

南大学数学系概率论期中试卷(2018/2019)

2018/2019

学年第二学期

考试形式

闭卷

课程名称

概率论

院系

班级

学号

姓名

考试时间

2019/04/24

任课教师

代雄平 赵玉林

考试成

绩

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分										√	

一. (20分)

1. 陈述概率空间 (Ω, \mathcal{F}, P) 的定义。
2. 若 $B \in \mathcal{F}$ 满足 $P(B) > 0$ ，证明条件概率 $P(\cdot|B)$ 是 (Ω, \mathcal{F}) 上的一个概率。

二. (10分) 设 (Ω, \mathcal{F}) 是一可测空间。设函数 $P: \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$ 满足： (1) $P(A) \geq 0 \ \forall A \in \mathcal{F}$; (2) $P(\Omega) = 1$; (3) 有限可加性： $P(A_1 + \cdots + A_n) = P(A_1) + \cdots + P(A_n)$. 证明 (Ω, \mathcal{F}, P) 是一个概率空间。

三. (10分) 证明“抽签与顺序无关”。

四. (10分) 设甲乙两人进行围棋比赛。约定先赢10局者获得全部奖金1000元。但是，比赛进行到甲获胜8局，乙获胜2局时，因故终止比赛。问应该如何分配这1000元奖金？（已知甲乙二人棋力相当）

五. (10分) 坛中有 b 只黑球和 r 只红球。随机取出一只，放回原球并且加进同色球一只。按此方式摸 $2n$ 次球。问：第 $1, 3, 5, \dots, 2n - 1$ 次摸到黑球而第 $2, 4, \dots, 2n$ 次摸到红球的概率是多少？

六. (10分) 在平面上画满一族间距为1米的平行线。向平面随机地投一根长度为0.5米的细针。求针与线相交的概率。

七. (10分) 已知某一份文件等可能地藏在3个文件袋中。设快速翻寻第 i 个文件袋（如果文件确实在该袋中）而发现该文件的概率为 $\alpha_i, i = 1, 2, 3$ 。假设翻寻了第一个文件袋但没找到文件。问：文件在第一个文件袋中概率是多少？

八. (10分) 一质点从平面上某格点出发，等可能地上下左右跳动；每次跳动一个格点。求经 $2n$ 跳动后回到出发点的概率。

九. (10分) 在 n -重Bernoulli试验中，以 p_n 代表事件 A 发生的概率，满足 $\lim_n np_n = \lambda > 0$ 。
证明：

$$b(k; n, p_n) \rightarrow \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad \text{as } n \rightarrow \infty$$