

# 南京大学数学系概率论期中试卷(2017)

2016/2017 学年第二学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率论基础

院系 班级 学号 姓名

考试时间 2017/04/18 任课教师 代雄平 赵进 考试成绩

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

一. (10分) 证明：抽签与顺序无关。

二. (10分) 从一副纸牌（52张）中随机地抽取一张。用 $E$ 表示抽得一张A；用 $F$ 表示抽得一张黑桃。问： $E$ 与 $F$ 是否独立并证明。

三. (10分) Buffon针问题：平面上画满等距平行直线（间距= $d$ ）。现在将一根长为 $l$  ( $l < d$ ) 的细针随机地扔到平面上。求针与直线相交的概率。

四. (10分) 分赌问题：一个 $B(1, p)$ -型Bernoulli试验独立重复做下去。问：在 $m$ 次失败之前取得 $n$ 次成功的概率是多少？

五. (25分)

- (a) 陈述概率空间的定义。(5分)
- (b) 若 $B$ 是一事件满足 $P(B) > 0$ 。证明：条件概率 $P(\cdot|B)$ 是一个概率。(10分)
- (c) 证明概率具有（上，下）连续性。(10分)

六. (25分) 一家保险公司将人分成两类—事故敏感型与非事故敏感型；前者占百分之30而后者占百分之70。统计发现一个事故敏感型人1年内发生一次事故的概率为0.4，而非事故敏感型人1年内发生一次事故的概率为0.2。

- (1) 求一个新顾客1年内发生一次事故的概率。(10分)
- (2) 如果已知一个新顾客在第1年内发生了一次事故；问该顾客在第2年再发生一次事故的概率是多少？(15分)

七. (10分) 假设有一个无穷大的缸和无穷多个放在缸外的球 $b_1, b_2, b_3, \dots$ 。若在时间12 a.m.之前的一分钟时刻将球 $b_1 \sim b_{10}$ 放入缸中并随机地从缸中抽出一球扔掉（设抽球不占时间）；接着，在时间12 a.m.之前的 $\frac{1}{2}$ 分钟时刻将球 $b_{11} \sim b_{20}$ 放入缸中并随机地从缸中抽出一球扔掉；然后，在时间12 a.m.之前的 $\frac{1}{4}$ 分钟时刻将球 $b_{21} \sim b_{30}$ 放入缸中并随机地从缸中抽出一球扔掉概率；在时间12 a.m.之前的 $\frac{1}{8}$ 分钟时刻将球 $b_{31} \sim b_{40}$ 放入缸中并随机地从缸中抽出一球扔掉；如此重复下去。问：在12 a.m.时刻缸中有0个球的概率多少？