

CAPITULO 6 MODELOS DE SISTEMAS TERMICOS

OBJETIVOS

1. Preparar y ejecutar el plan de acción para formular y resolver un modelo. (CDIO 2.1.1.4)
2. Obtener modelos conceptuales y cualitativos de diversos sistemas físicos. (CDIO 2.1.2.2)
3. Establecer las conexiones entre los fenómenos físicos y el modelo. (CDIO 2.1.2.3)
4. Usar modelos cuantitativos y soluciones. (CDIO 2.1.2.4)
5. Generalizar suposiciones para simplificar ambientes y sistemas complejos (CDIO 2.1.2.1)
6. Discutir una aproximación desde varias disciplinas para asegurar que el sistema se entienda desde todas las perspectivas relevantes. (CDIO 2.3.1.2)
7. Establecer prioridades dentro de las metas generales (CDIO 2.1.1.3)
8. Identificar sistemas propios y sistemas con interacción entre áreas (CDIO 2.3.2.4).
9. Seguir la estructura y el proceso de integración del conocimiento (CDIO 2.4.5.5).

Clase 1

- Definir las variables que describen a los sistemas térmicos.
- Definir transferencia de calor por conducción.
- Definir y evaluar resistencia térmica
- Definir transferencia de calor por convección.

Clase 2

- Aplicación: disipadores
- Definir transferencia de calor por radiación
-

La energía que se transfiere como resultado de un gradiente de temperatura se denomina energía térmica o calor. La transferencia de calor ocurre desde una región de temperatura más alta hacia otra de temperatura más baja.

Los sistemas térmicos generalmente son distribuidos y están descritos por ecuaciones diferenciales parciales; en este curso se modelarán como sistemas concentrados haciendo las aproximaciones necesarias

VARIABLES Y UNIDADES

Las variables básicas de un sistema térmico son la temperatura (esfuerzo) y el Flujo de calor (flujo).

Variables generalizadas	Variables térmicas	Unidades SI
Esfuerzo, e	Temperatura, T	Kelvin (K) o Celsius ($^{\circ}\text{C}$)
Flujo, f	Tasa de transferencia de calor, $\dot{Q} = \frac{dQ}{dt}$	Julio/segundo (W)
	Flujo de calor, $\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A}$	$\frac{W}{m^2}$
Energía	$Q = \int f dt$	Julio = W-s

Tabla 1

El flujo de calor \dot{Q} tiene unidades de Potencia. No existe el producto de variable de esfuerzo por variable de flujo. La integral del flujo de calor es energía (Joule J)

Temperatura

La mecánica estadística relaciona a la temperatura con la energía cinética promedio de las moléculas y, según la ley "cero" de la termodinámica, dos sistemas en contacto térmico alcanzan la misma temperatura.

Mientras que propiedades físicas como longitud y masa son *extensivas*, dependen del tamaño del sistema, la temperatura es una propiedad *intensiva*: no cambia cuando el tamaño del sistema cambia.

Para definir la temperatura de un sistema macroscópico aislado se debe esperar a que se alcance el equilibrio térmico: cuando dos sistemas de este tipo se ponen en contacto térmico, existirá un flujo de energía hasta cuando se alcance un nuevo punto de equilibrio; alcanzado el cual no habrá más flujo de energía y cada subsistema alcanzará el mismo valor de temperatura.

Escalas

La escala definida por Kelvin en 1848 es independiente de las propiedades del material y se basa en el ciclo de Carnot de una máquina térmica ideal y en la temperatura de un punto fijo.

El ciclo de Carnot de una máquina térmica perfectamente reversible que transfiere calor de un recipiente de capacidad infinita, a una temperatura T_2 hacia otro recipiente también de capacidad infinita a una temperatura T_1 y, si la cantidad de calor extraída de 2 es Q_2 y la extraída de 1 es Q_1 está dada por:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

La transferencia de calor de 1 a 2 está en función de la relación de temperaturas; si, además de esta relación, también se establece un punto fijo, se puede definir una escala de temperatura.

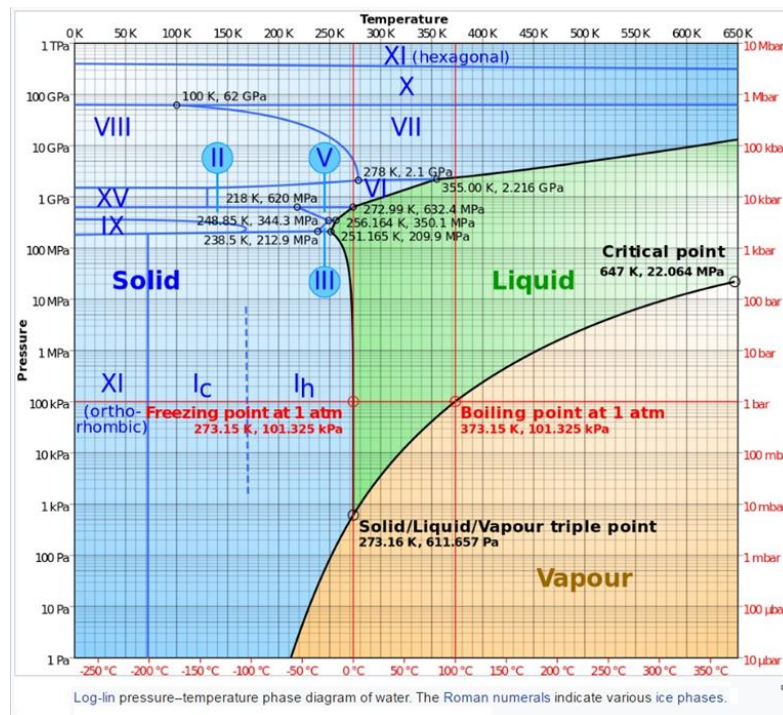


Figura 1¹

¹ <https://www.nuclear-power.com/nuclear-engineering/materials-nuclear-engineering/properties-of-water/triple-point-of-water/> Accessed October 2022

El punto fijo escogido es el punto triple del agua, estado termodinámico en el cual las fases sólida, líquida y vapor están en equilibrio, y que se estableció como 273,16 K a una presión de 6.03×10^{-3} atm.

En la escala K el punto de congelación del agua a 1 atm es de 273,15 K y el punto de ebullición, a la misma presión es de 373,15 K. La diferencia de 100K coincide con la escala Celsius, definida en una época anterior.

SISTEMA SI		SISTEMA US	
Absoluto	Ingeniería	Absoluto	Ingeniería
373.15 K	100 °C	591 °R	212 °F
273.15 K	0 °C	491 °R	32 °F
0 Kelvin	-273.15 °C	0 °R	-459.67 °F

Tabla 2

Flujo de calor

El flujo de calor notado por $\dot{Q} = \frac{dQ}{dt}$ tiene unidades de J/s, y por lo tanto ya corresponde a la potencia (W) transferida desde o hacia el sistema. La integral del flujo o desplazamiento, Q, es la cantidad de calor o energía calórica transferida y tiene unidades de Julio. También se define el flujo de calor por unidad de área:

$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} \left(\frac{W}{m^2} \right)$	1
--	---

TRANSFERENCIA DE CALOR.

Transferencia de energía a través de las fronteras de un sistema y producida por la diferencia de temperatura.

Existen 3 formas de transferir calor: conducción, convección y radiación. En la práctica el intercambio de calor puede mezclar los diferentes modos.

CONDUCCIÓN.

Es la transferencia de energía mediante la interacción de moléculas: moléculas de un nivel de energía alto (indicada por una mayor temperatura) imparten energía a moléculas adyacentes de un nivel de energía más bajo.

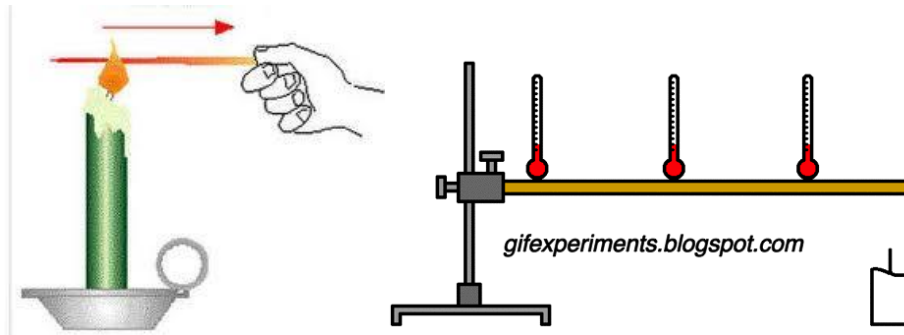


Figura 2

Se asume que el material es homogéneo y no almacena energía, la transferencia en una dimensión está descrita por la ley de Fourier:

$\dot{Q}_x = -kA \frac{dT}{dx}$	2
---------------------------------	---

\dot{Q}_x = flujo de calor (W = J/s) en la dirección x.

A = Área normal a la dirección del flujo (m²) en la dirección x

k = Conductividad térmica ($\frac{W}{m-K}$)

$\frac{dT}{dx}$ = gradiente de temperatura en la dirección del flujo. ($\frac{K}{m}$) en la dirección x

En forma general la expresión para el flujo de calor por unidad de área es:

$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = -k \nabla T$	3
---	---

El flujo de calor por unidad de área es proporcional a la conductividad térmica y al gradiente de temperatura. El signo negativo establece que el flujo de calor va en la dirección de un gradiente de temperatura decreciente.

La conductividad térmica es una propiedad de los materiales, depende de la temperatura y determina la capacidad de un material para transmitir o aislar el

calor. Los metales buenos conductores de electricidad son buenos conductores de calor.

Metals		Gases		Building Materials		Other Materials	
Aluminum	235	Air (dry)	0.026	Asphalt	0.75	Cotton	0.04
Brass	109	Argon (gas)	0.016	Brick dense	1.31	Cotton wool	0.029
Copper	401	Carbon dioxide (gas)	0.0146	Brick, fire	0.47	Diamond	1000
Gold	314	Helium	0.15	Brick, insulating	0.15	Engine Oil	0.15
Iron	67	Hydrogen	0.18	Concrete	0.8	Graphite	168
Lead	35	Krypton (gas)	0.0088	Fiberglass	0.048	Ground or soil, dry area	0.5
Nickel	91	Methane (gas)	0.03	Polyurethane foam	0.024	Ground or soil, moist area	
Silver	428	Nitrogen (gas)	0.024	Rock wool	0.043	Polyethylene - low density	0.33
Sodium (liquid)	86	Steam, saturated	0.0184	White pine	0.11	Polypropylene, PP	0.1 - 0.22
Sodium (solid)	135	Xenon (gas)	0.0051	Window glass	1	Porcelain	1.5
Stainless steel	14			Wood, oak	0.17	Sulfur, crystal	0.2
Steel, Carbon 1%	43					Uranium dioxide	8.8
Thorium (metallic)	38					Water	0.58
Uranium (metallic)	27.6						
Zirconium	22.6						
Zirconium alloy (1% Nb)	18						

Tabla 3

Los no metales son aislantes, excepto cristales como el diamante, zafiro, y la fase sólida es mejor conductora que la fase líquida. Las tablas están dadas para temperatura ambiente.

Los no metales son aislantes, excepto cristales como el diamante, zafiro, y la fase sólida es mejor conductora que la fase líquida.

Resistencia térmica

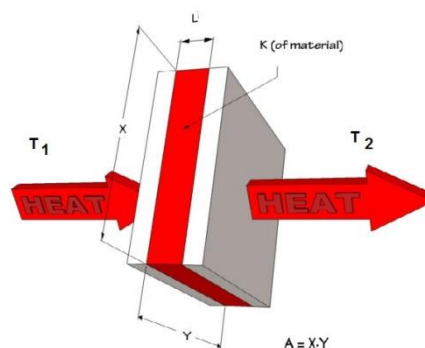


Figura 3

A partir de la tasa de transferencia de calor por conducción, ecuación 2, se puede obtener el modelo de una resistencia térmica, para diferentes formas del conductor. Para desarrollar el modelo de la resistencia ideal no se considera almacenamiento de energía o generación dentro del elemento.

