

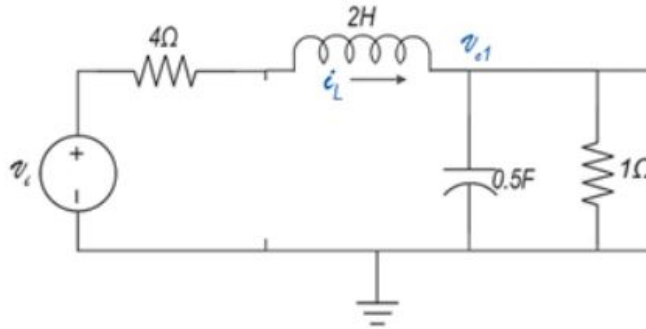
# SISTEMAS DINÁMICOS

## TALLER 1

William Gómez, Juan Hernández, Juan Castro

Bogotá - 2023

**Resumen:** A partir del siguiente taller se evaluaron los temas de ecuaciones de estado y su respectiva solución tanto analítica como gráfica, además de sus correspondientes funciones de transferencia, para lo cual se utilizó el siguiente circuito:



A partir de éste se determinaron las variables de estado, entradas, variables iniciales y sus respectivas salidas, para luego poder plantear su ecuación dinámmica. Ya con las ecuaciones planteadas, se prosiguió a realizar su forma matricial y a partir de acá implementando código de Matlab se obtuvieron sus soluciones.

Las respuestas analíticas y grafica que se solicitaron fueron:

- Respuesta de entrada cero, con condiciones iniciales de  $i(0) = 0.2A$  y  $V_{c1}(0) = 0.2V$ .
- Respuesta de entrada cero, siendo la entrada una señal paso de la forma  $V_i = 10 \cdot 1(t)$ .
- Respuesta completa.

Para la obtención de las variables de transferencia se nos solicitó:

- Función de transferencia para el circuito inicial, agregando su respectivo diagrama de polos y ceros.
- Función de transferencia implementando, una señal paso.
- Función de transferencia implementando la entrada  $V_i = 2 \cdot \sin(t)$ .

## DESARROLLO

### I. Planteo y solución ecuación entrada – salida de circuitos eléctricos.

a) Plantear la ecuación diferencial de entrada – salida. La variable de salida deseada es el voltaje sobre el condensador.

Variables de salida:  $V_C$

Variables de estado:  $V_C, i_L$

Para  $V_C$ , por nodos:

$$i_L = i_1 + i_2$$

$$i_L = C \frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{1\Omega} \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{i_L}{C} - \frac{V_C}{C} \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{i_L}{0,5} - \frac{V_C}{0,5} \quad (1)$$

Para  $i_L$ , por KVL

$$v_i = 4i_L + L \frac{di_L}{dt} + V_C$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_i}{L} - \frac{4i_L}{L} - \frac{V_C}{L} \rightarrow \frac{di_L}{dt} = \frac{v_i}{2} - 2i_L - \frac{V_C}{2} \quad (2)$$

