



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Instituto de Radioastronomía y Astrofísica

**EL IMPACTO DEL VIENTO ESTELAR Y LA RADIACIÓN
EN GLÓBULOS NEUTROS ALREDEDOR DE UNA
ESTRELLA WOLF-RAYET**

**TESIS
PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)**

**PRESENTA:
ROBERTO REYES CABANAS**

**TUTOR:
DR. WILLIAM JOHN HENNEY
Instituto de Radioastronomía y Astrofísica**

Morelia, Michoacán, México, abril 2025

Abstract

The circumstellar nebula M1-67 around the Wolf–Rayet star WR 124 contains hundreds of small neutral globules, as revealed by recent images from the *James Webb Space Telescope* (JWST). The ionized emission of the nebula displays an intricate pattern of shells and filaments, many of which appear associated with the globules but displaced toward the central star. We propose a simple model for the nebula in which photoevaporative flows from the irradiated surfaces of the globules interact with the stellar wind of the Wolf–Rayet star to form hemispherical emission shells. We test this model against JWST and H α images of the nebula obtained with the *Hubble Space Telescope* (HST), finding good agreement for the best-observed and most isolated globules. The model provides a physical explanation for the observed morphology of the nebula and globules, and suggests that the globules are hydrodynamically shielded from the stellar wind by the photoevaporative flows. We derive an independent estimate of the stellar wind strength, which is consistent with values previously obtained from stellar atmosphere modeling. We are also able to constrain the three-dimensional distribution of the globules.

Acknowledgements

The person I most wish to thank is my advisor, Dr. Will. He guided me throughout the entire master's program and was always there for me, especially in the most difficult moments. Thanks to him, my adventure in the world of astronomy has been the most wonderful I have ever experienced. Thank you, Doctor, for all the patience, support, and knowledge you shared with me.

I would also like to thank UNAM in general: for accepting me into the graduate program, which for me was quite a challenge; for providing all the facilities I needed to carry out my studies; and for giving me the chance to share them with others. To the Morelia campus, because there I met my dance teacher Lupita and all my dear friends, whom I cherish with all my heart. With you I learned that it is not necessary to look up at the sky to see the stars—especially if it is to watch them dance. To IRyA for giving me its unconditional support, and especially to the outreach team, because although you may not believe it, at your events I was always as excited as the children. To mamá Karin for all her patience and affection. Also to my classmates, who were always there—literally.

I want to thank my committee members for their time, suggestions, and comments. With your help I greatly improved my work. Thanks, Toalá!—since it was your fault that I had so much fun with this project that fascinated me so much.

I am grateful to CONAHCYT for the financial support provided for my studies and research. Also to the PAPIIT project IN109823 of DGAPA for the financial support that made this work possible.

Finally, thank you, Dra. Gloria, for crossing paths with me in this life and showing me how wonderful this universe is.

Índice general

1	Introduction	9
1.1	Ionized photoevaporative flows	10
1.2	Wolf-Rayet stars and their winds	13
1.3	The nebula M1-67	14
1.3.1	HST observations	15
1.3.2	JWST observations	15
1.4	Structure of the thesis	16
2	Modelos analíticos de flujos fotoevaporativos interactuando con una presión externa	19
2.1	Modelo hidrodinámico estacionario	20
2.2	Ecuación de estado y equilibrio de ionización	22
2.3	Estructura del flujo fotoevaporativo	23
2.4	Condiciones para la cáscara chocada	26
3	Glóbulos en la nebulosa M1-67	29
3.1	Estimando la presión RAM del viento estelar	31
4	Ajuste del modelo a los perfiles de brillo	35
4.1	Medición del radio en la parte neutra	37
4.2	Errores observacionales	39
4.2.1	Incertidumbres en r_{shell} y H_s	40
4.2.2	Incertidumbre en r_0	41
4.2.3	Incertidumbres en B_s y B_0	42
4.3	Estimación de la densidad del gas ionizado a partir del brillo superficial de H α	42
4.3.1	Uso de la EM a partir de las observaciones	43
4.4	Buenos ajustes	44
4.5	Ajustes recuperados	46
4.6	Glóbulos descartados	47
5	Balance de presiones en las cáscaras	49
5.1	Balance interno de presión	49
5.2	Balance externo de presión	50

ÍNDICE GENERAL	7
6 Discusión	57
6.1 Identificación de los glóbulos y sus cáscaras	57
6.2 Masa de los glóbulos	59
6.3 Distribución tridimensional de los glóbulos	59
7 Conclusiones	65
A Filtros de las observaciones	67
A.1 Filtro del HST	67
A.2 Filtros del JWST	67
B Estimación de fuerzas en el flujo fotoevaporativo ionizado	71
B.1 Fuerzas de gravedad	72
B.2 Presión de radiación	74
C Predicciones del modelo fotoevaporativo para la densidad ionizada en el frente de ionización	75
D Combos de filtros	77
E Errores en r_{shell} y H_s	79
F Constante de conversión en las observaciones del HST	81
G Corrección en la estimación de los brillos	83
H Escalas de tiempo	85
H.1 Tiempo dinámico	85
H.2 Tiempo de recombinación	85
H.3 Tiempo de vida de los glóbulos	86
H.3.1 Comparación de las diferentes escalas de tiempo	86
I Proyección de posición y velocidad	87
J Imágenes de ajustes	91

Capítulo 1

Introduction

Globules are dense concentrations of gas and dust in the interstellar medium that are thought to form through thermal instabilities, gravitational collapse, or turbulence (Ballesteros-Paredes et al., 2011; Padoan & Nordlund, 2002). These globules can arise in regions of massive star formation or in nebulae around evolved stars, such as planetary nebulae (O'Dell et al., 2007).

In general, globules show a wide range of sizes. For example, when we refer to globules in regions of massive star formation, they are commonly large, ~ 0.1 pc (Schneider et al., 2016), whereas in nebulae around evolved stars they are smaller, $\sim 10^{-2}$ pc (Gahm et al., 2013).

The first globules were observed by Bart Bok in 1940. As we can see in Figure 1.1, because the background stars are reddened by dust, these globules appear as dark clouds, given their large amounts of neutral gas and dust. The globules contain primarily molecular hydrogen in their interiors, and may also harbor other molecules (Amin & El-Nawawy, 2005; Di Francesco et al., 2002). Although star formation can occur inside them, the ionizing radiation from such stars cannot be observed because it is absorbed by the neutral hydrogen (both molecular and atomic) and the dust between the stars and the observer. For this reason, they appear dark.

When globules are found in regions of massive star formation, they can interact with the ultraviolet (UV) radiation from nearby young massive stars, or with the radiation of the central star if the globules are in a circumstellar nebula. In such cases the ionization front can be seen as a bright rim of emission (see Figures 1.2 and 1.3).

This interaction between stars and globules can occur on different scales, giving rise to a wide variety of structures. Among the largest are those that resemble columns, pillars, or “elephant trunks,” as they are known in the literature. These can reach sizes of ~ 1 pc and densities of order 10^3 cm^{-3} . Such interactions can also occur within H II regions, as shown in Figure 1.2.

On smaller scales are the so-called EGGs (Evaporating Gaseous Globules), which have sizes of $\sim 10^{-2}$ pc, and the proplyds, which are $\leq 10^{-2}$ pc. These globules are found not only in star forming regions, but also in nebulae around

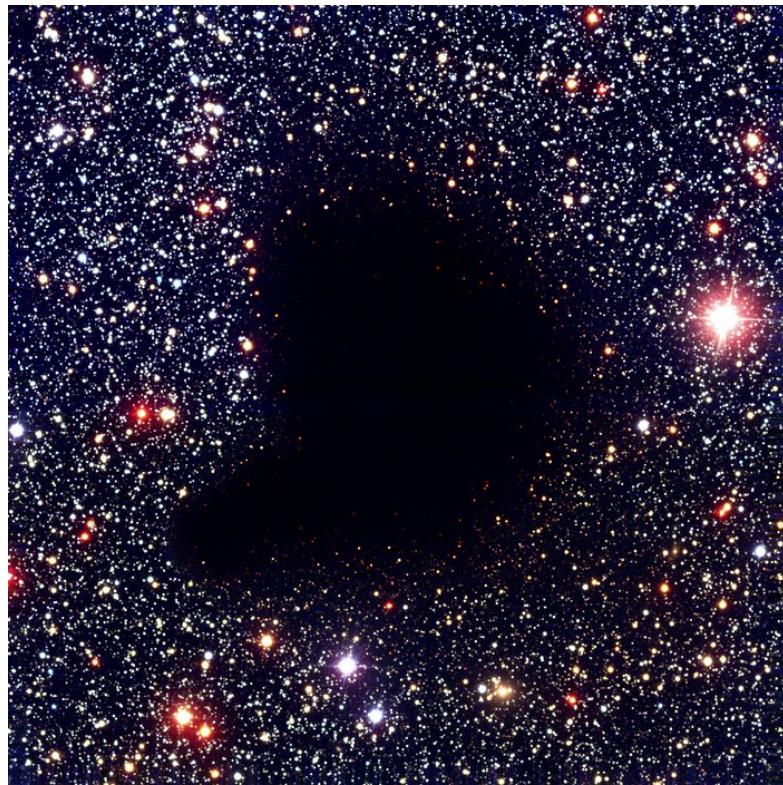


Figura 1.1: Example of a Bok globule. Image of Barnard 68 taken with the Very Large Telescope FORS1 at 440 nm, 557 nm, and 768 nm, with an angular size of $6.83' \times 6.83'$. A dark region can be seen, which is the globule itself, together with the apparent reddening of stars caused by dust on the globule's surface. In this image there is no evidence of external photoevaporation from nearby stars (Alves et al., 2001).

evolved stars, where they are more commonly known as *knots*. An example of this is panel **D** in Figure 1.3. In this work we will study in greater detail the knots present in a nebula surrounding a particular evolved star.

1.1. Ionized photoevaporative flows

All the examples in Figures 1.1, 1.2, and 1.3 occur either in regions of star formation or in nebulae around evolved stars. What is interesting in all these cases is the way they interact with the most massive stars in their vicinity, for globules found in star-forming regions, or with the evolved central star in planetary nebulae. During these interactions, in some cases we can see what are known as *photoevaporative flows*, which we explain in more detail below.

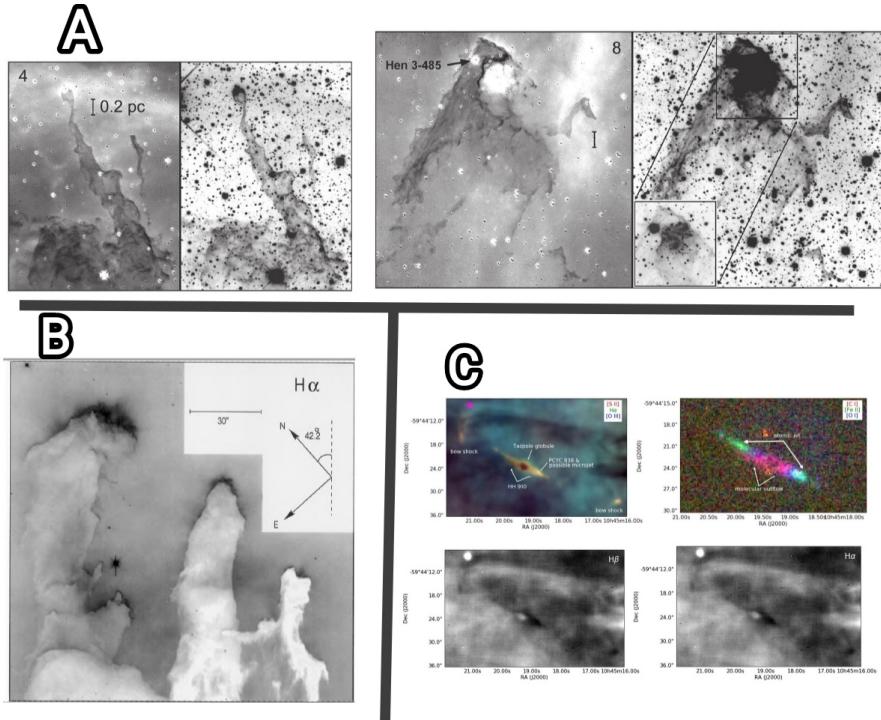


Figura 1.2: **A:** Two examples of pillars. In each case, the right-hand image is observed at $2.12\text{ }\mu\text{m}$ (H_2) and the left-hand image shows $\text{H}_2-\text{Br}_\gamma$ (Hartigan et al., 2015). **B:** An example of an elephant trunk. This is an image of M16 taken with WFPC2 using the F656N filter; the $30''$ bar corresponds to $9 \times 10^{17}\text{ cm}$ (0.29 pc) (Hester et al., 1996). **C:** The outflow of the Tadpole globule, consisting of the HH900 jet+outflow system. The lower panel shows the object in $\text{H}\alpha$ with the continuum (Reiter et al., 2019).

When ionizing radiation strikes the surface of a globule, it begins to ionize the neutral gas. The resulting flow of ionized gas that streams away from the base of the globule and travels toward the ionizing source is known as a photoevaporative flow.

In the case of star-forming regions, we can consider a massive star and a dense cloud of neutral gas. In order to observe a photoevaporative flow, the star must be massive, or must have a large ionizing flux capable of ionizing the neutral gas. Otherwise, the photoevaporative flow will not be visible. Recall that in star-forming regions there are many new low-mass stars that emit mainly in radio or infrared, so not all young stars are capable of ionizing the neutral gas.

Oort & Spitzer (1955) give a detailed explanation of the interaction between an O-type star and a cloud of neutral interstellar gas, as observed in regions of massive star formation. They consider three key elements: the ionizing star, the

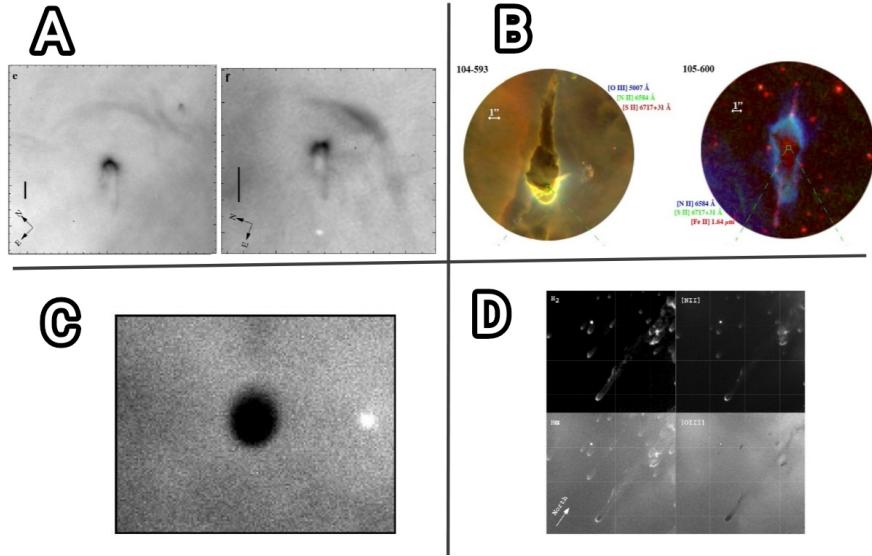


Figura 1.3: **A:** Proplyds with their bow shocks in Orion, observed with the HST Planetary Camera. The black bar indicates a length of $1''$, corresponding to 430 AU (2×10^{-3} pc) (García-Arredondo et al., 2001). **B:** Examples of EGGs in Carina, observed with WFC3, ACS, and WFPC2. The white bars of $1''$ correspond to a physical size of 10^{-2} pc (Mesa-Delgado et al., 2016). **C:** The dense globulette RN88 seen in H α with a diameter of $6''$ (4×10^{-2} pc) in the Rosette Nebula (Gahm et al., 2013). **D:** Examples of knots in the Helix Nebula. The mosaics cover $47.5'' \times 44.8''$ (4.76×10^{-2} pc $\times 4.49 \times 10^{-2}$ pc) (O'Dell et al., 2007).

neutral interstellar cloud, and the region between the star and the cloud. The interstellar cloud must be much denser and colder than the intervening region, as shown in Figure 1.4.

When UV radiation begins to heat the gas in the cloud, the ionized gas expands toward the star, since in that direction the density is lower than in the cloud and the gas can expand freely (see Figure 1.5).

At first this radiation ionizes the neutral gas of the cloud at a very rapid rate. As a result, a large number of ionized particles, coming from the cloud, flow toward the star. As the process evolves, an insulating layer forms around the cloud (Oort & Spitzer, 1955). This insulating layer is composed of ionized gas and can protect the cloud from external flows or winds, as well as from radiation.

During this interaction there are both an ionization front and an internal shock that travel through the cloud toward the rear (see Figure 1.5). Initially, these two have a similar velocity of $\sim 10 \text{ km s}^{-1}$, but once recombinations in the insulating layer become important, the ionization front begins to decelerate. Meanwhile, the internal shock compresses the cloud (Bertoldi, 1989).

It is not always possible to observe a photoevaporative flow from clouds in

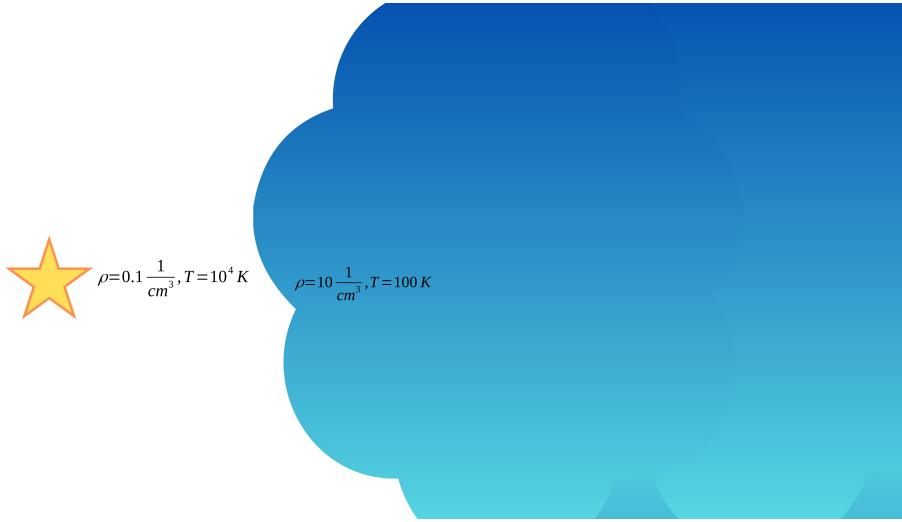


Figura 1.4: Initial schematic used in Oort & Spitzer (1955), in which the cloud is colder and denser than the region between the cloud and the star.

this type of interaction. For this, Bertoldi (1989) note that if the ionization parameter, defined as

$$\Gamma \equiv \frac{F_i}{n_0 c} \quad (1.1)$$

where F_i is the incident flux of Lyman continuum photons, n_0 is the density of neutral gas, and c is the speed of light, is less than 10^{-7} , then the incident ionizing radiation will have no dynamical effect on the cloud, and no photoevaporative flow will be produced. On the other hand, if

$$\delta' \equiv \frac{F_i}{2\alpha_i r_0 n_0^2} > 1 \quad (1.2)$$

where α_i is the recombination coefficient to all states except the ground state, and r_0 is the radius of the cloud, then the cloud will be completely ionized, since the ionizing flux is greater than the recombinations.

1.2. Wolf-Rayet stars and their winds

Wolf-Rayet (WR) stars are the evolved descendants of massive stars, such as O-type stars. These WR stars typically have masses of $10\text{--}25 M_\odot$ and are characterized by intense emission lines and free-free emission at IR-mm-cm wavelengths (Crowther, 2007). They also have high mass-loss rates, $\sim 2\text{--}10 \times 10^{-5} M_\odot/\text{yr}$, driven by their strong stellar winds, which can reach velocities of $\sim 1000 \text{ km/s}$, producing their broad emission lines (Hamann et al., 2006). They were named after Charles Wolf and Georges Rayet, who first identified three

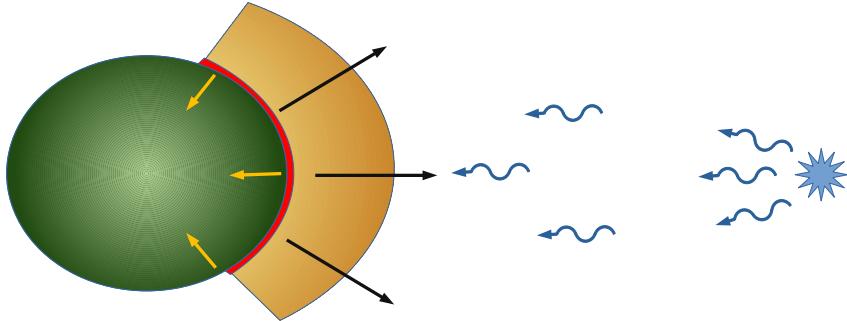


Figura 1.5: Schematic of the initial implosion. When ionizing radiation (blue arrows) strikes the globule (green), it causes ionized gas (orange) to flow toward the star, as shown by the black arrows. In this phase an internal shock is produced that compresses the cloud. Both the shock and the ionization front (red) travel toward the center of the globule, as indicated by the yellow arrows.

stars in Cygnus with broad emission lines of C, N, O, and He—the characteristic features of this class (Murdin, 2000).

These stars are classified according to the relative strengths of their characteristic emission lines. van der Hucht (2001) classify them mainly as type WN when He and N are abundant, type WC when He and C dominate, and type WO when He and O are abundant. Although many of these stars show no hydrogen in their atmospheres, in some cases a significant amount of H is detected, in which case the designation “h” is added (Smith et al., 1996).

1.3. The nebula M1-67

M1-67 is the circumstellar nebula around the WR 124 star, which is of type WN8h. Several studies have been carried out on the M1-67 nebula, including three-dimensional models of its structure based on long-slit spectroscopy (Zavala et al., 2022). Sévigny et al. (2021) used the $[\text{SII}]\lambda 6717$ and $\lambda 6731$ lines to find that the electron density decreases with radius: close to the star the electron density is $\sim 2000 \text{ cm}^{-3}$, while farther away, at about $40''$ (1.05 pc), it drops to $\sim 500 \text{ cm}^{-3}$. Grosdidier et al. (1998) found that the $\text{H}\alpha$ surface brightness also decreases with radius as $r^{-0.8}$. Marchenko et al. (2010) measured an expansion velocity of 46 km s^{-1} for the nebula using observations from 1997 (Grosdidier et al., 1998) and 2008, consistent with the measurement of Zavala et al. (2022).

Figures 1.6 and 1.7 show that this nebula has a very complex structure. Grosdidier et al. (1998) detected some very bright and dense knots, but their nature was not clear. In Chapter 3 we will discuss in detail how these bright and dense points are in fact globules located throughout much of the nebula. These

globules were revealed thanks to images from the James Webb Space Telescope (JWST), which has higher resolution than the Hubble Space Telescope (HST), and also offers a much greater variety of filters.

Throughout this thesis we will use the data in Table 1.1. With the distance to the star, D , we can derive physical distances as

$$\left[\frac{R}{\text{AU}} \right] = \left[\frac{D}{\text{pc}} \right] \left[\frac{\theta}{\text{arcsec}} \right] \quad (1.3)$$

where R is the desired physical distance and θ is the separation measured directly from the observations in arcseconds. The mass-loss rate, \dot{M} , and the terminal velocity of the stellar wind, v_∞ , allow us to calculate the hydrodynamic (RAM) pressure of the stellar wind, while the rate of ionizing photons from the star is used to calculate the radiation pressure.

Parameters of WR 124		
D	5.429 ± 0.54 kpc	J. Arthur, priv. comm.
v_∞	710 km/s	Hamann et al. (2006)
\dot{M}	$10^{-4.7} M_\odot/\text{yr}$	Crowther et al. (1999)
S_*	$1.25 \times 10^{49} \text{ s}^{-1}$	Crowther (2007)

Tabla 1.1: Parameters of WR 124.

1.3.1. HST observations

For the Hubble Space Telescope (HST) observations we used data from the Hubble Legacy Archive. These are FITS images at calibration level 3, meaning they are mosaics created by combining multiple images to cover a region of the sky¹. We used the F656N filter² with the Wide Field and Planetary Camera 2 (WFPC2) to observe H α emission. We used the 1997 data from proposal ID 6787, with a total exposure time of 10 216 s from a combination of 10 exposures. The 2008 data from proposal ID 11137 have a total exposure time of 4200 s from a combination of 8 exposures.

1.3.2. JWST observations

For the James Webb Space Telescope (JWST) observations we used data obtained by Klaus M. Pontoppidan, proposal ID 2730. We used the NIRCam filters F090W, F150W, F210M, F335M, F444W, and F470N³, with a total exposure time of 2662.72 s. These are level 3 images—mosaics combining multiple exposures to cover a region of the sky—in FITS format.

¹For more details see https://hla.stsci.edu/hla_faq.html#productlevels

²Appendix A shows the range covered by this filter.

³Appendix A shows the wavelength range of each of these filters.

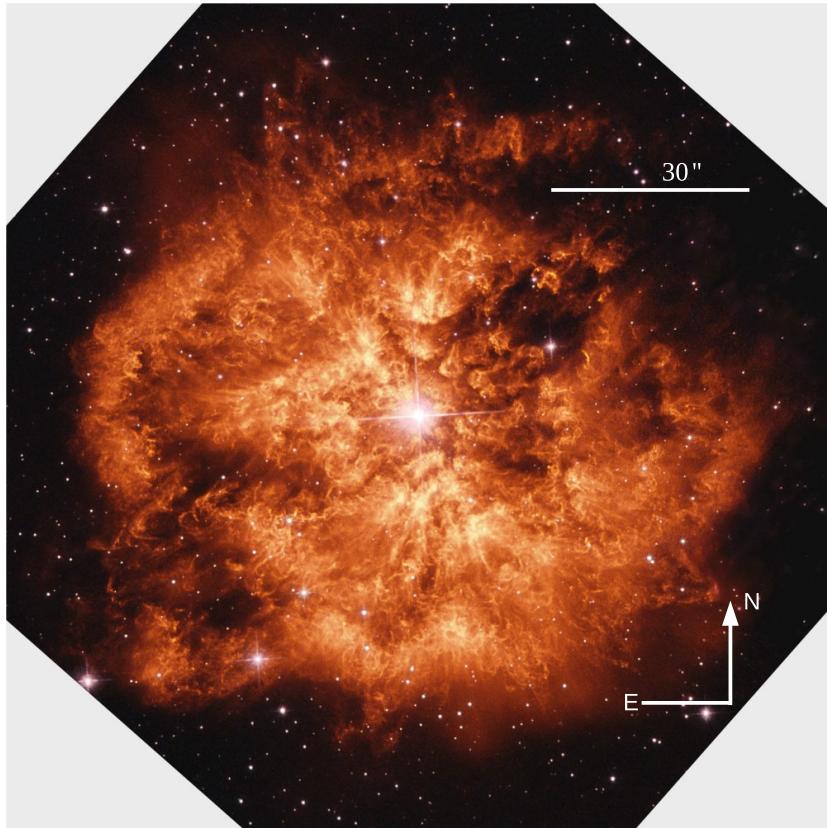


Figura 1.6: Image of M1-67 in the H α filter (Grosdidier et al., 1998). The 30'' scale corresponds to 0.78 pc. <https://esawebb.org/images/weic2307f/>. The image has been rotated so that North is up and East is to the left.

The wide variety of JWST filters allows us to combine them to observe different emission mechanisms, and its high resolution makes it possible to resolve the detailed structures.

