

10

三. (10分) 已知 $P(E) = 0.9, P(F) = 0.8$. 证明: $P(F|E) \geq \frac{7}{9}$.

$$\text{证: } P(F|E) = \frac{P(F \cap E)}{P(E)} = \frac{P(F) + P(E) - P(F \cup E)}{P(E)} > \frac{P(F) + P(E) - 1}{P(E)} = \frac{0.9 + 0.8 - 1}{0.9} = \frac{7}{9}$$

10

四. (10分) 设一个试验有三种等可能的结果: 1, 2, 3. 现将这一试验独立地重复做下去, 用 X 表示每个结果至少出现一次所需试验次数. 求 $P(X = 10)$.

解: 设 X_1, X_2, X_3 分别表示结果 1, 2, 3 首次出现的次数. 则 $X = X_1 + X_2 + X_3 = 10$.

$$P(X = 10) = \sum_{k_1+k_2+k_3=10} \frac{10!}{k_1! k_2! k_3!} \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$$

$$= \sum_{k_1+k_2+k_3=10} \frac{10!}{k_1! k_2! k_3!} \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$$

$$= \sum_{k_1+k_2+k_3=10} \frac{10!}{k_1! k_2! k_3!} \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$$