

10. 设  $m = p_1^{a_1} \cdots p_n^{a_n}$  (其中  $p_1, \dots, p_n$  为不同素数), 依中国剩余定理, 环  $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$  同构于  $\mathbb{Z}/p_1^{a_1}\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}/p_2^{a_2}\mathbb{Z} \oplus \cdots \oplus \mathbb{Z}/p_n^{a_n}\mathbb{Z}$ .  
见 P99 推论 3.3.2.

11. 叙述代数基本定理:

~~复数域  $\mathbb{C}$  上  $n$  次多项式  $f(x) \in \mathbb{C}[x]$  可分解成  $n$  个一次式的乘积.~~

见 P110 例 3.5.1

## 二. 判断题

✓ 1. 设  $R$  为交换幺环,  $I, J$  为其互素的理想, 则  $IJ = I \cap J$

见 P96 引理 3.3.1

✗ 2. 域的有限次扩张都是代数扩张, 域上的  $n$  元多项式环必是主理想整环.

$\mathbb{Q}[x_1, x_2]$

① 命题前半句的逆否命题为:

非代数扩张则为非有限次扩张.

$(x_1, x_2)$

非代数扩张即  $L$  中元不全为  $K$  上代数元.

$\Leftrightarrow \exists \alpha \in L, \alpha$  为超越元. 即  $[L:K] = \infty$  为无限扩张.

成立!

故前半句正确!

② 反例.  $\mathbb{Z}$  为域, 而  $\mathbb{Z}$  上  $n$  元多项式环不为主理想整环.

$\because (2, x) \triangleleft \mathbb{Z}[x]$  而  $(2, x)$  不为主理想.