Unlike the H α image, the JWST observations use broad-band filters. These bands include contributions from different emission mechanisms: stellar continuum, some nebular emission lines, continuum scattered by dust, thermal dust emission, and also emission from polycyclic aromatic hydrocarbon (PAH) bands.

1.4. Structure of the thesis

In this thesis we propose a simple model to explain how the transonic photoevaporative flow from a globule interacts with an external pressure. We will apply this model to the knots in the M1-67 nebula, and describe how the photoevaporative flow interacts with the hydrodynamic (RAM) pressure of the stellar

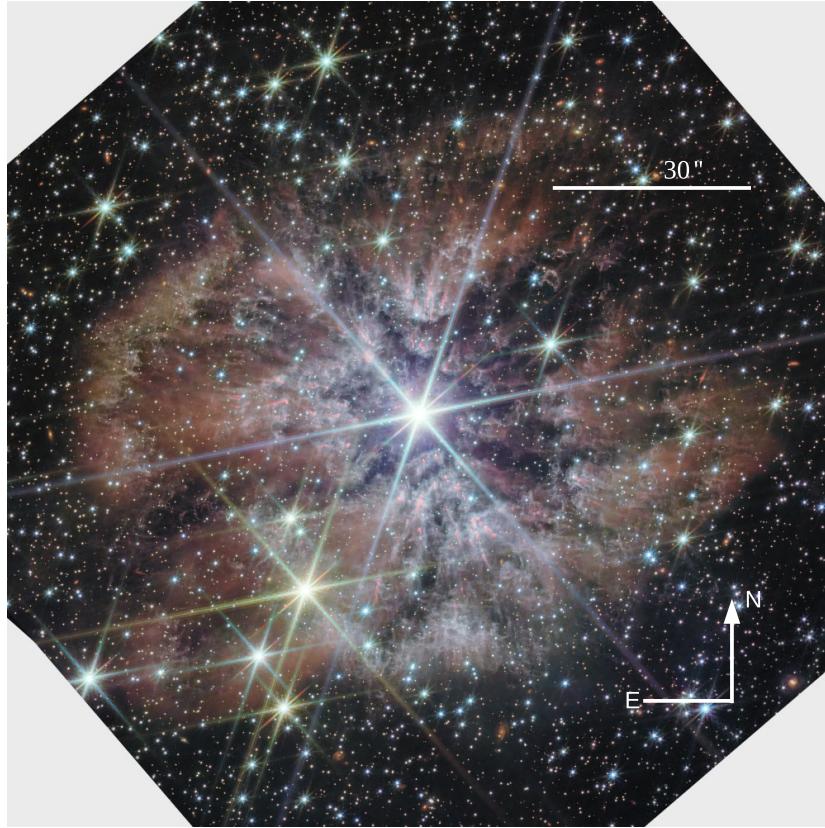


Figura 1.7: Image of M1-67 with JWST. Composite of filters f444w (gray), f335m (red), f210m (green), f150w (turquoise green), and f090w (blue). The $30''$ scale corresponds to 0.78 pc. <https://www.flickr.com/photos/geckzilla/52757287572/>. The image has been rotated so that North is up and East is to the left.

wind of WR 124.

In Chapter 2 we will see how the interaction between two supersonic flows creates a thin shocked shell. Based on this, we describe a steady-state hydrodynamic model in which the photoevaporative flow of a globule interacts with an external pressure. In this interaction a shocked shell can also be seen.

In Chapter 3 we will describe how we identified the knots in the M1-67 nebula, as well as observational evidence of the interaction between the photoevaporative flow of the knots and the stellar wind of WR 124.

In Chapter 4 we will apply this model to the knots found in the nebula. We will fit the radial brightness profiles in order to measure the knots and their shocked shells. In addition, we can derive the density of the ionized gas from the emission measure.

In Chapter 5 we will compare these results with the theoretical values predic-

ted by the proposed model. This comparison provides a clearer understanding of the distribution of the knots in the nebula.

Capítulo 2

Modelos analíticos de flujos fotoevaporativos interactuando con una presión externa

En este capítulo vamos a describir el modelo que se propone para explicar la interacción que hay entre el flujo fotoevaporativo de un glóbulo y una presión externa. Esta presión externa puede ser ejercida por la misma estrella que está foto evaporando al glóbulo. Este modelo en principio se puede aplicar a cualquier tipo de glóbulo como los que se mencionaron en el Capítulo 1.

En este trabajo en especial vamos a tratar la interacción del flujo fotoevaporativo de los glóbulos¹ en la nebulosa M1-67 y la presión RAM por parte del viento estelar de la estrella WR 124. En el Capítulo 3 hablaremos más acerca de cómo encontramos estos glóbulos en la nebulosa M1-67, por ahora nos enfocaremos solo en el modelo.

Para esto hemos considerado que ya han pasado todas las fases mencionadas en la Sección 1.1 y ahora estamos en un equilibrio de ionización. La forma del glóbulo en este modelo será esférico por simplicidad.

En esta interacción entre el flujo fotoevaporativo y el viento estelar, los cuales son supersónicos, se producen dos zonas chocadas y entre estas dos zonas una discontinuidad de contacto como se describe en la Figura 2.1. De estas zonas esperamos ver solo el flujo fotoevaporativo chocado y no el viento estelar chocado ya que este último es menos denso además de que es no radiativo y su longitud de enfriamiento (zona 3) es más grande que la región de interacción (zona 2).

Cantó et al. (1996) trata de una manera más detallada la interacción entre dos flujos hipersónicos en la cual considera dos fuentes separadas a una distancia D . En este análisis suponen que se forma una cáscara delgada cuando estos dos

¹Llamaremos glóbulos a los nudos que hay en la nebulosa por simplicidad.

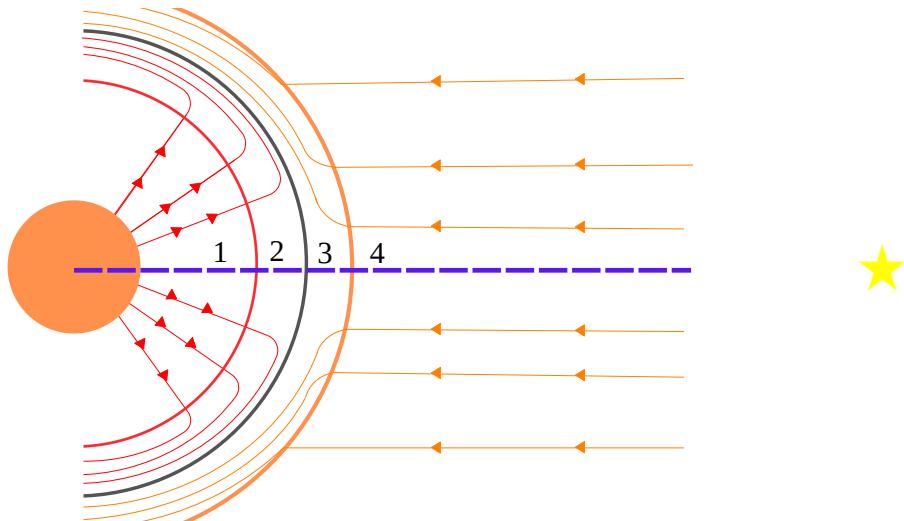


Figura 2.1: La interacción entre el flujo photoevaporativo y el viento estelar de una estrella forma 4 zonas. El círculo naranja es el glóbulo. La línea punteada azul que une el centro del glóbulo con el centro de la estrella es el eje de simetría que vamos a considerar en el modelo, la estrella se localiza en el otro extremo de la línea punteada. Vemos como en este eje de simetría tanto el viento estelar (líneas naranjas) como la radiación inciden de forma perpendicular a la base del glóbulo y en dirección contraria viaja el flujo photoevaporativo (líneas rojas). La zona 1 es donde el flujo photoevaporativo sale de la superficie del glóbulo con un número de Mach igual a 1 y va aumentando. La zona 2 es el flujo photoevaporativo chocado con el viento estelar, la cual esperamos ver en las observaciones como una cáscara y nos vamos a referir a ella como la cáscara chocada. La zona 3 es el viento estelar chocado con el flujo photoevaporativo y la zona 4 es donde viaja el viento estelar supersónico, el cual es menos denso que el flujo photoevaporativo. La discontinuidad de contacto se da entre las zonas 2 y 3, la línea gris.

flujos llegan a un equilibrio de presiones como se puede ver en la Figura 2.2. En nuestro caso también esperamos que la zona 2 de la Figura 2.1 sea delgada (Henney & Arthur, 2019).

2.1. Modelo hidrodinámico estacionario

Para nuestro modelo es importante mencionar que no estamos considerando ninguna fuerza de gravedad por parte de la estrella o del mismo glóbulo, así como tampoco ninguna otra fuerza externa (ver Apéndice B). Vamos a considerar que solo el glóbulo está dominado por un campo magnético, mientras que para el gas ionizado no vamos a considerar ningún campo magnético.

Para este trabajo en particular solo vamos a considerar como presión externa

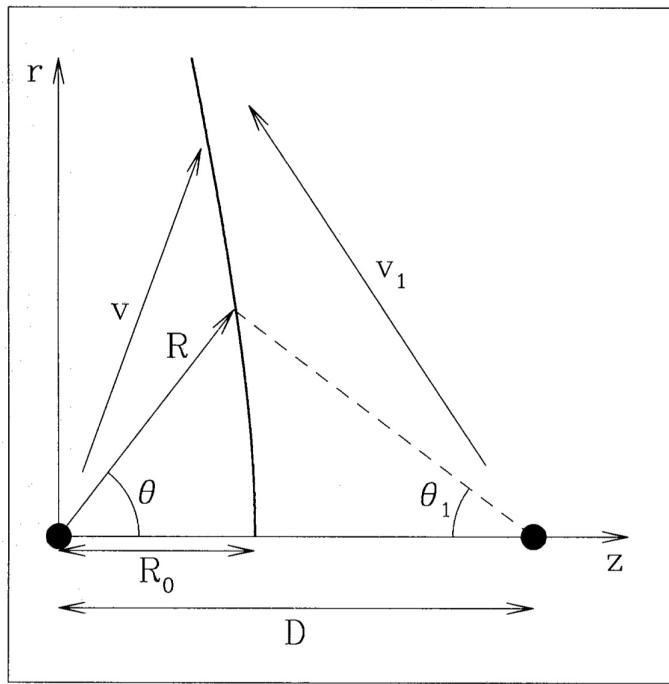


Figura 2.2: Interacción de dos flujos supersónicos las cuales son producidas por dos fuentes (puntos negro en el eje z) a una distancia D . En esta interacción se produce una cáscara delgada $R(\theta)$ cuando los flujos llegan a un equilibrio. Para este problema se considera simetría cilíndrica (Cantó et al., 1996).

la presión RAM del viento estelar por parte de la estrella WR 124. Tomando en cuenta que el tiempo en el que ocurren las fases mencionadas en la Sección 1.1 es muy corto comparado con el tiempo de interacción que hay entre el flujo fotoevaporativo y el viento estelar, vamos a suponer que la capa aislante producida por la radiación UV ya se ha formado y ahora estamos en equilibrio de ionización. Por lo que vamos a considerar este modelo como estacionario, es decir, que los tamaños del glóbulo y de la cáscara chocada los vamos a tomar como constantes ya que no cambiarían sus tamaños de manera significativa.

En la Figura 2.3 vemos que podemos simplificar este problema si ponemos un cilindro de radio pequeño alrededor del eje de simetría. En este cilindro podemos ignorar los movimientos transversales ya que los gradientes en estas direcciones son muy pequeños si los comparamos con los gradientes en la dirección axial. Alrededor del eje de simetría podemos ver como tanto la radiación UV y el viento estelar inciden de manera perpendicular a la base del glóbulo y viajan en dirección contraria el flujo fotoevaporativo por parte del glóbulo. Por lo que primero vamos a resolver este problema solo en el eje de simetría, ya que

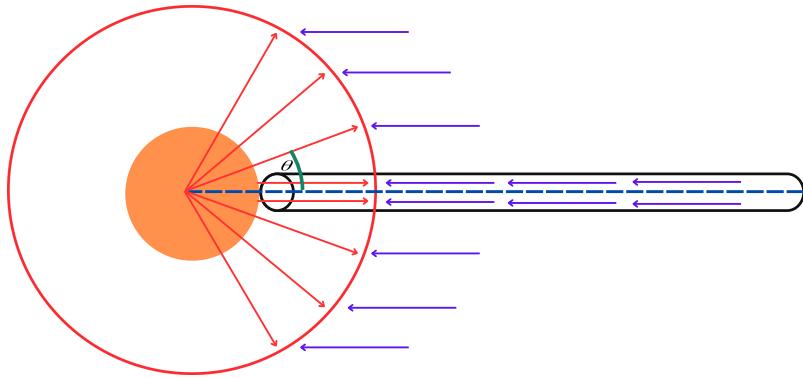


Figura 2.3: La radiación y el viento estelar viajan hacia el glóbulo como lo indican las flechas azules y vemos que inciden de manera perpendicular a la superficie del glóbulo en el eje de simetría. Mientras que el flujo photoevaporativo por parte del glóbulo viaja como lo indican las flechas rojas, y por lo tanto en la interacción entre este flujo photoevaporativo y el viento estelar debemos considerar cierto ángulo si no estamos en el eje de simetría.

aquí se vuelve unidimensional. Más adelante vamos a considerar qué pasaría si resolvemos este problema considerando un ángulo θ con respecto al eje de simetría.

2.2. Ecuación de estado y equilibrio de ionización

Para este caso vamos a considerar que el gas que está interaccionando con el viento estelar de la estrella es un gas ideal, por lo que nuestra ecuación de estado será

$$PV = Nk_B T, \quad (2.1)$$

donde P es la presión del gas, V su volumen, N es el número de partículas, k_B la constante de Boltzman y T es la temperatura. De aquí tenemos que

$$P = nk_B T = \frac{\rho k_B T}{\bar{m}} \quad (2.2)$$

donde n es la densidad numérica, ρ la densidad de masa y \bar{m} es la masa promedio de las partículas en el gas. En este caso estamos considerando que el gas contiene principalmente hidrógeno un 90 % de todo el gas y una pequeña fracción de helio, por lo que vamos a considerar una masa promedio de $\bar{m} = \frac{0.9m_p + 0.1 \times 4m_p}{2} \approx 0.6m_p$ en el gas ionizado.

En este gas ideal vamos a tomar la velocidad del sonido isotérmica, la cual está dada por

$$c_s = \sqrt{\frac{k_B T}{\bar{m}}} \quad (2.3)$$

de esta manera vemos que la velocidad del sonido en el gas ionizado solo depende de su temperatura. En este tipo de gases la velocidad del sonido es típicamente del orden de 10^6 cm s^{-1} .

Considerando que todas las fases mencionadas en la Sección 1.1 ya han sucedido, por lo que vamos a considerar que el flujo incidente de fotones ionizantes, F_0 está en equilibrio con las recombinaciones por unidad de área

$$F_0 = n_e n_i h_1 \alpha_B \quad (2.4)$$

donde h_1 es la anchura efectiva y α_B es el coeficiente de recombinación para el caso B (ver Apéndice C). Este coeficiente de recombinación para el caso B toma en cuenta las recombinaciones a todos los niveles, excepto al nivel base, esto ya que el fotón liberado en esta recombinación puede volver a ionizar algún otro átomo que se encuentre muy cerca (Dyson & Williams, 1980).

2.3. Estructura del flujo fotoevaporativo

En este modelo estamos considerando un frente de ionización D-crítico (Shu, 1992), esto es, dentro del glóbulo vamos a tener una expansión subsónica del gas desde el punto de vista del frente de ionización y una expansión supersónica en el gas ionizado desde el punto de vista del frente de ionización, por lo que tendremos un punto sónico el cual está justo detrás del frente de ionización. En este caso por simplicidad vamos a considerar el frente de ionización como una discontinuidad en el que pasamos de tener gas no ionizado a tener un gas totalmente ionizado, por lo que tomaremos que el punto sónico se da justo en r_0 , que es el radio del glóbulo (ver Figura 2.4). Así que vamos a considerar que el gas tiene un número de Mach igual a 1 en r_0 y este va a ir aumentando conforme atraviesa toda la zona 1 de la Figura 2.1 ya que se va expandiendo libremente. En principio podríamos considerar que tanto el radio del glóbulo como la densidad en su superficie son parámetros libres, pero con las observaciones podemos medir el radio y la densidad la podemos calcular ya que esta debe ser consistente por haber considerado equilibrio de ionización.

Con este modelo se pretende ver hasta donde llegamos a un equilibrio de presión entre la presión por parte del flujo fotoevaporativo y la presión RAM del viento estelar. Para el caso de la presión del flujo fotoevaporativo vamos a considerar tanto la presión térmica como la hidrodinámica, por lo que la presión total en la base del glóbulo está dada por

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{ter}} + P_{\text{hid}} = n \bar{m} c_s^2 + n \bar{m} u^2 = \rho c_s^2 (1 + M^2), \quad (2.5)$$

donde u es la velocidad del gas en la parte ionizada y M es el número de Mach.

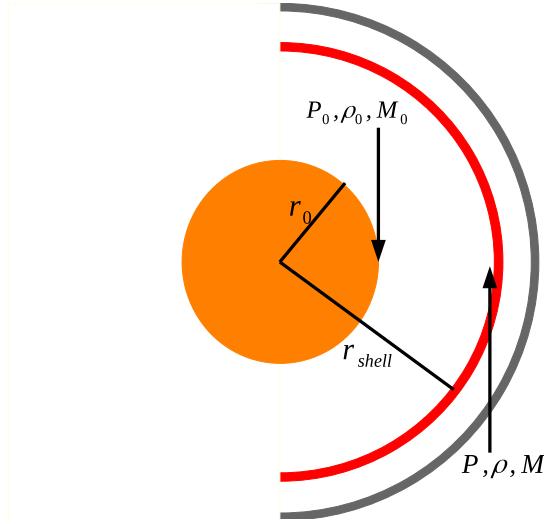


Figura 2.4: En este diagrama esquemático r_0 es el radio del globo neutro, mientras que ρ_0, M_0 y P_0 son los valores que tenemos en la superficie del globo y varían con dirección a la estrella hasta tener diferentes valores en r_{shell} , que es el radio del centro del globo hasta la base del flujo fotoevaporativo chocado, ρ, M y P son los valores que tendrán en la base del flujo fotoevaporativo chocado.

Este equilibrio de presión se logrará a un radio r_{shell} que es donde la presión del flujo fotoevaporativo ha disminuido una fracción f de lo que era la presión inicial. Por lo que la presión cambia como

$$f = \frac{P}{P_0} = \frac{\rho c_s^2 (1 + M^2)}{\rho_0 c_s^2 (1 + 1)} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{1 + M^2}{2}, \quad (2.6)$$

donde P_0 es la presión en la base del globo, recordemos que aquí estamos considerando el punto sónico, por lo que $M_0 = 1$. P es la presión del flujo fotoevaporativo justo antes de r_{shell} . Considerando la ecuación para la conservación de masa tenemos que

$$\rho r^2 M = \rho_0 r_0^2. \quad (2.7)$$

Finalmente, si consideramos la ecuación de Bernoulli isotérmica

$$\frac{v^2}{2} + c_s^2 \ln \rho = \text{constante} \quad (2.8)$$

en la Ecuación (2.5) tenemos que (Dyson, 1968)

$$\frac{r}{r_0} = M^{-1/2} e^{\frac{M^2 - 1}{4}}. \quad (2.9)$$

Combinando las ecuaciones (2.6), (2.7) y (2.9) tenemos la ecuación

$$f = \frac{1 + M^2}{2} \exp \left(\frac{1 - M^2}{2} \right), \quad (2.10)$$

la cual solo depende de M y podemos resolver de manera numérica² dándole diferentes valores a f . Una vez que resolvemos esta ecuación podemos saber los valores de las incógnitas ρ/ρ_0 y r/r_0 usando las ecuaciones (2.7) y (2.9). Obteniendo así, que tanto la presión como la densidad decaen con el radio, mientras que el número de Mach aumenta como vemos en la Figura 2.5. Cabe mencionar que la Figura 2.5 se obtiene resolviendo las ecuaciones (2.6), (2.7) y (2.9) en el eje de simetría. Pero esto cambiaría si consideramos cierto ángulo $\theta \neq 0$ ya que tanto la presión como la densidad escalan con el ángulo como $\cos^{1/2} \theta$, pero M no (Tarango-Yong & Henney, 2018).

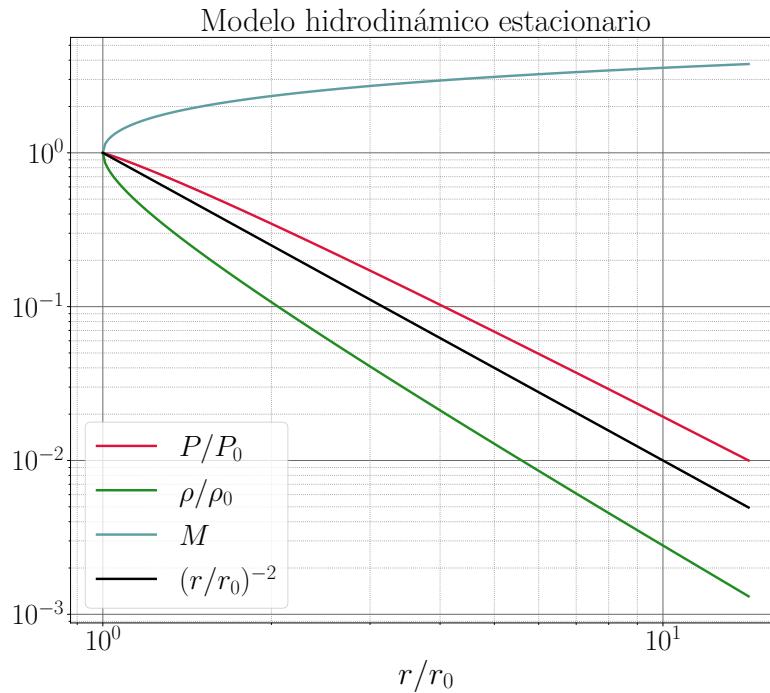


Figura 2.5: Gráfica del número de Mach M , densidad ρ y la presión total P normalizados como función de r/r_0 . También podemos ver una caída que va como $\sim r^{-2}$ (línea negra). Podemos notar que la densidad cae más rápido que r^{-2} , mientras que la presión total cae más lento, en ambos casos se debe a la aceleración del flujo.

²En nuestro caso usamos la función `fsolve` de la paquetería `scipy.optimize`, la documentación se encuentra en <https://docs.scipy.org/doc/scipy-1.12.0/reference/generated/scipy.optimize.fsolve.html>

2.4. Condiciones para la cáscara chocada

Cantó et al. (1996) en su descripción para interacción de dos flujos hipersónicos da la solución a distintos parámetros $\beta = (\dot{M}_w^0 v_w) / (\dot{M}_{w1}^0 v_{w1})$, el cual es la razón de los momentos de los flujos w y w_1 . Esto se puede ver en la Figura 2.6 en la cual notamos que cuando el momento de un flujo es muy grande comparado con el otro, la cáscara chocada se vuelve muy curva y está más cerca de la fuente cuyo flujo tiene menor momento.

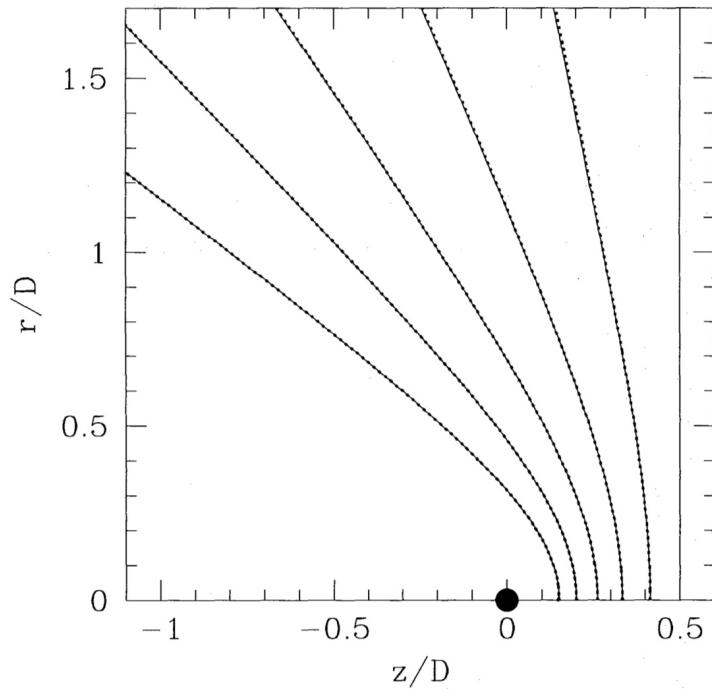


Figura 2.6: Formas de las distintas cáscaras chocadas a diferentes parámetros β . La línea vertical en $z/D=0.5$ corresponde a un parámetro $\beta = 1$ y las demás curvas corresponden a valores de 0.5, 0.25, 0.125, 0.0625 y 0.03125, entre más pequeño es β más curva se vuelve la cáscara chocada. La otra fuente se encuentra en $z/D=1$ (Cantó et al., 1996).

En la Figura 2.7 vemos los diferentes tipos de presiones que hay en cada zona en esta interacción entre flujos supersónicos. En la zona de discontinuidad, la línea gris en la Figura 2.7, será la suma de la presión RAM del viento estelar, P_{RAM} , y de la presión térmica del viento estelar. Dado que los vientos estelares en estrellas Wolf-Rayet llegan a ser del orden de $1 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$ podríamos llegar a tener un número de Mach del orden de 100 para el viento estelar, por lo que vamos a considerar que $P_{\text{DC}} = P_{\text{RAM}}$. Por otro lado, para la cáscara chocada,

la zona 2 de la Figura 2.1, tenemos que esta debe estar en doble equilibrio de presión. Por un lado, la presión de la cáscara chocada, P_{shell} debe ser igual a la presión del flujo fotoevaporativo justo antes del choque, es decir, $P_{\text{shell}} = P$. Por el otro lado, la presión de la cáscara chocada debe ser igual a la presión RAM del viento estelar chocado.

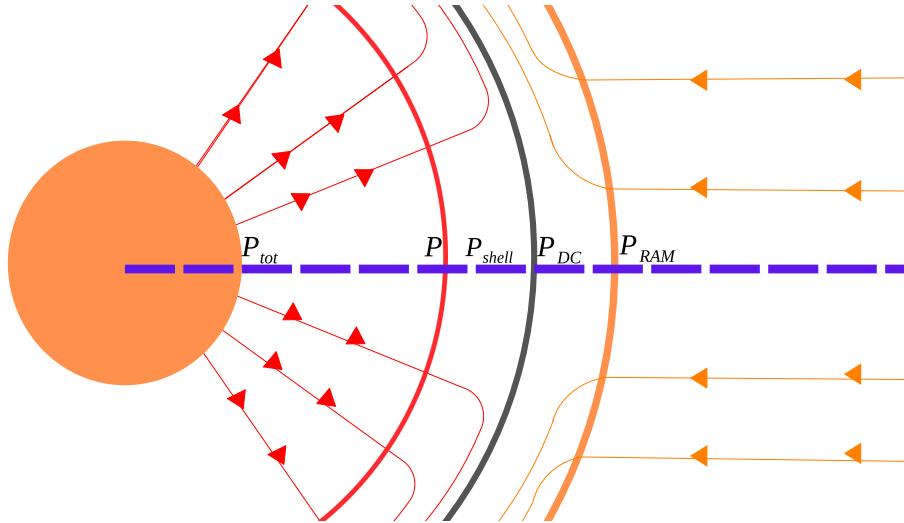


Figura 2.7: La base del globo está dominada por la presión total, ecuación (2.5). En la línea roja, que es la parte más interna de la cáscara chocada, tenemos que domina la presión térmica del flujo fotoevaporativo P . En la línea naranja domina la presión RAM del viento estelar P_{RAM} , la cual es la única presión externa que estamos considerando. En la zona de discontinuidad tenemos una presión P_{DC} , la cual es la suma de la presión RAM del viento estelar y la presión térmica del viento estelar chocado.

