

南京大学数学系概率论期试题试卷(2012)

2013/2014 学年第二学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率论
 院系 班级 学号 姓名
 考试时间 2014/05/05 任课教师 代雄平 刘荣丽

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一. (15分) 陈述概率空间的定义并证明：

(1) 如果 $\{A_n\}$ 是单调增序列，则 $P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$;

(2) 如果 $\{B_n\}$ 是单调减序列，则 $P(\bigcap_{n=1}^{\infty} B_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(B_n)$ 。

二. (10分) Banach的左右口袋中各有一盒火柴。他每次抽烟时从左口袋中掏火柴的概率为 $3/5$ 。已知每盒有50根火柴。求遇到左边一盒空而右边恰好余10根火柴的概率。

三. (10分) 已知 $P(E) = 0.9, P(F) = 0.8$ 。证明： $P(F|E) \geq \frac{7}{9}$ 。

四. (10分) 设一个试验有三种等可能的结果： $1, 2, 3$ 。现将这一试验独立地重复做下去，用 X 表示每个结果至少出现一次所需试验次数。求 $P(X = 10)$ 。

五. (10分)

- (1) 设随机变量 X 服从几何分布。求 $P(X = 10)$;
- (2) 设随机变量 X 服从Poisson分布 $P(3)$ 。求 $P(X = 10)$ 。

六. (10分) 若随机变量 X 服从指数分布 $\mathcal{E}(1)$ 。求分布函数 $F_X(x)$ 在 $x = 10$ 的取值。

七. (10分) 设 X 是从火车南站到北站所用时间（单位：分钟）。（1）走市中心时，已知道 $X \sim N(50, 100)$ ；（2）走环城路时，已知道 $X \sim N(60, 16)$ 。问：

- (a) 若提前70分钟出发，应该走那条路？
- (b) 若提前65分钟出发，应该走那条路？

八. (10分) 在 n 次独立的试验中，以 p_n 代表事件 A 在试验中发生的概率，它于 n 有关。如果 $\lim_{n \rightarrow \infty} np_n = \lambda$, 证明： $\lim_{n \rightarrow \infty} B(k; n, p_n) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ 。

九. (10分) 设 $X \sim N(0, 1)$ 且 $Y = \Phi(X)$ 。求 Y 的分布。

十. (10分) 设 X, Y 独立且都服从标准正态分布。证明: $U = \frac{X}{Y}$ 与 $V = X^2 + Y^2$ 独立。