

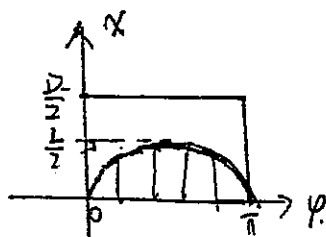
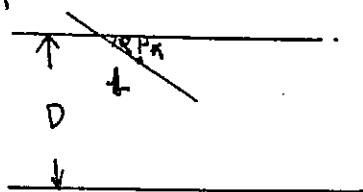
# 南京大学数学系概率论期试题试卷(2012)

2011/2012 学年第二学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率论  
 院系 数统 班级 二班 学号 101110044 姓名 李书华  
 考试时间 2012/04/25 任课教师 代雄平 赵进 考试成绩

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分	10	2	2	10	6	6	10	10	8	8	62

一. (10分) [蒲丰针问题] 平面上画着一族平行的等距直线, 它们之间的距离为  $D$ 。现向此平面随机地投出一长度为  $L$  ( $L < D$ ) 的针, 求此针与直线相交的概率。

解:



设针中心与最近平行线距离为  $x$ , 夹角  $\varphi$ ,  $0 \leq x \leq \frac{D}{2}$ ,  $\varphi \in [0, \pi]$

相交即  $\frac{L}{2} \sin \varphi \geq x$   
 阴影面积  $S_{\text{阴影}}$  矩形面积  $S$

$$P = \frac{S_{\text{阴影}}}{S} = \frac{\frac{1}{2} D \pi}{\frac{D L}{2}} = \frac{2L}{D \pi}$$

二. (10分) [Banach香烟问题] 数学家Banach口袋中共有3盒不同品牌的香烟 (20支/盒)。每次抽烟时随机地从这3盒中摸出1支。求: 发现一盒是空的, 而另2盒各有10支的概率。

解:  $A = \{ \text{一盒为空, 2盒各10支} \}$

即抽了40次烟, 20支来自一盒, 另外各10支。

$$3 \cdot C_{40}^{20} C_{20}^{10} \left(\frac{1}{3}\right)^{41}$$

$$P = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$P = C_3^1 \times \frac{C_{20}^{20} C_{20}^{10} C_{10}^{10}}{C_{60}^{40}} = 3 \times \frac{(20!)^3 40!}{(60!)^4 40!}$$

注: 甲空, 乙丙各剩10支。

$$P^{(2)} = \frac{40!}{20! 10! 10!} \left(\frac{1}{3}\right)^{20} \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{40!}{20! 10! 10!} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{41}$$

$$P = \frac{1}{3} P^{(2)}$$