Capítulo 3

Glóbulos en la nebulosa M1-67

Ahora vamos a describir cómo encontramos estos glóbulos en la nebulosa M1-67. En la Figura 3.1 vemos del lado derecho cómo estos glóbulos los podemos identificar de manera visual por tres componentes importantes. El glóbulo lo vemos como un círculo de color blanco, su estela de color rosa que se encuentra justo detrás del glóbulo en dirección opuesta a la estrella, y su cáscara chocada que se ve de color gris. De esta manera, se pudieron localizar visualmente 168 glóbulos en total.

De las observaciones vemos que estos glóbulos tienen tamaños típicos de 200–300 mili segundos de arco ($5\text{--}7 \times 10^{-3}$ pc) de diámetro que son relativamente pequeños si los comparamos con la nebulosa circunestelar que es de unos $\sim 60''$ (1.57 pc).

A estos glóbulos los podemos localizar por su posición angular y separación con respecto a la estrella. La posición angular es el ángulo ϕ que tiene con respecto a la línea roja de la Figura 3.2, esta línea roja representa la posición angular a 0° , y el ángulo ϕ es tomado en sentido contrario a las manecillas del reloj. La separación entre el glóbulo y la estrella es medido directamente de las observaciones. En la Figura 3.2 vemos un ejemplo de como podemos conocer la posición angular y separación para cada glóbulo.

En la Figura 3.3 vemos del lado izquierdo la localización de los glóbulos en la nebulosa, donde los puntos verdes son los glóbulos que encontramos y la línea roja es nuestra referencia para encontrar su posición angular. En el lado derecho vemos como estos se distribuyen considerando su separación y posición angular. En estas distribuciones podemos encontrar ciertas simetrías, por ejemplo, en el histograma superior de la imagen izquierda vemos que muchos de estos glóbulos se concentran en dos posiciones angulares en particular, a $\sim 90^\circ$ y $\sim 200^\circ$, mientras que a 120° y 300° no tenemos casi glóbulos. Por otro lado, en el histograma del lado derecho vemos cómo en separación pareciera haber una distribución bimodal con picos a $11''$ (0.28 pc) y $17''$ (0.44 pc). Esta

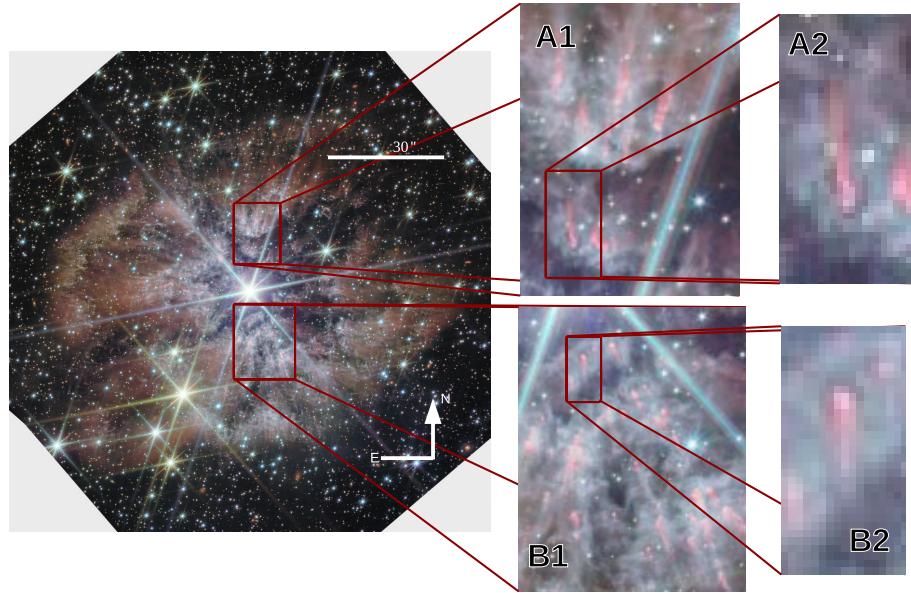


Figura 3.1: En esta imagen capturada con el JWST vemos la nebulosa M1-67 y en ella la presencia de glóbulos en casi toda la nebulosa. Haciendo zoom en estos glóbulos (la emisión en color blanco y rosa), vemos como puede ser su morfología en la parte neutra debido a la emisión de PAHs. Mientras que en color gris vemos lo que parece ser su interacción con la estrella y su viento estelar. Las figuras A1, A2, B1 y B2 tienen medidas de $11.86'' \times 15.65''$ ($0.31\text{ pc} \times 0.41\text{ pc}$), $2.94'' \times 5.76''$ ($0.07\text{ pc} \times 0.15\text{ pc}$), $15.82'' \times 19.21''$ ($0.41\text{ pc} \times 0.5\text{ pc}$) y $2.42'' \times 4.53''$ ($0.06\text{ pc} \times 0.11\text{ pc}$), respectivamente.

distribución nos dice que la cantidad de glóbulos decrece con la distancia de manera no constante, mientras que los grupos de glóbulos encontrados parecen ser los causantes de los picos de la distribución.

En la Figura 3.4 vemos una gran variedad de glóbulos en una zona pequeña y sus diferentes morfologías que presentan en los diferentes filtros.

Como ya hemos mencionado anteriormente, la interacción entre el flujo fotoevaporativo de los glóbulos y el viento estelar nos produce una cáscara chocada, la cual podemos ver debido a las recombinaciones, por lo que la podemos ver como emisión en algunos filtros. Por ejemplo, en el filtro f656n del HST y en los filtros f090w y f444w del JWST podemos ver esta cáscara chocada que rodea los glóbulos. También se realizó una combinación de filtros para poder ver solo la emisión de gas ionizado (ver Apéndice D). Por lo que en la imagen de gas ionizado tenemos una imagen más clara del gas ionizado que se encuentra en la cáscara chocada.

En el filtro f1130w del JWST se puede observar lo que parecen ser parte de las estelas de los glóbulos. Algunos parecen ser más pequeños que otros. También

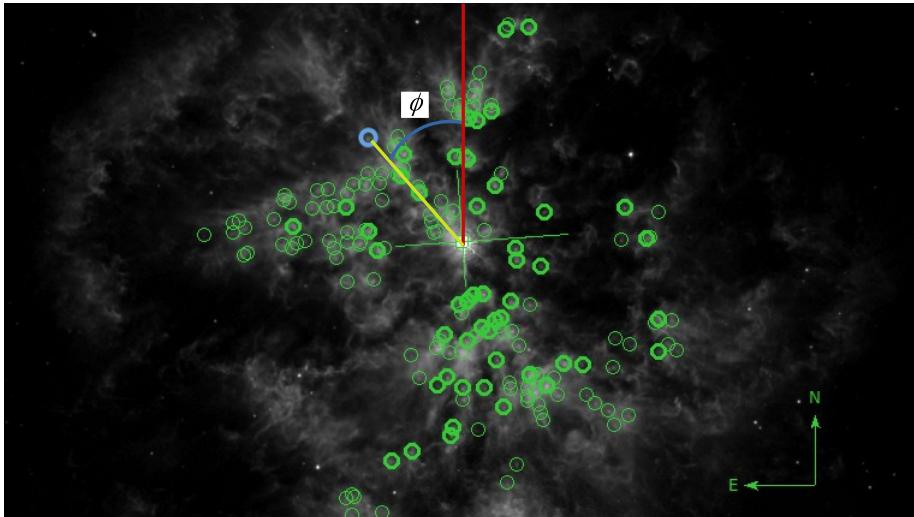


Figura 3.2: En esta imagen vemos un ejemplo de como obtuvimos la posición angular y la separación con respecto a la estrella. El círculo azul es el glóbulo que tomaremos como ejemplo, el ángulo ϕ con respecto a la línea roja es la posición angular y es tomada en sentido anti horario, la separación es la longitud de la línea amarilla, la cual une al glóbulo (círculo azul) con la estrella, la cual se encuentra en el centro de la imagen. Los puntos verdes marcan donde se localizan los otros glóbulos.

se pude notar que en algunos casos cuando los glóbulos están muy cerca los unos de los otros sus estelas parecen juntarse, incluso en algunos casos pareciera que estas estelas están interaccionando con otros glóbulos. En este filtro también se pude ver de manera muy tenue lo que pareciera ser la interacción del flujo fotoevaporativo por parte del gas y el viento estelar.

También se hizo una combinación de filtros para poder ver solo la emisión de gas neutro (ver Apéndice D. En este caso se pude observar mejor como es la morfología del glóbulo, por lo que aquí podemos conocer mejor sus propiedades.

Con la gran variedad de imágenes que tenemos podemos hacer muchas comparaciones y ver los glóbulos en diferentes filtros y resoluciones, lo cual nos da muchas ventajas. Por ejemplo, las observaciones del JWST tienen mayor resolución, mientras que en el caso del filtro f656n del HST, debido a que es un filtro muy angosto, no se ve muy afectado por la emisión de las estrellas, a diferencia de las observaciones con el JWST.

3.1. Estimando la presión RAM del viento estelar

Para este trabajo solo vamos a considerar la presión RAM del viento estelar por parte de la estrella WR 124 como la única presión externa de confinamiento

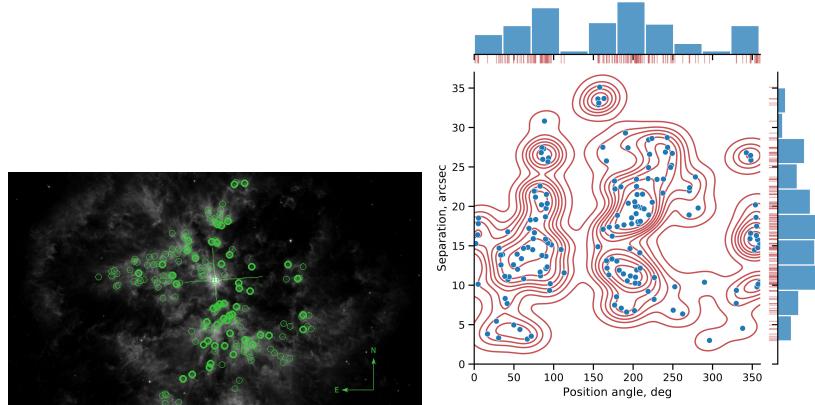


Figura 3.3: En la imagen izquierda vemos en puntos verde la localización de los glóbulos en la nebulosa M1-67 y la línea roja es la que usamos para conocer la posición angular de cada glóbulo. En la imagen derecha vemos como es la distribución de estos glóbulos (puntos azules) en separación y posición angular. En la parte superior de la imagen derecha vemos el histograma de la posición angular y del lado derecho el histograma de la separación de los glóbulos. Las líneas rojas son los isocontornos de la densidad suavizada de la distribución de los puntos.

para las cáscaras chocadas de interacción de los glóbulos, la cual la vamos a tomar como

$$P_{\text{RAM}} = \frac{\dot{M}v_\infty}{4\pi R^2} \quad (3.1)$$

donde \dot{M} es la tasa de pérdida de masa de la estrella, v_∞ la velocidad terminal del viento y R la distancia del glóbulo a la estrella. Los dos primeros datos están dados en la tabla 1.1 y para R vamos a considerar el rango de separación de 0.1–0.9 pc, esto ya que las separaciones entre los glóbulos y la estrella caen en este rango considerando que

$$\left[\frac{R}{\text{UA}} \right] = \left[\frac{D}{\text{pc}} \right] \left[\frac{\theta}{\text{arcsec}} \right], \quad (3.2)$$

donde θ es la separación que medimos directamente de las observaciones en arcsec y D es la distancia de nosotros a la estrella. En la Figura 3.5 vemos como es esta presión RAM del viento como función de la distancia.

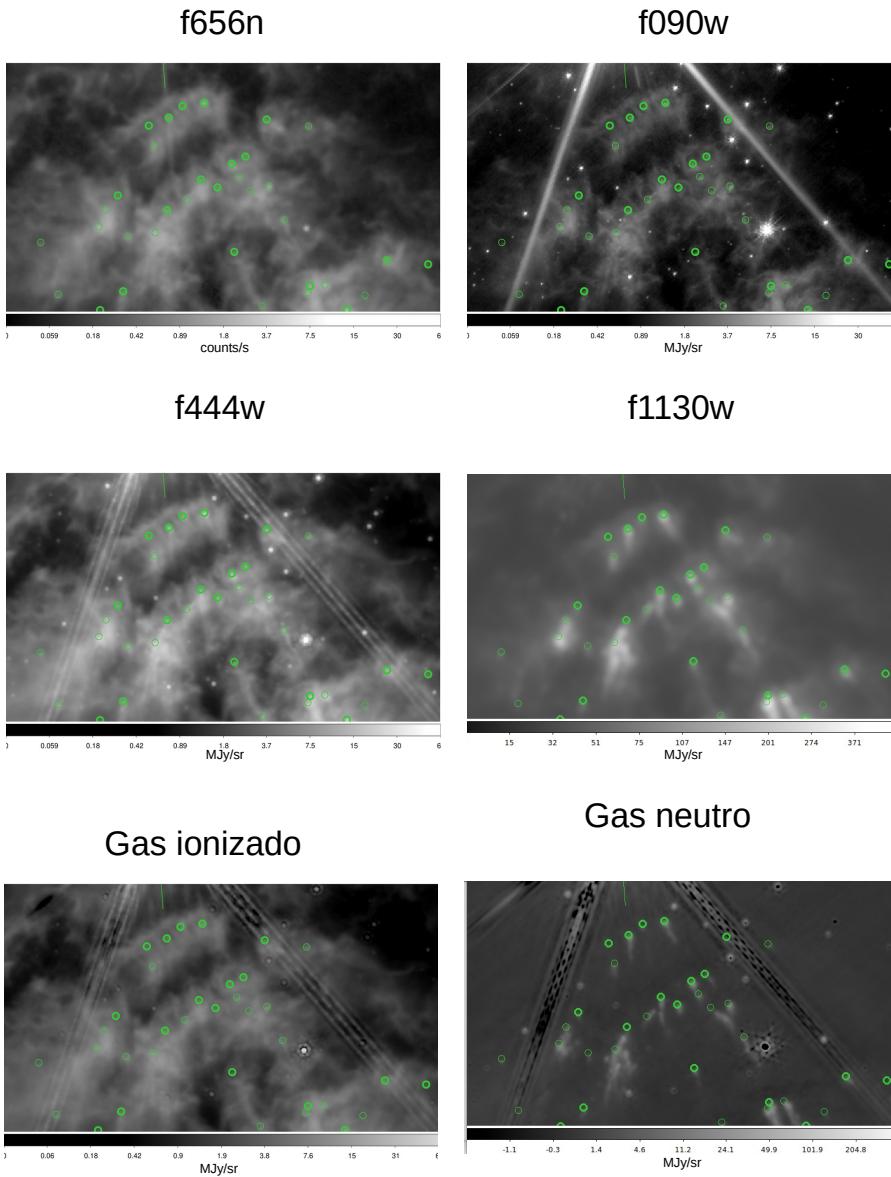


Figura 3.4: La imagen del filtro f656n (esquina superior izquierda) es la emisión de H α por parte del HST. Las demás imágenes son utilizando los filtros del JWST. Para el caso del gas ionizado se usó la siguiente combinación de filtros f444w-0.43 f335m-0.16(f150w-0.6 f210m), mientras que para la emisión de gas neutro se utilizó la combinación 1.4(f150w-0.6 f210m)+f335m-0.95 f210m. Los círculos verdes son de los glóbulos.

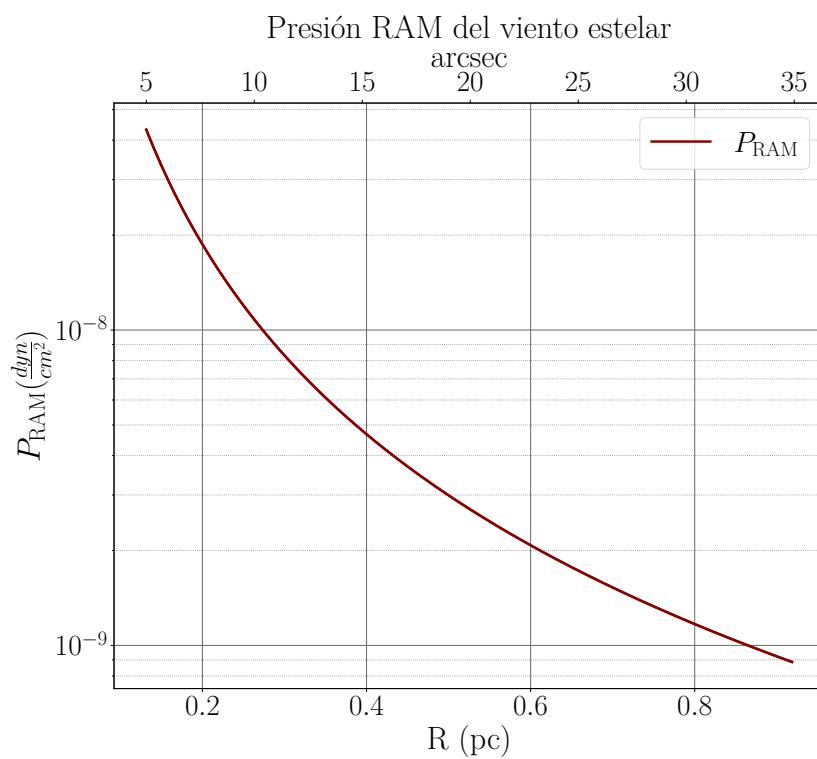


Figura 3.5: Presión RAM del viento estelar de la estrella WR 124 como función de la distancia en parsec

Capítulo 4

Ajuste del modelo a los perfiles de brillo

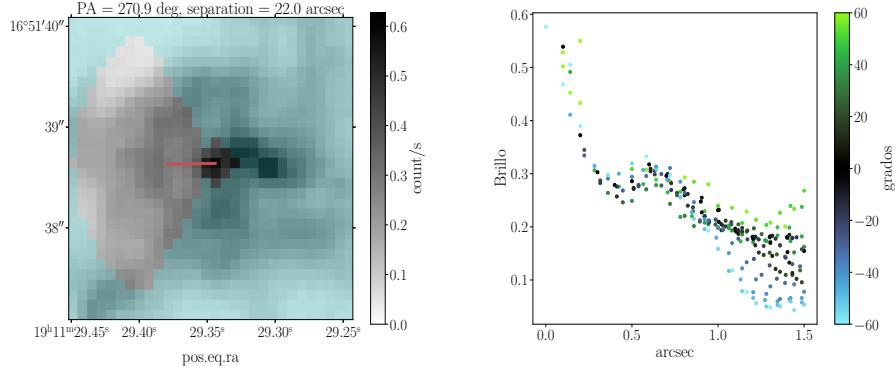
En este capítulo vamos a utilizar las distintas observaciones para obtener el tamaño de los glóbulos, sus cáscaras chocadas y los anchos de sus cáscaras chocadas. También podemos obtener el brillos en el centro del glóbulo y en la cáscara chocada, con lo que podremos conocer más adelante la densidad del gas ionizado en la cáscara chocada.

La medición de los diferentes parámetros a los 168 glóbulos encontrados lo haremos de la siguiente manera. Una vez que sabemos donde se encuentran los glóbulos vamos a buscar la posición de su máximo de emisión en $H\alpha$, el cual definiremos como el centro de nuestros glóbulos¹, después tomaremos como el eje de simetría considerado en el modelo (Figura 2.1) a la línea que une el centro del glóbulo con la estrella. Como en nuestro caso nos interesa más describir el glóbulo y su cáscara chocada solo vamos a trabajar con una máscara para poder identificar bien estas dos partes. Al utilizar esta máscara nuestras mediciones no se verán afectadas por la compleja estructura de la nebulosa u otros glóbulos que se encuentren cerca. Esta máscara la vamos a considerar de la siguiente manera : Vamos a tomar solo los píxeles que estén a una distancia menor o igual a $0.2''$ y también los que estén a una distancia máxima de $1.5''$ y a un ángulo máximo de 60° con respecto al eje de simetría. Con estos valores los glóbulos y sus cáscaras chocadas están dentro de la máscara en todos los casos, además de que se obtuvieron buenos resultados para las distintas mediciones con estos valores.

Después graficamos el brillo de cada píxel dentro de esta máscara como función de la distancia al centro del glóbulo, como vemos en la Figura 4.1. A estos puntos le vamos a ajustar dos gaussianas y una constante.

Este ajuste es por la siguiente razón: El ancho de la primer gaussiana centra-

¹En las observaciones de gas ionizado tenemos solo una estimación para el tamaño de los glóbulos, en la Sección 4.1 se realiza una medición mas real para el tamaño de los glóbulos usando gas neutro.



(a) Ejemplo de máscara usada para los glóbulos. La máscara son los píxeles en escala de grises, en este caso utilizando las observaciones del HST. El centro del glóbulo se localiza en el centro de la imagen, la línea roja conecta el centro del glóbulo con la estrella (localizada a la izquierda de esta imagen) y es el eje de simetría que vamos a considerar. Vamos a considerar solo los píxeles que están en un círculo de $0.2''$ alrededor del centro del glóbulo y los que se encuentren a una distancia menor a $1.5''$ y que tengan un ángulo menor de 60° con respecto al eje de simetría.

(b) Brillo de la máscara como función de la distancia al centro del glóbulo, considerando el ángulo con respecto al eje de simetría.

Figura 4.1: En la imagen de la izquierda vemos un ejemplo de la máscara que vamos a utilizar para hacer el ajuste a los perfiles de brillo (los píxeles en escala de grises), en este caso utilizando las observaciones del HST. El centro del glóbulo se localiza en el centro de la imagen, la línea roja conecta el centro del glóbulo con la estrella (localizada a la izquierda de esta imagen) y es el eje de simetría que vamos a considerar. Vamos a considerar solo los píxeles que están en un círculo de $0.2''$ alrededor del centro del glóbulo y los que se encuentren a una distancia menor a $1.5''$ y que tengan un ángulo menor de 60° con respecto al eje de simetría que estamos considerando. En la imagen de la derecha vemos como es el brillo de estos píxeles considerados en la máscara como función de la distancia al centro del glóbulo y considerando su ángulo con respecto al eje de simetría. En este caso, los puntos verdes son los píxeles que están en la parte inferior de la imagen izquierda, por otro lado los puntos azules se encuentran en la parte superior de la imagen izquierda dentro de la máscara considerada.

da en cero nos dirá el tamaño del glóbulo, esto suponiendo que el pico de emisión que encontramos se da justo en el centro del glóbulo. La segunda gaussiana ajustada nos indica la ubicación de la cáscara chocada y su ancho. Esperamos ver un pico de emisión en esta cáscara chocada debido a las recombinaciones que hay en esta parte, es por eso que también le ajustamos una gaussiana a la cáscara chocada. La distancia entre los picos de estas dos gaussianas no dirá el radio de la cáscara chocada. Finalmente, la constante es más un promedio del brillo del fondo en esta región. En este ajuste le dimos menos peso a los píxeles más alejados del centro del glóbulo y también a los que tenían un gran ángulo con respecto al eje de simetría de la siguiente manera

$$w = \frac{\cos^2(\theta)}{(0.3 + r)^2}, \quad (4.1)$$

donde θ es el ángulo con respecto al eje de simetría y r la distancia al centro del glóbulo. Para hacer este ajuste utilizamos la paquetería `fitting.LevMarLSQFitter`² de `astropy.modeling`. Un ejemplo más claro de estos ajustes lo podemos ver en la Figura 4.2

Este ajuste se hizo a las observaciones con el HST y para el caso del JWST se hizo para el filtro f090w y a la combinación de filtros en la que solo observamos el gas ionizado. De esta manera obtuvimos varias mediciones independientes a los ajustes con distintas resoluciones. Así tenemos una mejor certeza de que realmente estamos detectando una cáscara y del tamaño de los diferentes parámetros ajustados.

4.1. Medición del radio en la parte neutra

El ajuste anterior se realizó utilizando las imágenes en las que vemos la emisión de gas ionizado por lo que la medición de los radios para la parte neutra no estaría del todo bien. Así que para la medición de la parte neutra se utilizó la combinación de los filtros f150w, f210m y f335m del JWST para ver la emisión neutra (ver Apéndice D). Con esta combinación evitamos que nuestras mediciones se vean afectadas por la emisión de estrellas de campo o de las cáscaras chocadas.

En este caso ajustamos solo una gaussiana y una constante al perfil de brillo ya que aquí no podríamos ver la cáscara chocada. El ajuste se realizó de la siguiente manera: Dado que el valor medio de los radios de los glóbulos en el anterior ajuste es de $0.14''$ con una variación de $\pm 0.04''$ decidimos poner una máscara de $0.2''$ alrededor del pico de emisión y unos conos con un pequeño ángulo de apertura, estos conos son perpendiculares al eje de simetría considerado en el modelo y tienen una longitud de $1.5''$. Con esta máscara considerada esperamos tener toda la emisión neutra en el círculo pequeño que consideramos, los conos nos servirán para calcular mejor la constante ajustada ya que no se verá afectada por las colas de los glóbulos. En la Figura 4.3 vemos como el glóbulo cae dentro de la máscara sin verse afectado por emisión de gas ionizado o estrellas de campo.