Para una lámina plana de espesor L y área A :

$$\dot{Q}_l = -kA \frac{dT}{dl}$$

La ecuación puede ser separada:

$$\begin{aligned} \dot{Q} dl &= -kA dT \\ \dot{Q} \int_0^L dl &= -kA \int_{T_1}^{T_2} dT \end{aligned}$$

$$\dot{Q}_l = -\left(\frac{kA}{L}\right)(T_2 - T_1)$$

$\dot{Q}_l = \frac{1}{R_T}(T_1 - T_2) = \frac{\Delta T}{R_T}$	4
---	---

La tasa de transferencia de calor es independiente de la variable distancia l , y es función de la diferencia de temperatura.

La resistencia térmica para transferencia por conducción en materiales de forma laminar es:

$R_T = \frac{L}{kA}$	5
----------------------	---

Este modelo sencillo no incluye el efecto de capacidad de almacenamiento de energía térmica.

Para un flujo radial en un tubo de longitud L :

$$\dot{Q}_r = -kA \frac{dT}{dr}$$

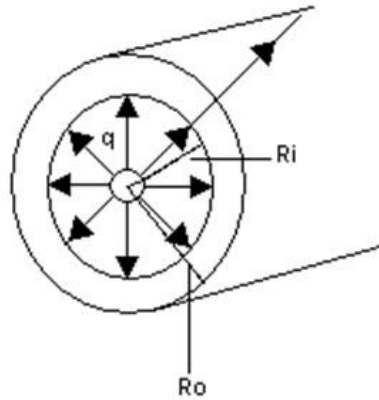


Figura 4

El área A esta dada, en función del radio por:

$$A = 2\pi Lr$$

$$\dot{Q}_r = -k(2\pi rL) \frac{dT}{dr}$$

$$\dot{Q}_r \int_{r_i}^{r_o} \frac{dr}{r} = -k(2\pi L) \int_{T_i}^{T_o} dT$$

$$\dot{Q}_r \ln \left\{ \frac{r_o}{r_i} \right\} = -2\pi kL(T_o - T_i)$$

$\dot{Q}_r = \frac{2\pi kL}{\ln \left\{ \frac{r_o}{r_i} \right\}} (T_i - T_o)$	6
--	---

El uso de paredes construidas de diferentes materiales es muy común en la industria. Para encontrar el flujo de calor se analiza cada capa por separado, teniendo en cuenta que, en el estado estable, la tasa de flujo a través de cada capa es la misma.

Para aplicar repetidas veces la ecuación de Fourier es necesario conocer las temperaturas intermedias, lo cual no siempre es alcanzable. Para resolver el problema se debe obtener una ecuación en función de las temperaturas de las caras interna y externa.

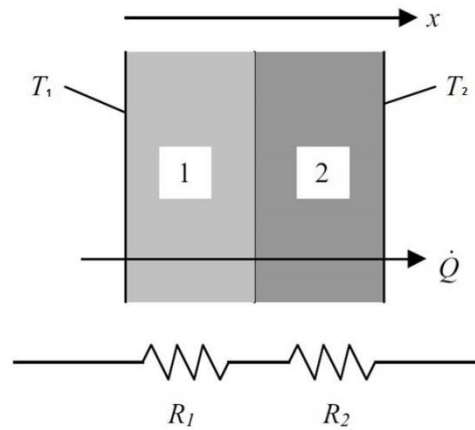


Figura 5

$$\dot{Q}_1 = k_1 A \frac{(T_1 - T_{int()})}{L_1}$$

El flujo de calor en la capa externa será:

$$\dot{Q}_2 = k_2 A \frac{(T_{int()} - T_2)}{L_2}$$

Los flujos son iguales y el diferencial total de temperatura es:

$$T_1 - T_2 = \frac{\dot{Q}}{A} \left(\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} \right)$$

El flujo a través de la pared compuesta es:

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{L_1}{Ak_1} + \frac{L_2}{Ak_2}}$$

El análisis se puede extender fácilmente a n capas de diferentes materiales:

$R_T = \sum_i^n R_i = \sum_i^n \frac{L_i}{Ak_i}$	7
--	---

Ejemplo 1. Una pared plana está hecha de una capa de ladrillo aislada por ambas caras. La cara interna está a una temperatura $T_1 = 150 \text{ } ^\circ\text{C}$ y la externa a una temperatura menor $T_2 = 10 \text{ } ^\circ\text{C}$. Cuál es el flujo de calor por unidad de área.

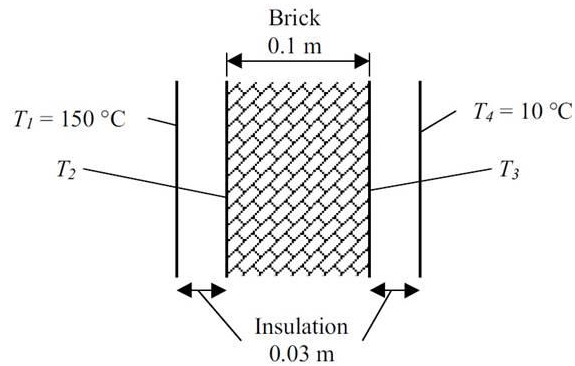


Figura 6

$k_{\text{aislamiento}} = 0.07 \text{ W/m-K}$; $k_{\text{ladrillo}} = 0.7 \text{ W/m-K}$

El flujo de calor por unidad de área:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_1 - T_4}{AR_T}$$

Las resistencias térmicas de cada sección:

$$R_1 = \frac{L_1}{k_1 A_1} \rightarrow R_1 A_1 = \frac{0,03m}{0,07 \text{ W/m-K}} = 0,43 \frac{m^2 K}{W}$$

$$R_2 = \frac{L_2}{k_2 A_2} \rightarrow R_2 A_2 = \frac{0,1m}{0,7 \text{ W/m-K}} = 0,14 \frac{m^2 K}{W}$$

Como las áreas son iguales:

$$\dot{q} = \frac{140 \text{ K}}{(2 \times 0,43 + 0,14) \frac{K}{W}} = 140 \frac{W}{m^2}$$

El perfil de temperatura, para el primer aislamiento:

$$(T_1 - T_2) = q R_1 A_1 = 140 \frac{W}{m^2} 0,43 \frac{m^2 K}{W} = 60,2 K$$

$$T_1 = 150 - 60,2 = 89,8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Igual para T_3 :

$$(T_2 - T_3) = qR_2A_1 = 140 \frac{W}{m^2} 0,14 \frac{m^2K}{W} = 19,6K$$

$$T_3 = 89,8 - 19,6 = 70,2^\circ C$$

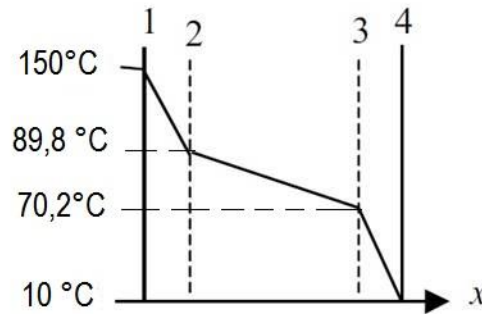


Figura 7

Ejemplo 2. Disipación de potencia y autocalentamiento de resistencias eléctricas².

El coeficiente de temperatura (TC) de una resistencia especifica cuanto cambia su valor cuando la temperatura de la resistencia cambia (auto calentamiento). El TC generalmente se especifica en ppm (partes por millón) por Celsius: ppm/°C. Resistencias de tolerancia 1% típicamente tienen un TC cercano a $\pm 100 \text{ ppm}/^\circ C$ y, las de precisión de película metálica tienen $TC < 0.1 \text{ ppm}/^\circ C$

- a. Calcular el cambio de resistencia por autocalentamiento de una Resistencia de 1 kΩ, con un TC de $\pm 100 \text{ ppm}/^\circ C$ cuando la temperatura cambia de 25°C a 125°C

$$\Delta R_{TC} = \pm R_0 x \left(\frac{TC x \Delta T}{1000000 \text{ ppm}} \right)$$

$$\Delta R_{TC} = \pm 1000 \Omega x \left(\frac{(125 - 25)^\circ C x (100 \text{ ppm}/^\circ C)}{1000000 \text{ ppm}} \right) = \pm 10 \Omega$$

La disipación de potencia aumenta la temperatura de la resistencia según la

² C. Wells. How to calculate the effects of resistor self-heating. https://e2e.ti.com/blogs_/archives/b/precisionhub/posts/how-to-calculate-the-effects-of-resistor-self-heating. Accessed October 2022

ecuación:

$$P = \frac{\Delta T_{SH}}{\Theta_{SH}}$$

(Que es simplemente otra forma de escribir la ecuación 4, el flujo de calor \dot{Q} es igual a la potencia P disipada por la resistencia eléctrica y Θ_{SH} es una notación muy común para la resistencia térmica)

- b. Si la resistencia del ejemplo tiene una resistencia térmica (o coeficiente de autocalentamiento) relativamente bajo, de $100^{\circ}\text{C}/\text{W}$ y una disipación de potencia de $0,5\text{ W}$, el cambio de temperatura será:

$$\Delta T_{SH} = \Theta_{SH} \times P = 100 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}} \times 0.5\text{W} = 50^{\circ}\text{C}$$

A este aumento de temperatura corresponderá un cambio de Resistencia de:

$$\Delta R_{TC} = \mp 1000\Omega \times \left(\frac{(50)^{\circ}\text{C} \times (100\text{ppm}/^{\circ}\text{C})}{1000000\text{ppm}} \right) = \mp 5\Omega$$

Una forma de presentar la información sobre el coeficiente de auto calentamiento es por medio de la curva de disminución de potencia (Power Derating Curve):

Una curva típica para una resistencia de potencia 0.5W :

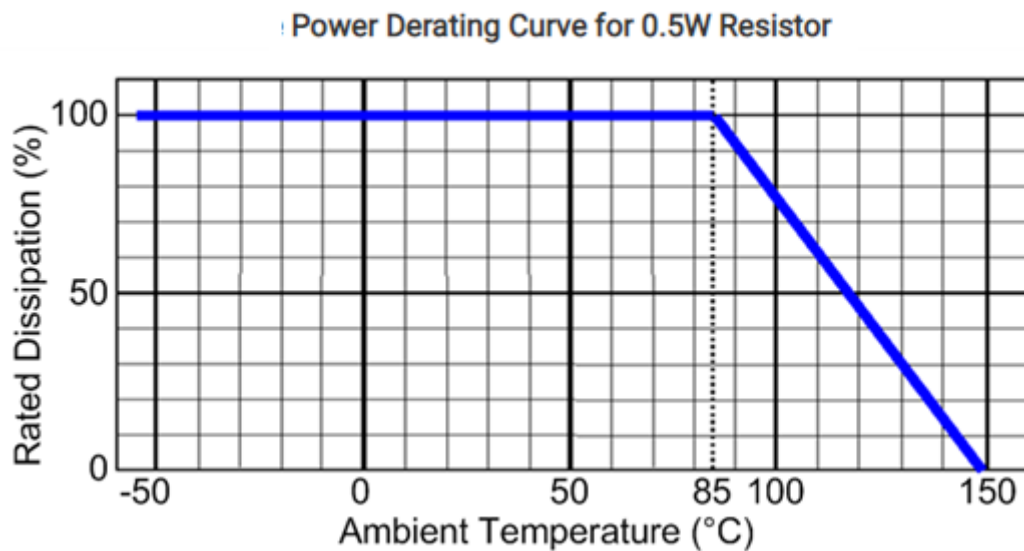


Figura 8

La pendiente de curva de decaimiento de la disipación de potencia es:

$$\theta_{SH} = \frac{(T_{MAX} - T_{MAXPWR100\%})}{Power\ Rating}$$

Para la gráfica:

$$\theta_{SH} = \frac{(150 - 85)^{\circ}C}{0.5W} = 130 \frac{^{\circ}C}{W}$$

CONVECCION.³

La convección implica el intercambio de energía entre un fluido compacto y una superficie o interfaz. Existen dos tipos de convección: la natural y la forzada.

