

南京大学数学系试卷

2013/2014 学年第二学期期中 考试形式 闭卷 课程名称 数值计算方法
班级 学号 姓名
考试时间 2014.4.22 任课教师 考试成绩

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一. 分析与简述题 ($6 \times 5 = 30$ 分)

1. 已知 1.4177 作为 $\sqrt{2.01}$ 的近似数具有 5 位有效数字, 1.4142 作为 $\sqrt{2}$ 的近似数也具有 5 位有效数字, 问在一台 5 位字长的电子计算机上应当如何计算 $\sqrt{2.01} - \sqrt{2}$, 给出计算结果.
2. 设 $x^*, y^* \neq 0$ 分别为 x, y 的具有 4 位和 5 位有效数字的近似数, 给出计算 $\frac{x^*}{y^*}$ 的绝对误差限.
3. 设 $h > 0$ 为等距基点 $x_i = x + ih, i = 0, 1, \dots, n$ 的步长, $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_{n-1}x + a_0$, 其中 $a_0 \neq 0$, 求 $\Delta^n f(x)$.
4. 给出在字长为十进制二位的计算机上用浮点运算分别从左到右和从右到左计算 $1 + 0.4 + 0.3 + 0.2 + 0.04 + 0.03 + 0.02 + 0.02 + 0.01$ 的结果并对结果作出合理的解释.
5. 确定求积公式 $\int_{-2h}^{2h} f(x)dx = \frac{8}{3}hf(-h) - \frac{4}{3}hf(0) + \frac{8}{3}hf(h)$ 的代数精确度, 其中 $h > 0$.

二. (10分) 设

x_i	0	1	2	3	4
$f(x_i)$	1	5	5	7	13

求 $f(x)$ 带均差余项的 3 次 *Newton* 插值多项式并化到最简形式.

三. (10分) 已知

x	3	4	6
$f(x)$	6	0	2
$f'(x)$	1		-1

求 $f(x)$ 的三次样条插值函数 (只要求写出 M 方程组) .

四. (10分) 应用复合*Simpson*公式计算定积分 $\int_0^1 180e^{x-1}dx$ 时, 为使误差不超过 10^{-8} ,试确定所需的步长 h ,和基点的个数.

五. (10分) 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有二阶连续导数, 且 $f(a) = f(b) = 0$,证明 $\max_{a \leq x \leq b} |f(x)| \leq \frac{1}{8}(b-a)^2 \max_{a \leq x \leq b} |f''(x)|$.

六. (10分) 设 $f(x)$ 在点 $[a, b]$ 上具有 4 阶连续导数, 试利用过 a, b 两点的 *Hermite* 插值多项式导出带导数值的求积公式: $\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2}[f(a) + f(b)] + \frac{(b-a)^2}{12}[f'(a) - f'(b)] + \frac{(b-a)^5}{720}f^4(\eta), \eta \in (a, b)$.

七. (10分)设 $P_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, 试设计一种只需要做 n 次乘法和 n 次加法的算法来计算 $P_n(x)$.

八. (10分) 试推导 $\int_a^b f(x)dx$ 的复合中点公式 $I_n(f)$ 并给出对应的的算法.