Con estos ajustes ya conocemos el radio de los glóbulos, r_0 , el radio de la cáscara chocada, r_{shell} , y el ancho de la cáscara chocada, H_s . Debido a que tanto r_0 como H_s se midieron usando la sigma de la gaussiana ajustada, la cual es el ancho RMS del perfil, y para comparar con los anchos instrumentales tenemos que nuestro ancho observacional está dado por

$$W_{\text{obs}} = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma_{\text{obs}} \quad (4.2)$$

donde σ_{obs} es nuestra medición de las observaciones, y considerando la Función de dispersión de punto (PSF por sus siglas en inglés) de cada telescopio, entonces

²La paquetería se encuentra en <https://docs.astropy.org/en/latest/api/astropy.modeling.fitting.LevMarLSQFitter.html>

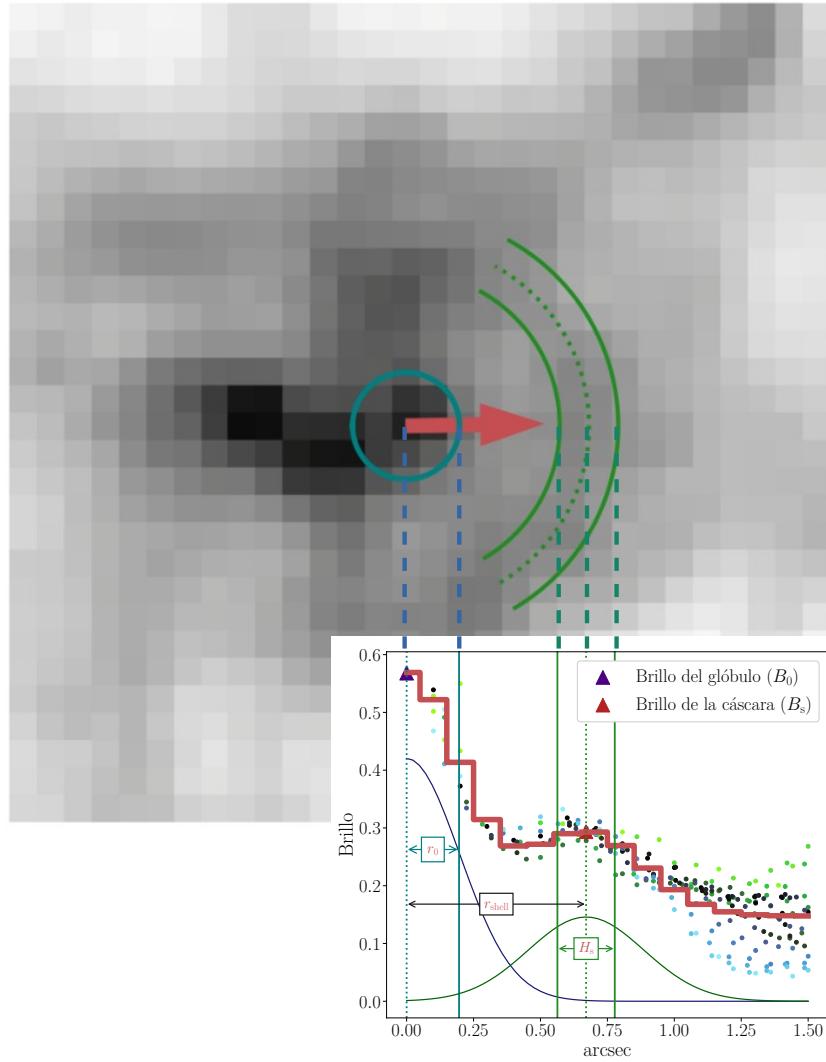


Figura 4.2: Ejemplo del ajuste de las dos gaussianas y una constante a los perfiles de brillo. Este ejemplo es el mismo de la Figura 4.1, pero para la visualización del ajuste, la imagen del glóbulo fue rotada 180°. En este ejemplo vemos como obtuvimos los diferentes parámetros a través del ajuste. Los brillos de la parte interna como de la cáscara son el máximo de la primer y segunda gaussiana, respectivamente. La σ de la primera gaussiana centrada en cero nos dice el tamaño de la parte interna. Para el ancho de la cáscara, lo consideramos a partir de la σ de la segunda gaussiana. Para el radio de la cáscara, lo tomamos como la distancia entre los picos de ambas gaussianas. Este es un ajuste a las observaciones del HST y podemos ver como se ve el ajuste directamente en la imagen.

tenemos que nuestro ancho real estará dado como

$$W_{\text{real}} = \frac{\sqrt{W_{\text{obs}}^2 - \Delta^2}}{2} \quad (4.3)$$

donde Δ es el PSF del telescopio, para el caso del HST $\Delta = 0.067''$ y para el caso del JWST $\Delta = 0.145''$, esto para el combo de filtros para ver solo el gas ionizado. De esta manera tenemos una medición más realista de estas dos cantidades.

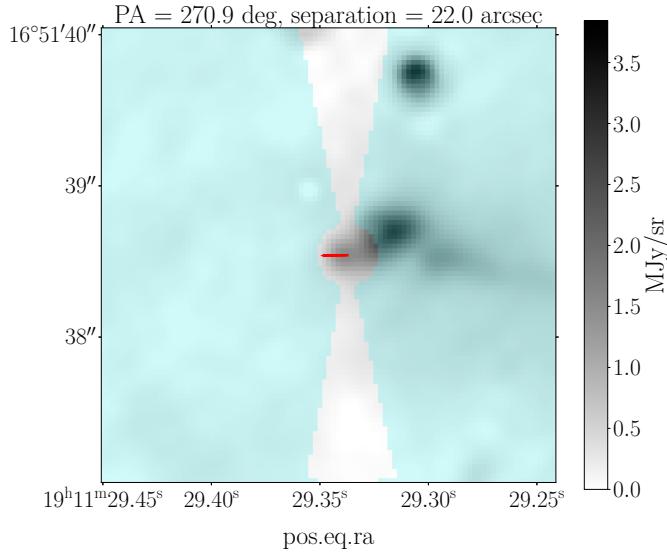


Figura 4.3: Ejemplo de la máscara usada para la medición del radio en la parte neutra del glóbulo. La máscara son los píxeles en escala de grises. Para ver solo la emisión del gas neutro (PAHs) se usó la combinación de los filtros f150w, f210m y f335m. Estas son observaciones del JWST.

4.2. Estimación de incertidumbres en los parámetros observacionales

Para el caso de los errores vamos a considerar que estos están dados por in-homogeneidades en el brillo de la nebulosa, que no están relacionadas con el glóbulo ni con su cáscara chocada, o por efectos sistemáticos debido a la inadecuación del modelo y no por el ruido de fotones. Así que vamos a estimar estos errores comparando las distintas mediciones hechas, suponiendo que son independientes.

4.2.1. Incertidumbres en r_{shell} y H_s

En el caso del radio y ancho de la cáscara, r_{shell} y H_s , respectivamente, podemos notar que estos siguen una buena tendencia (ver Figura 4.4) si comparamos las mediciones realizadas con el HST y el JWST. Para estas mediciones vamos a considerar la incertidumbre RMS

$$\sigma = \frac{\sqrt{\text{Var}(x_J - x_H)}}{\sqrt{2}} \quad (4.4)$$

donde x_J son las mediciones hechas con el JWST, utilizando el combo de gas ionizado, y x_H son las mediciones hechas con el HST, en H α (ver Apéndice E).

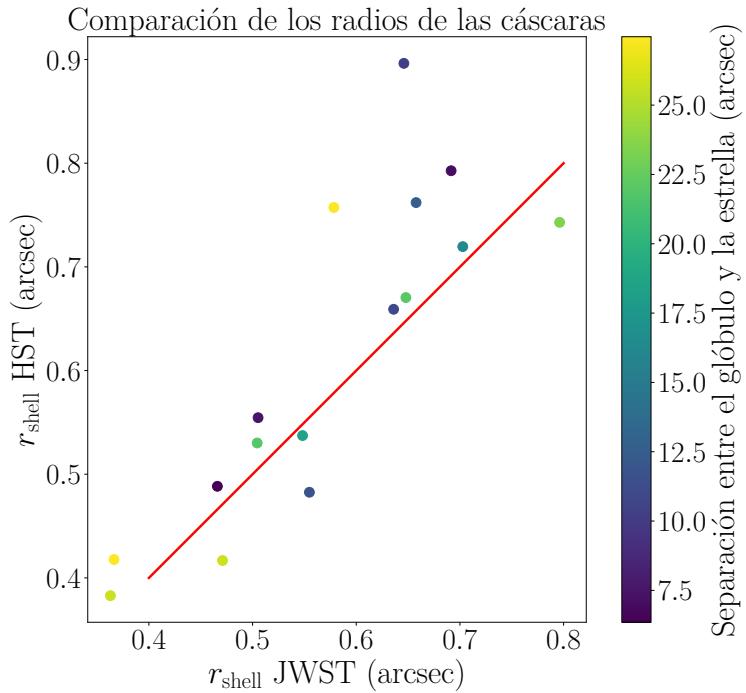


Figura 4.4: Comparación de los radios de las cáscaras (puntos de colores) obtenidos a partir de los ajustes a ambos telescopios. Cada punto de color representa un glóbulo al cual se le detectó una cáscara en ambos telescopios. Las mediciones con el HST es en el filtro f656n y en el JWST son mediciones hechas en el combo para observar solo el gas ionizado. La línea roja representa la relación de identidad 1:1, por lo que se puede ver que ambas mediciones son muy similares

4.2.2. Incertidumbre en r_0

Para el caso de la parte interna tenemos una medición para el radio en la parte neutra con un combinación de filtros del JWST y una aproximación con el HST, ya que en este último vemos solo el gas ionizado y el glóbulo contiene principalmente gas neutro. Aunque no hay una buena correlación entre estas dos mediciones, como se puede ver en la Figura 4.5, su valor promedio y desviación estándar se parecen mucho. Por lo que vamos a considerar un radio constante que será igual para todos los glóbulos. Este valor será $0.135''$ el cual es el promedio de los valores medios de las dos mediciones y como error vamos a considerar la desviación estándar de ambas mediciones ya que son iguales, $\pm 0.03''$ (ver Figura 4.5).

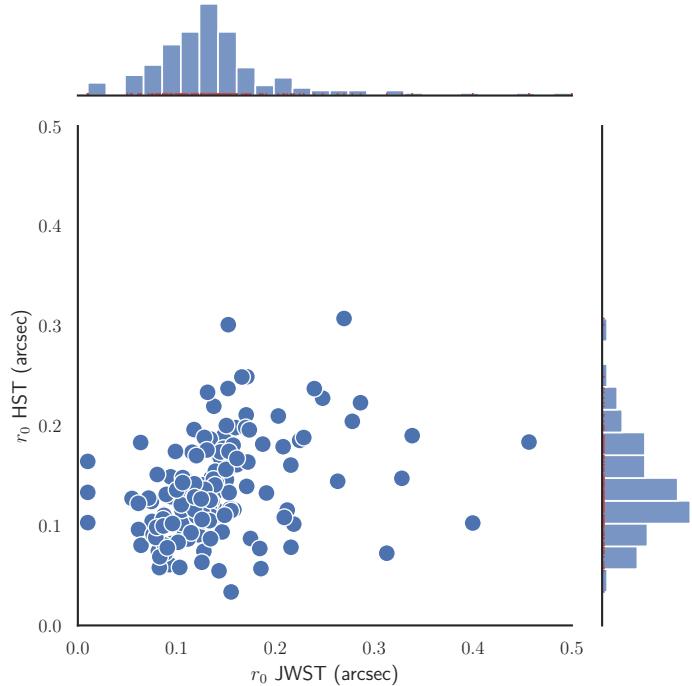


Figura 4.5: En esta imagen vemos la comparación de los radios medidos para la parte neutra con ambos instrumentos. El histograma superior es para las mediciones del radio del glóbulo utilizando el JWST, estas mediciones tienen un valor promedio de $0.15''$ con una desviación estándar de $0.03''$. El histograma del lado derecho es para las mediciones del radio del glóbulo utilizando el HST, teniendo un valor promedio de $0.12''$ con una desviación estándar de $0.03''$.

4.2.3. Incertidumbres en B_s y B_0

Para los errores de los brillos superficiales en la cáscara chocada y en el glóbulo, B_s y B_0 , respectivamente, vamos a considerar como error la siguiente desviación estándar

$$\epsilon_B = \sqrt{\text{Var}((y - \bar{y})^2, w * w_2)} \quad (4.5)$$

donde y es el perfil del brillo del filtro f656n del HST menos el ajuste realizado a los perfiles de brillo, w es el peso considerado en el modelo (Ecuación (4.1)) y w_2 es la gaussiana ajustada a la parte correspondiente, es decir, para la parte interna w_2 es la primera gaussiana ajustada, la cual tiene su pico en $0''$, y para la cáscara w_2 es la segunda gaussiana ajustada (ver Figura 4.2).

Con la estimación de todas estas incertidumbres, usamos la paquetería `uncertainties`³ para tener nuestras barras de error. Esta paquetería calcula las incertidumbres usando la teoría de propagación de errores lineales tomando en cuenta si los datos son totalmente independientes o están correlacionados.

4.3. Estimación de la densidad del gas ionizado a partir del brillo superficial de H α

Para estimar la densidad del gas ionizado, usamos primero la definición de Medida de Emisión (EM por sus siglas en inglés)

$$\text{EM} = \int_z n_i n_e dz \quad (4.6)$$

donde n_i es la densidad de iones, n_e la densidad electrónica y en este caso estaremos integrando sobre nuestra línea de visión (dz). Si consideramos un gas totalmente ionizado, donde los electrones provengan solo del H, entonces tenemos que $n_e = n_i = n$ ⁴. Entonces, tenemos que $\text{EM} = n^2 l$, donde n es la densidad promedio RMS y l es la profundidad del gas denso en nuestra línea de visión.

Si suponemos una cáscara esférica de radio r , una anchura h con $h \ll r$ y una densidad constante, entonces tenemos que

$$\text{EM} = 2\sqrt{2rhn}^2. \quad (4.7)$$

Esto ya que de la Figura 4.6 tenemos que por geometría $r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = (r + h)^2 = r^2 + 2rh + h^2 \approx r^2 + 2rh$, y por tanto, $l = 2\sqrt{2rh}$. De esta manera, usando

³La documentación de la paquetería se encuentra en <https://pythonhosted.org/uncertainties/>

⁴En principio también tenemos contribución de He, pero lo vamos a considerar como neutro debido que la estrella tiene pocos fotones energéticos como para ionizar el He, si lo comparamos con la tasa de fotones que ionizan el H (Jiménez-Hernández et al., 2020).

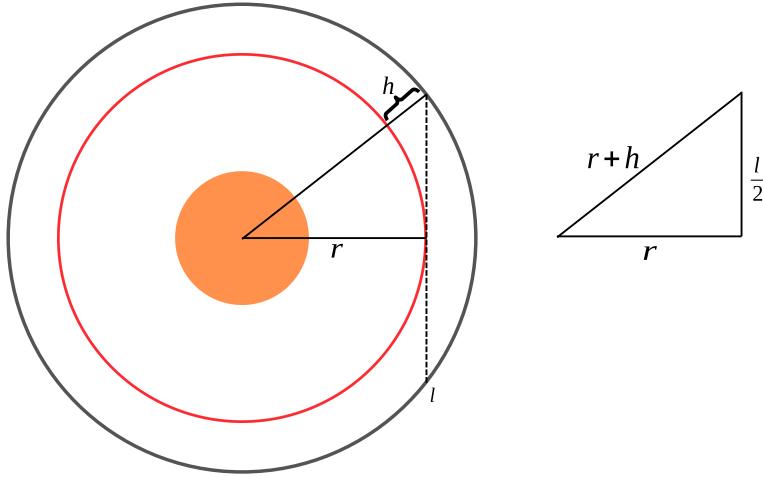


Figura 4.6: Diagrama esquemático que muestra una línea de visión, con un máximo en la línea punteada l , y si consideramos una simetría esférica vamos a tener esta configuración donde h será el ancho de la cáscara chocada, r el radio del centro del glóbulo hasta donde inicia el flujo fotoevaporativo chocado y $h < r$.

la EM tenemos que

$$n = \sqrt{\frac{EM}{l}} = \sqrt{\frac{EM}{2\sqrt{2rh}}} \quad (4.8)$$

En este trabajo vamos a aplicarlo a las cáscaras detectadas donde tomaremos a $r = r_s$ y $h = H_s$.

4.3.1. Uso de la EM a partir de las observaciones

En nuestras observaciones del HST el brillo superficial está dado en unidades de cuenta s^{-1} , por lo que vamos a usar el factor de conversión 0.0137 para tenerlo en unidades de $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}$ (ver Apéndice F). Si dividimos entre la energía de H α tenemos que

$$B \frac{0.0137}{(h\nu)_{H\alpha}} = \int \frac{f_{H\alpha} \alpha_B n_e n_p}{4\pi} dz \quad (4.9)$$

donde B es el brillo superficial que tenemos directamente de nuestras observaciones, $(h\nu)_{H\alpha}$ la energía de H α , $f_{H\alpha}$ es la fracción de todas las recombinaciones a los niveles $n \geq 2$ que resultan en la emisión de H α , α_B es el coeficiente de recombinación para el caso B, n_e la densidad electrónica y n_p la densidad de iones. La integral de la derecha es a lo largo de nuestra línea de visión.

Si consideramos que tanto $f_{\text{H}\alpha}$ como el coeficiente de recombinación son constantes, entonces

$$B \frac{0.0137}{(h\nu)_{\text{H}\alpha}} = \frac{f_{\text{H}\alpha} \alpha_B}{4\pi} \int n_e n_p dz, \quad (4.10)$$

donde la integral es la EM. Por lo que, si suponemos que $f_{\text{H}\alpha}$ es 0.5 y que $\alpha_B = 2.3 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ entonces $f_{\text{H}\alpha} \alpha_B = 1.17 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, por lo que podemos conocer la EM directamente de las observaciones como

$$\text{EM} = B \frac{0.0137}{(h\nu)_{\text{H}\alpha}} \frac{4\pi}{1.17 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}}, \quad (4.11)$$

y como ahora todo está en unidades de cgs, la EM tendrá unidades de cm^{-5} .

Es importante mencionar que para conocer la densidad usando la EM y l , estamos considerando que l es perpendicular a el eje de simetría considerado en el modelo.

En la Figura 4.7 estamos considerando que la densidad máxima n_1 está en el eje de simetría y decae con el ángulo como $\cos^{1/2} i$ (Tarango-Yong & Henney, 2018).

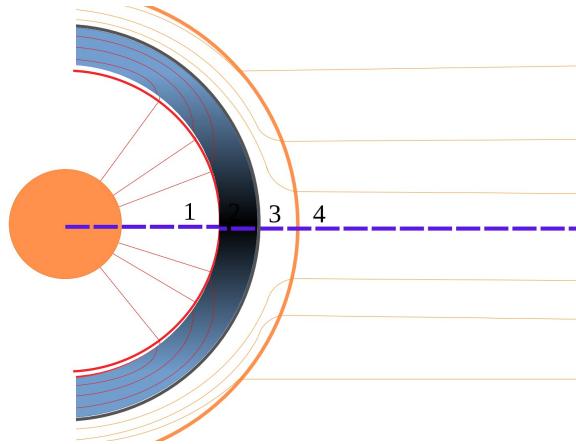


Figura 4.7: En el eje de simetría tenemos una densidad máxima en la cáscara chocada n_1 (color más oscuro) y esta densidad va cayendo con el ángulo que tiene con respecto al eje de simetría (color más claro).

4.4. Buenos ajustes

En 16 de los glóbulos se pudo tener un buen ajuste ya que las mediciones obtenidas coincidían tanto con los glóbulos como con las cáscaras chocadas

que se podían identificar visualmente en las imágenes. Por lo que con estos ajustes ahora conocemos r_0 , r_{shell} y H_s . Además conocemos el brillo tanto en la parte interna como en la cáscara chocada por lo que podemos obtener más información. En la Sección 4.3 vimos como obtener la densidad en la cáscara chocada a partir de su brillo, y con esto ahora podemos conocer la presión de la cáscara, la cual está dada como

$$P_{\text{shell}} = \rho c_s^2. \quad (4.12)$$

Esta presión la podremos comparar con la presión RAM del viento estelar. De igual manera podremos tener un estimado de la presión interna del glóbulo y comparar directamente con el modelo.

Estos glóbulos a los cuales les encontramos un buen ajuste están en un rango de separación a la estrella muy amplio, por lo que podemos conocer mejor la nebulosa y los glóbulos en general también. En la Figura 4.8 podemos apreciar algunos ejemplos de los buenos ajustes donde se puede identificar el glóbulo y su cáscara chocada.

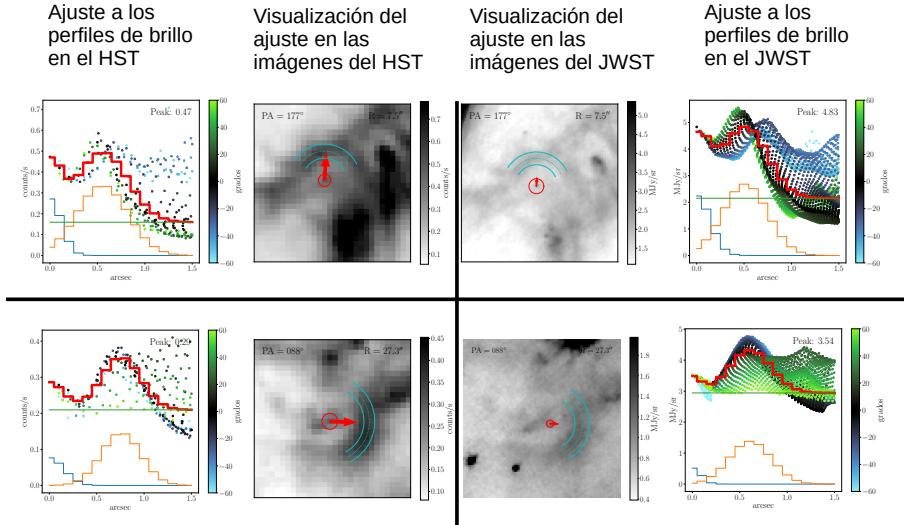


Figura 4.8: Ejemplos de buenos ajustes. En los paneles izquierdos vemos los ajustes a los perfiles de brillo en el lado izquierdo y como se ven con los datos del HST en la derecha, mientras que los paneles del lado derecho son utilizando los datos del JWST, del lado derecho están los ajuste a los perfiles de brillo para el gas ionizado (Figura 3.4), pero la visualización de estos ajustes los vemos en el filtro f090w ya que morfológicamente se parece mucho a las imágenes del HST.

4.5. Ajustes recuperados

Gracias a que se hizo el ajuste a los perfiles de brillo en dos telescopios distintos y con distintas resoluciones se pudieron obtener mejores resultados. Esto debido a que en algunos glóbulos a pesar de poder observar sus cáscaras chocadas visualmente nuestro algoritmo no las lograba detectar en alguno de las dos imágenes.

En la Figura 4.9 vemos como en ambos casos se puede ver una posible cáscara pero al momento de hacer el ajuste no detecta debido a la dispersión que tenemos en ciertas direcciones o por la falta de puntos, como es el caso de los datos del HST. Otro problema del porqué no se detectaba bien la cáscara, era debido a que esta solía tener un brillo muy bajo.

De esta manera se pudo tener una mayor muestra de la que ya se había obtenido inicialmente. Por lo que tenemos una muestra final de 30 glóbulos en los que conocemos el tamaño de los glóbulos, sus cáscaras chocadas, así como sus anchos y el brillo superficial en el centro del glóbulo y en la cáscara chocada⁵. Con estas mediciones podemos comparar la presión de las cáscaras chocadas con la presión RAM del viento estelar, por lo que en el Capítulo 5 podremos comparar nuestro modelo con las observaciones.

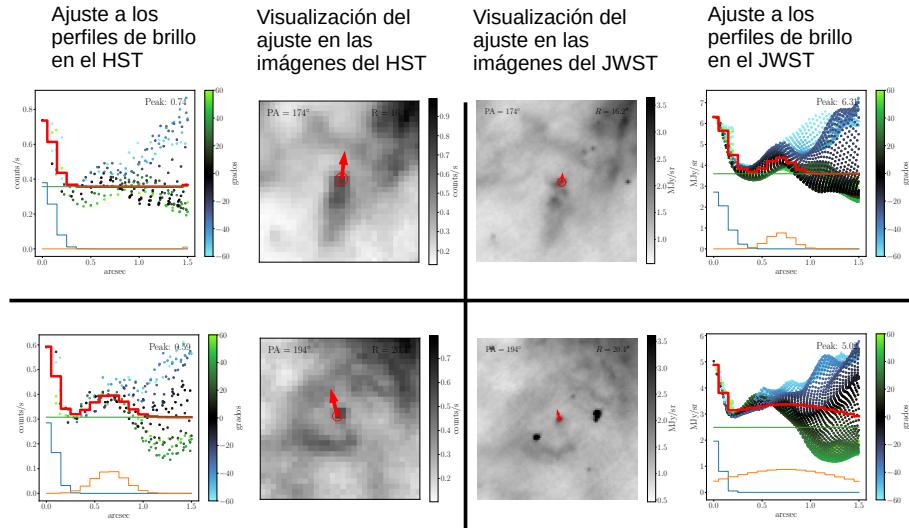


Figura 4.9: Ejemplos de ajustes recuperados. En las imágenes, visualmente podemos observar una cáscara, pero al hacer el ajuste a los perfiles de brillo vemos que este no detecta la cáscara chocada en uno de los telescopios (panel superior izquierdo y panel inferior derecho) debido a la dispersión de los puntos.

⁵Todos estos ajustes se pueden ver en el Apéndice J

4.6. Glóbulos descartados

A pesar de tener una buena cantidad de glóbulos para aplicar a este modelo no se usaron todos por diferentes razones. Algunos de ellos tenían un mal ajuste debido a la gran estructura de la nebulosa, había estrellas de fondo o se veían afectados por las espigas de difracción de estrellas brillantes. Debido a esto en algunos casos no se alcanzaba a detectar bien la parte neutra o la cáscara chocada y en algunos casos la detección de estas regiones estaban mal en cuanto a sus tamaños. En la Figura 4.10 vemos algunos ejemplos de los glóbulos a los que no se les pudo detectar bien su cáscara chocada.

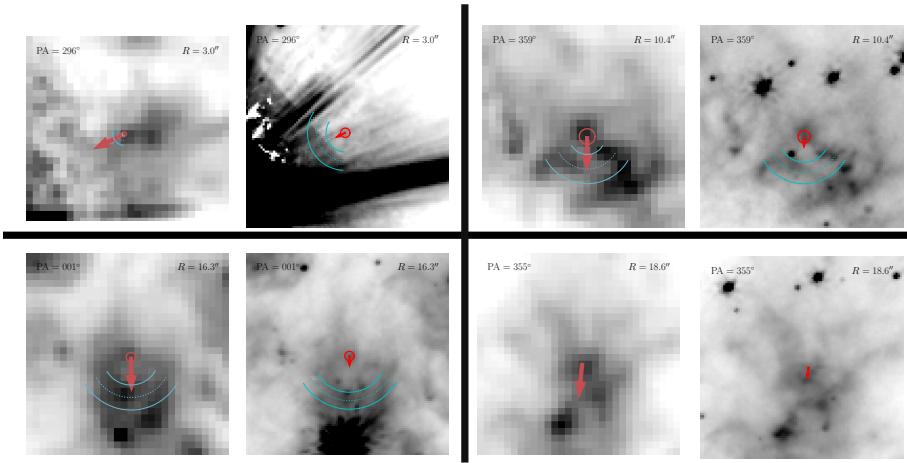


Figura 4.10: Ejemplos de glóbulos descartados. Del lado izquierdo es la imagen con el HST y del lado derecho con el JWST en el filtro f090w. El primer glóbulo es descartado por que se ve afectado por la difracción del telescopio y por la gran estructura de la nebulosa, esto se puede deber a lo cerca que está de la estrella central. En los otros ejemplos vemos como la presencia de fuentes cercanas afecta nuestras estimaciones de posibles cáscaras chocadas en las observaciones.

En la Tabla 4.1 tenemos los valores medios de las diferentes mediciones realizadas, tomando como incertidumbre la dispersión de los datos entre los diferentes glóbulos. Vemos que la separación entre los glóbulos y la estrella tiene un valor medio de $14.96 \pm 7.1''$. Por otro lado, podemos ver que tanto el radio del glóbulo como el ancho de la cáscara es menor que el radio de la cáscara. La densidad es típicamente del orden de 10^3 cm^{-3} , mientras que las presiones de las cáscaras son del orden de $10^{-9} \text{ dyn cm}^{-2}$. Finalmente $n_{i,0}$ es la densidad del gas ionizado en el frente de ionización de los glóbulos, esto considerando un equilibrio de ionización.

