

南京大学数学系试卷 B 卷 标准答案

2009/2010 学年第二学期 考试形式 闭卷 课程名称 近世代数
 院系 数学 年级 2008 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	合计
得分										

一、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 设 $\sigma = (1234)(567)$, $\tau = (257)(1346)$, 则 $\tau\sigma\tau^{-1} = \underline{(127)(3546)}$. (要求写成不相交轮换的乘积).
2. 对称群 S_n 是可解群当且仅当 n 不超过 4.
3. 整环 $\mathbb{Z}[i] = \{a+bi : a, b \in \mathbb{Z}\}$ 仅有的单位是 $\pm 1, \pm i$.
4. 设 R 为交换幺环, $I \neq R$ 为 R 的理想, 则 I 为 R 的极大理想当且仅当 R/I 为 域.
 I 为 R 的素理想当且仅当 R/I 为 整环.
5. 设 $m = p_1^{a_1} \cdots p_n^{a_n}$ (其中 p_1, \dots, p_n 为不同素数), 依中国剩余定理, 环 $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ 同构于 $\mathbb{Z}/p_1^{a_1}\mathbb{Z} \oplus \cdots \oplus \mathbb{Z}/p_n^{a_n}\mathbb{Z}$.

二、判断题 (在右端括号内填 \checkmark 或 \times , 每小题 2 分, 共 20 分)

1. 阶大于 1 的可解单群只有素数阶循环群. (\checkmark)
2. 任何域 F 上的 n 元多项式环都是 Noether 环. (\checkmark)
3. 设 L/K 为域的扩张, $\alpha \in L$ 为 K 上代数元且其极小多项式为 $f(x) \in K[x]$, 则 $K(\alpha) = K[x]/(f(x))$. (\checkmark)
4. 循环群与循环群的直积一定不是循环群. (\times)
5. 对于大于 1 的整数 m , $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ 为域当且仅当 m 为素数. (\checkmark)
6. 4 阶群与 6 阶群一定为 Abel 群. (\times)
7. 设 p 为素数, n 为正整数, 则 p^n 元域特征恰好为 p . (\checkmark)
8. 设 F 是特征为素数 p 的域, 则对 $a, b \in F$ 有 $(a-b)^p = a^p - b^p$. (\checkmark)
9. I, J 为交换幺环 R 的互素理想时 $IJ = I \cap J$. (\checkmark)
10. 整数环 \mathbb{Z} 是主理想整环, \mathbb{Z} 上一元多项式环 $\mathbb{Z}[x]$ 也是主理想整环. (\times)