

八.  $L/K$  为域的代数扩张,  $\alpha \in L$  在  $K$  上极小多项式为  $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  ( $a_i \in K, a_n = 1$ )

又设  $\sigma \in \text{Galois 群 } \text{Gal}(L/K)$  (即  $\sigma$  是域  $L$  的自同构且对  $a \in K$  都有  $\sigma(a) = a$ )

证:  $\sigma(\alpha)$  在  $K$  上极小多项式也是  $f(x)$ .

九. 设  $R$  为整环,  $p$  为  $R$  中素元,  $a$  为  $R$  中非零元,

用反证法说明必有自然数  $m$  使得  $p^m | a$  但  $p^{m+1} \nmid a$ .

## 二. 判断题

3. 设  $L/K$  为域扩张, 则  $L$  中全体  $K$  上既约多项式  $L$  的子域.

5. 对于交换环  $R$  的理想  $I \neq R$ ,  $I$  为  $R$ -素理想  $\Leftrightarrow$  商环  $R/I$  为域. (X)

6. 设  $I, J, K$  为  $R$  的理想, 则  $I \subseteq K$  包含  $I$  时,  $J \subseteq K$  包含  $J$ . (X) 极大理想

五. 进阶题 (b). 设  $R$  为交换环, 且对  $\forall a \in R$  都有  $n \geq 1$  使得  $a^n = a$ .

证明  $R$  中任一素理想  $\mathfrak{p}$  为  $R$  的极大理想.