Resultados de los buenos ajustes	
Separación	$14.96 \pm 7.1''$
Radio del glóbulo r_0	$0.135 \pm 0.03''$
Radio de la cáscara r_{shell}	$0.62 \pm 0.13''$
Ancho de la cáscara H_s	$0.24 \pm 0.1''$
n_{shell}	$1.37 \pm 0.05 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$
$n_{i,0}$	$5.01 \pm 0.55 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$
P_{shell}	$1.89 \pm 0.06 \times 10^{-9} \text{ dyn cm}^{-2}$
r_{shell}/r_0	4.4 ± 1

Tabla 4.1: Valores medios de los resultados obtenidos a partir de los ajustes. En este caso tomamos las incertidumbres como la dispersión entre los diferentes glóbulos.

Capítulo 5

Balance de presiones en las cáscaras

En este capítulo vamos a utilizar las mediciones obtenidas a partir de las diferentes observaciones a los glóbulos encontrados en la nebulosa M1-67. Así, podemos investigar acerca del equilibrio de presiones que existe entre el flujo fotoevaporativo por parte de los glóbulos y la presión del viento estelar para finalmente compararlo directamente con el modelo hidrodinámico estacionario que proponemos. Si las observaciones concuerdan con nuestro modelo propuesto, entonces podremos conocer mejor la distribución espacial de los glóbulos en la nebulosa M1-67.

Se encontraron 168 nudos glóbulos en la nebulosa, los cuales están distribuidos a una distancia de la estrella central de entre $3\text{--}35''$ ($7\text{--}92 \times 10^{-2}$ pc). Estos glóbulos se pueden observar ya sea en grupos o solos, como se puede ver en la Figura 3.3.

A pesar de no tener un buen ajuste a todos los glóbulos, tenemos una muestra muy buena ya que estos están distribuidos en un amplio rango de distancia a la estrella y también una gran variedad en la medición de algunos parámetros.

5.1. Balance interno de presión

Ahora vamos a comparar directamente con el modelo (ver Figura 2.5). Para esto vamos a comparar como se ve la razón de las presiones que hay en la cáscara chocada del glóbulo y en la superficie del glóbulo contra la razón del radio de la cáscara y el radio del glóbulo. Recordemos que en la Figura 2.5 vemos a P/P_0 como función de r/r_0 .

Como estamos considerando un modelo estacionario, tenemos que la presión de la cáscara chocada, en la cual estamos considerando solo presión térmica, debe ser igual a la presión total que hay justo antes de r_{shell} . En el Capítulo 2 hablamos de como el modelo propuesto predice f como función de r/r_0 , que nos dice como debe ser la presión del flujo fotoevaporativo justo antes del choque

interior normalizado con la presión que hay en la base del glóbulo, esto en función del radio.

En el caso de la razón entre los radios es muy sencillo, pues hemos obtenido estos parámetros de una manera muy directa para cada glóbulo. Dado que también hemos podido medir los brillos y tamaños, tanto del glóbulo como de la cáscara chocada, podemos calcular sus respectivas densidades.

Por lo que para la razón entre las presiones que hay en la base del glóbulo y en la cáscara chocada del glóbulo, primero, recordando de la sección 4.3.1 tenemos que $B \propto EM = n^2 l$ por lo que

$$\frac{B_s}{B_0} = \frac{n_s^2 l_s}{n_0^2 l_0}, \quad (5.1)$$

donde B_s , n_s y l_s son el brillo, la densidad y la línea, perpendicular al eje de simetría, donde estamos integrando para calcular la EM en la cáscara (ver Figura 4.6) y B_0 , n_0 y l_0 son el brillo, la densidad y la línea donde estamos integrando para conocer la EM en la parte interna. Por otra parte, para las observaciones tenemos que $f_{\text{obs}} = \frac{P_{\text{shell}}}{P_0} = \frac{\rho_{\text{shell}}}{2\rho_0} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{shell}}}{\rho_0} = 2f_{\text{obs}}$, por lo que

$$\frac{B_s}{B_0} = 4f_{\text{obs}}^2 \frac{l_s}{l_0} \Rightarrow f_{\text{obs}} = \frac{1}{2} \left(\frac{B_s/B_0}{l_s/l_0} \right)^{1/2}. \quad (5.2)$$

De esta manera podemos comparar con el modelo directamente. En el apéndice G damos a detalle las correcciones para los brillos.

Debido a que el tamaño del glóbulo es muy pequeño, vamos a considerar que $r_0 \approx l_0$ ¹. Así la comparación con el modelo saldrá directamente de las observaciones.

En la Figura 5.1 podemos observar como los resultados a partir de las observaciones se parecen bastante a las predicciones que se obtienen del modelo propuesto. En el caso de las observaciones vemos que la mayoría de los datos caen en un rango de $r_{\text{shell}}/r_0 = 3-6$, el cual es la razón del radio de la cáscara entre el radio del glóbulo, mientras que para la razón entre las presiones caen en un rango de $f_{\text{obs}} = 0.05-0.15$. También podemos notar, para los datos observados, una anti-correlación con bastante dispersión.

Dado que el modelo no tiene parámetros libres y que los resultados obtenidos a partir de las observaciones tienen una gran concordancia con las predicciones del modelo, podemos decir que este modelo funciona para intentar explicar la interacción que hay entre los flujos supersónicos. En la Figura 5.1 vemos como las mediciones de nuestras observaciones, f_{obs} se ajustan a las que predice nuestro modelo $f_{\text{model}} = \frac{P}{P_0}$ (Ecuación 2.6) si consideramos las barras de error.

5.2. Balance externo de presión

En la Figura 5.2 vemos como la presión de las cáscaras chocadas de los glóbulos como función de la separación que hay entre la estrella y cada glóbulo. Podemos

¹ De la sección 4.3.1 tenemos que $l_0 = 2\sqrt{2hr} = 2\sqrt{2h/r_0}r_0 = 0.98r_0 \approx r_0$, esto considerando que $h/r_0 \approx 0.12$ (ver Apéndice C).

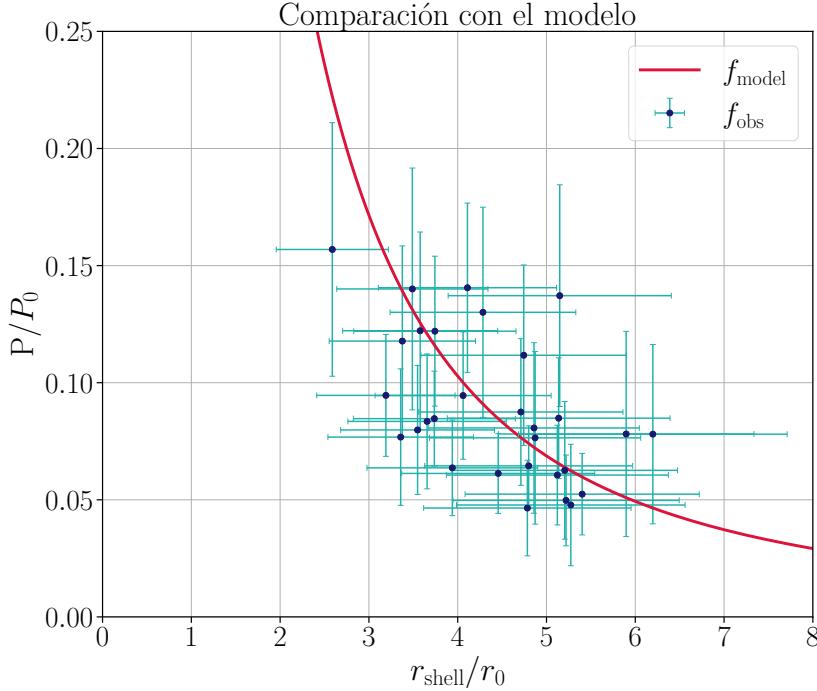


Figura 5.1: f_{model} es la línea teórica que obtuvimos a partir del modelo propuesto, mientras que f_{obs} es la razón entre la presión de la cáscara chocada y la presión en la superficie del glóbulo a partir de las observaciones.

apreciar como la presión de las cáscaras de los glóbulos, puntos morados, cae por debajo de la presión RAM del viento estelar, la línea roja. En nuestro modelo consideramos que la presión de la cáscara debe estar en equilibrio con la presión RAM del viento estelar, por lo que podemos pensar que la separación que estamos viendo, en realidad, no es más que una separación proyectada.

Si suponemos que el glóbulo está proyectado por un ángulo i como vemos en la Figura 5.3, entonces tenemos que

$$R \cos i = R_p \quad (5.3)$$

donde R es la separación real del glóbulo a la estrella, i el ángulo de inclinación y R_p la distancia proyecta, que es la que observamos. Debemos tomar en cuenta que la presión de la cáscara es igual a la presión RAM del viento estelar solamente en el eje de simetría, y como vimos en la Sección 4.3.1, fuera del eje de simetría, la presión de la cáscara disminuye por un factor de $\cos^{1/2} i$ (Tarango-Yong & Henney, 2018). Por lo que considerando este ángulo de inclinación para

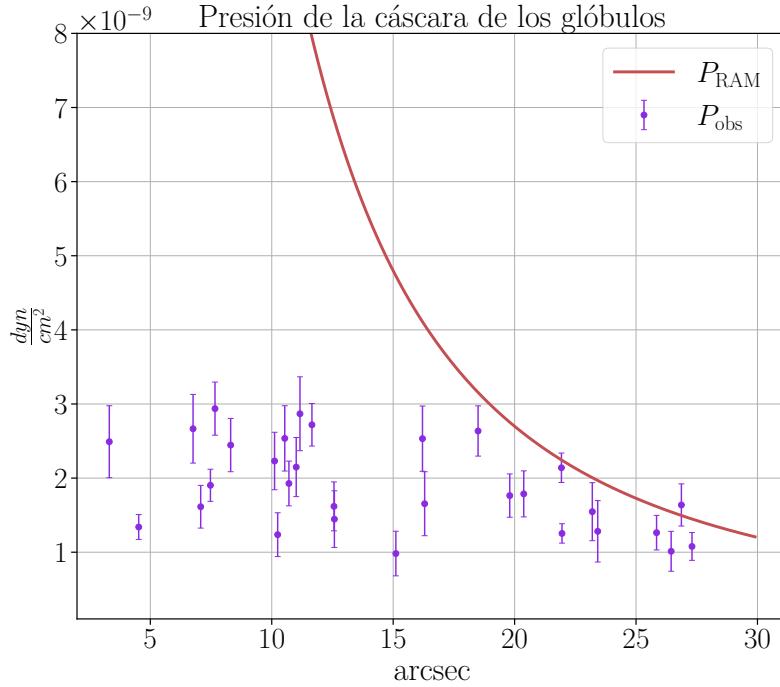


Figura 5.2: En esta gráfica vemos como las presiones de la cáscara de los glóbulos (círculos morados) estarían por debajo de la presión RAM (línea roja) si la separación proyectada fuera igual a la separación real.

la presión de la cáscara tenemos que

$$P_{\text{shell}}(i) = \rho \cos^{1/2}(i) c_s^2 \Rightarrow P_{\text{shell}}(i) \cos^{-1/2}(i) = \rho c_s^2 \quad (5.4)$$

por lo que

$$P_{\text{shell}}(i) \cos^{-1/2}(i) = \frac{\dot{M}v_\infty}{4\pi R_p^2} \Rightarrow P_{\text{shell}}(i) = \frac{\dot{M}v_\infty}{4\pi R_p^2} \cos^{5/2} i. \quad (5.5)$$

Con esta ecuación, podemos conocer el coseno del ángulo, ya que conocemos tanto la presión de la cáscara como su separación proyectada. Usando este coseno del ángulo en la Ecuación 5.2 podemos conocer cuál es la separación real entre la estrella y el glóbulo, por lo que podemos conocer cuál es la distribución real de los glóbulos en cuanto a separación.

En la Figura 5.4 vemos como la presión de los glóbulos se puede ajustar a la presión RAM si consideramos cierto ángulo de inclinación i . De aquí podemos obtener el ángulo de inclinación de cada glóbulo.

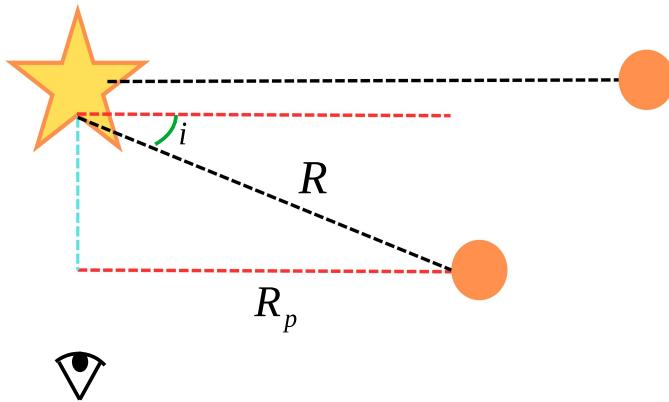


Figura 5.3: Representación de como algunos glóbulos se ven afectados por un ángulo de inclinación con respecto a nuestra línea de visión. Para el glóbulo de abajo tenemos que la distancia real a la estrella es R , mientras que nosotros vemos R_p que es la distancia proyectada a un ángulo i . Por otro lado el glóbulo de arriba no se ve afectado por alguna proyección.

En la Figura 5.5 vemos en líneas continuas como sería el ángulo de inclinación si consideramos que la densidad de la cáscara no decae con el ángulo, es decir, $P_{\text{shell}}(i) = \frac{\dot{M}v_\infty}{4\pi R_p^2} \cos^2 i$. Y vemos que a ángulos pequeños las líneas continuas se pegan mucho a las líneas punteadas (cuando la densidad decae con el ángulo), por lo que la diferencia de ángulos no es muy grande, sin embargo, a grandes ángulos esto comienza a tomar relevancia. De igual manera, podemos apreciar que a grandes distancias las líneas continuas y discontinuas se pegan mucho, esto se puede deber a que en los glóbulos mas lejanos a la estrella su separación real y proyectada sean muy similares. En el siguiente capítulo vamos a discutirlo más a detalle.

En la Tabla 5.1 vemos los valores medios considerando este ángulo de inclinación que hemos encontrado, considerando que la densidad decae con el ángulo. Como el valor medio del $\cos(i)$ es 0.65, podemos notar que en realidad sí estamos viendo la separación proyectada de los glóbulos, de hecho de casi todos. Por lo que en realidad están más lejos de lo que apreciamos en las imágenes. En la Figura 5.6 las barras naranjas son el histograma de la separación proyectada entre los glóbulos y la estrella, la cual medimos directamente de las observaciones, y podemos ver que muchos de estos glóbulos parecían estar cerca de la estrella. Las barras de color azul es la separación real, encontrada a partir del equilibrio de presiones, y vemos como todos están a más de $10''$ (0.26 pc) de distancia, así como también tenemos una concentración de glóbulos a $\sim 17''$ (0.44 pc).

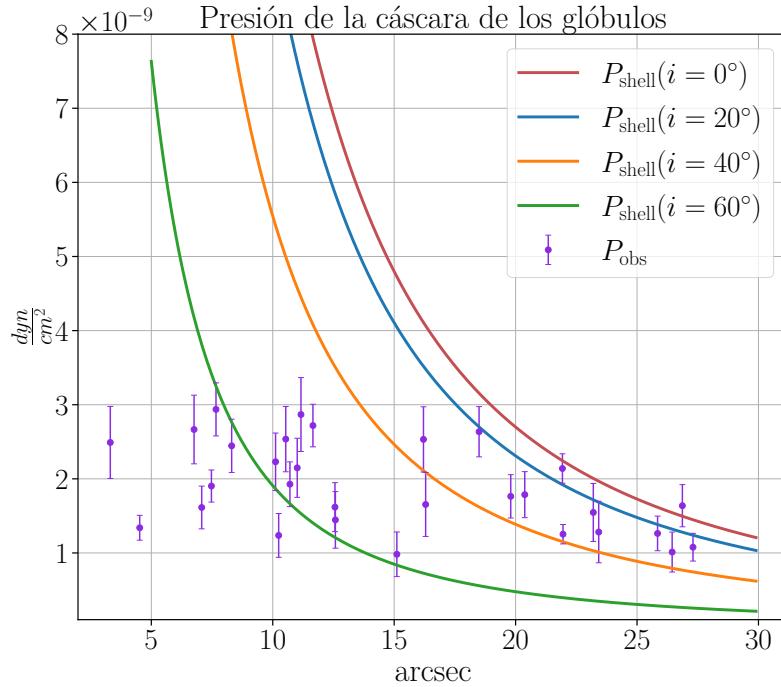


Figura 5.4: Ejemplos de como podemos conocer el ángulo de inclinación de cada glóbulo si ajustamos una línea continua a la presión de la cáscara chocada de cada glóbulo (círculos morados) de tal manera que esta presión sea similar a la presión RAM del viento estelar (líneas continuas).

Resultados con ángulo de inclinación	
$\cos(i)$	0.65 ± 0.01
R	$22.08 \pm 0.34''$
$n_{\text{shell}}(i)$	$1.81 \pm 0.05 \text{ cm}^{-3}$
$P_{\text{shell}}(i)$	$1.89 \pm 0.06 \times 10^{-9} \text{ dyn cm}^{-2}$

Tabla 5.1: Valores típicos de los resultados obtenidos considerando el ángulo de inclinación i .

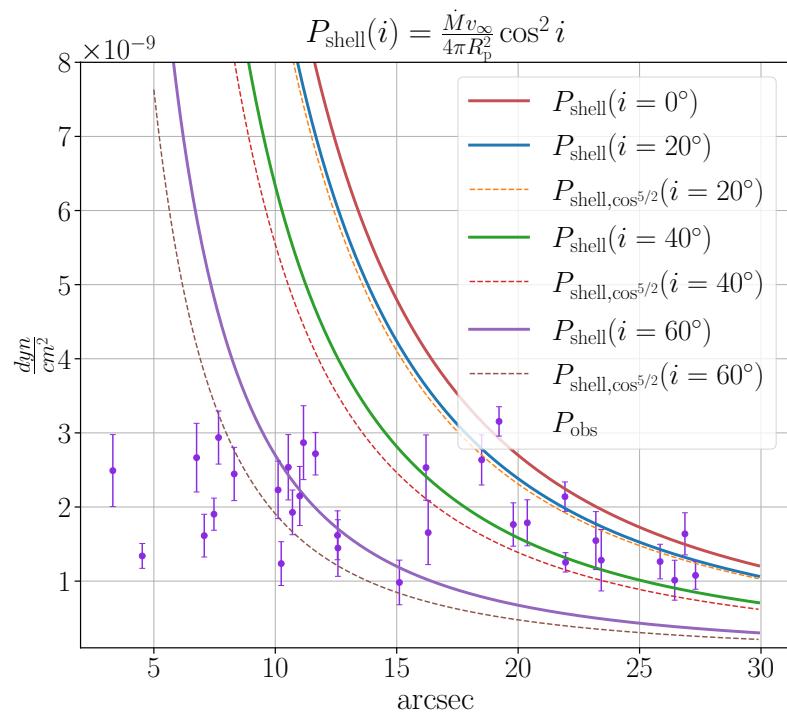


Figura 5.5: La línea continua roja es la presión RAM del viento estelar como función de la distancia real, las demás líneas continuas son las presiones de las cáscaras considerando cierto ángulo de inclinación i y que la densidad no decae con el ángulo. Las líneas discontinuas son las presiones de las cáscaras considerando cierto ángulo i y que la densidad también decae con el ángulo como $\cos^{-1/2}(i)$.

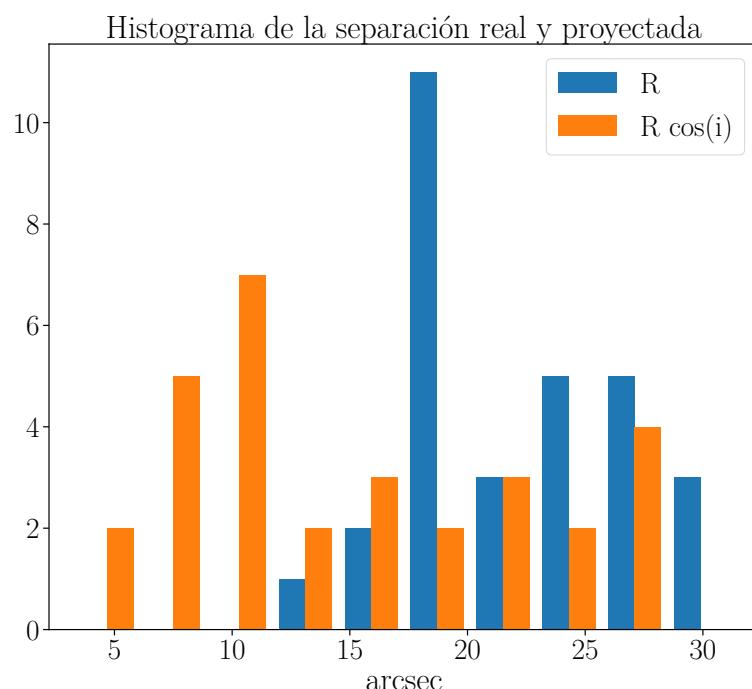


Figura 5.6: Histogramas de la separación real (color azul) y la separación proyectada (color naranja) de los glóbulos medida en arcsec.

Capítulo 6

Discusión

Ahora vamos a discutir algunos problemas que se presentaron al momento de hacer los ajustes a los perfiles de brillos, así como también algunas propiedades de los glóbulos, entre otras cosas. Debido a que son varias cosas a discutir, vamos a dividir la discusión en secciones.

Considerando que Zavala et al. (2022) estima que la nebulosa circunestelar se formó hace unos 11.8×10^3 a, podríamos suponer que las fases mencionadas en la Sección 1.1 ya han pasado y esto es importante porque si estuviéramos en otra fase como en la de implosión, los radios cambiarían además que las presiones que consideramos podrían aún no estar en equilibrio. En el caso de no estar aún en el equilibrio de presiones indicaría que esta interacción entre el flujo fotoevaporativo y el viento estelar se formó recientemente.

6.1. Identificación de los glóbulos y sus cáscaras

Si bien la presencia de estos glóbulos y su interacción con el viento estelar se puede apreciar en las imágenes del JWST, no en todos los casos es claro ya que hay algunos glóbulos que se encuentran en grupo tal como se ve en la Figura 6.1. En estos casos la detección de la cáscara chocada es un poco difícil por las siguientes razones. En la imagen de arriba de la Figura 6.1 vemos un claro ejemplo de que cuando dos glóbulos estén muy cercanos se pueden confundir con que sea un solo glóbulo, como es el caso de los que están marcados con círculos azules. De esta manera nos podríamos confundir en el tamaño de la parte neutra del glóbulo y sobreestimarla. Detrás de estos glóbulos se encuentran otros dos glóbulos cercanos (marcados con círculos negros), debido a la proyección en el cielo, estos parecen estar en la estela de los glóbulos marcados con círculos azules, por lo que en principio no podríamos detectar bien una cáscara chocada. Por otro lado tenemos el glóbulo marcado con un círculo rojo. Este glóbulo es más pequeño que los otros que están en el grupo y aparentemente su cáscara chocada está muy cerca del glóbulo pero en realidad esta cáscara parece ser del par de glóbulos marcados con círculos azules. Algo similar pasa con el glóbulo

marcado con el círculo verde, el cual aparentemente no tiene una cáscara pero pareciera estar en la cáscara chocada de algún otro glóbulo.

En la imagen inferior de la Figura 6.1 de igual manera vemos un grupo de glóbulos, pero en esta ocasión están lo suficientemente lejos como para no confundir sus respectivas cáscaras. El problema aquí es que ahora las cáscaras están cerca la una de la otra, por lo que la emisión de una afecta a otras. En este ejemplo en particular, vemos que las cáscaras más grandes contaminan a las más pequeñas en cuanto a su emisión.



Figura 6.1: Estos son algunos ejemplos de los grupos de glóbulos que se encontraron en la nebulosa. En la imagen de arriba tenemos varios problemas, entre ellos identificar si es uno o más glóbulos para el caso de los que están muy cerca y saber de qué glóbulo viene cada cáscara chocada, en caso de detectarla. En la imagen de abajo vemos como la cercanía entre glóbulos hace que la emisión de una cáscara chocada se vea afectada por otra cercana.

6.2. Masa de los glóbulos

Para la densidad del gas ionizado tenemos que Grodidier et al. (1998) en su análisis a la nebulosa M1-67, encuentra unos puntos brillantes de $0.2\text{--}0.3''$, a los cuales les estima una densidad de gas ionizado de $4800\text{--}12\,000\text{ cm}^{-3}$. Estos puntos brillantes parecen ser en su mayoría nuestros glóbulos encontrados. Su estimación de la densidad del gas ionizado de los glóbulos es congruente con nuestras estimaciones, donde nosotros encontramos una densidad típica de $5 \times 10^3\text{ cm}^{-3}$ (Tabla 4.1).

Para estimar la densidad en la parte neutra vamos a suponer un equilibrio de presiones entre la parte neutra y la ionizada, por lo que tendríamos que

$$2n_{i,0}c_{s,i}^2 = n_n(c_{s,n}^2 + \frac{1}{2}v_A^2), \quad (6.1)$$

donde $n_{i,0}, c_{s,i}$ es la densidad y la velocidad, respectivamente, en la parte ionizada, $n_n, c_{s,n}$ la densidad y la velocidad del sonido, respectivamente, en la parte neutra y v_A la velocidad de Alfvén, la cual esta definida como $v_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}}$, donde B es el campo magnético y ρ la densidad. Como suponemos que la parte neutra está dominada por el campo magnético, tenemos valores en el rango de $1\text{--}3\text{ km s}^{-1}$ para la v_A , esto considerando campos magnéticos del orden de micro Gauss (Bertoldi, 1989). Mientras que la velocidad del sonido en la parte neutra es de 0.5 km s^{-1} si consideramos una masa promedio de $1.3m_p$ y una temperatura de 300 K. Así tenemos que la razón entre la densidad neutra e ionizada

$$\frac{n_n}{n_{i,0}} = \frac{2c_{s,i}^2}{c_{s,n}^2 + \frac{1}{2}v_A^2}, \quad (6.2)$$

está en el rango de 42–266. Por lo que para estimar la masa de los glóbulos vamos a considerar que $n_n = 100n_{i,0}$ ya que se encuentra dentro de este rango, aunque claro, tendríamos una gran incertidumbre por un factor de 2 aproximadamente. Tomando esto en cuenta y que en el modelo estamos considerando que los glóbulos son esféricos, entonces, la masa de cada glóbulo estaría dada por

$$M_g = \frac{4}{3}\pi r_0^3 100n_{i,0}m_H. \quad (6.3)$$

Con estas densidades obtenidas para la parte neutra, tenemos un valor promedio en la masa de $4.5 \times 10^{-3} M_\odot$. Si consideramos que todos los glóbulos tienen esta masa promedio, entonces tendríamos que la masa total de todos los glóbulos encontrados es $168 \times 4.5 \times 10^{-3} M_\odot = 0.75 M_\odot$ ¹, la cual es menor que la masa de gas ionizado que calcula Grodidier et al. (1998), que es de $1.33 M_\odot$.

6.3. Distribución tridimensional de los glóbulos

Zavala et al. (2022) utilizando espectroscopia de rendijas en ciertas partes de la nebulosa midió las velocidades en estas regiones (ver Figura 6.2). Una de

¹Como solo estamos estimando la masa de los glóbulos y no de sus cáscaras, vamos a tomar en cuenta los 168 glóbulos encontrados.

las observaciones se realizó en $H\alpha$ y además se realizó por donde están algunos glóbulos que se encontraron en este trabajo.

