南京大学 2018-2019 学年第二学期

《概率论基础》期末试卷 B

本试卷共 5 页；考试时间 120 分钟；

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

院系班级学号姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得分									

一.（20 分）简答题：

（1）叙述随机变量序列依分布收敛，依概率收敛，几乎必然收敛的概念，并说明他们之间的强弱关系.

（2）叙述独立同分布情形的大数定律.

（3）叙述林德伯格-莱维中心极限定理.

二.（10 分）设随机向量(X,Y)的联合密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases} 2-x-y, & 0<x<1, 0<y<1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求$\mathbb{P}(X>2Y)$

三.（10 分）设$\{X_n\}$是一列独立同分布的随机变量且$X_1 \sim U(0,1)$。

令

$$Z_n=\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)^{\frac{1}{n}}.$$

证明存在常数C，使得$Z_n \xrightarrow{P} C$。

四. (10 分)设 X 和 Y 独立，其中 X 的分布列为

$$\mathbb{P}(X=1)=1-\mathbb{P}(X=2)=0.3,$$

Y 的密度函数为$p(x)$，求随机变量$U=X+Y$的概率密度函数$g(x)$。

五 (10 分)设ξ为一非负随机变量，证明：

$$\mathbb{E}\xi^p=p\int_0^\infty y^{p-1}\mathbb{P}(\xi>y)\mathrm{d}y.$$

六．(10 分) 假定$X \sim P(\lambda_1)$，$Y \sim P(\lambda_2)$，且X与Y相互独立。证明$X+Y \sim P(\lambda_1+\lambda_2)$。

七. (15 分)某车间有同型号的机床 200 台，在 1 小时内每台机床约有 70%的时间是工作的。假定个机床工作是相互独立的，工作时每台机床要消耗电能 15 千瓦。问至少要多少电能才可以有 95%的可能性保证此车间正常生产？（$\Phi(1.645)=0.95$）

八．(15 分)假定$\{X_n\}$为两两不相关的随机变量序列，且满足$\sum_{n=1}^{\infty} n\mathrm{D}(X_n) < \infty$。证明$\mathrm{S}_n = \sum_{i=1}^{n}(X_n - \mathbb{E}X_n)$几乎必然收敛。