b) Si las condiciones iniciales son  $X_0 = (0.2[V] \ 0.2[A])$ , obtener la respuesta (para entrada cero) analítica y gráfica.

```
syms vc(t) il(t)

X0=[0.2 0.2];
C=0.5;
L=2;
r1=4;
r2=1;
vi=0;%Para entrada cero

Dvc= diff(vc,t)== (1/C)*(il -(vc/r2));
Dil= diff(il,t)== (1/L)*(vi- il*r1 - vc);
dX=[Dvc;Dil];

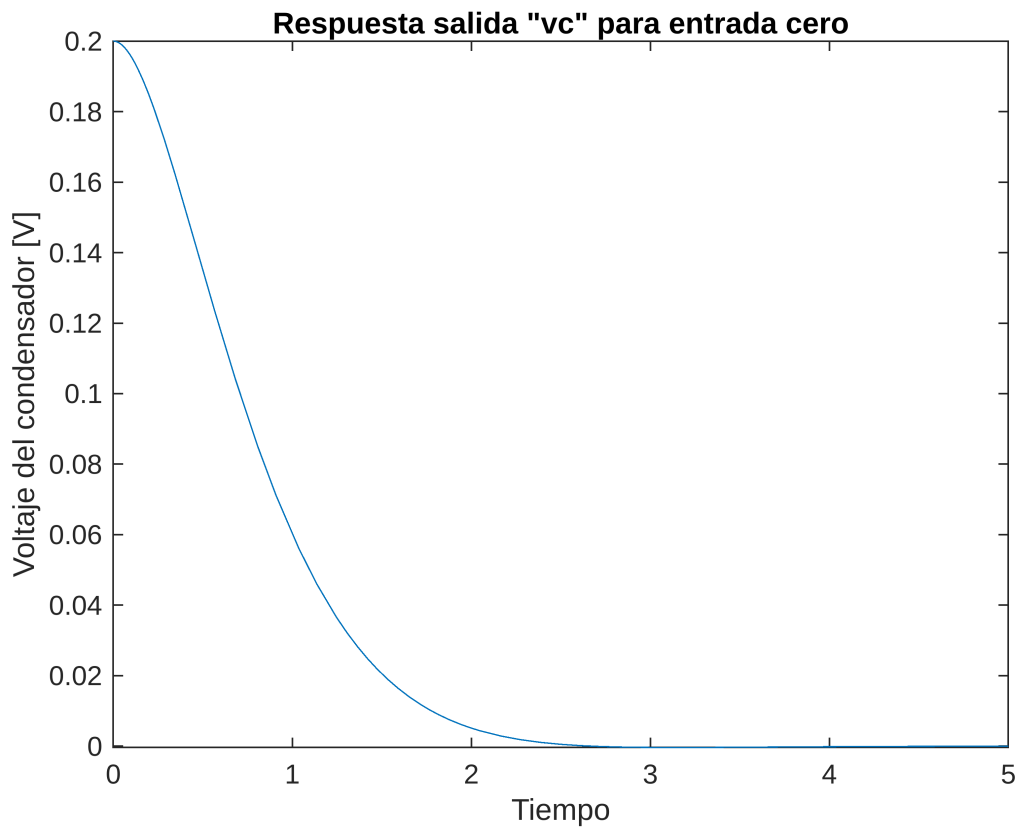
cond1 = vc(0)==0.2;
cond2 = il(0)==0.2;
cond=[cond1;cond2];
```

```

S= dsolve(dX, cond);
y= S.vc;

figure(1)
fplot(y)
xlim([0 5])
title('Respuesta salida "vc" para entrada cero')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Voltaje del condensador [V]')

