X 17. 设 I、J、K 为环 R 的理想，则 J∪K 包含 I 时，J 或 K 包含 I.
参见 P_{129}. 作业 (2). 结论成立需 J、K 为交环么环素理想.

✓ 18. 设 E 是有限域 F 的子域，则 F/E 是单域的扩张. [即有 $\gamma \in F$, ~~s.t. $F = E(\gamma)$.~~]
$E(\gamma)/E$
$=\{p(\gamma);\ p[x]\in E[x]\}$

若 $E=\{me, m\in \mathbb{Z}\}$

$ch(F)=\{\min(n): ne=0\}$　　$Gal(L/K)=\{\sigma\in Aut(L): \forall a\in K(\sigma(a)=a)\}$

✓ 19. 设 F 为 p^n 元有限域：$E=\{me: m\in\mathbb{Z}\}$ 是 F 的最小子域，e 为乘法单位元。则映射 $\sigma(\alpha)=\alpha^p$ ($\alpha\in F$) 属于 Galois 群 $Gal(F/E)$ 且 σ 阶 $o(\alpha)=n=[F:E]$
由 P_{130}. 定义 4.3.1. 知：
$Gal(F/E)=\{\sigma\in Aut(F): \forall a\in E\ (\sigma(a)=a)\}$.
$\forall a\in E$. 有 $a=me$. $m\in\mathbb{Z}$. ∵ $|E|=ch(F)=p$. ∴ $1\le m\le p$
若 $\sigma(a)=\sigma(me)=(me)^p=m^pe$, $=me$ $=a$ ~~$(m^p-m)e=0$~~
~~故 σ ∈ Gal(F/E).~~ ⇐ ~~$p \mid m^{p-1}-1$ 证之~~ ∘E 为 p 元域.
故 $\sigma\in Gal(F/E)$.　　则 $(me)^p-me=0$. (P_{122}. 定理 4.1

由域 E
故 $a^{|E|}=a$.
$m^p=m$?

✓ 20. 任何域 F 上的 n元多项式环都是 Noether 环.
∵ 域 F 必为 Noether 环. 由 Hilbert 基定理可知 F[x] 为 Noether 环

✓ 21. 设 L/K 为域扩张，$\alpha\in L$ 为 K 上代数元且其极小多项式为 $f(x)\in K[x]$
则 ~~K[x]~~ $K(\alpha)=K[\alpha]\cong K[x]/(f(x))$
见 P_{125} 定理 4.2.1

X 22. 循环群与循环群的直积一定不是循环群. "X"
设 $A=\langle a\rangle$, $B=\langle b\rangle$. 阶数分别为 m、n.
$A\times B=\{\langle a^i, b^j\rangle: i\in\mathbb{Z}, j\in\mathbb{Z}\}$. ∵ $\langle a, b\rangle\in A\times B$. ∴ $\langle\langle a,b\rangle\rangle\subset A\times B$
对 (a^i, b^j)　　$\langle(a,b)\rangle\subset A\times B$