En la Figura 6.3 vemos como los grupos de glóbulos están en una elipse, lo que indica que están en una cáscara esférica². En la rendija H es donde podemos ver el radio de estas cáscaras en el eje vertical, que es la posición. En la misma rendija, usando el eje horizontal que mide la velocidad, podemos ver que todas estas cáscaras tienen una velocidad de 40 km s^{-1} . De esta manera podemos obtener la separación real que hay entre los glóbulos y la estrella. Por lo que conociendo su separación proyectada, que es la que medimos directamente de las imágenes, y su separación real a partir de estos espectro de rendija, podemos saber cuál debería ser su ángulo de inclinación.

En la Figura 6.4 vemos como nuestras mediciones (puntos rojos), obtenidos a partir de comparar la presión de la cáscara de los glóbulos con la presión exterior del viento (Sección 5.2) concuerdan con la mediciones realizada a partir de espectros bidimensionales (puntos azules) (Henney, W., in prep.). Estas dos mediciones son totalmente independientes y podemos ver una clara anti-correlación entre el ángulo de inclinación y la separación que observamos. En esta imagen no esperamos ver glóbulos con un ángulo de inclinación de $\pm 90^\circ$ ya que estos estarían totalmente de espaldas o de frente, en cualquier caso estos no los podríamos ver porque se verían afectados por la emisión de la estrella WR ya que en proyección estarían muy cerca de la estrella.

El grupo de glóbulos más cercanos a la estrellas parece estar a unos $15''$ (0.39 pc) según la Figura 6.3, los cuales coinciden con nuestras mediciones que vemos en la Figura 5.6. También en la Figura 5.6 podemos ver que la separación real de muchos glóbulos está cerca de $18''$ (0.47 pc).

En la Figura 6.3 podemos apreciar que la mayoría de los grupos de glóbulos están corridos al rojo y muy pocos están corridos al azul, es decir, que la mayoría de los grupos de glóbulos localizados en estas rendijas se están alejando de nosotros y solo unos pocos se están acercando.

²En el Apéndice I se da un poco de más detalle.

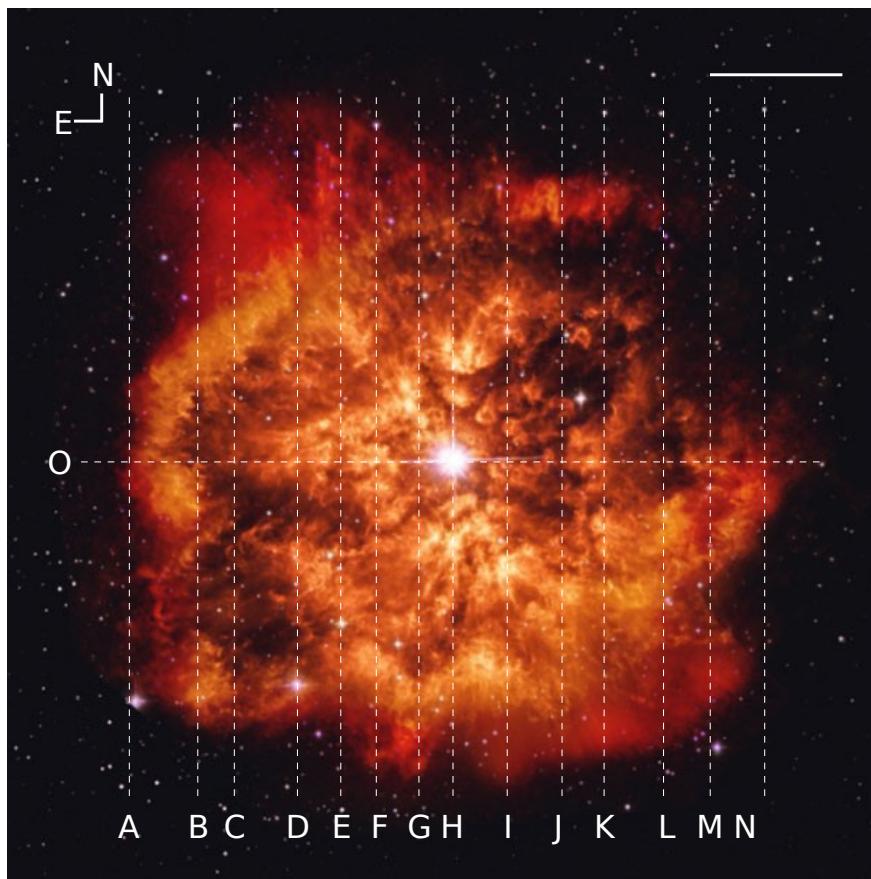


Figura 6.2: Las líneas punteadas muestran donde Zavala et al. (2022) realizaron espectroscopía de rendija larga en la nebulosa M1-67. Estas observaciones se realizaron en San Pedro Mártir. La línea continua en la esquina superior derecha representa 20''.

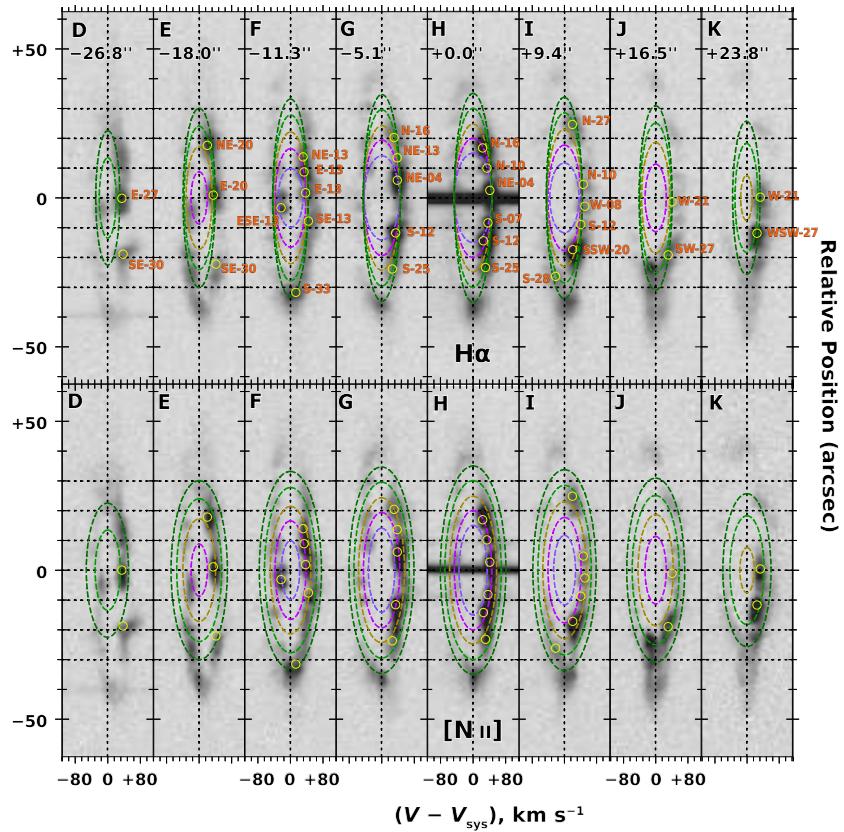


Figura 6.3: Aquí vemos la espectroscopía de rendijas de Zavala et al. (2022), en la parte superior vemos la emisión de H α y en la parte inferior la emisión de NII. Los círculos amarillos representan donde se encuentran los grupos de glóbulos en cada rendija. Las elipses representan modelos cáscaras esféricas con radios de 15'' (elipses moradas), 20'' (elipses rosas), 25'' (elipses amarillas), 30'' (elipses verde claro) y 35'' (elipses verdes), todos con una velocidad de 40 km s $^{-1}$.

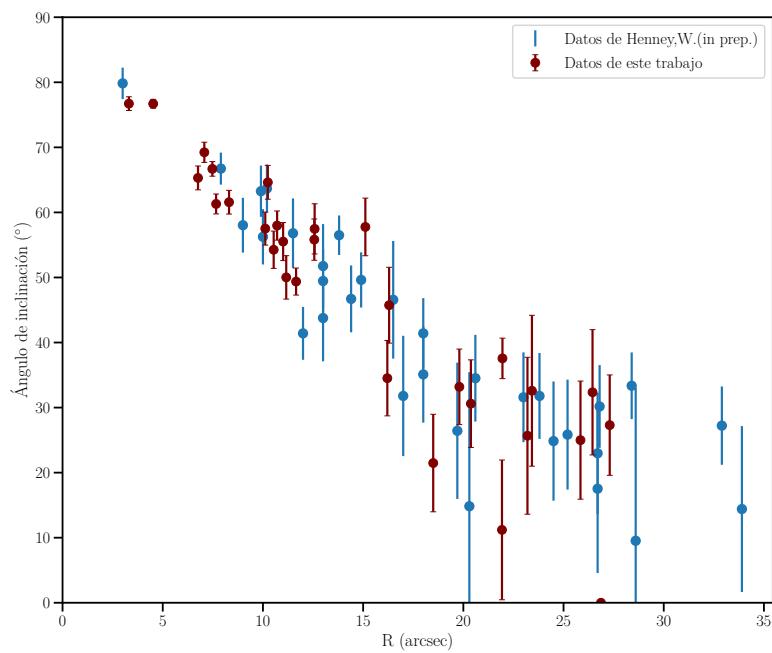


Figura 6.4: Los datos en color rojo son nuestras estimaciones de los ángulos de inclinación realizados en la sección 5.2, en la que suponemos que la presión de la cáscara está en equilibrio de presión con la presión externa del viento. Los datos en color azul son las estimaciones de los ángulos de inclinación usando los espectros bidimensionales de Zavala et al. (2022)

Capítulo 7

Conclusiones

En esta tesis se ha propuesto un modelo hidrodinámico estacionario para explicar la interacción que hay entre el flujo fotoevaporativo de los glóbulos encontrados en la nebulosa M1-67 y el viento estelar por parte de la estrella WR-124.

Estos glóbulos fueron posibles de detectar, así como su cáscara chocada, gracias a las diferentes observaciones. De estas observaciones fue posible encontrar diferentes parámetros físicos haciendo un ajuste de dos gaussianas y una constante como vimos en el capítulo 4. Estos parámetros físicos fueron:

- Separación proyectada entre el glóbulo y la estrella
- Radio de los glóbulos
- Radio de la cáscara
- Ancho de la cáscara chocada
- Brillo del glóbulo
- Brillo de la cáscara

Usando la EM calculamos la densidad en la cáscara chocada (Sección 4.3), y suponiendo que la cáscara chocada está dominada por presión térmica, pudimos conocer la presión de las cáscaras de los glóbulos.

En la Figura 5.2 vemos que la presión de los glóbulos es menor que la presión RAM del viento estelar, sin embargo, podemos encontrar un ángulo de inclinación respecto al plano del cielo con el cuál podemos tener un equilibrio de presiones entre la presión de la cáscara y la presión RAM del viento estelar (Figura 5.4). Estas estimaciones de los ángulos de inclinación en los que suponemos un equilibrio de presiones (Sección 5.2), son consistentes con la mediciones hechas a partir de espectros bidimensionales (Sección 6.3).

Además, usando las observaciones del HST, comparamos la razón de la presión térmica de la cáscara entre la presión del flujo fotoevaporativo en la base

del glóbulo (Sección 5.1). Afortunadamente, estas mediciones concuerdan con nuestro modelo teórico como podemos ver en la Figura 5.1.

Por lo que podemos decir que este modelo sencillo es un buen modelo para explicar la interacción del flujo fotoevaporativo de los glóbulos y el viento estelar por parte de la estrella WR 124. Además, no tenemos parámetros libres, por lo que la consistencia con otros trabajos apoya nuestro modelo propuesto. Por lo que nuestras suposiciones de que estos glóbulos ya han pasado por las fases mencionadas en el Capítulo 1 y que estamos en un equilibrio de ionización son ciertas.

Este modelo propuesto en principio está puesto para un escenario sencillo, un glóbulo que es radiado por una fuente, pero esto podría ampliarse un poco más si tenemos varias fuentes que radian al glóbulo y una de ellas es la que domina en cuanto al flujo de fotones ionizantes.

Apéndice A

Filtros de las observaciones

En este apéndice vamos a dar más detalles acerca de los diferentes filtros que se utilizaron en las observaciones.

A.1. Filtro del HST

Para el caso del HST solo se utilizaron las observaciones del filtro f656n, en el cual podemos ver la emisión de $\text{H}\alpha$. Este filtro observa desde 6548.77 Å hasta 6674.27 Å y está centrada en 6563.8 Å como se puede ver en la Figura A.1.

A.2. Filtros del JWST

Para el caso de las observaciones del JWST se utilizaron diferentes filtros, tanto del NIRcam como del MIRI. El filtro f1130w es el único filtro del MIRI y observa desde 10.953–11.667 μm y está centrado en 11.3 μm . En la Figura A.2 vemos la transmisión de este filtro.

Para los filtros del NIRcam tenemos a los filtros f090w, f150w, f444w, f210m y f335m, en la tabla A.1 podemos ver en qué longitudes de onda observa cada filtro. En la Figura A.3 vemos la transmisión de cada filtro.

En el filtro f090w podemos ver algunas líneas de emisión como [SIII] en las longitudes de onda de .906 y .935 μm , así como una línea de la serie de Paschen de H_I en la longitud de onda de .954 μm . En el filtro f150w se puede ver líneas de emisión de HeI en las longitudes de onda de 1.34 y 1.5 μm , así como una línea de la serie de Brackett de H_I en la longitud de onda de 1.64 μm . En el filtro f210m podemos encontrar líneas de emisión como las de HeI en la longitud de onda de 2.05 μm , una línea de H₂ en la longitud de onda de 2.12 μm y una línea de la serie de Brackett de H_I en la longitud de onda de 2.16 μm . En el filtro f333m podemos ver líneas de emisión de PAHs en la longitud de onda de 3.3 μm , una línea de la serie Pfund de H_I en la longitud de onda de 3.29 μm y una línea de HeI] en la longitud de onda de 3.36 μm . En el filtro f444w podemos encontrar líneas de emisión de H_I en las longitudes de onda de 4.05 y 4.65 μm ,

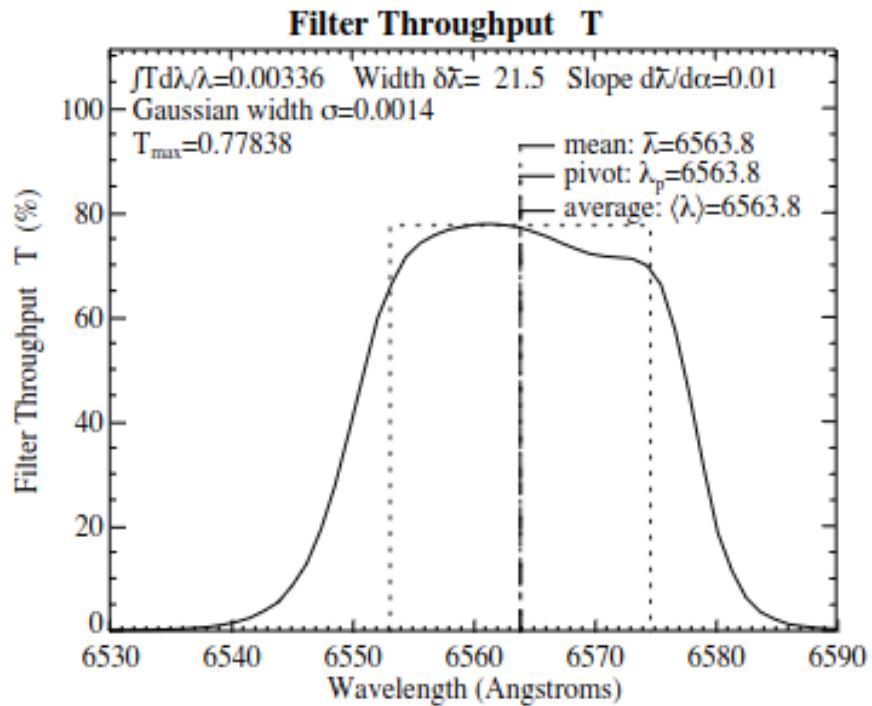


Figura A.1: Transmisión del filtro f656n del HST

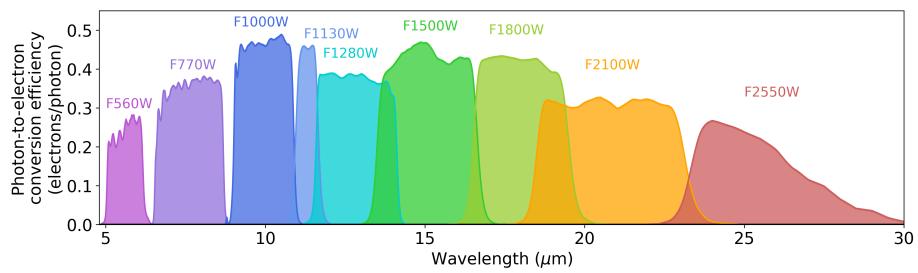


Figura A.2: Transmisión de los filtros de MIRI. El filtro f1130w está en azul.

así como una línea de emisión de [MgIV] en la longitud de onda de $4.48 \mu\text{m}$. Estas son algunas líneas de emisión que se pueden encontrar en los diferentes filtros de acuerdo a la literatura.

filtro	$\lambda_0(\mu\text{m})$	$\lambda_{min}(\mu\text{m})$	$\lambda_{max}(\mu\text{m})$
f090w	.903	.795	1.005
f150w	1.501	1.331	1.668
f210m	2.096	1.992	2.201
f335m	3.362	3.177	3.537
f444w	4.401	3.880	4.981

Tabla A.1: Rango en el que observa cada filtro utilizado para las observaciones utilizadas. λ_0 es la longitud de onda a la que está centrado cada filtro, λ_{min} es la longitud de onda mínima a la que observa y λ_{max} es la longitud de onda más grande a la que observa cada filtro.

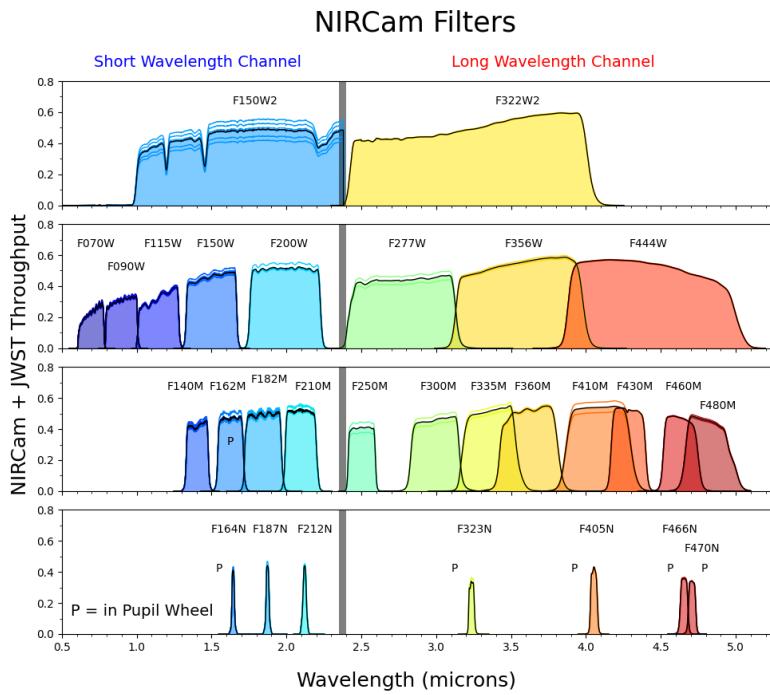


Figura A.3: Transmisión de los filtros de NIRcam. Los filtros f090w, f150w y f444w se encuentran en la segunda imagen, mientras que los filtros f210m y f335m se encuentran en la tercera imagen.

Apéndice B

Estimación de fuerzas en el flujo photoevaporativo ionizado

En estas estimaciones de las diferentes fuerzas solo haremos aproximaciones, por lo que para los cálculos vamos a usar los valores típicos de los ajustes (tabla 4.1 y 5.1).

Para comparar las distintas fuerzas es más conveniente comparar las presiones o aceleraciones ya que estas son fuerza por unidad de área o fuerza por unidad de masa, respectivamente.

Primero vamos a considerar la aceleración provocada por el gradiente de presión, para esto tomamos la fuerza por unidad de masa la cual está dada por

$$\rho a = \frac{dP}{dr} \Rightarrow a = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{c_s^2}{h} \quad (\text{B.1})$$

como estamos considerando un gas isotérmico, vemos que del lado derecho tenemos los factores de la velocidad del sonido cuadrada y la escala de altura h , la cual está definida por

$$h^{-1} = \left| \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial r} \right| = \left| \frac{d \ln \rho}{dr} \right| \quad (\text{B.2})$$

usando las ecuaciones (2.7) y (2.9) tenemos que

$$\frac{\rho}{\rho_0} = e^{\frac{1-M^2}{2}} \Rightarrow \ln \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1-M^2}{2} \quad (\text{B.3})$$

$$\Rightarrow d \ln \frac{\rho}{\rho_0} = -M dM \quad (\text{B.4})$$

por otro lado usando que

$$\frac{r}{r_0} = M^{-1/2} e^{\frac{M^2-1}{2}} \quad (\text{B.5})$$

tenemos que

$$d\frac{r}{r_0} = e^{\frac{M^2-1}{4}} \left(-\frac{M^{-3/2}}{2} + \frac{M}{2M^{1/2}} \right) dM = \frac{e^{\frac{M^2-1}{4}}}{2} \left(M^{1/2}(1-1/M^2) \right) dM \quad (\text{B.6})$$

por lo que

$$h^{-1} = \left| \frac{2M}{e^{\frac{M^2-1}{4}} (M^{1/2} - M^{-3/2})} \right| \quad (\text{B.7})$$

que como podemos ver en la Figura B.1 cuando $r/r_0 \sim 1$ tenemos un valor del orden de 0.2¹. Por lo que el gradiente de presión nos da una aceleración de

$$a_p \approx \frac{c_s^2}{0.2r_0} = 3.8 \times 10^{-4} \text{ cm s}^{-2} \quad (\text{B.8})$$

a un radio típico $r_0 \sim 0.135''$. Como el modelo se resolvió en el eje de simetría, tenemos que aquí los gradientes transversales son cero, mientras que si consideramos el modelo a cierto ángulo debemos considerar que el gradiente de densidad transversal es más pequeño, por un factor de 10 aproximadamente.

B.1. Fuerzas de gravedad

Hamann, W.-R. et al. (2019) estima una masa de $20-22 M_\odot$ para la estrella WR 124, por lo que la fuerza de gravedad por parte de la estrella nos da un aceleración de

$$a_* = \frac{GM_*}{R^2} \approx 1.97 \times 10^{-9} \text{ cm/s}^2 \quad (\text{B.9})$$

con R una distancia típica entre la estrella y el glóbulo de $14.96''$. Si tomamos la distancia típica considerando el ángulo de inclinación i (Sección 5.2), vemos que esta aceleración es todavía más pequeña.

Ahora vamos a considerar la aceleración por parte de la gravedad del mismo glóbulo. Para esto, vamos a considerar la masa neutra del glóbulo y la masa ionizada. En la sección 6.2 hablamos de como obtener la masa neutra de los glóbulos, para la masa ionizada vamos a considerar la masa que se encuentra en la mitad de la cáscara que hay entre r_0 y r_{shell} , por lo que a masa ionizada es

$$M_i = \rho_1 \frac{2\pi}{3} (r_{\text{shell}}^3 - r_0^3) \quad (\text{B.10})$$

donde ρ_1 es la densidad por unidad de masa en la parte ionizada. De esta manera, tenemos que la masa del glóbulo a es $M_g = M_i + M_n \approx 7.87 \times 10^{-4} M_\odot$ (considerando una $v_A = 1 \text{ km s}^{-1}$ para la parte neutra) y la aceleración por parte de la fuerza de gravedad del mismo glóbulo es de

$$a_g = \frac{GM_g}{r_{\text{shell}}^2} \approx 4.55 \times 10^{-11} \text{ cm/s}^2. \quad (\text{B.11})$$

¹En la Figura B.1 vemos que cuando $r = r_0$ $h \rightarrow 0$, por lo que tendríamos una aceleración infinita.

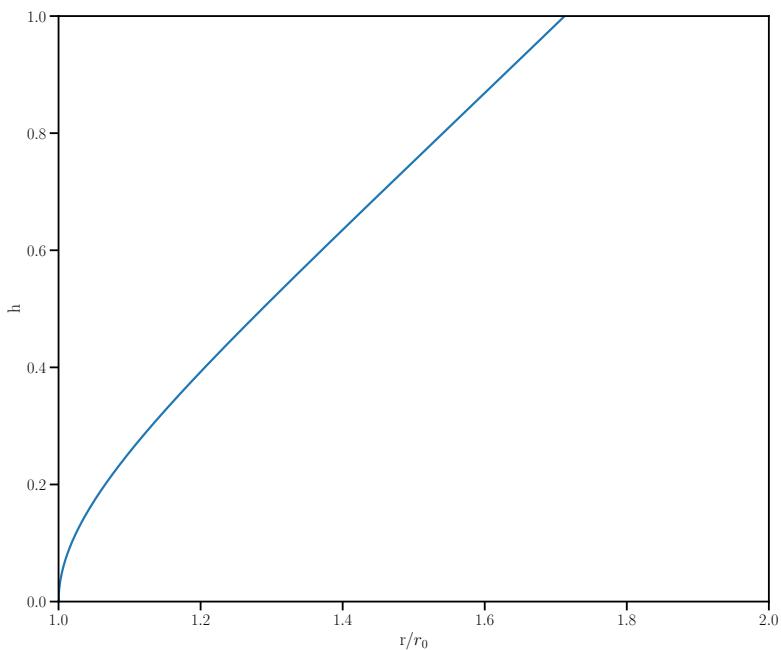


Figura B.1: Gráfica de h con respecto al radio normalizado. Vemos que cerca de donde tenemos la emisión en r/r_0 el valor de h es del orden de 0.1

Si en esta estimación tomamos una v_A mayor, tendríamos una aceleración un poco menor. De igual, si consideramos la densidad ionizada de la tabla 5.1, esta aceleración no cambia mucho. Para el caso de los glóbulos que están en grupo, de igual manera podemos despreciar la aceleración por parte de los demás glóbulos, ya que por muy cercanos que estén, podemos considerar una distancia mínima de r_{shell} .

De esta manera tenemos que

$$a_g < a_* \ll a_p \quad (\text{B.12})$$

donde a_g es la aceleración provocada por la gravedad del glóbulo, a_* la aceleración provocada por la estrella WR 124 y a_p la aceleración provocada por la diferencia de presiones en la superficie del glóbulo.

B.2. Presión de radiación

Vamos a considerar la presión de radiación ya que podemos suponer que todo el momento de los fotones ionizantes se va al flujo photoevaporativo, por lo que si consideramos que todo la radiación ionizante es absorbida en el flujo photoevaporativo entonces tenemos que para la radiación ionizante $Q = 1.25 \times 10^{49} \text{ s}^{-1}$, según la tabla 1.1, tendríamos una intensidad de

$$\frac{Qh\nu}{4\pi R^2} = \frac{2.74 \times 10^{38} \text{ erg s}^{-1}}{4\pi R^2} \approx 6.8 \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \quad (\text{B.13})$$

para la frecuencia que corresponde a 1 Ry, el cual es un límite inferior para los fotones que son capaces de ionizar el gas neutro, esto a una distancia típica de los glóbulos. Por lo que tendríamos una presión de radiación de $P_r \approx 2.26 \times 10^{-10} \text{ dyn cm}^{-2} < P_{\text{shell}}$.

A pesar de que consideramos que el glóbulo esta soportado principalmente por un campo magnético, no vamos a considerar presión magnética en el gas ionizado ya que este sería despreciable con la presión térmica (Henney et al., 2009).