```



c) Si la entrada es una señal paso de la forma  $v_i = 10 * 1(t)$ , obtener la respuesta (para estado cero) analítica y grafica.

```

vi=10*heaviside(t);
Dvc= diff(vc,t)== (1/C)*(il -(vc/r2));
Dil= diff(il,t)== (1/L)*(vi- il*r1 - vc);
dX=[Dvc;Dil];

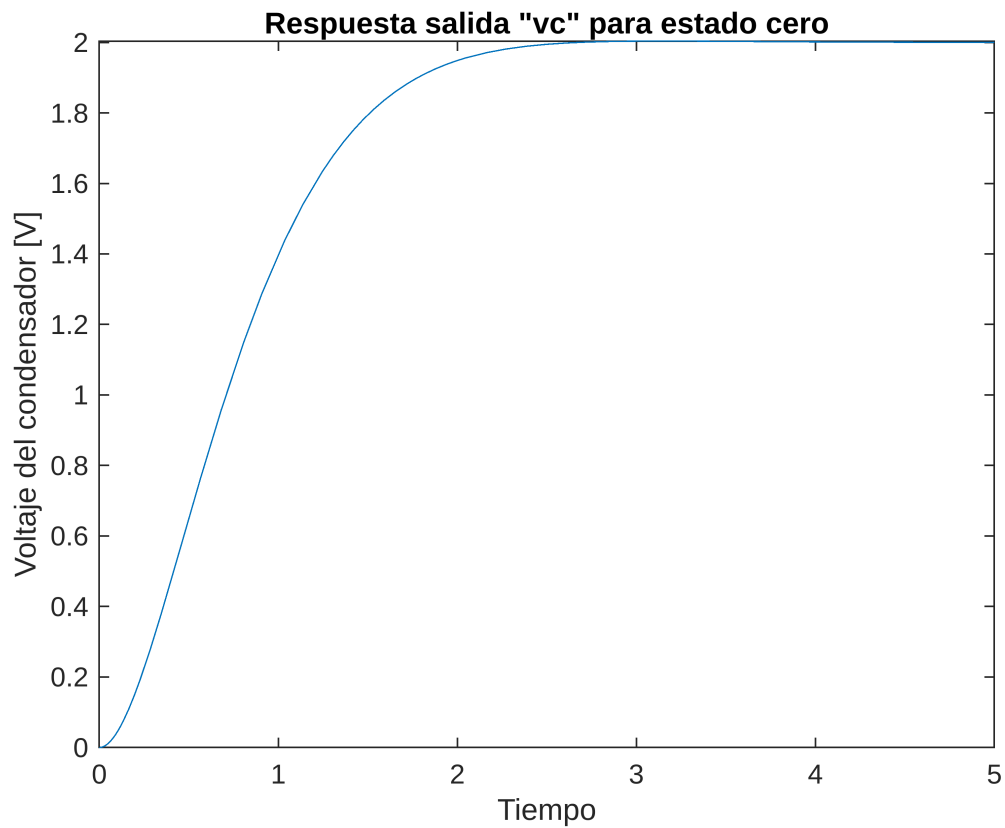
cond1 = vc(0)==0;
cond2 = il(0)==0;
cond=[cond1;cond2];

S2=dsolve(dX, cond);

y1=S2.vc;

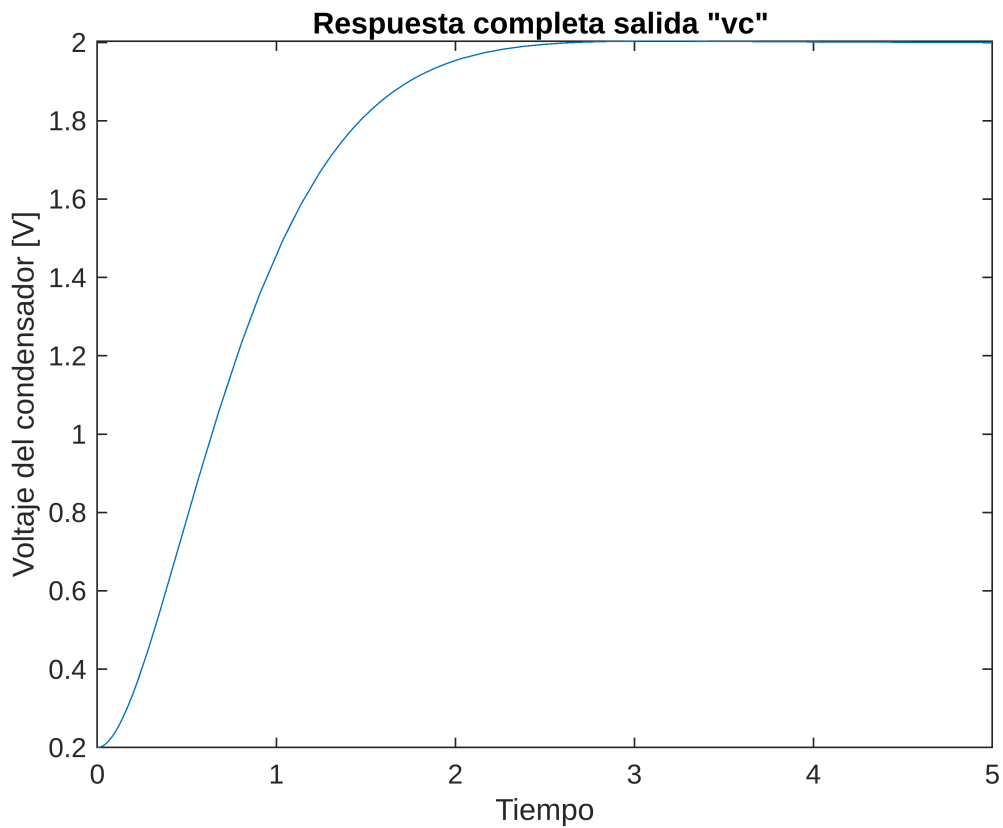
```

```
figure(2)
fplot(y1)
xlim([0 5])
title('Respuesta salida "vc" para estado cero')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Voltaje del condensador [V]')
```



