

# 南京大学数学系概率论期末试卷(2013-B)

2012/2013 学年第二学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率论  
 院系 班级 学号 姓名  
 考试时间 2013/09/x 任课教师 代雄平 赵进 考试成绩

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一. (10分) 叙述第一Borel-Cantelli引理并证明之。

二. (10分) 求参加某次集会的50名同学中至少有两个人同生日的概率（一年=365天）。

三. (10分) 设随机变量 $\xi$ 与 $\eta$ 相互独立且均服从标准正态分布。定义另一随机变量

$$\theta = \begin{cases} -\eta & \text{if } \xi \geq 0, \\ \eta & \text{if } \xi < 0. \end{cases}$$

(1) 求 $\theta$ 的密度函数; (2) 判别 $\theta$ 是否服从标准正态分布。

四. (10分) 设随机变量 $\xi, \eta, \zeta$ 和 $\theta$ 独立且均服从标准正态分布。求 $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 + \theta^2$ 的密度函数。

五. (10分) 已知随机变量 $X \sim N(1, 16)$ 。求 $P\{|X - 1| > 6\}$ 。

七. (10分) 设随机变量 $X$ 满足 $DX = 0$ 且 $EX^2 < \infty$ 。证明 $P\{X = EX\} = 1$ 。

六. (10分) 已知随机变量 $\xi_1 \sim P(1)$ ,  $\xi_2 \sim P(2)$ 和 $\xi_3 \sim P(3)$ 且 $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ 独立。求概率 $P\{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = 4\}$  (这里 $P(\lambda)$ 表示Poisson分布)。

八. (10分)  $\xi$ 表示独立地抛掷次20（公平）骰子所得总点数。用中心极限定理近似计算 $P\{30 \leq \xi \leq 40\}$ 。

九. (10分)  $Y_n$ 表示某种股票在第 $n$ 日的价格, 满足:  $Y_n = Y_{n-1} + X_n, n = 1, 2, \dots$ , 其中 $X_1, X_2, \dots$ 是一列*i.i.d.*随机变量且满足 $0 = EX_n, 2 = DX_n$ 。若今日的股票价格为100元, 估计在未来10日内, 该股票价格保持在90元~110元的概率。

十. (10分) 设 $X_n, n = 1, 2, \dots$ , 是一列独立的随机变量, 满足 $X_n \sim B(1; \frac{1}{n})$ 。证明:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} - \frac{1 + 1/2 + \dots + 1/n}{n} \right| \geq 10 \right\} = 0.$$