

南京大学数学系试卷 (A 卷)

2020/2021 学年第一学期 考试形式 闭卷 课程名称 数学分析
 班级 学号 姓名
 考试时间 2021.1.11 任课教师 梅加强等 考试成绩

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

一. 计算题. (每题 8 分, 共 40 分)

- (1) $\int_0^1 \ln(1+x^2) dx$; (2) $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$; (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{(1+x)^{\frac{1}{2}}}{e} \right]^{\frac{1}{x}}$; (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sin \frac{k}{n}$;
 (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\sin^3 x} - \frac{1}{x^3} \right)$.

二. 每题 10 分, 共 30 分:

- (1) 分析函数 $x^4 - 4x^3 + 3x^2$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 中的单调区间并求它的最小值;
 (2) 证明: 当 $0 < x < \pi/2$ 时, $\tan x + 2 \sin x > 3x$;
 (3) 记 $f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right) \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)$, $x \in (0, +\infty)$. 证明: (i) f 为严格凸函数; (ii) $f(x) > 1$.