d) Obtener la respuesta completa, analítica y gráfica.

```
Y= y +y1;
figure(3)
fplot(Y)
xlim([0 5])
title('Respuesta completa salida "vc" ')
xlabel('Tiempo')
ylabel('Voltaje del condensador [V]')
```



## II. Planteo y solución de modelo de estado de circuitos eléctricos.

a) Para el mismo circuito plantear la ecuación dinámica de estado y la ecuación de salida en forma matricial. Identificar las dimensiones de las matrices A, B, C y D. La variable de salida de interés es el voltaje sobre el condensador.

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_c \\ \dot{I}_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1/2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_c \\ I_l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \end{pmatrix} V_i$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_c \\ I_l \end{pmatrix}$$

b) Si las condiciones iniciales son  $X_0 = (0.2[V] \ 0.2[A])$ , obtener la respuesta (para entrada cero) analítica y gráfica.

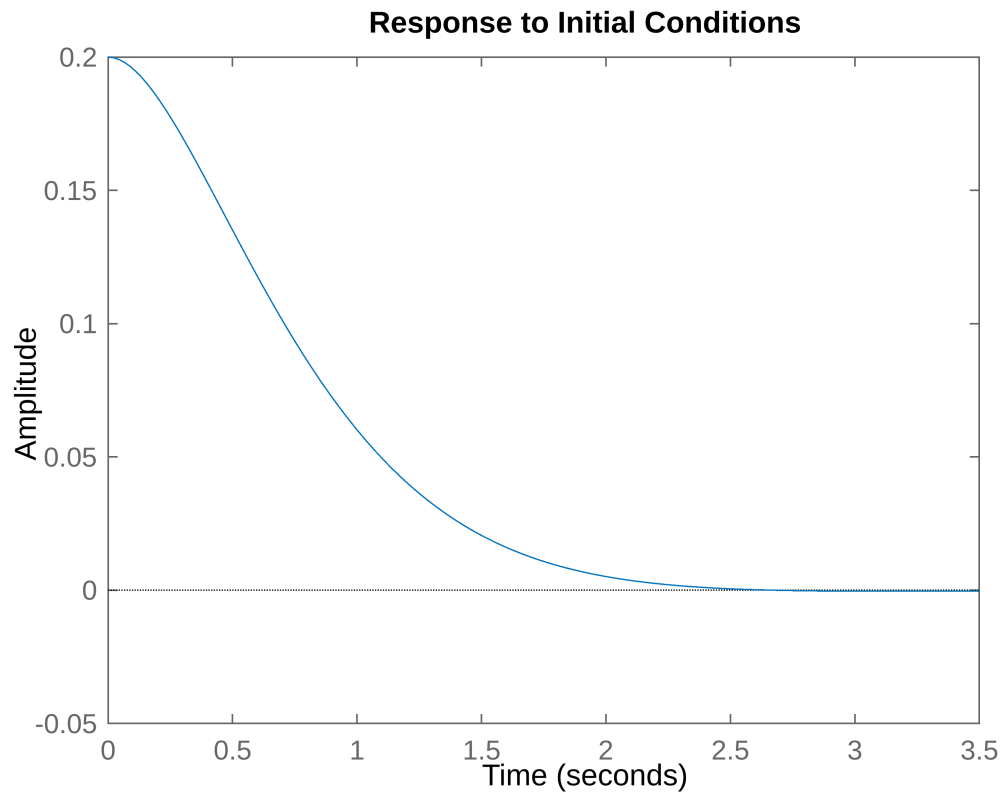
```
A=[-2 2; -1/2 -2];
B=[0; 1/2];

C=[1 0];
D=[0];

X0=[0.2 0.2];

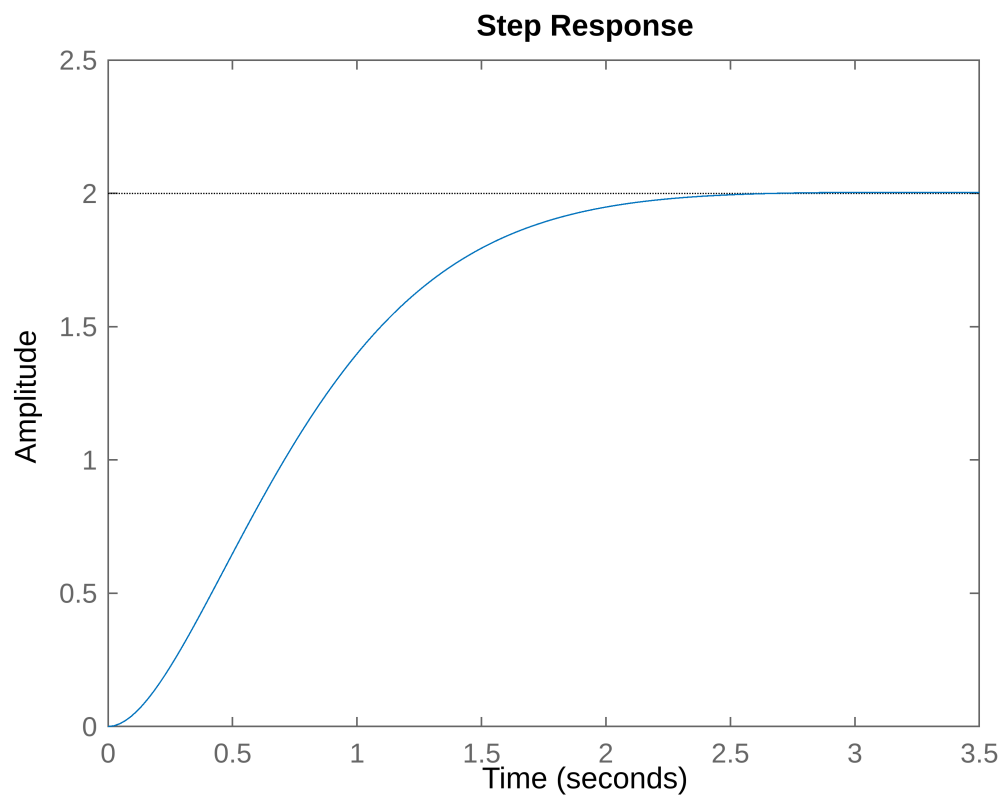
sys = ss(A,B,C,D);
figure(4)
```

```
initial(sys,X0)
```



