《数值实验 I》考核试题（一） 2012年6月8日

试利用经典的 Runge-Kutta 方法求解如下问题

$$\begin{cases} y' = 5e^{5x}(y-x)^2+1, & x\in[0,1], \\ y(0)=1. \end{cases}$$

该问题的真解为 $y(x)=x-e^{-5x}$.

要求：

1、分别取步长 $h=\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{1}{10},\frac{1}{25},\frac{1}{50},\frac{1}{100},\frac{1}{200}$ 进行计算，利用计算结果计算误差收敛阶，并对计算结果中出现的问题进行分析，给出原因。

(1) $\frac{z}{e^z-1}$

2、提交上来的内容为数值实验报告文件，源程序附在报告文件后面。文件名统一取为学号！如 101110010.doc

(2) $\sin\frac{1}{z-2}$

17：00交卷。

请各位同学各自独立完成，严守考试纪律！

(2) 2 本性. $\sin\frac{1}{z-2}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}\cdot\left(\frac{1}{z-2}\right)^{2n+1}$ $\mathrm{Res}(f,2)=1$

一. (1) $2k\pi i\ (k=\pm1,\pm2,\cdots)$ 为一阶极点. 0为可去奇点. $\mathrm{Res}(f,2k\pi i)=\frac{2k\pi i}{1}=2k\pi i$

二. (1) $\cancel{\frac{2\pi a}{a^2-1}}$ $\frac{2\pi}{1-a^2}$ ($2\pi i\cdot\mathrm{Res}(f,ai)$. $z_1=\frac{i}{a}$ $z_2=ai$).

(2) 书P100/例5.3.9 须做.

八. Schwarz引理(P125)

如果$f(z)$在单位圆$\Delta(0,1)$内解析，且满足$f(0)=0$, $|f(z)|<1$ ($z\in\Delta(0,1)$).

则$z\in\Delta(0,1)$时. $|f(z)|\le |z|$, $|f'(0)|\le 1$.

且若在$\Delta(0,1)$内有某一复数$z_0\ne0$ 使 $|f(z_0)|=|z_0|$ 或$|f'(0)|=1$. 则$f(z)=e^{i\alpha}\cdot z$. ($\alpha\in\mathbb{R}$)