En la convección natural el movimiento del fluido se produce por causas naturales como el cambio de densidad, el flujo de aire caliente que sube desde una superficie caliente. Como la velocidad del fluido asociado con los fenómenos naturales es relativamente bajo, la transferencia de calor por convección natural es relativamente baja.

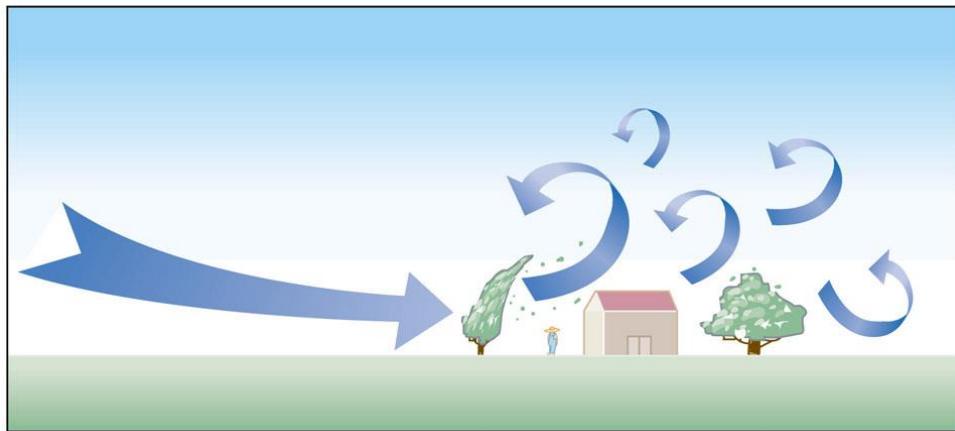


Figura 9 Convección natural

³ M.Bahrami. Natural Convection. SFU and Forced convection heat transfer.

Disponible en: <https://www.sfu.ca/~mbahrami/ENSC%20388/Notes/Natural%20Convection.pdf>.

En un objeto caliente expuesto a una corriente de aire frío la superficie externa del objeto se enfriará y la temperatura del aire adyacente al objeto aumentará. Por lo tanto el objeto estará rodeado por una capa delgada de aire tibio y se transferirá calor desde esta capa hacia las capas externas de aire.

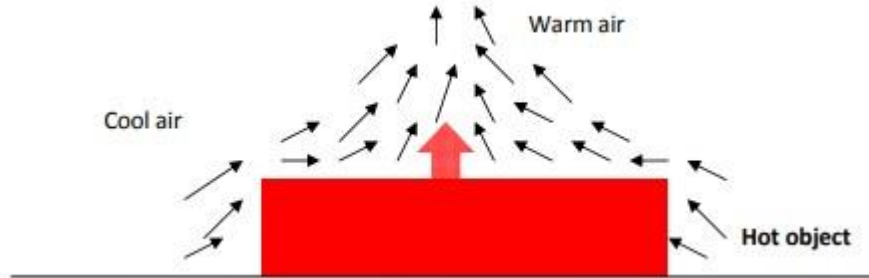


Figura 10. Transferencia de calor por convección natural (Tomado nota 3)

Como la temperatura del aire alrededor del objeto es mayor, la densidad baja y por lo tanto el aire caliente asciende: esta es la corriente de convección natural. En ausencia de este corriente, la única transferencia de calor posible es por conducción, y será menor que el efecto combinado.

Para una placa metálica caliente y colocada verticalmente se pueden determinar experimentalmente los perfiles de temperatura y velocidad del aire:

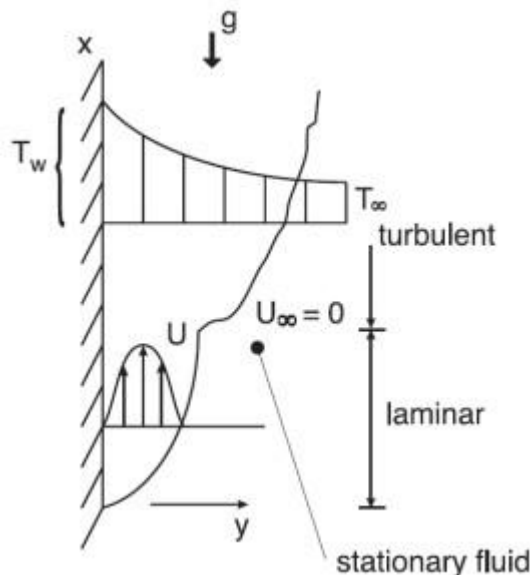


Figura 11 Perfil de velocidad y temperatura – Convección natural (Nota 3)

Así como en flujo se define el numero de Reynolds para clasificar el régimen laminar o turbulento, en convección natural se define el número de Grashof, adimensional. Para números de Grashof mayores de 10^9 el flujo se define como turbulento: prima la fuerza de flotación - bouyancy – sobre las fuerzas viscosas, en esta región la velocidad del flujo libre es $V = V_{\infty}$, constante.

Cerca al cuerpo la velocidad del flujo es cero: la transferencia de calor del cuerpo al medio en el punto de contacto es por conducción. En el punto de transición a laminar, priman las fuerzas de viscosidad, el fluido está en régimen laminar (estacionario) y $V_{\infty} = 0$

En convección forzada el fluido es empujado, por medios externos como una bomba o un ventilador, para que fluya sobre una superficie o en un tubo.

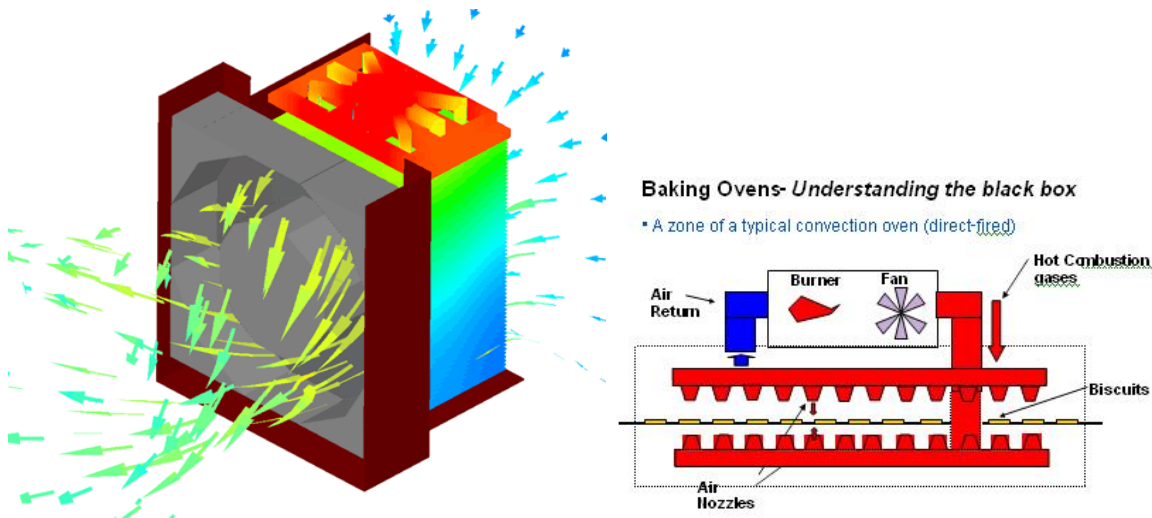


Figura 12 Convección forzada

La cantidad de calor movida depende de cuánto calor puede transportar el medio.

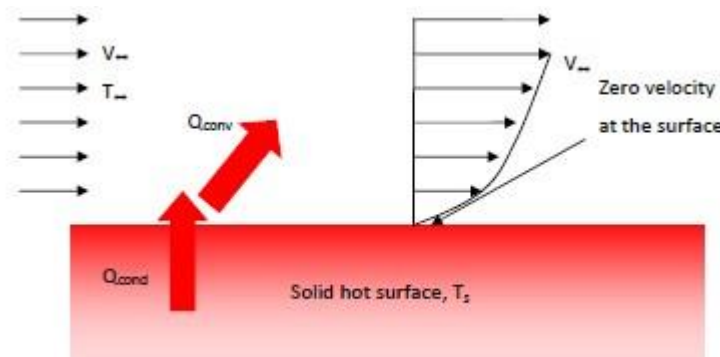


Figura 13 Perfil de velocidad convección forzada (Nota 3)

La velocidad del fluido sobre la superficie del material se asume cero y por lo tanto la transferencia de calor entre la superficie del sólido y la capa de fluido adyacente a la superficie es por conducción pura, ya que el fluido esta estático.

La transferencia de calor por convección (natural o forzada) está definida por la ley de enfriamiento de Newton:

$\dot{q}_c = \frac{\dot{Q}}{A} = h(T_s - T_\infty)$	8
---	---

A = Área de la superficie normal a la dirección de flujo (m²)

h = Coeficiente de transferencia de calor $\frac{W}{m^2-K}$

Flow type	(W/m ² K)
Forced convection; low speed flow of air over a surface	10
Forced convection; moderate speed flow of air over a surface	100
Forced convection; moderate speed cross- flow of air over a cylinder	200
Forced convection; moderate flow of water in a pipe	3000
Forced Convection; molten metals	2000 to 45000
Forced convection; boiling water in a pipe	50,000
Forced Convection - water and liquids	50 to 10000
Free Convection - gases and dry vapors	5 to 37
Free Convection - water and liquids	50 to 3000
Air	10 to 100
Free convection; vertical plate in air with 30°C temperature difference	5
Boiling Water	3.000 to 100.000
Water flowing in tubes	500 to 1200
Condensing Water Vapor	5.0 - 100.0
Water in free convection	100 to 1200
Oil in free convection	50 to 350
Gas flow on tubes and between tubes	10 to 350

Tabla 4⁴

⁴https://www.engineersedge.com/heat_transfer/convective_heat_transfer_coefficients__13378.htm

La Tabla 4 muestra el coeficiente de transferencia para varios mecanismos de convección.

Ejemplo 3⁵. Aire a 10 °C fluye bajo convección natural a través de un calentador con temperatura superficial de 50 °C y una superficie de 0.4 m². El coeficiente de transferencia de calor es de 11 $\frac{W}{m^2K}$.

a. ¿Cuál es la tasa de transferencia de calor?

$$\dot{Q}_C = hA(T_{IN} - T_{\infty})$$

$$\dot{Q}_C = 11 \frac{W}{m^2K} \times 0.4m^2(50 - 10)K = 176 \text{ W}$$

b. Si se emplea un ventilador para impulsar el aire a través del radiador la convección es forzada y el coeficiente de transferencia aumenta a 150 $\frac{W}{m^2K}$. La nueva tasa de transferencia de calor es:

$$\dot{Q}_C = 150 \frac{W}{m^2K} \times 0.4m^2(50 - 10)K = 2400 \text{ W}$$

MECANISMOS COMBINADOS

En muchas aplicaciones de ingeniería los dos métodos de transferencia de calor aparecen combinados.

Por ejemplo, la cámara de combustión u hogar de una caldera tiene una capa interna aislante, reforzada externa por un material empleado para soporte mecánico, de tal forma que el sistema compuesto tiene una transferencia interna por convección, dos procesos de transferencia por conducción y un proceso de convección externo.

