南京大学数学系试卷

2009/2010 学年第二学期 考试形式 闭卷 课程名称 数值计算方法（A卷）

班级________ 学号________ 姓名________

考试时间 2010.6.21 任课教师 邓卫兵 考试成绩________

题号	一	二	三	四	六	六	七	八	九	总分
得分										

一. 填空题 (20分)

4 1. 设$f(0)=0$, $f(1)=6$, $f(2)=26$, 则$f[0,1]=$ 6, $f[0,1,2]=$ 7 ; $f(x)$ 的二次牛顿插值多项式为 $6x+7x(x-1)=7x^2-x$.

4 2. 设$h=\dfrac{b-a}{2m}$, $x_i=a+ih$, $i=0,1,\cdots,2m$. 计算$\int_a^b f(x)dx$ 的复合Simpson公式为 $\frac{h}{3}[f(a)+f(b)+4\sum_{i=1}^{m}f(a+(2i-1)h)+2\sum_{i=1}^{m-1}f(a+2ih)]$ 它是 4 阶收敛的，代数精度为 3

2 3. 设 $x_i=i(i=0,1,\cdots,n)$, $l_i(x)$ 是相应的 n 次Lagrange 插值基函数, 则 $\sum_{i=0}^{n}x_i^{n+1}l_i(0)=$ 0 .

2 4. 求积公式$\int_0^1 f(x)dx\approx\frac{1}{3}[2f(\frac{1}{4})-f(\frac{1}{2})+2f(\frac{3}{4})]$ 的代数精度为 3 .

4 5. 设$f(x)=7x^7+5x^5+4$, 则$f[2^0,2^1,2^2,\cdots,2^7]=$ 7 , $f[2^0,2^1,2^2,\cdots,2^7,2^8]=$ 0

2 6. Romberg 序列可达到 8 阶收敛速度.

2 7. 求解非线性方程$f(x)=0$的Newton 迭代公式为 $x_{k+1}=x_k-\dfrac{f(x_k)}{f'(x_k)}$. 对单根情形，Newton 法的收敛阶数是 2 .

二. (10分) 设$f(x)$ 为x 的k 次多项式, $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 为互不相同的实数,且$k>m$. 试证明$f[x,x_1,x_2,\cdots,x_m]$ 为x 的$k-m$ 次多项式. 又当$k=m$ 和$k<m$ 时, $f[x,x_1,x_2,\cdots,x_m]$ 值为多少?

归纳法, ① $m=1$时成立

② 假设$m=n$时成立, 当$m=n+1$时

$$f[x,x_1,\cdots,x_{n+1}]=\frac{f[x_1,\cdots,x_{n+1}]-f[x,x_1,\cdots,x_n]}{x_{n+1}-x}$$

由假设分子为$k-n$次, 又x_{n+1}代入分子为0, 即分子有因子$x-x_{n+1}$, 从而可得 $f[x,x_1\cdots x_{n+1}]$为$k-n-1$次.

综合①②得 结论成立.

$k=m$, $f[x,x_1\cdots x_k]=a_k\to f(x)$首项系数

$k<m$, $f[x,x_1\cdots x_m]=0$