOUGANELIS, I. *et al.* A transonic collisionless model of the solar wind. **The Astrophysical Journal**, v. 606, n. 1, p. 542, maio 2004. DOI: <https://doi.org/10.1086/382866>. Disponível em: <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/382866/meta>. Acesso em: 4 jul. 2020.

APÊNDICES

APÊNDICE A – AVALIAÇÃO DA INTEGRAL $G(C,1)$

Partimos da equação (3.39), definida no Capítulo 3. Escrevendo

$$\frac{1}{q-C} = \frac{(q+C)}{q^2 - C^2}, \quad (\text{A.1})$$

a equação (3.39) se torna

$$G(C,s) = \frac{1}{\pi^{1/2}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{q \exp(-sq^2)}{q^2 - C^2} dq + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C \exp(-sq^2)}{q^2 - C^2} dq \right]. \quad (\text{A.2})$$

A primeira integral no lado direito da Equação (A.2) é nula, já que seu integrando é ímpar e o intervalo de integração é simétrico. Assim, segue que

$$G(C,s) = \frac{1}{\pi^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C \exp(-sq^2)}{q^2 - C^2} dq. \quad (\text{A.3})$$

Tomando a derivada da Equação (A.3) em relação a s , temos

$$\frac{dG(C,s)}{ds} = -\frac{C}{\pi^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q^2 \exp(-sq^2)}{q^2 - C^2} dq = -\frac{C}{\pi^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 + \frac{C^2}{q^2 - C^2} \right) \exp(-sq^2) dq, \quad (\text{A.4})$$

que pode ser escrita na forma

$$\frac{dG(C,s)}{ds} = -\frac{C}{\pi^{1/2}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-sq^2) dq + C^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-sq^2)}{q^2 - C^2} dq \right]. \quad (\text{A.5})$$

A primeira integral na Equação (A.5) é da forma gaussiana, portanto sua solução é

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-sq^2) dq = \left(\frac{\pi}{s} \right)^{1/2}, \quad (\text{A.6})$$

de modo que tenhamos

$$\frac{dG(C,s)}{ds} = -\frac{C}{s^{1/2}} - \frac{C^3}{\pi^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-sq^2)}{q^2 - C^2} dq. \quad (\text{A.7})$$

Por comparação com a Equação (3.39), temos para Equação (A.7)

$$\frac{dG(C,s)}{ds} = -\frac{C}{s^{1/2}} - C^2 G(C,s). \quad (\text{A.8})$$

Multiplicando a Equação (A.8) por $\exp(sC^2)$, temos

$$\frac{dG(C,s)}{ds} \exp(sC^2) = -\frac{C \exp(sC^2)}{s^{1/2}} - C^2 \exp(sC^2) G(C,s), \quad (\text{A.9})$$

que reanjada fica

$$\frac{dG(C,s)}{ds} \exp(sC^2) + C^2 \exp(sC^2) G(C,s) = \frac{d}{ds} [G(C,s) \exp(sC^2)] = -\frac{C \exp(sC^2)}{s^{1/2}}. \quad (\text{A.10})$$

Integrando a Equação (A.10) no intervalo $0 < q < 1$, na forma

$$\int_0^1 \frac{d}{ds} [G(C,s) \exp(sC^2)] dq = - \int_0^1 \frac{C \exp(sC^2)}{s^{1/2}} dq, \quad (\text{A.11})$$

temos, finalmente, que

$$G(C,1) = G(C,0) \exp(-C^2) - C \exp(-C^2) \int_0^1 \frac{\exp(sC^2)}{s^{1/2}} ds, \quad (\text{A.12})$$

APÊNDICE B – SOLUÇÃO PARA O REGIME DE ALTAS FREQUÊNCIAS

Partimos da Equação (3.45). fazemos a substituições de variáveis

$$\xi = C^2 - W^2, \quad (\text{B.1})$$

temos

$$k^2 \lambda_D^2 + 1 + iC\pi^{1/2} \exp(-C^2) - \int_0^{C^2} \left(1 + \frac{\xi}{C^2}\right)^{-1/2} \exp(-\xi) d\xi = 0. \quad (\text{B.2})$$

Expandindo o termo entre parênteses em uma série binomial, na forma

$$\left(1 + \frac{\xi}{C^2}\right)^{-1/2} = 1 + \frac{\xi}{2C^2} + \frac{3\xi^2}{8C^4} + \dots, \quad (\text{B.3})$$

temos para (B.2)

$$k^2 \lambda_D^2 + 1 + iC\pi^{1/2} \exp(-C^2) - \int_0^{C^2} \left(1 + \frac{\xi}{2C^2} + \frac{3\xi^2}{8C^4} + \dots\right) \exp(-\xi) d\xi = 0. \quad (\text{B.4})$$

Abrindo as integrais, temos

$$\begin{aligned} k^2 \lambda_D^2 + 1 + iC\pi^{1/2} \exp(-C^2) - & \left[\int_0^{C^2} \exp(-\xi) d\xi + \frac{1}{2} \int_0^{C^2} \left(\frac{\xi}{C^2}\right) \exp(-\xi) d\xi + \right. \\ & \left. + \frac{3}{8} \int_0^{C^2} \left(\frac{\xi}{C^2}\right)^2 \exp(-\xi) d\xi + \dots \right] = 0. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Utilizando a relação (BITTENCOURT, 2013)

$$\int_0^{C^2} \left(\frac{\xi}{C^2}\right)^n \exp(-\xi) d\xi = \frac{n!}{C^{2n}} - \exp(-C^2) \left[1 + \frac{n}{C^2} + \dots + \frac{n!}{C^{2n}}\right], \quad (\text{B.6})$$

e desconsiderando os termos proporcionais à $\exp(-C^2)$ e de ordem maior que C^4 , uma vez que estamos no limite de $C \gg 1$, temos para Equação (B.5)

$$k^2 \lambda_D^2 = \frac{1}{2C^2} + \frac{3}{4C^4} - iC\pi^{1/2} \exp(-C^2). \quad (\text{B.7})$$