⁵ HORSLEY Michael. *Engineering Thermodynamics*. London: Chapman & Hall. 1993

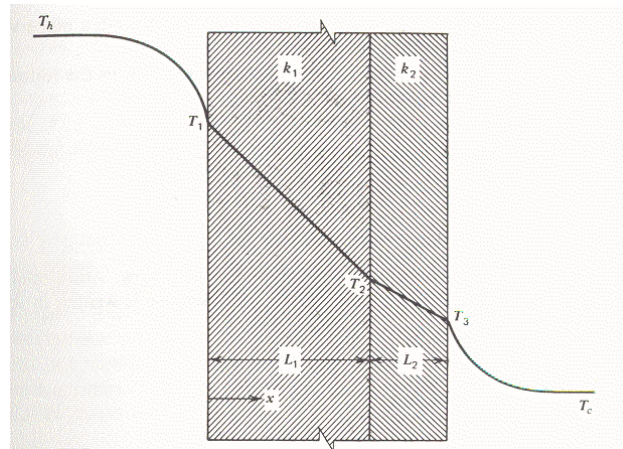


Figura 14

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{i \rightarrow 1} &= h_{i1} A (T_h - T_1) \\ \dot{Q}_{1 \rightarrow 2} &= -k_1 A \frac{dT}{dx} \\ \dot{Q}_{2 \rightarrow 3} &= -k_2 A \frac{dT}{dx} \\ \dot{Q}_{3 \rightarrow e} &= h_{e3} A (T_3 - T_e)\end{aligned}$$

En estado estable todos los flujos de calor son iguales y las ecuaciones se pueden combinar como:

$$\dot{Q} = \frac{T_h - T_e}{\frac{1}{h_{i1}A} + \frac{L_1}{k_1A} + \frac{L_2}{k_2A} + \frac{1}{h_{e3}A}}$$

Ecuación terminal que solo involucra la diferencia entre la temperatura interna y la externa.

En general el flujo de calor se puede calcular como:

$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{\sum R_T}$	9
---------------------------------------	---

Una forma corriente de expresar la tasa de transferencia de calor cuando están presentes modos combinados es:

$\dot{Q} = UA\Delta T$	10
------------------------	----

U: coeficiente total de transferencia de calor, $\frac{W}{m^2 K}$
Claramente U y R están relacionados:

$\dot{Q}_{MAX} = \frac{2\pi k(T_1 - T_a)}{1 + \ln\left(\frac{k}{h_0 r_1}\right)}$	11
---	----

Ejemplo 4. Para un cable eléctrico revestido con un aislante determinar:

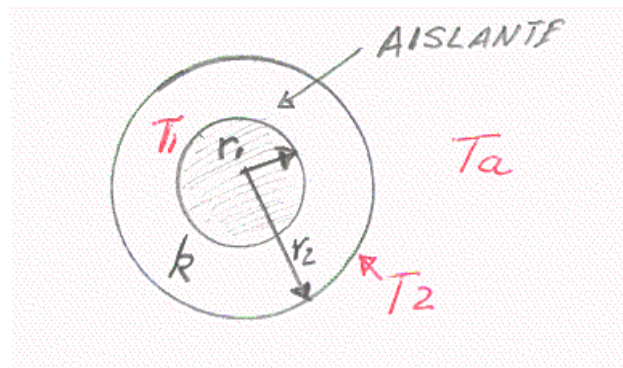


Figura 15

- La relación entre el flujo de calor y el radio del aislamiento.
- El radio de aislamiento crítico para el cual la transferencia de calor es máxima.
- Para un cable AWG 6 con aislante de PVC de 1,6 mm de espesor calcular el radio de aislante crítico. La temperatura ambiente es de 25 °C y el coeficiente de transferencia de calor para aire en movimiento varía entre 11,3 y 55 W/m² K
- Para el cable anterior, cuál es la pérdida de calor por metro de cable desnudo. Asumir que el coeficiente de transferencia de calor para aire en movimiento es de 20 W/m² K.
- Cuál es la pérdida de calor por metro cuando se emplea el aislante suministrado por el fabricante, de 1,6 mm de espesor. Asumir los mismos datos del punto anterior

Los parámetros son:

k: conductividad térmica del aislante

r_1 : radio del conductor

r_2 : radio del conductor + aislante

T_1 : temperatura del conductor, asumida constante

T_2 : temperatura exterior del aislante.

T_a : temperatura del ambiente.

h_0 : coeficiente de transferencia de calor aislante – aire.

L : longitud total del conductor

El flujo de calor:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{\sum R} = \frac{T_1 - T_a}{\frac{1}{2\pi L k} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{2\pi r_2 L h_0}}$$

a. La relación entre el flujo de calor y el radio del aislamiento r_2 es:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi(T_1 - T_a)}{\frac{1}{k} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{r_2 h_0}}$$

b. La derivada del flujo de calor respecto al radio del aislante es:

$$\frac{d(\dot{Q})}{dr_2} = - \frac{2\pi L(T_1 - T_a) \left(\frac{1}{r_2 k} - \frac{1}{r_2^2 h_0} \right)}{\left[\frac{1}{k} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{r_2 h_0} \right]^2}$$

El valor crítico del radio del aislante será:

$$\frac{d(\dot{Q})}{dr_2} = 0$$

$$r_{2critico} = \frac{k}{h_0}$$

Y el máximo valor de flujo de calor:

$$\dot{Q}_{MAX} = \frac{2\pi k(T_1 - T_a)}{1 + \ln\left(\frac{k}{h_0 r_1}\right)}$$

Para ese valor de radio la tasa de transferencia de calor es máxima. Cuando el radio del aislante es menor del valor crítico se puede agregar aislante para aumentar la velocidad de transferencia de calor. Cuando el radio es mayor, disminuye la velocidad de transferencia.

- c. El cable AWG 6 tiene un diámetro 4,1148 mm (área de la sección transversal de 13,3 mm²). La conductividad térmica del PVC es 4×10^{-4} cal/cm-s-°C

$$r_1 = 2,0574mm$$

El radio crítico:

$$r_{2critico} = \frac{k}{h_0}$$

$$k = 4 \times 10^{-4} \frac{cal}{cm \cdot s \cdot ^\circ C} \times 4,186 \frac{J}{cal} \times \frac{1}{\frac{1m}{100cm} s \cdot ^\circ C}$$

$$k = 0,167 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

Como se trabaja con ΔT la unidad puede ser K o °C:

El rango de valores de radio crítico es:

$$(r_{2critico})_1 = \frac{0,167}{11,3} = 14,78mm$$

$$(r_{2critico})_2 = \frac{0,167}{55} = 7,59mm$$

El aislante puede tener un espesor de:

$$r_2 - r_1$$

$$5,54 \text{ mm a } 12,72 \text{ mm}$$

- d. Para el cable desnudo la pérdida de calor será:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= hA(T_{in} - T_{\infty}) \\ \dot{Q} &= h(2\pi \frac{d}{2}L)(T_{in} - T_{\infty}) \\ \frac{\dot{Q}}{L} &= 20 \frac{W}{m^2K} (2\pi 4,1148 \times 10^{-3}m)(130 - 25)K \\ \frac{\dot{Q}}{L} &= 27,15 \frac{W}{m}\end{aligned}$$

e. Para el aislante suministrado el radio externo es:

$$r_2 = 1,6mm + 2,0574mm = 3,6574mm$$

La pérdida de calor, por unidad de longitud, será:

$$\begin{aligned}\frac{\dot{Q}}{L} &= \frac{2\pi(105)}{\frac{1}{0,167} \ln\left(\frac{3,6574}{2,0574}\right) + \frac{1}{3,6574 \times 10^{-3} \times 20}} \left(\frac{W}{m}\right) \\ &= 38,56 \frac{W}{m}\end{aligned}$$

Si el espesor del aislante se duplica el nuevo radio será de 5,2574 mm

Aumentar el espesor del aislante aumenta la disipación de calor por metro.

$$\begin{aligned}\frac{\dot{Q}}{L} &= \frac{2\pi(105)}{\frac{1}{0,167} \ln\left(\frac{5,2574}{2,0574}\right) + \frac{1}{5,2574 \times 10^{-3} \times 20}} \left(\frac{W}{m}\right) \\ &= 43,61 \frac{W}{m}\end{aligned}$$

RADIACIÓN.⁶

A diferencia de los dos métodos anteriores de transferencia de calor, la propagación de calor por medio de ondas electromagnéticas, o radiación térmica, no requiere un medio: la máxima radiación posible se logra cuando el espacio entre el emisor y el receptor está evacuado.

⁶ Referencia 2. capítulo 6

Adicionalmente, los dos procedimientos anteriores están descritos por una relación lineal entre el flujo de calor y la temperatura, mientras que en la radiación el flujo de calor depende de la diferencia entre, aproximadamente, la cuarta potencia de la temperatura.

La banda de radiación térmica se extiende desde 0,1 μm hasta 100 μm y por lo tanto incluye el rango de la luz visible (0,38 μm a 0,76 μm). Se sabe que un objeto caliente tiene un calor característico, dependiente de la temperatura.

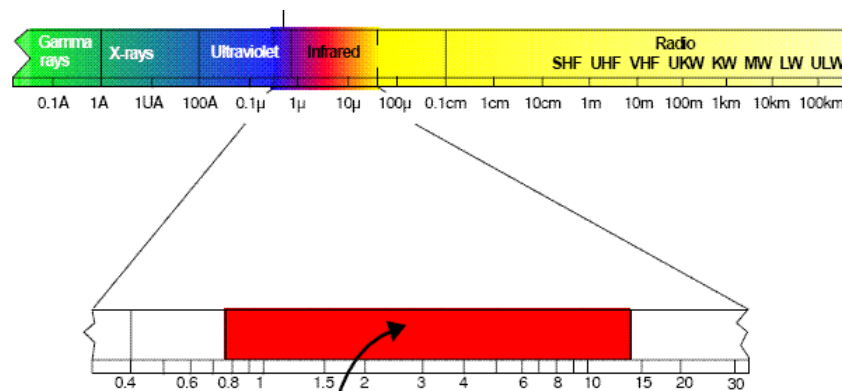


Figura 16⁷

Radiación de un cuerpo negro.

Una superficie "negra" es una idealización basada en la respuesta de una superficie a la radiación térmica incidente. Cuando la radiación incide sobre un cuerpo homogéneo, alguna de la energía penetra al cuerpo y otra se refleja.

De la porción que penetra una es absorbida y convertida en energía interna y otra es transmitida a través del cuerpo sin mayor modificación.

Por lo tanto la energía incidente en un cuerpo puede ser reflejada (ρ), absorbida (α) o transmitida (τ) y la ley de conservación establece que:

$\rho + \alpha + \tau = 1$	12
----------------------------	----

Para un cuerpo negro ideal la absorción es total $\alpha = 1$ y para un cuerpo opaco la transmisión es nula: $\tau = 0$. El nombre "cuerpo negro" resalta el hecho que un cuerpo que no refleja energía se ve negro al ojo humano.

⁷ RAYTEK. Principles of Non-Contact temperature Measurement. 2003

Dos propiedades adicionales del cuerpo negro son:

1. El cuerpo negro también es un emisor perfecto: como absorbe la máxima energía posible independiente de la dirección o de la longitud de onda y, para no violar la segunda ley de la termodinámica, su emisión también debe ser máxima.
2. La radiación total emitida por un cuerpo negro es función de la temperatura únicamente. La rata de absorción y emisión aumenta cuando la temperatura del cuerpo negro aumenta.