Apéndice C

Predicciones del modelo fotoevaporativo para la densidad ionizada en el frente de ionización

En el modelo suponemos un estado estacionario y además, también suponemos que no hay absorción por polvo, por lo que el flujo incidente de fotones, F_0 , debe ser igual a la suma de dos términos, las recombinaiones por unidad de área y las nuevas ionizaciones

$$F_0 = n_{i,0}u_{i,0} + \int n^2\alpha_B dr = n_{i,0}u_{i,0} + n_{i,0}^2h_1\alpha_B \quad (\text{C.1})$$

donde F_0 es la tasa de fotones ionizantes por unidad de área, $n_{i,0}$ la densidad del gas ionizado, u_0 la velocidad del gas ionizado y h_1 es la anchura efectiva de la capa ionizada que se define como

$$n_0^2h_1 = \int n^2 dr, \quad (\text{C.2})$$

el cual se puede estimar usando las ecuaciones (2.6), (2.7) y (2.9). Por lo que tendríamos que

$$h_1 = \int_0^\infty \left(\frac{n(r)}{n_0} \right)^2 dr = r_0 \int_1^\infty \frac{\exp(\frac{3}{4}(1 - M^2))}{2} (M^{1/2} - M^{3/2}) dM \approx 0.12r_0. \quad (\text{C.3})$$

Tomando los valores de F_0 y r_0 de nuestros glóbulos, tenemos que, el primer término del lado derecho de la Ecuación (C.1) es muy pequeño en comparación con el segundo término. Por lo que podemos despreciar este término.

76 APÉNDICE C. DENSIDAD IONIZADA EN EL FRENTE DE IONIZACIÓN

Apéndice D

Combos de filtros

En este apéndice vamos a explicar como se obtuvieron los combos de gas ionizado y gas neutro utilizando las diferentes observaciones del JWST. Usamos estas combinaciones para hacer ajustes a los perfiles de brillo y así obtener mediciones del radio del glóbulo, de la cáscara chocada y su ancho.

Como usamos diferentes filtros, los cuales tienen diferente resolución, hicimos una convolución para que todos tuvieran la misma resolución y así poder combinar imágenes. En este caso convolucionamos las imágenes para tener la misma resolución que el filtro f444w, el cual tiene la menor resolución de los filtros usados. Una vez que todas las imágenes tienen la misma resolución, normalizamos la emisión de las estrellas, el gas ionizado y PAHs a la emisión en el filtro f210m de sus respectivos mecanismos de emisión como se puede ver en la Tabla D.1. Como estos cocientes de imágenes se realizaron visualmente, tomamos el error como el rango completo en donde se encontraban estos cocientes.

Filtro	Estrellas	Gas ionizado	PAHs
f090w	0.4 ± 0.15	0.57 ± 0.05	0.4 ± 0.3
f150w	1.1 ± 0.1	0.6 ± 0.05	0.6 ± 0.3
f210m	1.0	1.0	1.0
f335m	0.25 ± 0.05	0.95 ± 0.15	7.0 ± 0.4
f444w	0.19 ± 0.07	1.9 ± 0.5	3.0 ± 1.0

Tabla D.1: Emisión de los diferentes componentes normalizados al filtro f210m.

De la Tabla D.1 podemos observar que la emisión de gas ionizado y PAHs en el filtro f150w es igual, por lo que con una simple combinación podemos tener solo la emisión de las estrellas como se puede ver en la Tabla D.2. Combinando los filtro f335m y f210m se pudo quitar la emisión de gas ionizado, de manera similar, combinando los filtros f444w y f335m quitamos la emisión de los PAHs (ver Tabla D.2).

	Combinación	Estrellas	Gas ionizado	PAHs
A	f150w – 0.6 f210m	0.5 ± 0.1	0.00 ± 0.05	0.00 ± 0.30
B	f335m – 0.95 f210m	-0.70 ± 0.05	0.00 ± 0.15	6.05 ± 0.40
C	f444w – 0.43 f335m	0.08 ± 0.07	1.49 ± 0.50	-0.01 ± 1.01

Tabla D.2: Primera combinación de filtros.

Con la primer combinación de la Tabla D.2 podemos quitar la emisión de las estrellas en las otras combinaciones y así poder ver solo la emisión de gas ionizado o de PAHs. En la primer combinación de la Tabla D.3 vemos solo la emisión de gas neutro y en la segunda combinación vemos solo la emisión de gas ionizado.

Combinación	Estrellas	Gas ionizado	PAHs
1.4A + B	0.00 ± 0.15	0.00 ± 0.17	6.05 ± 0.58
C – 0.16A	0.00 ± 0.07	1.49 ± 0.50	-0.01 ± 1.01

Tabla D.3: Combinación de filtros para ver solo la emisión de gas ionizado y PAHs.

Apéndice E

Errores en r_{shell} y H_s

Si consideramos que cada medición realizada en el gas ionizado en el JWST, x_J^i , y que cada medición en H α en el HST, x_H^i , lo podemos ver como la medición real más un error, es decir,

$$x_J^i = x + \epsilon_J^i, \quad x_H^i = x + \epsilon_H^i \quad (\text{E.1})$$

donde x es la medición real y que ϵ_J^i , ϵ_H^i son respectivamente los errores en las mediciones de los dos telescopios. Entonces tenemos que

$$x_J^i - x_H^i = \epsilon_J^i - \epsilon_H^i, \quad (\text{E.2})$$

donde estamos considerando que los errores en los dos telescopios son independientes. Considerando que la varianza sobre toda la muestra está dada como

$$\text{Var}(x_J - x_H) = \frac{\sum_{i=1}^N ((x_J^i - x_H^i) - \mu)^2}{N} \quad (\text{E.3})$$

donde N es el tamaño de la muestra y $\mu = N^{-1} \sum_{i=1}^N (x_J^i - x_H^i)$ es la media. Si las distribuciones son simétricas, esperamos que $\mu \approx 0$ para N grande, esto fue verificado para nuestras muestras. Entonces, suponiendo que no hay correlación entre los errores ϵ_J^i y ϵ_H^i , tenemos que

$$\text{Var}(x_J - x_H) = \text{Var}(\epsilon_J) + \text{Var}(\epsilon_H) = \sigma_J^2 + \sigma_H^2, \quad (\text{E.4})$$

donde σ_J y σ_H son los promedios RMS de los errores en las mediciones. Si además suponemos que $\sigma_J = \sigma_H \equiv \sigma$, tenemos que $\text{Var}(x_J - x_H) = 2\sigma^2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{\text{Var}(x_J - x_H)/\sqrt{2}}$, el cual usamos como el estimado del incertidumbre en estas mediciones en la Sección 4.2.1.

Apéndice F

Constante de conversión en las observaciones del HST

En este Apéndice vamos a justificar la constante de conversión para pasar de unidades del telescopio, cuenta s⁻¹ pix⁻¹, a unidades físicas de brillo superficial, erg cm⁻² s⁻¹ sr⁻¹, en las observaciones de H α en el HST. Para esto vamos a utilizar la calibración de Grosdidier et al. (1998) en la cual calculó un flujo total de la nebulosa de 2.08×10^{-10} erg s⁻¹ cm⁻² en las observaciones de H α en el HST. En esta calibración quita la contaminación de la línea [NII] $\lambda 6548$ y del continuo. Por otro lado, calculamos un flujo en unidades del telescopio al sumar las cuentas de todos los píxeles de la nebulosa, después de aplicar una máscara para eliminar la contribución de las estrellas, teniendo un valor de 64 822.82 cuenta s⁻¹. Esta máscara toma en cuenta a los píxeles que se encuentra a una distancia mínima de 1'' y a una distancia máxima de 60'' de la estrella WR 124, así no estamos considerando la emisión por parte de la estrella, de igual manera, no sumamos los píxeles que tuvieran un valor mayor a 3 para no incluir la emisión de las estrellas de campo. Además, tomamos en cuenta el tamaño del píxel de $0.1'' \times 0.1'' = 2.34 \times 10^{-13}$ sr. Por lo que nuestro factor de conversión está dado como

$$\begin{aligned} 1 \text{ cuenta s}^{-1} \text{ pix}^{-1} &= \frac{2.08 \times 10^{-10}}{64822.82 \times 2.34 \times 10^{-13}} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \\ &\approx 0.0137 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}. \end{aligned} \tag{F.1}$$

Apéndice G

Corrección en la estimación de los brillos

En la Sección 5.1 usamos los resultados obtenidos a partir de las observaciones para comparar con el modelo. Por lo que ahora vamos a calcular las correcciones a los brillos estimados, tanto de la parte interna como de la cáscara, por efectos instrumentales.

En el caso de la cáscara, vamos a ignorar estas correcciones debido a que está bien resuelta y el brillo no se ve reducido por el PSF del telescopio.

Por otro lado, para la parte interna tenemos un radio muy pequeño. De hecho es casi un píxel en las observaciones del HST. Así que para esta corrección vamos a considerar dos efectos instrumentales, uno por el efecto del PSF y el otro por el tamaño del píxel.

Si asumimos que el perfil de brillo real tiene un perfil gaussiano como función de la distancia r

$$B(r) = B_0 e^{-r^2/2\sigma_0} \quad (\text{G.1})$$

tenemos que el flujo total está dado como

$$F_0 = \iint_{-\infty}^{\infty} B(r) dx dy = B_0 \pi r_{\text{eff}}^2 = B_0 2\pi \sigma_0^2. \quad (\text{G.2})$$

Para considerar estas correcciones por los dos efectos instrumentales, vamos a asumir que estos también están dados por perfiles gaussianos. De este modo, al convolucionar dos perfiles gaussianos con parámetros σ_1 y σ_2 , tenemos que

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \quad (\text{G.3})$$

donde σ sería el parámetro de los dos perfiles convolucionados.

En nuestro caso, lo que observamos es el perfil del brillo real convolucionado con el perfil del PSF y el perfil de las rendijas de los píxeles. Entonces

$$\sigma_{\text{obs}}^2 = \sigma_0^2 + \sigma_{\text{PSF}}^2 + \sigma_{\text{pix}}^2 \quad (\text{G.4})$$

donde $\sigma_{\text{PSF}} = \frac{W_{\text{PSF}}}{2\sqrt{2 \ln 2}}$, siendo W_{PSF} el ancho del PSF a la altura media, y $\sigma_{\text{pix}} = \frac{\Delta X_{\text{pix}}}{\sqrt{2\pi}}$, siendo ΔX_{pix} el tamaño del píxel. Entonces, para comparar el los brillos reales y los observados tenemos que

$$\frac{F_0}{F_{\text{obs}}} = \frac{B_0 \sigma_0^2}{B_{\text{obs}} \sigma_{\text{obs}}^2} = \frac{B_0}{B_{\text{obs}}} \frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_{\text{PSF}}^2 + \sigma_{\text{pix}}^2} \quad (\text{G.5})$$

$$\Rightarrow \frac{B_0}{B_{\text{obs}}} = 1 + \frac{\sigma_{\text{PSF}}^2 + \sigma_{\text{pix}}^2}{\sigma_0^2}. \quad (\text{G.6})$$

Debido a que usamos un solo radio para todos los glóbulos, esta corrección es solo una constante, y gracias a este valor, los datos obtenidos a partir de las observaciones se ajustan muy bien al modelo propuesto.

Apéndice H

Escalas de tiempo

H.1. Tiempo dinámico

Usando los valores de la tabla 4.1, para el flujo fotoevaporativo tenemos un tiempo dinámico

$$t_{\text{DF}} = \frac{r_{\text{shell}}}{v} = \frac{0.01 \text{ pc}}{10 \text{ km s}^{-1}} \approx 5.27 \times 10^{10} \text{ s} = 1.67 \times 10^3 \text{ a.} \quad (\text{H.1})$$

Marchenko et al. (2010) estima una velocidad de expansión para la nebulosa de $42\text{--}46 \text{ km s}^{-1}$ por lo que para la nebulosa tenemos un tiempo dinámico de

$$t_{\text{DN}} = \frac{R_{\text{nebula}}}{v_{\text{exp}}} \approx \frac{1.5 \text{ pc}}{46 \text{ km s}^{-1}} = 1 \times 10^{12} \text{ s} = 3.18 \times 10^4 \text{ a} \quad (\text{H.2})$$

H.2. Tiempo de recombinación

Usando la densidad promedio de la tabla 4.1 tenemos un tiempo de recombinación

$$t_{\text{r}} = \frac{1}{\alpha_B n} \approx 3.64 \times 10^9 \text{ s} = 115.64 \text{ a} \quad (\text{H.3})$$

Para el caso del tiempo de calentamiento-enfriamiento, vamos a considerar que es de 3–5 veces menor que el tiempo de recombinación. Esto considerando que $t_c = \frac{3P}{2\mathcal{L}} = \frac{3k_B T}{\Lambda n}$ donde $P = 2nk_B T$ es la presión y $\mathcal{L} = \Lambda n^2$, así tenemos que $\frac{t_c}{t_{\text{r}}} = \frac{3k_B T \alpha_B}{\Lambda}$ y considerando que $3k_B T \approx 4 \times 10^{-12} \text{ erg}$, $\alpha_B = 2.6 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ y $\Lambda \approx 3 \times 10^{-24} \text{ erg cm}^3 \text{ s}^{-1}$ entonces

$$\frac{t_c}{t_{\text{r}}} \approx \frac{10^{-24} \text{ erg cm}^3 \text{ s}^{-1}}{3 \times 10^{-24} \text{ erg cm}^3 \text{ s}^{-1}} = \frac{1}{3} \quad (\text{H.4})$$

H.3. Tiempo de vida de los glóbulos

Para calcular el tiempo de vida de los glóbulos, primero vamos a considerar que su tasa de pérdida de masa está dada por

$$\dot{M} = \pi r_0^2 n_{i,0} c_{s,i} m_H \quad (\text{H.5})$$

usando los valores típicos de la tabla 4.1, tenemos que $\dot{M} = 4.91 \times 10^{-8} M_\odot \text{ a}^{-1}$. Por lo que el tiempo de vida de los glóbulos es

$$t_{\text{glo}} = \frac{M_g}{\dot{M}} = 9.16 \times 10^4 \text{ a} \quad (\text{H.6})$$

H.3.1. Comparación de las diferentes escalas de tiempo

De lo anterior, tenemos que

$$t_{\text{cool}} < t_r \ll t_{\text{DF}} \ll t_{\text{DN}} \sim t_{\text{glo}}. \quad (\text{H.7})$$

Con lo que podemos asumir un equilibrio de ionización/recombinación,, así como un equilibrio de calentamiento/enfriamiento dado que estos dos procesos micro físicos ocurren en un tiempo de escala mucho menor que los demás. También podemos justificar que el modelo propuesto es estacionario ya que este tienen una escala de tiempo mucho menor que la expansión de la nebulosa.

Apéndice I

Proyección de posición y velocidad

En la Sección 6.3 analizamos las observaciones de rendija larga de los glóbulos para poder determinar su distribución tridimensional. A pesar de que no podemos medir directamente la posición a lo largo de la vista de visión, si suponemos que los glóbulos se alejan de la estrella WR 124 estrictamente de manera radial a una velocidad $v(r)$, podemos usar la velocidad observada a lo largo de la línea de visión para obtener esta componente espacial que nos falta.

Consideremos un glóbulo (o un grupo de glóbulos) con coordenadas cartesianas (x, y, z) , donde la estrella WR 124 se encuentra en el origen. En este análisis vamos a considerar que el eje y es paralelo a nuestra línea de visión, por lo que las posiciones en x y z son las posiciones en el plano del cielo, y las rendijas serán paralelas al eje z . Por simplicidad vamos a usar las coordenadas adimensionales $X = x/r$, $Y = y/r$ y $Z = z/r$, donde $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ es el radio. De esta manera, si suponemos que el vector de velocidad, (v_x, v_y, v_z) , es paralelo al vector de posición, entonces tenemos que $X = v_x/v$, $Y = v_y/v$ y $Z = v_z/v$, donde $v = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{1/2}$ es la magnitud de la velocidad. La cual estamos considerando únicamente como función del radio.

Considerando estas coordenadas adimensionales, en la Figura I.1 podemos ver la esfera unitaria

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = 1 \quad (\text{I.1})$$

en el plano (X, Z) , el cual representa el plano del cielo en el que vemos, y nuestra línea de visión sería el eje Y , el cual apunta hacia adentro de la imagen. La línea azul paralela al eje Z representa una de las rendijas usadas por Zavala et al. (2022) en la nebulosa. Notemos que si está rendija se encuentra en X_0 , podemos dibujar el círculo

$$Y^2 + Z^2 = 1 - X_0^2 \equiv \xi^2 \quad (\text{I.2})$$

en el plano paralelo a (Y, Z) que pasa por X_0 , como se ve en la Figura I.2. Este círculo representa la posición de la elipse tanto en posición como en velocidad.

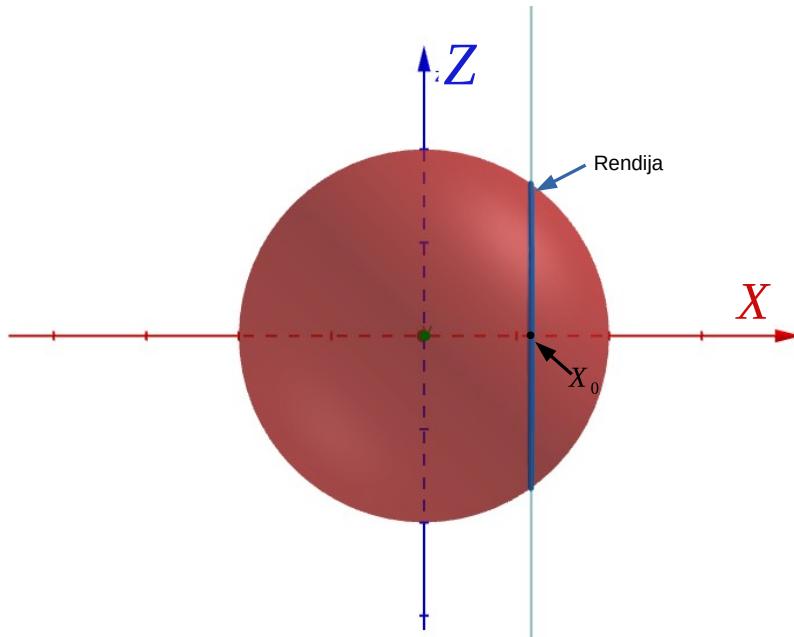


Figura I.1: Visualización de como se vería una rendija que pasa en X_0 sobre la esfera unitaria. El plano (X, Z) representa el plano en el cielo y nuestra línea de visión va en dirección del eje Y , hacia adentro de la imagen.

Mientras que las elipses de la Figura 6.3 se caracterizan por los semi-ejes en coordenadas físicas ξr en la dirección espacial a lo largo de la rendija y $\xi v(r)$ en la velocidad a lo largo de la línea de visión. En la Sección 6.3 consideramos dos casos limitantes para la velocidad. Un caso con una velocidad constante $v(r) = 46 \text{ km s}^{-1}$ y el caso donde la velocidad es proporcional al radio $v(r) = 46 \text{ km} - \text{s}^{-1}(r/20'')$. Por lo que, si tomamos $Z = z/r$ y $Y = v_y/v$ entonces el círculo dado por la Ecuación (I.2) representa las elipses de la Figura 6.3 pero normalizados.

Podemos observar también que el círculo $Y^2 + Z^2 = 1 - X_0^2$ tiene un radio menor que la esfera unitaria para $X_0 \neq 0$ (ver Figura I.3), por lo que entre más lejos este X_0 del origen, el círculo se hace más pequeño. Es por eso que las elipses de la Figura 6.3 se van haciendo más pequeñas conforme la rendija usada en la que se encuentran está más alejada de la estrella WR 124.

Notemos que además que si $Z = 0$, entonces tenemos el máximo en Y , que es el radio del círculo $\sqrt{1 - X_0^2}$. De igual manera para el caso $Y = 0$. Estas proyecciones son usadas para la discusión en la Sección 6.3

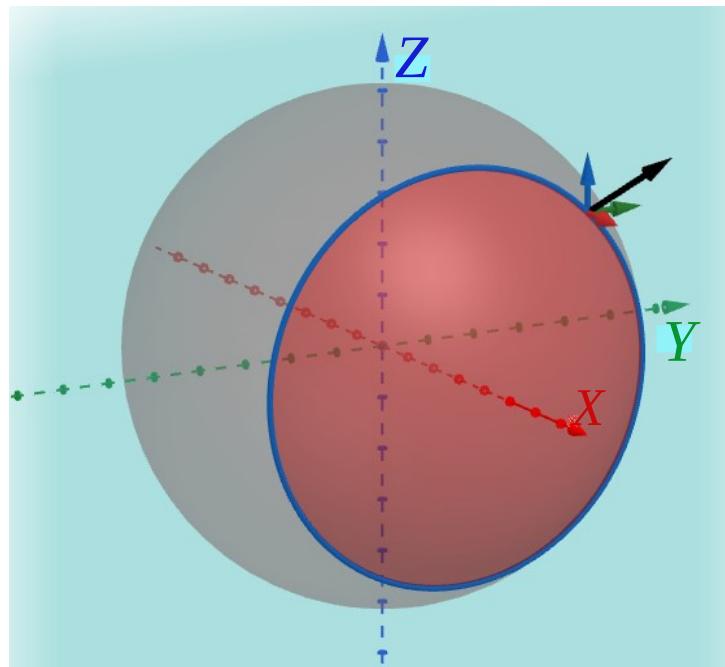


Figura I.2: El círculo $Y^2 + Z^2 = 1 - X_0^2$ con centro en $(0, 0, X_0)$ esta sobre un plano paralelo al plano (Y, Z) . La flecha negra indica el vector de posición, o de velocidad ya que los estamos tomando como paralelos, y las flechas de colores son sus proyecciones en sus respectivos ejes.

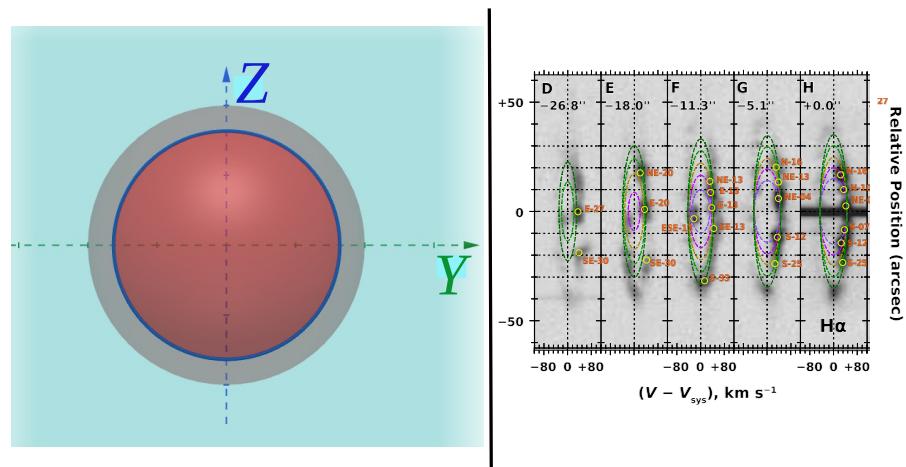


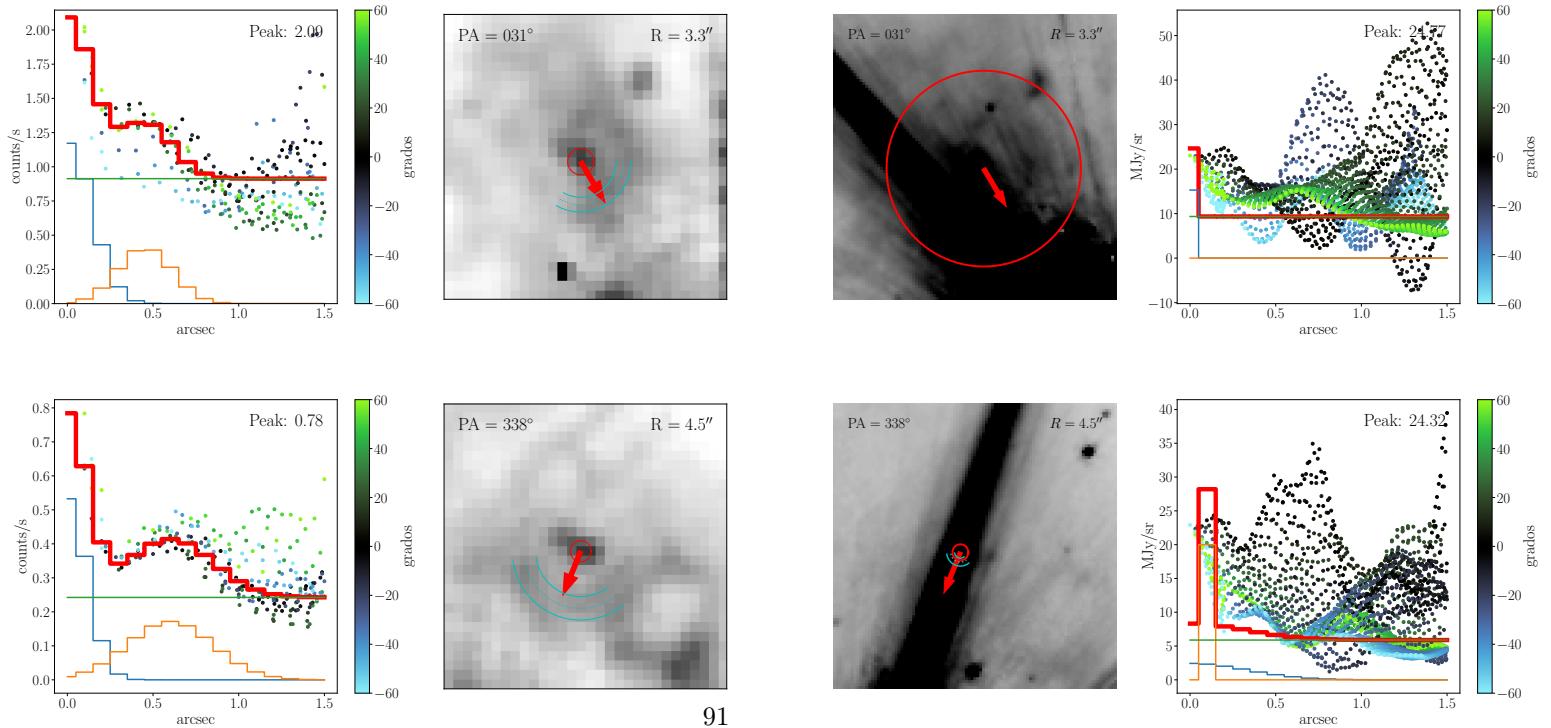
Figura I.3: En la imagen de la izquierda vemos como se vería el esquema de Posición-Velocidad con los ejes normalizados a un radio r y una velocidad $v(r)$, se puede apreciar que conforme X_0 se aleja del origen, nuestro círculo se hace cada vez más pequeños. Es por eso que en la imagen de la derecha las elipses se hacen más pequeñas conforme las rendijas están más alejadas de la rendija H, que es la que pasa por la estrella.

