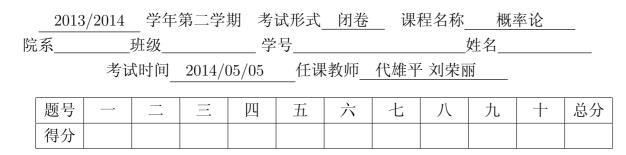
南京大学数学系概率论期试题试卷(2012)



- 一. (15分) 陈述概率空间的定义并证明:
- (1) 如果 $\{A_n\}$ 是单调增序列,则 $P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = \lim_{n \to \infty} P(A_n);$
- (2) 如果 $\{B_n\}$ 是单调减序列,则 $P(\bigcap_{n=1}^{\infty} B_n) = \lim_{n \to \infty} P(B_n)$ 。

二. (10分) Banach的左右口袋中各有一盒火柴。他每次抽烟时从左口袋中掏火柴的概率为3/5。已知每盒有50根火柴。求遇到左边一盒空而右边恰好余10根火柴的概率。

三. (10分) 己知P(E) = 0.9, P(F) = 0.8。证明: $P(F|E) \ge \frac{7}{9}$ 。

四. (10分) 设一个试验有三种等可能的结果: 1,2,3。现将这一试验独立地重复做下去,用X表示每个结果至少出现一次所需试验次数。求P(X=10)。



六. (10分) 若随机变量X服从指数分布 $\mathcal{E}(1)$ 。求分布函数 $F_X(x)$ 在x=10的取值。

七. (10分) 设X是从火车南站到北站所用时间(单位:分钟)。(1)走市中心时,已知

(b) 若提前65分钟出发,应该走那条路?

八. (10分) 在n次独立的试验中,以 p_n 代表事件A在试验中发生的概率,它于n有关。如 果 $\lim_{n \to \infty} n p_n = \lambda$,证明: $\lim_{n \to \infty} B(k; n, p_n) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ 。

第三页(共五页) 第四页(共五页) 九. (10分) 设 $X \sim N(0,1)$ 且 $Y = \Phi(X)$ 。 求Y的分布。

十. (10分) 设X,Y独立且都服从标准正态分布。证明: $U=\frac{X}{Y}$ 与 $V=X^2+Y^2$ 独立。