La potencia emisiva de un cuerpo en el vacío se define como la energía emitida por una superficie por unidad de tiempo y por unidad de área no proyectada. Para un cuerpo negro está dada por la ley de Planck, que establece la distribución de temperatura y longitud de onda como:

$W_{b\lambda}(\lambda) = \frac{2\pi C_1}{(\lambda)^5 \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)}$	13
---	----

W tiene unidades de $W/(m^2 \mu m)$

Las constantes son:

$$C_1 = hc^2 \text{ y } C_2 = \frac{hc}{k}$$

h es la constante de Planck: $6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

k constante de Boltzmann: $1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

c velocidad de la luz: $3 \times 10^8 \text{ m/s}$

reemplazando valores:

$$C_1 = 5.97 \times 10^{-17} \frac{J \cdot m^2}{s}$$

$$C_2 = 1.44 \times 10^{-2} K \cdot m$$

De la gráfica de distribución espectral de la potencia emitida por un cuerpo negro se pueden deducir varios hechos importantes:

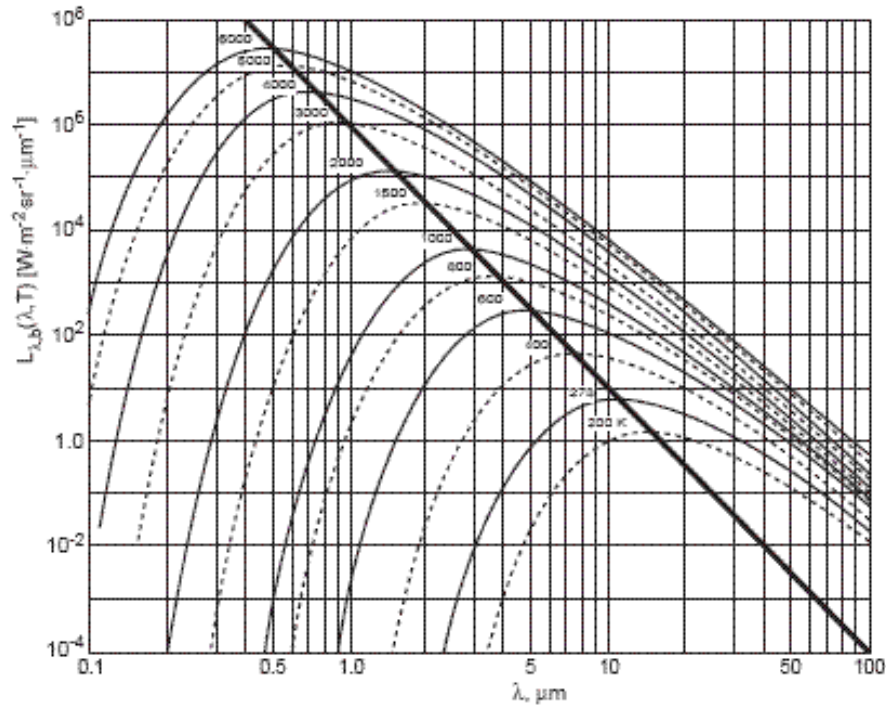
1. La energía total emitida aumenta con la temperatura.
2. Para una temperatura dada la energía total emitida es el área bajo la curva correspondiente.

3. A medida que la temperatura aumenta la emisión máxima ocurre a una longitud de onda más corta: corrimiento hacia el ultravioleta. Este corrimiento está expresado por la ley de Wien:

$$\lambda_{MAX}T = 2897,6\mu mK$$

14

La emisión solar a una temperatura cercana a 5560 K incluye una gran cantidad de energía en la región visible.



Longitud de Onda⁸

Figura 17

La potencia emitida se obtiene como la integral sobre todas las longitudes de onda:

$$W_b(T) = \int_0^{\infty} W_{b,\lambda}(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4$$

15

La constante de Stefan – Boltzmann: $\sigma = 5.669 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

⁸ Referencia 2. Capítulo 6

Si se desea conocer cuanta emisión ocurre en una porción del espectro se evalúa la fracción como:

$F_{\lambda_1 T - \lambda_2 T} = \frac{1}{\sigma} \left[\int_0^{\lambda_2 T} \frac{W_{b\lambda}(\lambda)}{T^5} d(\lambda T) - \int_0^{\lambda_1 T} \frac{W_{b\lambda}(\lambda)}{T^5} d(\lambda T) \right]$ $= F_{0-\lambda_2 T} - F_{0-\lambda_1 T}$	16
---	----

Los valores de las fracciones F se encuentran tabulados en función del producto λT y se denominan funciones de radiación de Planck o integrales normalizadas de Planck ($I\left(\frac{1}{\lambda T}\right)$)

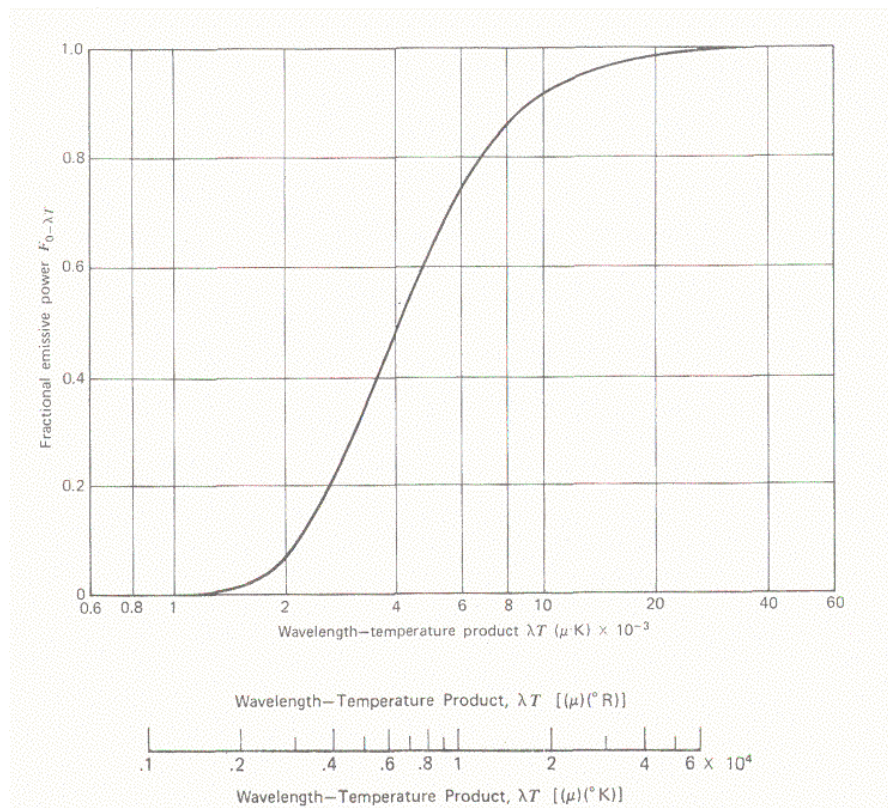


Figura 18

T = temperature in $^{\circ}\text{K}$

ν = wave number ($= \lambda^{-1}$) cm^{-1}

c_2 = 2nd radiation constant = $1.43879 \text{ cm } ^{\circ}\text{K}$

σ = Stefan-Boltzmann constant = $1.80466 \times 10^{-12} \text{ watts cm}^{-2} \text{ deg}^{-4} \text{ ster}^{-1}$.

$\frac{\nu}{T}$	$B\left(\frac{\nu}{T}\right)_{Norm}$	$I\left(\frac{\nu}{T}\right)_{Norm}$	$\frac{\nu}{T}$	$B\left(\frac{\nu}{T}\right)_{Norm}$	$I\left(\frac{\nu}{T}\right)_{Norm}$
0.001	2.0194E-13	1.0000E 00	2.900	9.3381E-01	3.7201E-01
0.002	3.2290E-12	1.0000E 00	3.000	9.5604E-01	3.4735E-01
0.003	1.6336E-11	1.0000E 00	3.100	9.7366E-01	3.2380E-01
0.004	5.1595E-11	1.0000E 00	3.200	9.8669E-01	3.0138E-01
0.005	1.2587E-10	1.0000E 00	3.300	9.9524E-01	2.8007E-01
0.006	2.6083E-10	1.0000E 00	3.400	9.9944E-01	2.5990E-01
0.007	4.8286E-10	1.0000E 00	3.500	9.9949E-01	2.4083E-01
0.008	8.2314E-10	1.0000E 00	3.600	9.9560E-01	2.2286E-01
0.009	1.3176E-09	1.0000E 00	3.700	9.8802E-01	2.0596E-01
0.010	2.0067E-09	1.0000E 00	3.800	9.7702E-01	1.9010E-01
0.020	3.1876E-08	1.0000E 00	3.900	9.6289E-01	1.7524E-01
0.030	1.6021E-07	1.0000E 00	4.000	9.4592E-01	1.6135E-01
0.040	5.0268E-07	9.9999E-01	4.100	9.2641E-01	1.4839E-01
0.050	1.2184E-06	9.9998E-01	4.200	9.0466E-01	1.3633E-01
0.060	2.5080E-06	9.9997E-01	4.300	8.8096E-01	1.2511E-01
0.070	4.6126E-06	9.9995E-01	4.400	8.5560E-01	1.1469E-01
0.080	7.8115E-06	9.9993E-01	4.500	8.2886E-01	1.0503E-01
0.090	1.2421E-05	9.9989E-01	4.600	8.0100E-01	9.6099E-02
0.100	1.8793E-05	9.9986E-01	4.700	7.7227E-01	8.7841E-02
0.200	2.7909E-04	9.9891E-01	4.800	7.4290E-01	8.0219E-02
0.300	1.3092E-03	9.9650E-01	4.900	7.1312E-01	7.3194E-02
0.400	3.8274E-03	9.9217E-01	5.000	6.8312E-01	6.6727E-02
0.500	8.6288E-03	9.8555E-01	5.100	6.5308E-01	6.0781E-02
0.600	1.6495E-02	9.7645E-01	5.200	6.2317E-01	5.5320E-02
0.700	2.8126E-02	9.6474E-01	5.300	5.9354E-01	5.0311E-02
0.800	4.4087E-02	9.5041E-01	5.400	5.6432E-01	4.5720E-02
0.900	6.4784E-02	9.3351E-01	5.500	5.3563E-01	4.1518E-02
1.000	9.0438E-02	9.1416E-01	5.600	5.0755E-01	3.7675E-02
1.100	1.2109E-01	8.9252E-01	5.700	4.8019E-01	3.4164E-02
1.200	1.5659E-01	8.6881E-01	5.800	4.5360E-01	3.0959E-02
1.300	1.9664E-01	8.4325E-01	5.900	4.2785E-01	2.8037E-02
1.400	2.4079E-01	8.1609E-01	6.000	4.0299E-01	2.5374E-02
1.500	2.8847E-01	7.8758E-01	6.100	3.7904E-01	2.2949E-02
1.600	3.3901E-01	7.5799E-01	6.200	3.5604E-01	2.0744E-02
1.700	3.9170E-01	7.2757E-01	6.300	3.3401E-01	1.8740E-02
1.800	4.4576E-01	6.9656E-01	6.400	3.1294E-01	1.6920E-02
1.900	5.0041E-01	6.6520E-01	6.500	2.9284E-01	1.5268E-02
2.000	5.5488E-01	6.3372E-01	6.600	2.7371E-01	1.3769E-02
2.100	6.0841E-01	6.0231E-01	6.700	2.5554E-01	1.2412E-02
2.200	6.6033E-01	5.7117E-01	6.800	2.3831E-01	1.1182E-02
2.300	7.0997E-01	5.4045E-01	6.900	2.2200E-01	1.0069E-02
2.400	7.5678E-01	5.1030E-01	7.000	2.0659E-01	9.0623E-03
2.500	8.0026E-01	4.8086E-01	7.100	1.9205E-01	8.1524E-03
2.600	8.3999E-01	4.5223E-01	7.200	1.7836E-01	7.3305E-03
2.700	8.7565E-01	4.2449E-01	7.300	1.6549E-01	6.5884E-03
2.800	9.0698E-01	3.9773E-01	7.400	1.5340E-01	5.9187E-03

