五. (10分) 设有一批产品共1000件，其中次品有10件。现从这批产品中随机抽取20件，问：抽到次品的期望是多少？

解：设 $\xi_i = \begin{cases} 1, & 第i次抽得次品 \\ 0 & 第i次抽得合格品. \end{cases}$

则 $P\{\xi_i = 1\} = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$; $E\xi_i = \frac{1}{100}$,

而 $\xi = \xi_1 + \cdots + \xi_{20}$ 表示20次抽样中抽得次品的件数. 它服从超几何分布.

$$\boxed{E\xi = 20 \times \frac{1}{100} = \frac{1}{5}}.$$

□

六. (10分) 已知市场对某种商品的需求量是ξ吨，服从均匀分布$U[1000, 2000]$。出售1吨该商品可获利1万元，屯积1吨商品则亏损1万元。问：应组织多少吨货源，才能获得最大收益？

解：设组织的货源为 y 吨；显然 $1000 \le y \le 2000$.

则收益

$$\eta = g(\xi) = \begin{cases} y, & 当\ \xi \ge y\ 时 \\ \xi - (y-\xi), & 当\ \xi < y\ 时. \end{cases}$$

故

$$E\eta = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_\xi(x)\,dx$$

$$= \frac{1}{2000-1000} \int_{1000}^{2000} g(x)\,dx$$

$$= \frac{1}{1000} \left\{ \int_{1000}^{y} + \int_{y}^{2000} \right\} g(x)\,dx$$

$$= \frac{1}{1000} \left\{ \int_{1000}^{y} [x-(y-x)]\,dx + \int_{y}^{2000} y\,dx \right\}$$

$$= \frac{1}{1000} \left\{ -y^2 + 3000y - 1000^2 \right\}$$

∴当 $y = 1500$ (吨) 时，$E\eta$ 最大. □