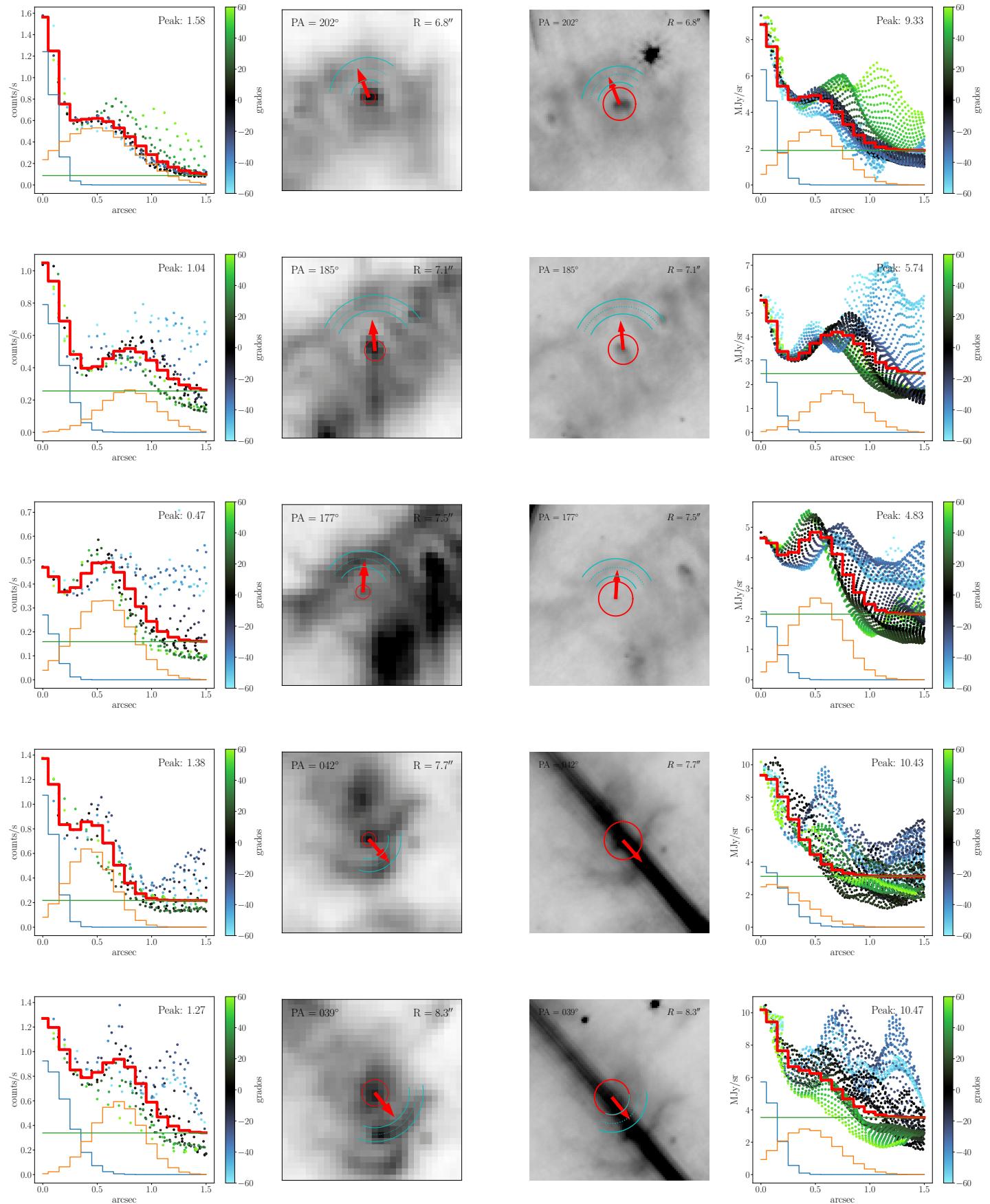
Apéndice J

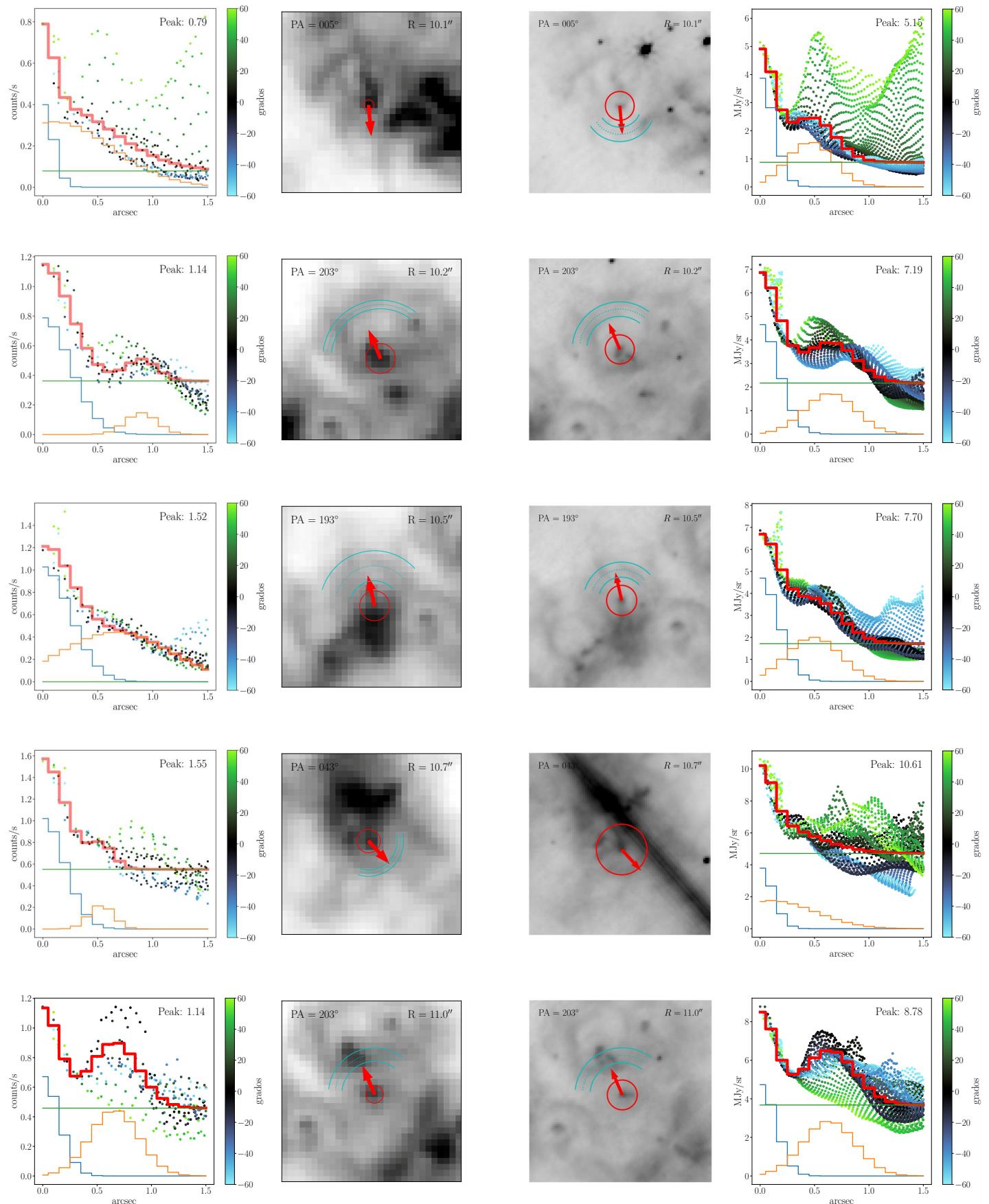
Imágenes de ajustes

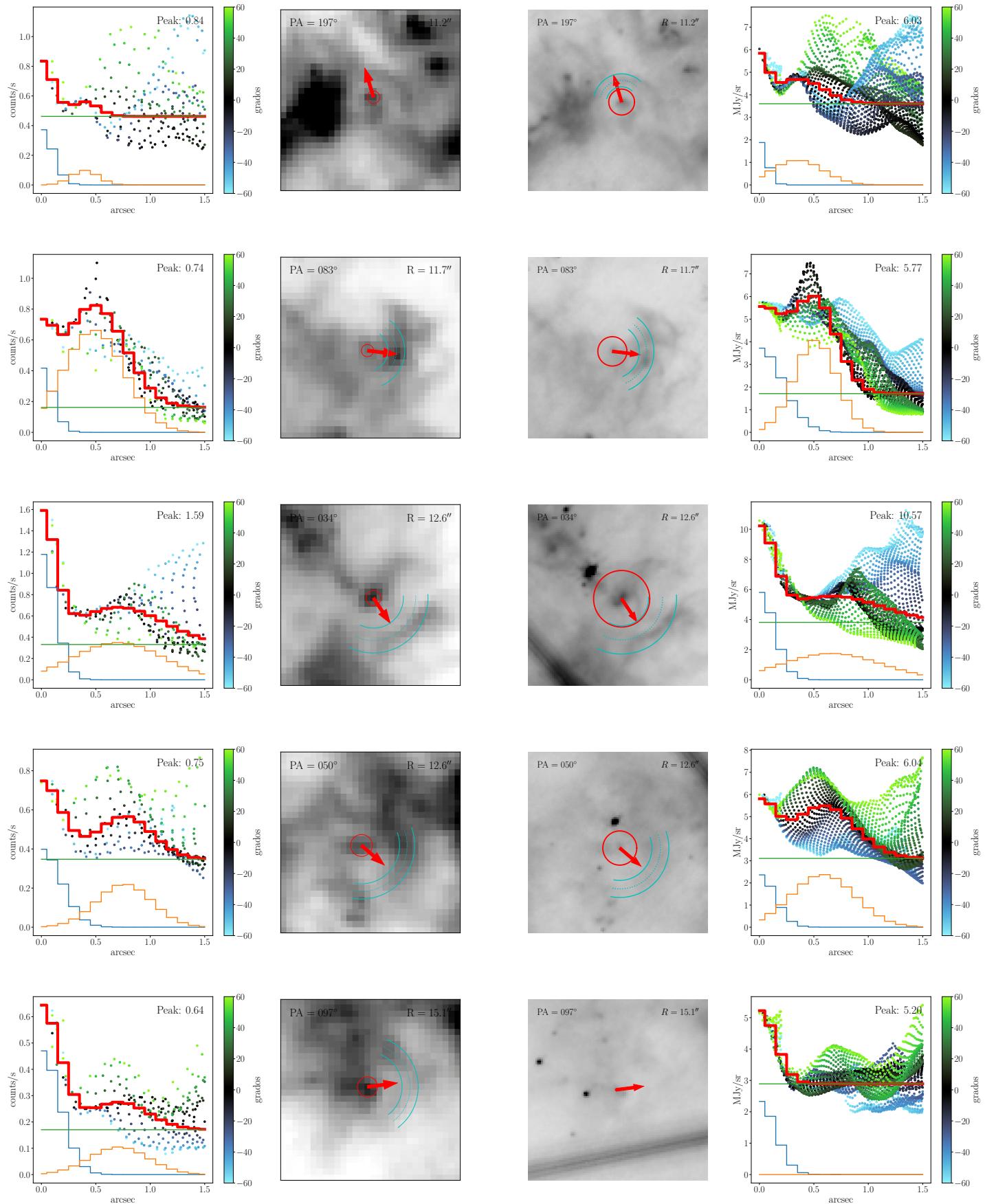
En este Apéndice mostramos los ajustes realizados a los glóbulos. En la parte izquierda mostramos el ajuste a los perfiles de brillo para las observaciones del HST y a su lado la visualización de estos ajustes en el filtro f656n del HST. Del lado derecho vemos el ajuste a los perfiles de brillo para el gas ionizado usando los datos del JWST, y a su lado la representación de estos ajustes en el filtro f090w del JWST, ya que morfológicamente se parece a las imágenes del HST.

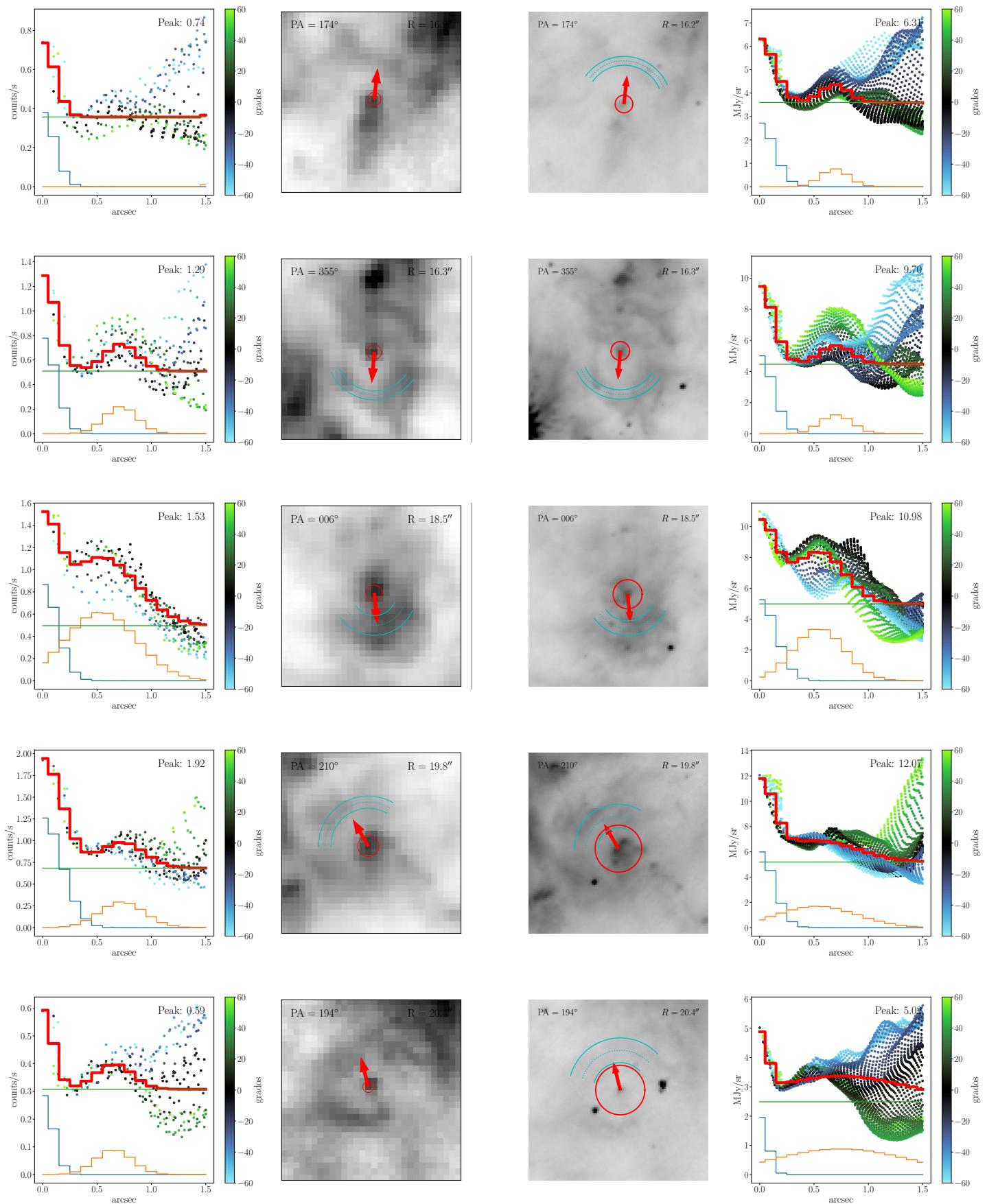
Figura J.1: Visualización de los ajustes realizados a los glóbulos.

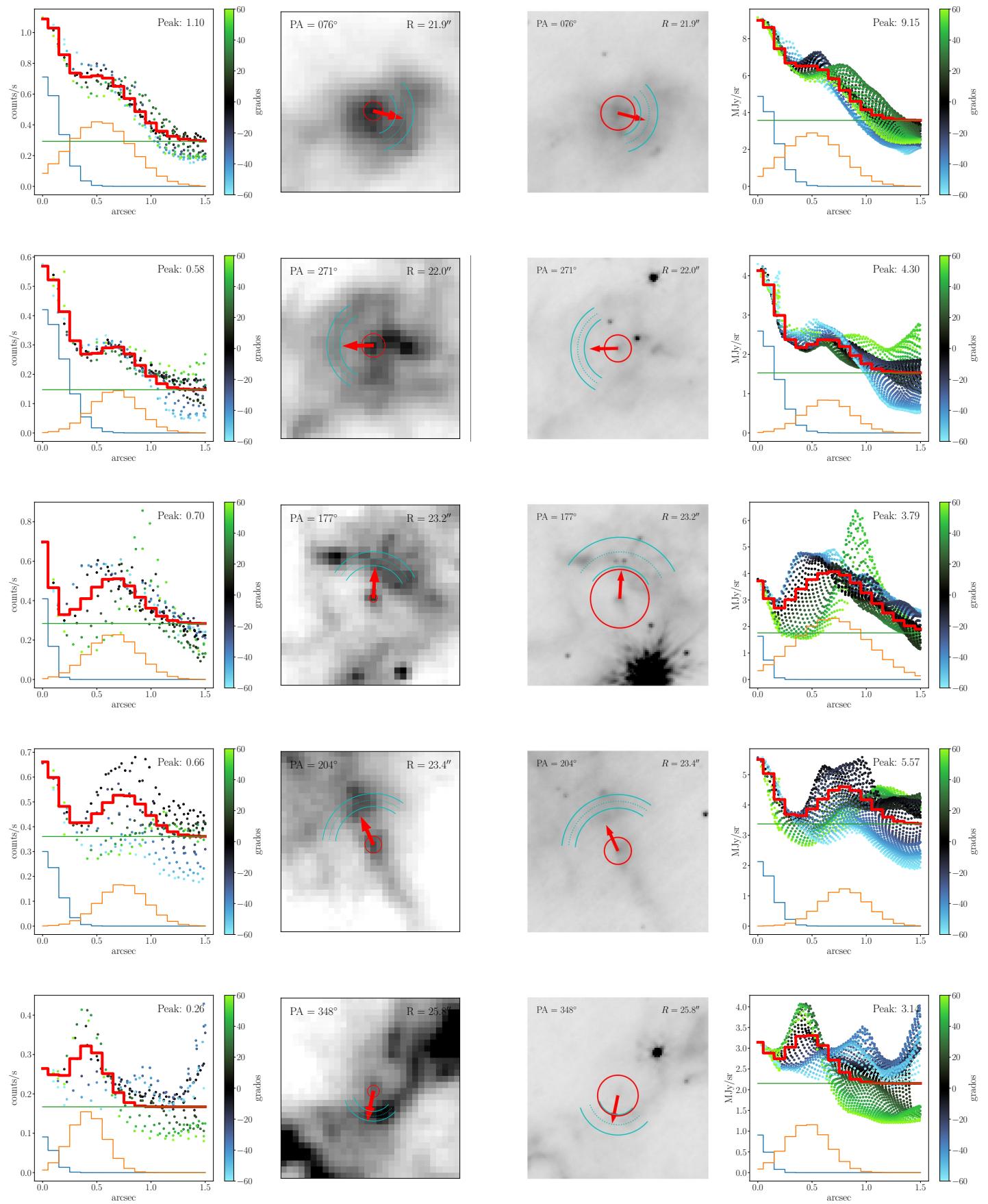


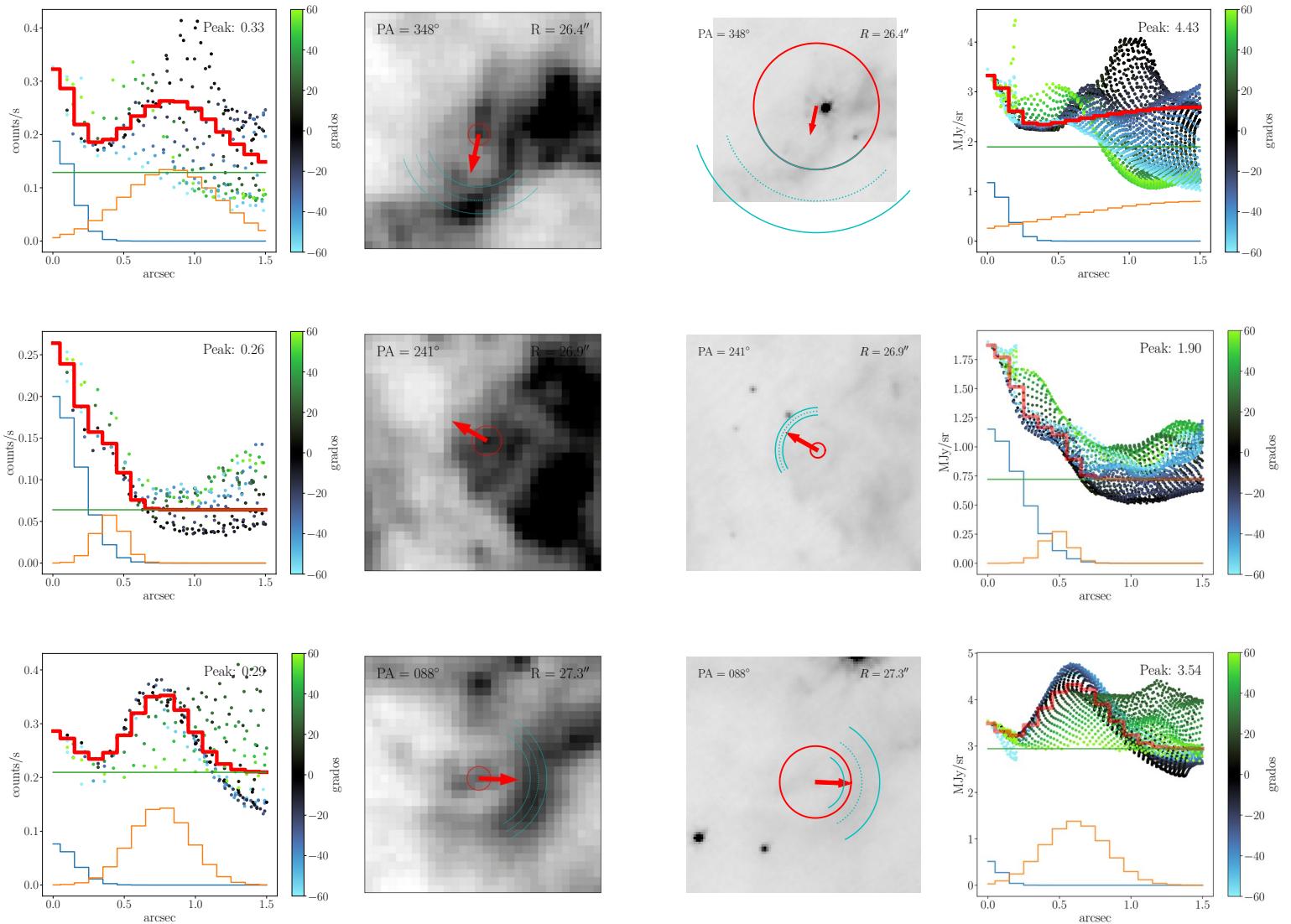












Bibliografía

- Alves, J. F., Lada, C. J., & Lada, E. A. 2001, Nature, 409, 159
- Amin, M. Y., & El-Nawawy, M. S. 2005, New A, 11, 138, doi: 10.1016/j.newast.2005.06.006
- Ballesteros-Paredes, J., Vázquez-Semadeni, E., Gazol, A., et al. 2011, MNRAS, 416, 1436, doi: 10.1111/j.1365-2966.2011.19141.x
- Bertoldi, F. 1989, ApJ, 346, 735, doi: 10.1086/168055
- Cantó, J., Raga, A. C., & Wilkin, F. P. 1996, ApJ, 469, 729, doi: 10.1086/177820
- Crowther, P. A. 2007, ARA&A, 45, 177, doi: 10.1146/annurev.astro.45.051806.110615
- Crowther, P. A., Pasquali, A., De Marco, O., et al. 1999, A&A, 350, 1007, doi: 10.48550/arXiv.astro-ph/9908200
- Di Francesco, J., Hogerheijde, M. R., Welch, W. J., & Bergin, E. A. 2002, AJ, 124, 2749, doi: 10.1086/344078
- Dyson, J. E. 1968, Ap&SS, 1, 388, doi: 10.1007/BF00656009
- Dyson, J. E., & Williams, D. A. 1980, Physics of the interstellar medium
- Gahm, G. F., Persson, C. M., Mäkelä, M. M., & Haikala, L. K. 2013, A&A, 555, A57, doi: 10.1051/0004-6361/201321547
- García-Arredondo, F., Henney, W. J., & Arthur, S. J. 2001, ApJ, 561, 830, doi: 10.1086/323367
- Grosdidier, Y., Moffat, A. F. J., Joncas, G., & Acker, A. 1998, ApJ, 506, L127, doi: 10.1086/311647
- Hamann, W. R., Gräfener, G., & Liermann, A. 2006, A&A, 457, 1015, doi: 10.1051/0004-6361:20065052
- Hamann, W.-R., Gräfener, G., Liermann, A., et al. 2019, A&A, 625, A57, doi: 10.1051/0004-6361/201834850

- Hartigan, P., Reiter, M., Smith, N., & Bally, J. 2015, AJ, 149, 101, doi: 10.1088/0004-6256/149/3/101
- Henney, W. J., & Arthur, S. J. 2019, MNRAS, 486, 3423, doi: 10.1093/mnras/stz1043
- Henney, W. J., Arthur, S. J., de Colle, F., & Meléma, G. 2009, MNRAS, 398, 157, doi: 10.1111/j.1365-2966.2009.15153.x
- Hester, J. J., Scowen, P. A., Sankrit, R., et al. 1996, AJ, 111, 2349, doi: 10.1086/117968
- Jiménez-Hernández, P., Arthur, S. J., & Toalá, J. A. 2020, MNRAS, 497, 4128, doi: 10.1093/mnras/staa2272
- Marchenko, S. V., Moffat, A. F. J., & Crowther, P. A. 2010, ApJ, 724, L90, doi: 10.1088/2041-8205/724/1/L90
- Mesa-Delgado, A., Zapata, L., Henney, W. J., Puzia, T. H., & Tsamis, Y. G. 2016, ApJ, 825, L16, doi: 10.3847/2041-8205/825/1/L16
- Murdin, P. 2000, in Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics, ed. P. Murdin, 4101, doi: 10.1888/0333750888/4101
- O'Dell, C. R., Henney, W. J., & Ferland, G. J. 2007, AJ, 133, 2343, doi: 10.1086/513011
- Oort, J. H., & Spitzer, Lyman, J. 1955, ApJ, 121, 6, doi: 10.1086/145958
- Padoan, P., & Nordlund, Å. 2002, ApJ, 576, 870, doi: 10.1086/341790
- Reiter, M., McLeod, A. F., Klaassen, P. D., et al. 2019, MNRAS, 490, 2056, doi: 10.1093/mnras/stz2752
- Schneider, N., Bontemps, S., Motte, F., et al. 2016, A&A, 591, A40, doi: 10.1051/0004-6361/201628328
- Sévigny, M., St-Louis, N., Drissen, L., & Martin, T. 2021, MNRAS, 501, 5350, doi: 10.1093/mnras/staa3971
- Shu, F. H. 1992, The physics of astrophysics. Volume II: Gas dynamics.
- Smith, L. F., Shara, M. M., & Moffat, A. F. J. 1996, MNRAS, 281, 163, doi: 10.1093/mnras/281.1.163
- Tarango-Yong, J. A., & Henney, W. J. 2018, MNRAS, 477, 2431, doi: 10.1093/mnras/sty669
- van der Hucht, K. A. 2001, New A Rev., 45, 135, doi: 10.1016/S1387-6473(00)00112-3
- Zavala, S., Toalá, J. A., Santamaría, E., et al. 2022, MNRAS, 513, 3317, doi: 10.1093/mnras/stac1097