$\frac{\nu}{T}$	$B\left(\frac{\nu}{T}\right)_{\text{Norm}}$	$I\left(\frac{\nu}{T}\right)_{\text{Norm}}$	$\frac{\nu}{T}$	$B\left(\frac{\nu}{T}\right)_{\text{Norm}}$	$I\left(\frac{\nu}{T}\right)_{\text{Norm}}$
27.500	2.9969E-11	6.7485E-14	28.800	5.8165E-12	1.1900E-14
27.600	2.6428E-11	5.9065E-14	28.900	5.1251E-12	1.0411E-14
27.700	2.3304E-11	5.1694E-14	29.000	4.5156E-12	9.1069E-15
27.800	2.0549E-11	4.5240E-14	29.100	3.9784E-12	7.9665E-15
27.900	1.8117E-11	3.9591E-14	29.200	3.5048E-12	6.9685E-15
28.000	1.5972E-11	3.4646E-14	29.300	3.0875E-12	6.0954E-15
28.100	1.4081E-11	3.0318E-14	29.400	2.7197E-12	5.3315E-15
28.200	1.2412E-11	2.6529E-14	29.500	2.3955E-12	4.6631E-15
28.300	1.0941E-11	2.3213E-14	29.600	2.1099E-12	4.0784E-15
28.400	9.6434E-12	2.0311E-14	29.700	1.8583E-12	3.5670E-15
28.500	8.4991E-12	1.7771E-14	29.800	1.6365E-12	3.1195E-15
28.600	7.4904E-12	1.5548E-14	29.900	1.4412E-12	2.7281E-15
28.700	6.6007E-12	1.3602E-14	30.000	1.2690E-12	2.3857E-15

Tabla 5⁹

Ejemplo 5. Un instrumento de medición de temperatura por radiación detecta toda la emisión entre 0.65 y 4.5 μm y no es afectado por las frecuencias fuera de este rango. ¿Qué fracción de la emisión total de una superficie negra será detectada para temperaturas de la superficie emisora de 500K, 2500K y 5560K?

De la tabla de Funciones de radiación de Planck:

Temperatura K	$1/\lambda_1 T \text{ (cm-K)}^{-1}$	$F_{0-\lambda_1 T}$	$1/\lambda_2 T \text{ (cm-K)}^{-1}$	$F_{0-\lambda_2 T}$	$F_{\lambda_1 T-\lambda_2 T}$
500	30,77	$2,38 \times 10^{-15}$	4,44	$1,1 \times 10^{-1}$	0,11
2500	6,154	$2,1 \times 10^{-2}$	0,889	$9,3 \times 10^{-1}$	0.91
5560	2,77	4×10^{-1}	0.4	$9,9 \times 10^{-1}$	0.59

A una temperatura de 500K se detectará el 11% de la emisión total, para 2500 K esta cantidad aumentará al 91% y para 5560 K, la temperatura aproximada del sol, la cantidad detectada cae al 59%. Esto es debido a que cerca del 40% de la radiación solar se presenta para longitudes de onda menores de 0,65 μm .

⁹ Thomas E. Michels. PLANCK FUNCTIONS AND INTEGRALS; METHODS OF COMPUTATION. NASA TECHNICAL NOTE D 4446

Emisividad

Emisividad: es la cantidad de energía radiante emitida por un cuerpo, comparada con la energía emitida por un cuerpo negro:

$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{\text{Energía radiada por el cuerpo para } T}{\text{Energía radiada por el cuerpo negro para } T}$	17
---	----

La emisividad, ε , es función de la constante dieléctrica, del índice de refracción, de la temperatura y de la longitud de onda.

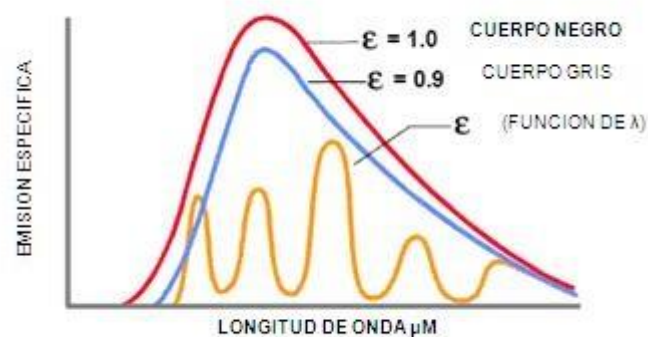


Figura 19¹⁰

Para un cuerpo negro, emisividad uno, el área bajo la curva es σT^4 y, para un cuerpo gris $\varepsilon < 1$, independiente de λ y para un cuerpo no gris depende de la longitud de onda.

Tablas de emisividad

Se encuentran tablas para la emisividad de diferentes materiales. La emisividad puede ir desde 0 (espejo brillante) hasta 1 (cuerpo negro) La emisividad cambia con las características de la superficie.

Tabla 6 es para metales y no metales y la tabla 7 para seres vivos-

¹⁰ Raytek The principles of noncontact temperature measurement. IR Theory. Fluke Process Instruments 2016

Material	Emissivity*	Material	Emissivity*
Aluminum, polished	0.05	Iron, wrought, polished	0.28
Aluminum, rough surface	0.07	Lacquer, Bakelite	0.93
Aluminum, strongly oxidized	0.25	Lacquer, black, dull	0.97
Asbestos board	0.96	Lacquer, black, shiny	0.87
Asbestos fabric	0.78	Lacquer, white	0.87
Asbestos paper	0.94	Lampblack	0.96
Asbestos slate	0.96	Lead, gray	0.28
Brass, dull, tarnished	0.22	Lead, oxidized	0.63
Brass, polished	0.03	Lead, red, powdered	0.93
Brick, common	0.85	Lead, shiny	0.08
Brick, glazed, rough	0.85	Mercury, pure	0.10
Brick, refractory, rough	0.94	Nickel, on cast iron	0.05
Bronze, porous, rough	0.55	Nickel, pure polished	0.05
Bronze, polished	0.10	Paint, silver finish**	0.31
Carbon, purified	0.80	Paint, oil, average	0.94
Cast iron, rough casting	0.81	Paper, black, shiny	0.90
Cast iron, polished	0.21	Paper, black, dull	0.94
Charcoal, powdered	0.96	Paper, white	0.90
Chromium, polished	0.10	Platinum, pure, polished	0.08
Clay, fired	0.91	Porcelain, glazed	0.92
Concrete	0.54	Quartz	0.93
Copper, polished,	0.01	Rubber	0.93
Copper, commercial burnished	0.07	Shellac, black, dull	0.91
Copper, oxidized	0.65	Shellac, black, shiny	0.82
Copper, oxidized to black	0.88	Snow	0.80
Electrical tape, black plastic	0.95	Steel, galvanized	0.28
Enamel **	0.90	Steel, oxidized strongly	0.88
Formica	0.93	Steel, rolled freshly	0.24
Frozen soil	0.93	Steel, rough surface	0.96
Glass	0.92	Steel, rusty red	0.69
Glass, frosted	0.96	Steel, sheet, nickelplated	0.11
Gold, polished	0.02	Steel, sheet, rolled	0.56
Ice	0.97	Tar paper	0.92
Iron, hot rolled	0.77	Tin, burnished	0.05
Iron, oxidized	0.74	Tungsten	0.05
Iron, sheet galvanized, burnished	0.23	Water	0.98
Iron, sheet, galvanized, oxidized	0.28	Zinc, sheet	0.20
Iron, shiny, etched	0.16		

*Emissivities of almost all materials are measured at 0 °C but do not

Tabla 6¹¹

	agricultural animals	birds and poultry	earth and soil	humans/ medical	insects	mammals	plants	reptiles and amphibians
mean ε value	0.969	0.956	0.978	0.976	0.964	0.977	0.957	0.970
standard deviation in ε	0.018	0.033	0.020	0.007	0.009	0.015	0.038	0.020
minimum ε value	0.92	0.86	0.95	0.95	0.95	0.95	0.8	0.95

Tabla 7¹²

¹¹<https://www.bergeng.com/mm5/downloads/fluke/Emissivity-Values-of-Common-Materials-Chart.pdf>

Ejemplo 6. La energía emitida por la superficie de un metal que tiene una emisividad $\varepsilon=0,9$ es de 28 kW/m^2 . ¿Cuál es la temperatura superficial?

$$T^4 = \frac{1}{\varepsilon \sigma} (W_b)$$

$$T^4 = \frac{28 \times 10^3 \text{ W/m}^2}{0,9 \times 5,669 \times 10^{-8} \text{ W/K}^4 - \text{m}^2} = 0,549 \times 10^{12} \text{ K}^4$$

$$T = 860,7 \text{ K} = 587,6^\circ \text{C}$$

Después de esta medición se verifico la emisividad del material y se encontró que es $\varepsilon = 0,75$. ¿Cuál es el error en la lectura?

$$T'^4 = \frac{28 \times 10^3 \text{ W/m}^2}{0,75 \times 5,669 \times 10^{-8} \text{ W/K}^4 - \text{m}^2} = 0,659 \times 10^{12} \text{ K}^4$$

$$T' = 901 \text{ K} = 627,9^\circ \text{C}$$

Un error de $40,3 \text{ C}$ o de $6,8\%$ en temperatura cuando el error en emisividad es de del $16,6\%$.

La fuente de error más significativa en la medición de temperatura por IR es la emisividad del cuerpo, que depende del terminado del material (polichado, corrugado, oxidado etc.), del color, el envejecimiento y otros factores

Intercambio de energía entre cuerpos negros enfrentados

Para dos cuerpos negros enfrentados, de dimensión finita y separados una distancia r el flujo de energía está dado por:

$\dot{Q}_{1-2} = \sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4) F_{1-2} = \sigma A_2 (T_1^4 - T_2^4) F_{2-1}$	18
---	----

¹² Harrap MJM, Hempel de Ibarra N, Whitney HM, Rands SA. 2018 Reporting of thermography parameters in biology: a systematic review of thermal imaging literature. R. Soc. open sci. 5: 181281. <http://dx.doi.org/10.1098/rsos.181281>

Donde A_1 es el área del cuerpo 1 iluminada por el cuerpo 2 y viceversa, y F_{12} y F_{21} son los factores de forma o factores de vista.

$F_{1-2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2}{\pi r^2}$	19
---	----

$F_{2-1} = \frac{1}{A_2} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2}{\pi r^2}$	20
---	----

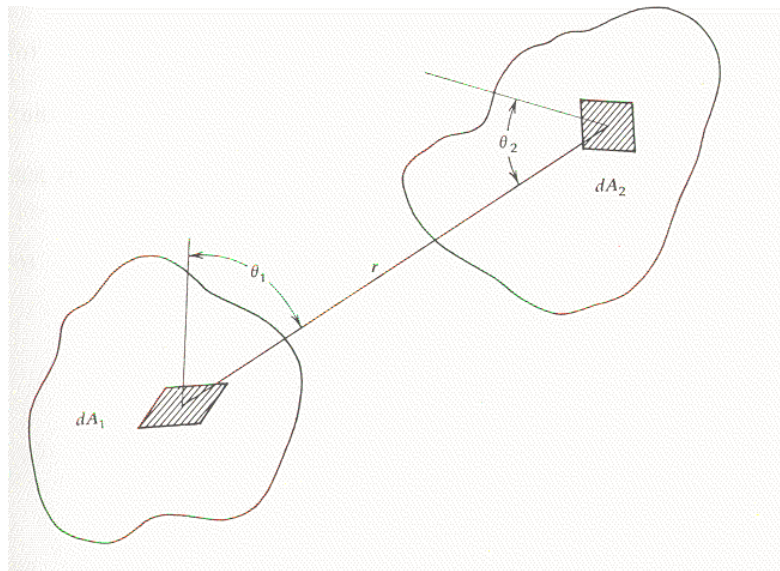


Figura 20

Intercambio de energía radiante entre superficies grises

Cuando los radiadores son superficies grises, paralelas, isotérmicas e infinitas, el intercambio neto de energía entre las superficies está dado por:

$\dot{q}_{neto,1} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1}\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_2}\right) - 1}$	21
--	----

Cuando las áreas A_1 y A_2 enfrentadas son finitas la ecuación anterior se convierte en:

$\dot{Q}_{neto,1} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1}\right) + \left(\frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}\right) + \frac{1}{A_1 F_{1-2}}}$	22
--	----

El denominador representa la conexión serie de tres "resistencias" térmicas:

$$\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} = \text{"Resistencia" a la emisión del cuerpo 1}$$

$$\frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2} = \text{"Resistencia" a la emisión del cuerpo 2}$$

$$\frac{1}{A_1 F_{12}} = \frac{1}{A_2 F_{21}} = \text{"Resistencia" del espacio}$$

Sensores Infrarrojos (IR)¹³.