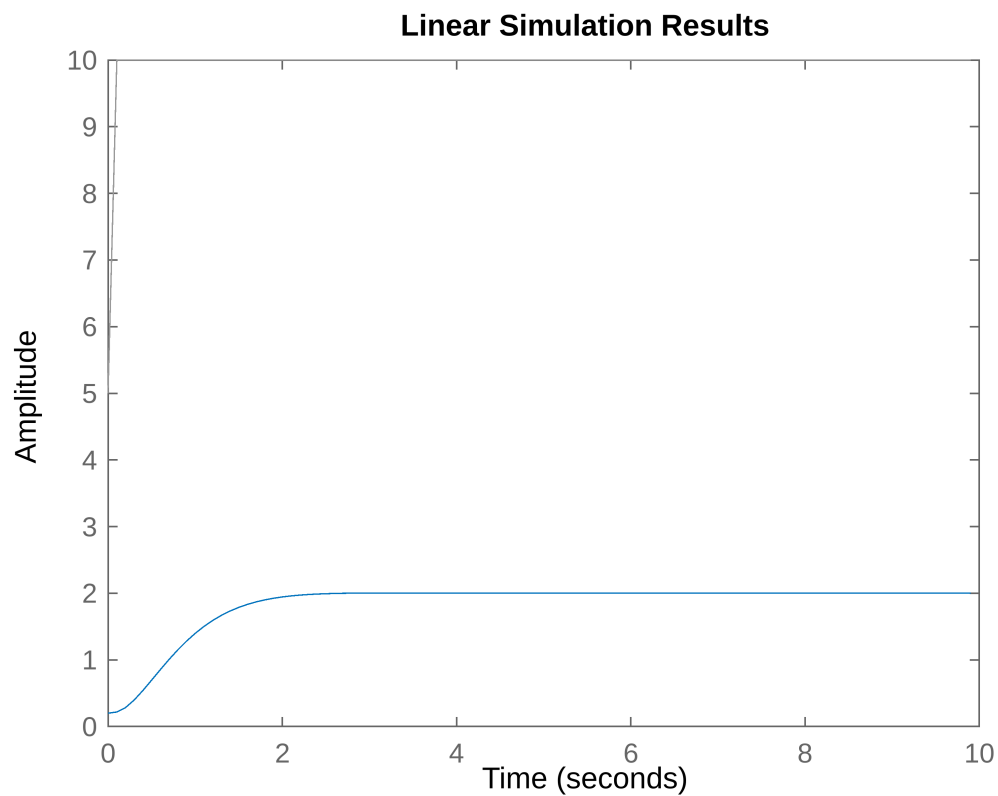
c) Si la entrada es una señal paso de la forma  $v_i = 10 * 1(t)$ , obtener la respuesta (para estado cero) analítica y grafica.

```
figure(5)  
  
opt = stepDataOptions('StepAmplitude',10);  
step(sys,opt)
```



d) Obtener la respuesta completa, analítica y grafica.

```
figure(6)
t=[0:0.1:9.9]';
u=10*heaviside(t);
lsim(sys,u,t,X0)
```



### III. Obtención de la función de transferencia

a) Obtener la función de transferencia del circuito y graficar el diagrama de polos y ceros.

```
A=[-2 2; -1/2 -2];
B=[0; 1/2];
C=[1 0];
D=[0];

sys = ss(A,B,C,D);
H=tf(sys)
```

