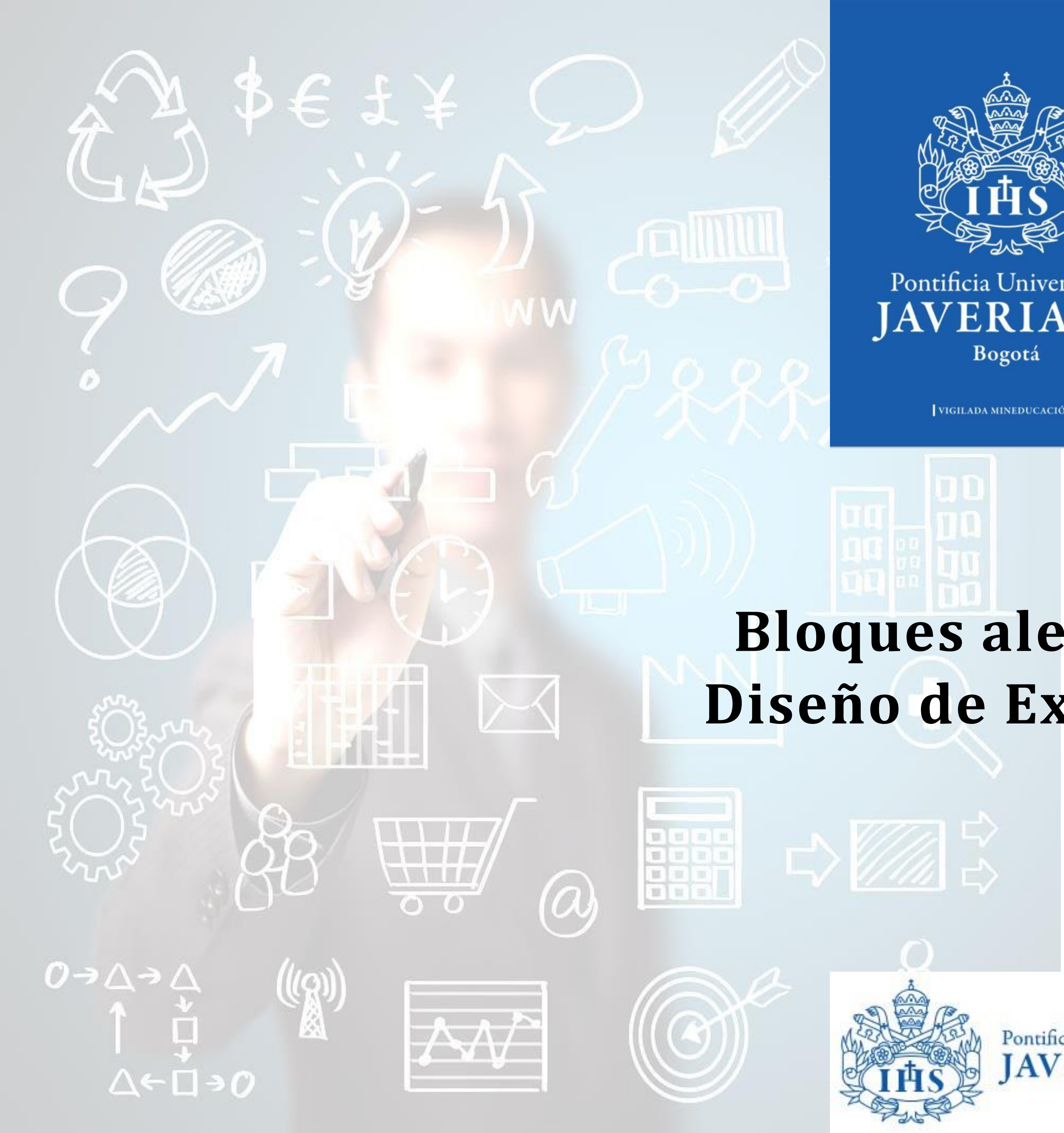

Bloques aleatorizados
Diseño de Experimentos

Introducción

En cualquier experimento, la variabilidad que surge de un factor perturbador puede afectar los resultados. En general, un **factor perturbador** puede definirse como un factor del diseño que probablemente tenga un efecto sobre la respuesta, pero en el que no existe un interés específico.

- Desconocido y no controlable: aleatorización.

- Conocido, pero no controlable: análisis de covarianza

- Conocido y controlable: **formación de bloques**.

Modelo de efectos

Bloque 1	Bloque 2		Bloque b
y_{11}	y_{12}		y_{1b}
y_{21}	y_{22}		y_{2b}
y_{31}	y_{32}	$\cdots$	y_{3b}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
y_{a1}	y_{a2}		y_{ab}

¡Restricción sobre la aleatorización!

