NJU 数学分析 C 期中考试

2012.11.02

一、计算 ($3\times 8=24$ **分**)

1. **设** $f(x,y)=\arctan\frac{x+y}{1-xy}$, **求** $f_x'(0,0)$.

2. **设** $f(x,y)=\begin{pmatrix} xy \\ x^2y\end{pmatrix}, g(s,t)=\begin{pmatrix} s+t \\ s^2-t^2\end{pmatrix}$, **求** $f\circ g$ **在** $(s,t)=(2,1)$ **处的** Jacobi **矩阵**.

3. **求函数** $f(x,y)=\ln(1+x+y)$ **在** $(x,y)=(0,0)$ **处的** Taylor **展式到二阶为止**.

二、计算 ($3\times 8=24$ **分**)

1. **求** $\iint\limits_D \mathrm{e}^{\frac{y}{x+y}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, **其中** $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,|\,x+y\le 1, x\ge 0, y\ge 0\}$.

2. **求** $\iiint\limits_V z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$, **其中** V **是由锥面** $z^2=\frac{h^2}{R^2}(x^2+y^2)$ **以及平面** $z=h$ **所围成的区域** , $R,h>0$.

3. **求** $\iiint\limits_V \dfrac{xyz}{(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^q}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$, **其中** $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\,|\,x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0, x^2+y^2+z^2\le 1\}, q<6$.

三、(12 **分**) **从方程组** $\begin{cases} x+y+z+u+v=1 \\ x^2+y^2+z^2+u^2+v^2=2\end{cases}$ **中求出** $\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial v}{\partial x}$ **以及** $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$.

四、(12 **分**) **求** $f=x^my^nz^p$ **在条件** $x+y+z=a$ **之下的最大值, 其中** $a,m,n,p,x,y,z>0$.

五、(10 **分**)

设 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x-y}{x^2+y^2}\sin(x^2+y^2), & (x,y)\neq(0,0); \\ 0, & (x,y)=(0,0).\end{cases}$.

讨论:

(1)$f(x,y)$ **在** $(0,0)$ **处是否连续?**

(2)$f(x,y)$ **在** $(0,0)$ **处是否可微?**

六、(10 **分**) **令** V **为** $\mathbb{R}^3$ **中的一参数曲面** $\{(x(u,v),y(u,v),z(u,v)\,|\,(u,v)\in[a,b]\times[c,d]\}$, **其中** $a<b, c<d$, $x(u,v)$ **为** (u,v) **的连续函数**, $y(u,v)$, $z(u,v)$ **均为** (u,v) **的连续可微函数. 证明:**V **为零体积集.**