南京大学数学系概率论期末试卷(2013-B)

2012/2013 学			学年2	第二学	期考	试形式	闭卷	课程名称_		概	率论	
院系			班级		学号							
考试时间		2013/09/x		任课教师_ 代雄平 赵边			平 赵进	考试成绩				
	题号			三	四	五.	六	七	八	九	十	总分
	得分											

一. (10分) 叙述第一Borel-Cantelli引理并证明之。

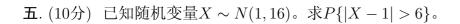
二. (10分) 求参加某次集会的50名同学中至少有两个人同生日的概率(一年=365天)。

 Ξ . (10分) 设随机变量 ξ 与 η 相互独立且均服从标准正态分布。定义另一随机变量

$$\theta = \begin{cases} -\eta & \text{if } \xi \ge 0\\ \eta & \text{if } \xi < 0 \end{cases}$$

(1) 求 θ 的密度函数; (2) 判别 θ 是否服从标准正态分布。

四. (10分) 设随机变量 ξ , η , ζ 和 θ 独立且均服从标准正态分布。求 $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 + \theta^2$ 的密度函数。



七. (10分) 设随机变量X满足DX=0且 $EX^2<\infty$ 。证明 $P\{X=EX\}=1$ 。

六. (10分) 已知随机变量 $\xi_1 \sim P(1), \xi_2 \sim P(2)$ 和 $\xi_3 \sim P(3)$ 且 ξ_1, ξ_2, ξ_3 独立。求概率 $P\{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = 4\}$ (这里 $P(\lambda)$ 表示Poisson分布)。

八. (10分) ξ 表示独立地抛掷次20(公平)骰子所得总点数。用中心极限定理近似计 算 $P\{30 \le \xi \le 40\}$ 。

第三页(共五页)

九. (10分) Y_n 表示某种股票在第n日的价格,满足: $Y_n = Y_{n-1} + X_n$, $n = 1, 2, \ldots$, 其中 X_1, X_2, \ldots 是一列i.i.d.随机变量且满足 $0 = EX_n, 2 = DX_n$ 。若今日的股票价格为100元,估计在未来10日内,该股票价格保持在90元~110元的概率。

十. (10分) 设 $X_n, n = 1, 2, ...,$ 是一列独立的随机变量,满足 $X_n \sim B(1; \frac{1}{n})$ 。证明:

$$\lim_{n \to \infty} P\left\{ \left| \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} - \frac{1 + 1/2 + \dots + 1/n}{n} \right| \ge 10 \right\} = 0.$$