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1,\ 2, \ldots,\ a \\ j = 1,\ 2, \ldots,\ b \end{cases}$$

Efecto del bloque j-ésimo

Modelo de suma de cuadrados

Aislar efecto de bloques

$$SS_T = SS_{\text{Tratamientos}} + SS_{\text{Bloques}} + SS_E$$

$$F_0 = \frac{MS_{\text{Tratamientos}}}{MS_E}$$

Modelo ANOVA (una réplica)

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F_0
Tratamientos	$SS_{\text{Tratamientos}}$	$a-1$	$\frac{SS_{\text{Tratamientos}}}{a-1}$	$\frac{MS_{\text{Tratamientos}}}{MS_E}$
Bloques	SS_{Bloques}	$b-1$	$\frac{SS_{\text{Bloques}}}{b-1}$	
Error	SS_E	$(a-1)(b-1)$	$\frac{SS_E}{(a-1)(b-1)}$	
Total	SS_T	$N-1$		

Cuadrados latinos

Un **cuadrado latino** es una técnica de diseño experimental utilizada para controlar la variabilidad en dos direcciones simultáneamente. Es particularmente útil en situaciones en las que se quieren controlar dos fuentes de variabilidad.

Se llaman latinos porque los distintos niveles del factor principal se denotan con letras latinas (A,B,C,D,E, etc.)

Cuadrados latinos

4 × 4
A B D C
B C A D
C D B A
D A C B

5 × 5
A D B E C
D A C B E
C B E D A
B E A C D
E C D A B

6 × 6
A D C E B F
B A E C F D
C E D F A B
D C F B E A
F B A D C E
E F B A D C

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \tau_j + \beta_k + \varepsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1, 2, \ldots, p \\ j = 1, 2, \ldots, p \\ k = 1, 2, \ldots, p \end{cases}$$

Efecto de fila

Efecto de columna

Cuadrados latinos

$$SS_T = SS_{\text{Renglones}} + SS_{\text{Columnas}} + SS_{\text{Tratamientos}} + SS_E$$

$$F_0 = \frac{MS_{\text{Tratamientos}}}{MS_E}$$

Cuadrados latinos

Tabla 4-10 Análisis de varianza del diseño del cuadrado latino

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F_0
Tratamientos	$SS_{\text{Tratamientos}} = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{p} y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p-1$	$\frac{SS_{\text{Tratamientos}}}{p-1}$	$F_0 = \frac{MS_{\text{Tratamientos}}}{MS_E}$
Renglones	$SS_{\text{Renglones}} = \frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p-1$	$\frac{SS_{\text{Renglones}}}{p-1}$	
Columnas	$SS_{\text{Columnas}} = \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} y_{..k}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	$p-1$	$\frac{SS_{\text{Columnas}}}{p-1}$	
Error	SS_E (por sustracción)	$(p-2)(p-1)$	$\frac{SS_E}{(p-2)(p-1)}$	
Total	$SS_T = \sum_i\sum_j\sum_k y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$	p^2-1		

Ejercicio 1

Se están comparando tres soluciones de lavado diferentes a fin de estudiar su efectividad para retardar el crecimiento de bacterias en contenedores de leche de 5 galones. El análisis se hace en un laboratorio y sólo pueden realizarse tres ensayos en un día. Puesto que los días podrían representar una fuente potencial de variabilidad, el experimentador decide usar un diseño de bloques aleatorizados. Se hacen observaciones en cuatro días, cuyos datos se muestran enseguida. Analizar los datos de este experimento (utilizar $\alpha = 0.05$) y sacar las conclusiones apropiadas.

	Días			
Solución	1	2	3	4
1	13	22	18	39
2	16	24	17	44
3	5	4	1	22

Ejercicio 2

Un ingeniero industrial investiga el efecto de cuatro métodos de ensamblaje *(A, B,* C y *D)* sobre el tiempo de ensamblaje de un componente de televisores a color. Se seleccionan cuatro operadores para el estudio. Además, el ingeniero sabe que todos los métodos de ensamblaje producen fatiga, de tal modo que el tiempo requerido para el último ensamblaje puede ser mayor que para el primero, independientemente del método. Es decir, se desarrolla una tendencia en el tiempo de ensamblaje requerido. Para tomar en cuenta esta fuente de variabilidad, el ingeniero emplea el diseño del cuadrado latino que se presenta a continuación. Analizar los datos de este experimento *(a* = 0.05) y sacar las conclusiones apropiadas.

Orden de ensamblaje	Operador 1	Operador 2	Operador 3	Operador 4
1	$C = 10$	$D = 14$	$A = 7$	$B = 8$
2	$B = 7$	$C = 18$	$D = 11$	$A = 8$
3	$A = 5$	$B = 10$	$C = 11$	$D = 9$
4	$D = 10$	$A = 10$	$B = 12$	$C = 14$

Bibliografía

Gutierrez, H. Análisis y diseño de experimentos. México: Mc Graw Hill, 2004.

Montgomery. Diseño y análisis de Experimentos. 2 Edición. John Wiley and sons, 2002.