Los sensores IR se pueden construir empleando una termopila, para medir la cantidad de energía recibida, y un filtro, para fijar el rango de frecuencias de trabajo.

Part	Function
Thermopile Chip	Sensing element, converts radiation into voltage
Reference Sensor	Measures the temperature of the sensor package, i.e. the temperature of the cold contacts
Window	Filter and/or lens: <ul style="list-style-type: none"> defines wavelength range of the component defines together with the thermopile chip and the package the field of view (FOV) provides together with the package hermetic sealing
TO-Package	Cap & Header: <ul style="list-style-type: none"> defines together with the thermopile chip and the package the field of view (FOV) provides together with the window hermetic sealing provides electrical connections of the component

: Parts of a thermopile sensor and their function

¹³ Termopile sensor for contactless temperature. AN. Te connectivity 2018

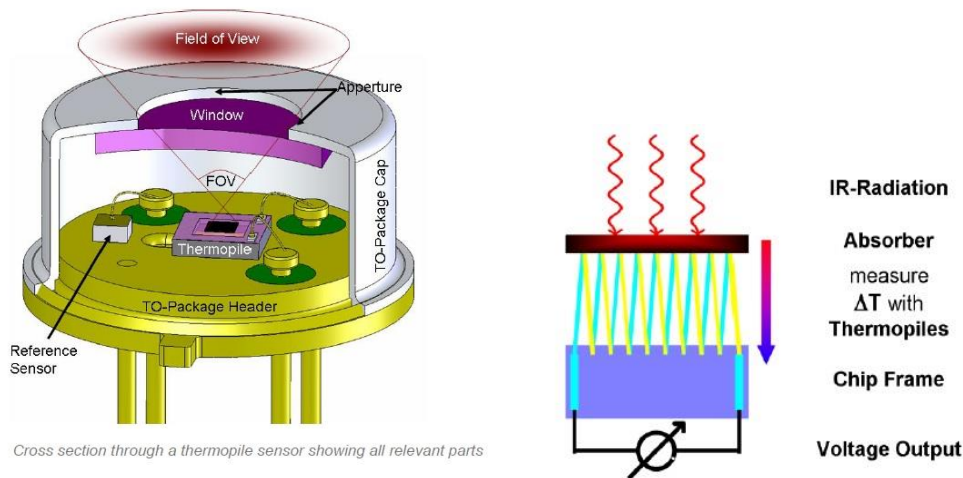


Figura 21

The thermopile voltage V_{TP} is then determined by:

- object temperature T_{obj}
- emissivity of the object ϵ_{obj}
- ambient temperature T_{sen} (i.e. temperature of the sensor \neq air or PCB temperature)
- instrument factor s
- correction for filter transmission δ

$$V_{TP} = s \cdot \epsilon_{obj} \cdot (T_{obj}^{4-\delta} - T_{sen}^{4-\delta})$$

Figure 1: Contributions to the thermopile voltage

Características del filtro.

FILTER CHARACTERISTICS

Parameter	Symbol	Value	Unit	Description
Transmission Range	LWP	≥ 5.5	μm	Long Wave Pass

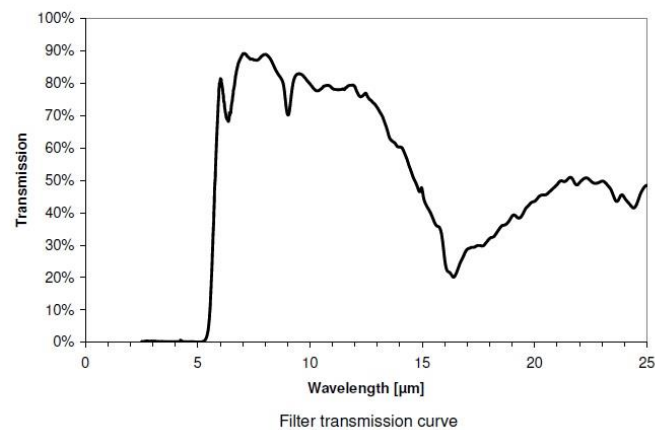


Figura 22

El sensor ZTP-015¹⁴ de GE sensing se emplea para medición de temperatura superficial por no contacto, especialmente para medición de la temperatura interna del oído. Consiste del elemento sensor, un filtro IR de respuesta plana y un termistor para compensación de temperatura.



Figura 23

Las especificaciones son:

Parameter	Unit	Value	Condition
Chip Size	mm ²	1.2 × 1.2	—
Diaphragm Size	mm ²	0.8 × 0.8	—
Number of Couples	—	60	—
Active Area	mm ²	0.4 × 0.4	—
Internal Resistance	kΩ	60 ±30%	—
Resistance T.C.	% °F (°C)	< 0.10	—
Responsivity	V/W	33 ±30%	500K, 1 Hz
Responsivity T.C.	% °F (°C)	-0.1	Typical
Noise Voltage	nV rms	38	R.M.S, Typical
NEP	nW/ √Hz	0.4	500K, 1 Hz, Typical
Detectivity	cn √Hz/W	1.00E + 08	500K, 1 Hz, Typical
Time Constant	ms	20	500K, 1 Hz, Typical
Operating Temperature	°F (°C)	-4°F to 212°F (-20°C to 100°C)	—
Storage Temperature	°F (°C)	-4°F to 248°F (-40°C to 120°C)	—
Thermistor Resistance	kΩ	100 ±3%	@ 77°F (25°C)
Beta	K	3960 ±1%	
Package Type	—	TO-41	—

Tabla 7

¹⁴ Tomado de GE Sensing – Model ZTP-015

La respuesta espectral:

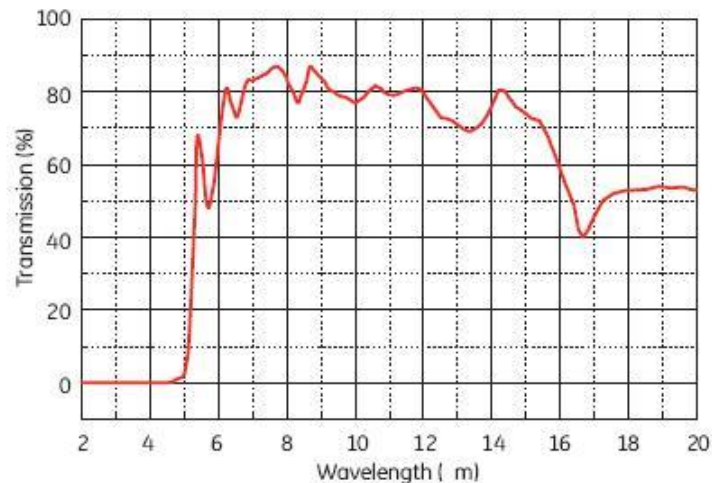


Figura 24

Aplicaciones en la naturaleza de la radiación de calor

Infrared-sensing snakes select ambush orientation based on thermal backgrounds

Schraft, H.A., Bakken, G.S. & Clark, R.W. Infrared-sensing snakes select ambush orientation based on thermal backgrounds. *Sci Rep* **9**, 3950 (2019). <https://doi.org/10.1038/s41598-019-40466-0>

Abstract

Sensory information drives the ecology and behavior of animals, and some animals are able to detect environmental cues unavailable to us. For example, rattlesnakes use infrared (IR) radiation to detect warm prey at night when visual cues are reduced. Until recently these sensory worlds have been inaccessible to human observers; now technology can allow us to “eavesdrop” on these species and understand how sensory perception drives ecology and behavior. We used thermography and computer simulations to examine how prey-background temperature contrast and areas of temperature transitions influence the angular orientation of free-ranging rattlesnakes once they have selected an ambush site. We tracked free-ranging sidewinder rattlesnakes *Crotalus cerastes* to their selected ambush sites and recorded 360° near-ground thermographic panoramas from the center of the ambush site. A computer simulation then moved a simulated prey

item across the panorama and computed a contrast index for all directions. Rattlesnakes did not face ambush directions that offered stronger contrast than average, but they demonstrated a striking tendency to face directions with strong thermal transitions. Background transitions likely create a readily detected, rapidly changing stimulus when a prey animal passes. Quantifications of sensory environments like this one can boost our comprehension of how sensory function impacts the ecology, behavior, and evolution of animals.

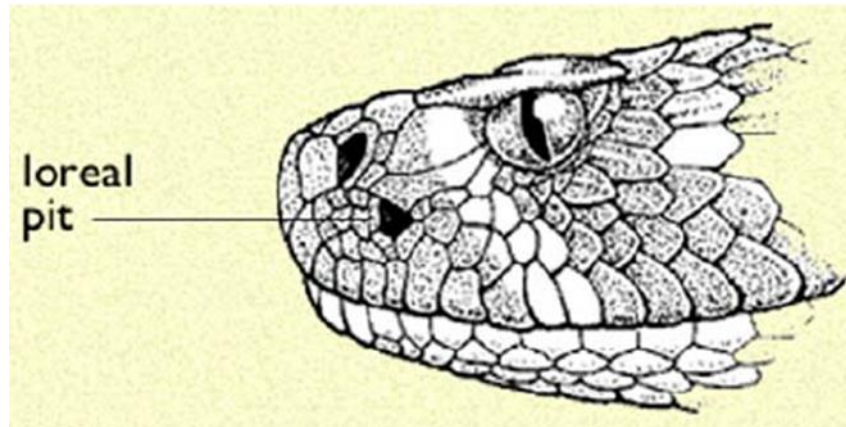


Figura 25

RADIATIVE PROPERTIES OF POLAR BEAR HAIR

Jessica A. Preciado (1), Boris Rubinsky (1), David Otten (1), Brent Nelson (1), Michael C. Martin (2), Ralph Greif (1). BED-Vol. 53, 2002 Advances in Bioengineering. ASME 2002

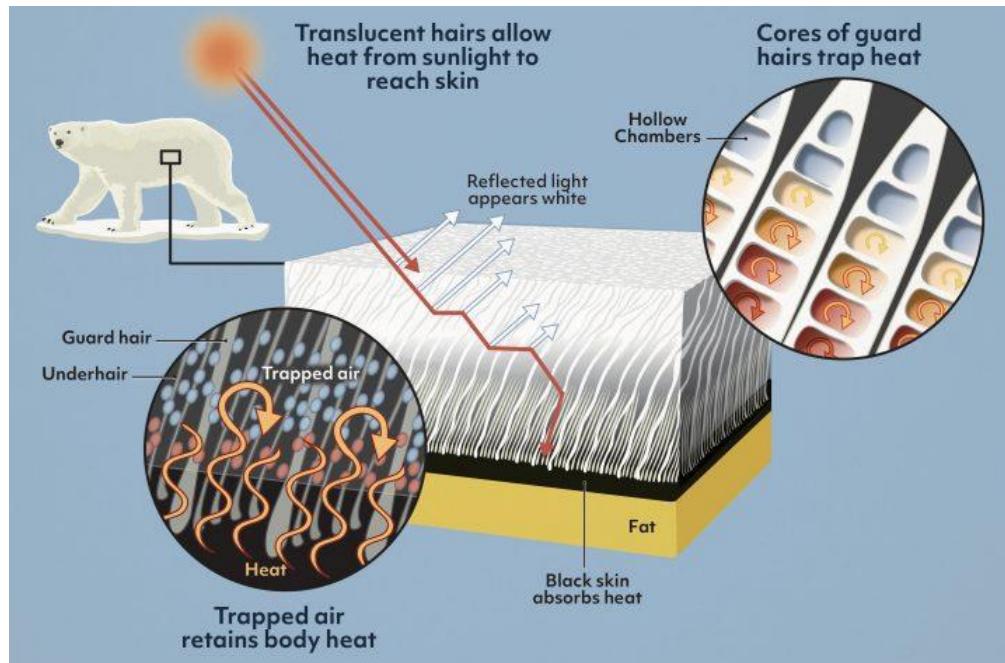
The polar bear's ability to survive in the harsh arctic night fascinates scientific and lay audiences alike, giving rise to anecdotal and semi-factual stories on the radiative properties of the bear's fur which permeate the popular literature, television programs, and textbooks.