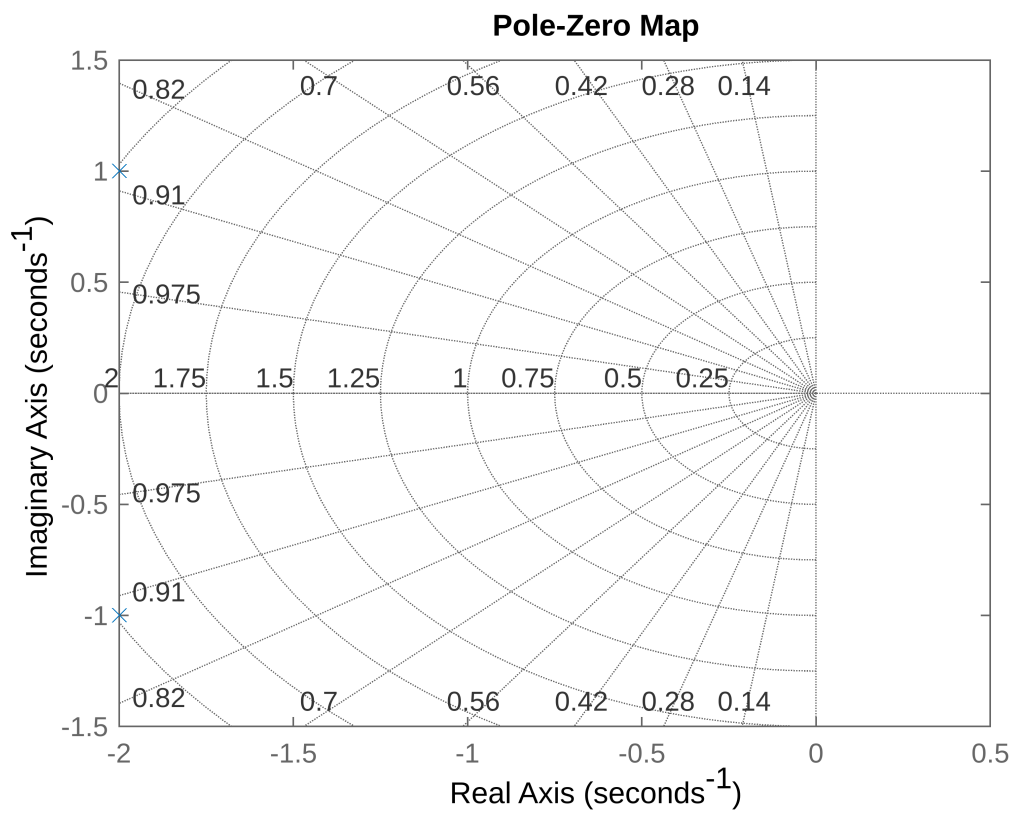
H =

$$\frac{1}{s^2 + 4s + 5}$$

Continuous-time transfer function.

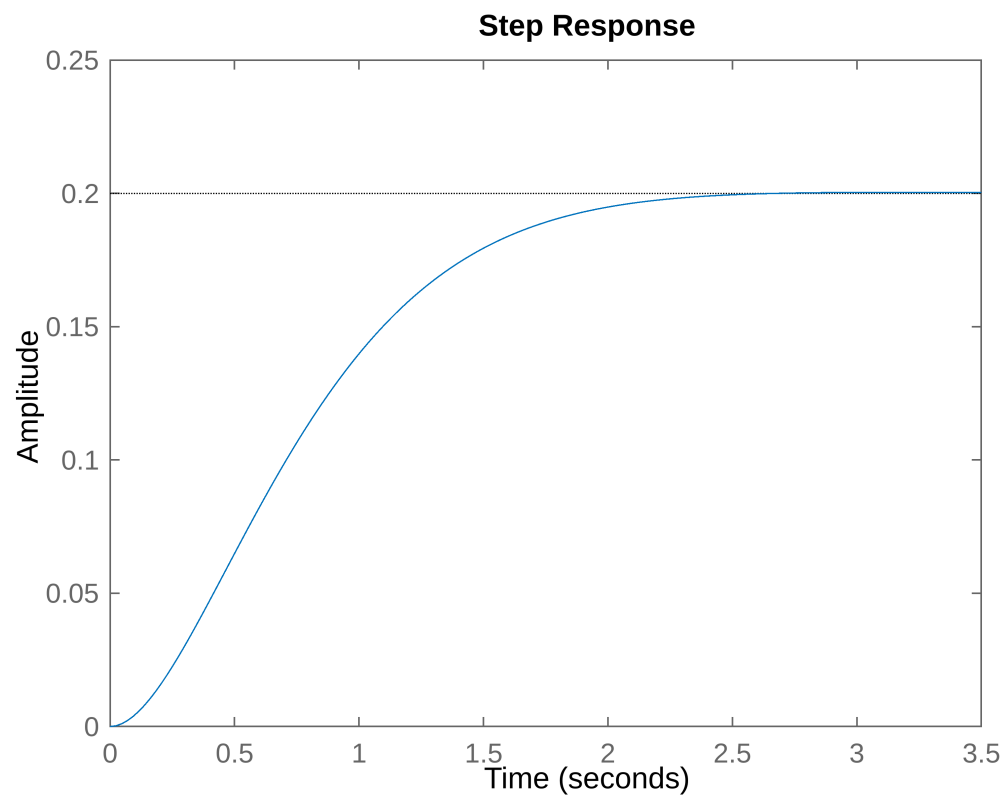
```
figure(7)
pzmap(H)
grid on
```





b) Si la entrada es una señal paso de la forma  $v_i = 10 * 1(t)$ , obtener la respuesta (para estado cero) grafica.

```
stepplot(H)
```



c) Repetir para una entrada  $v_i = 2 * \sin(t)$

```
t=[0:0.1:9.9]';  
vi=2*sin(t);  
lsim(sys,vi,t)
```