One of the most interesting radiative properties of polar bear fur is that it is invisible in the infrared region.

Some theories have attempted to explain this by claiming that the outer temperature of the fur is the same as that of the environment. However, this explanation is unsatisfactory because surface radiation depends on both the surface temperature and the surface radiative properties.

Although an extensive literature search revealed that most arctic fauna have highly emissive fur, a study on polar bears has never been conducted. In addition to this, the majority of previous research has focused on the bulk radiative properties of

arctic animal fur in the ultraviolet range. Since most animal radiative heat loss occurs in the infrared range, we feel research in this area will yield useful insights into applications concerned with the effects of radiative heat loss.



<https://asknature.org/strategy/fur-absorbs-infrared-radiation-to-prevent-heat-loss/>

Figura 26

ALMACENAMIENTO DE CALOR

Para modelar el almacenamiento de calor se define un sistema de volumen constante y en el cual las propiedades termodinámicas no cambian con la posición. Por ello se pueden describir por ecuaciones diferenciales totales.

Al volumen de control mostrado entra un flujo de material F_0 y sale un flujo F_1 , para este análisis se asume que no hay acumulación de producto dentro del volumen de control.

Al sistema se le está entregando una energía calórica Q , por convección, y el sistema hace un trabajo W sobre el ambiente. U es la energía interna del sistema

La ecuación de balance de energía se plantea como:

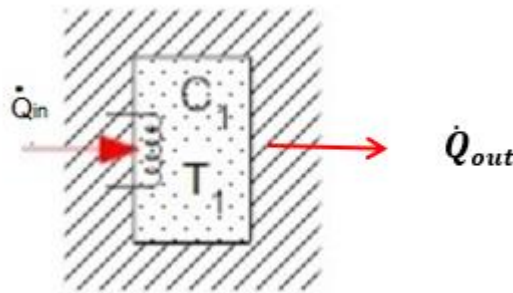


Figura 27

$\begin{aligned} & \left[\text{Tasa de energia} \right] - \left[\text{Tasa de energia} \right] \\ & \left[\text{entrante al sistema} \right] - \left[\text{saliente del sistema} \right] \\ & = \left[\text{Tasa de acumulacion} \right] \\ & \quad \left[\text{de energia en el sistema} \right] \end{aligned}$	23
--	----

Cuando no hay transferencia de masa, la ecuación anterior se puede escribir como:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}\{0 + Q\} - \frac{d}{dt}\{0 + W\}$$

De la definición de calor específico a volumen constante:

$$\frac{dU}{dt} = \rho V c_v$$

ρ densidad (kg/m^3) y V volumen (m^3)

$$\frac{dT}{dt} = \frac{d}{dt}\{Q - W\}$$

Si se define la Capacidad Térmica, $\text{J/}^\circ\text{C}$, como:

$C_T = mc$	24
------------	----

La ecuación para el almacenamiento de calor cuando el sistema no hace trabajo es:

$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{C_T}(\dot{Q})$	25
--	----

Ejemplo 7. Se deben calentar 0.5 litros de agua, calor específico 4.19 kJ/(kgC), con un calentador resistivo. El calentador se conecta a la línea de alimentación AC monofásica, 120 V y maneja una corriente de 5A.

- ¿Cuánto tiempo se necesita para llevar el agua desde su temperatura inicial de 27 °C al punto de ebullición (a presión atmosférica de 1 bar)?
- ¿Cuánto cuesta este calentamiento si el precio del kW-h es de \$700¹⁵.

Solución:

La cantidad de energía requerida para aumentar la temperatura del agua es:

$$Q = mc\Delta T$$

$$Q = (0.5l) \left(1 \frac{kg}{l}\right) \left(4.19 \frac{kJ}{kg^{\circ}C}\right) (100 - 27)^{\circ}C = 153 \text{ kJ}$$

La potencia disipada por el calentador eléctrico es:

$$P = VI = 120V \times 5A = 600W$$

El tiempo necesario para calentar el agua es:

$$Q = Pxt$$

$$t = \frac{153 \text{ kJ}}{600W} = 255 \text{ s} = 4.25 \text{ min}$$

El costo del calentamiento eléctrico es:

$$153 \text{ kJ} = 0.0425 \text{ kw-h}$$

$$\text{Costo} = 0.0425 \text{ kWh} \times 700 \frac{\$}{\text{kWh}} = \$30$$

El mismo calentamiento con gas natural¹⁶ cuesta:

¹⁵ <https://www.enel.com.co/content/dam/enel-co/esp/C3%20B1ol/personas/1-17-1/2022/tarifario-octubre-2022.pdf>

¹⁶ https://es.globalpetrolprices.com/Colombia/natural_gas_prices/ Consultado Octubre 2022

$$\text{Costo} = 0.0425 \text{ kWh} \times 211 \frac{\$}{\text{kWh}} = \$9$$

Ejemplo 8. El sistema tiene dos capacidades térmicas separadas por un aislante de resistencia equivalente R_1 . la segunda capacidad está separada del ambiente por una resistencia. El sistema está aislado por la parte superior y por la inferior. El flujo de calor de entrada es $\dot{q}_{in}(t)$

Evaluar la función de transferencia:

$$\frac{\hat{T}_2(s)}{\hat{\dot{Q}}_{in}(s)}$$

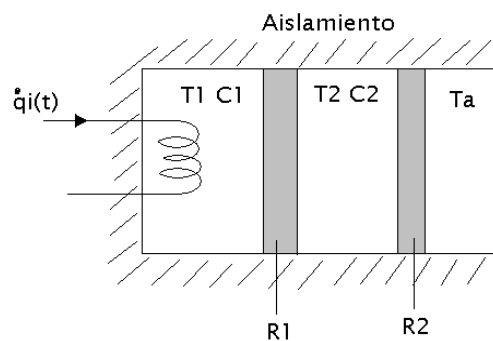


Figura 28

Para el volumen C_1 :

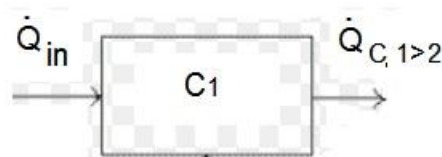


Figura 29

$$\dot{Q}_{C1-2} = \frac{1}{R_1}(T_1 - T_2)$$

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{C_1}[\dot{q}_{IN} - \dot{q}_{C1-2}]$$

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{C_1} \left[\dot{q}_{IN}(t) - \frac{1}{R_1}(T_1 - T_2) \right]$$

Para el volumen C₂:

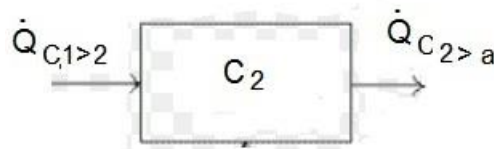


Figura 30

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{1}{C_2} \left[\frac{1}{R_1}(T_1 - T_2) - \frac{1}{R_2}(T_2 - T_a) \right]$$

En el punto de operación:

$$\bar{\dot{Q}}_{in} - \frac{1}{R_1}(\bar{T}_1 - \bar{T}_2) = 0$$

$$\frac{1}{R_1}(\bar{T}_1 - \bar{T}_2) - \frac{1}{R_2}(\bar{T}_2 - \bar{T}_a)$$

En el estado estable todos los flujos de calor son iguales: la temperatura se mantiene constante.

Restando las condiciones de equilibrio:

$$\frac{d(T_1 - \bar{T}_1)}{dt} = \frac{1}{C_1} \left[\dot{Q}_{IN}(t) - \frac{1}{R_1}(T_1 - T_2) \right] - \frac{1}{C_1} \left[\bar{\dot{Q}}_{IN} - \frac{1}{R_1}(\bar{T}_1 - \bar{T}_2) \right]$$

$$\frac{d\hat{T}_1}{dt} = \frac{1}{C_1} \hat{\dot{Q}}_{IN}(t) - \frac{1}{R_1 C_1} (\hat{T}_1 - \hat{T}_2)$$

Y

$$\frac{d\hat{T}_2}{dt} = \frac{1}{C_2} \left[\frac{1}{R_1} (\hat{T}_1 - \hat{T}_2) - \frac{1}{R_2} \hat{T}_2 \right]$$

$$H(s) = \frac{\hat{T}_2}{\hat{Q}_{IN}} = \frac{\frac{1}{R_1 C_1 C_2}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_1 C_2} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Dos procesos de capacidad sencilla en cascada interactuantes.

Ejemplo 9¹⁷ Un termómetro con capacidad térmica C se coloca dentro de un baño líquido cuyo coeficiente de transferencia de calor por convección es h . Si la densidad y el calor específico del líquido en el baño son ρ y c obtener las ecuaciones dinámicas para la temperatura del líquido y la temperatura que indica el termómetro.

T_L : Temperatura inicial del liquido (T_L)

T_T : Temperatura del termómetro (T_T)

T_a : Temperatura ambiente

r_i : radio interno

r_e : radio externo.

k : conductividad térmica del material

A : Área de contacto entre el termómetro y el liquido

¹⁷ ERONINI UMEZ Eronini. *Dinámica de sistemas y control*. México: Internacional Thomson Editores. 2001.

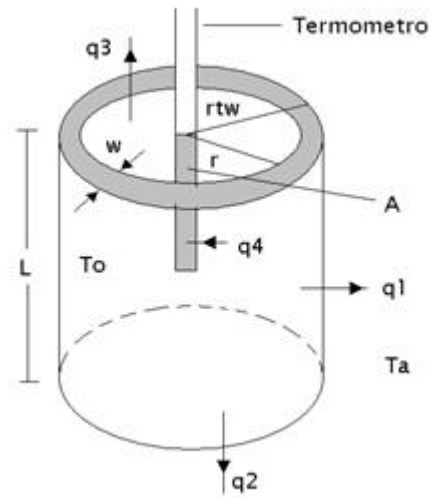


Figura 31

Conservación de energía para el líquido:

Conducción a través de la pared:

$$\dot{Q}_1 = \frac{2\pi kL}{\ln \left| \frac{r+w}{r} \right|} (T_L - T_a)$$

Conducción a través del fondo del tanque:

$$\dot{Q}_2 = \frac{kA}{\Delta x} (T_L - T_a) = \frac{k\pi r^2}{w} (T_L - T_a)$$

Convección del líquido al termómetro:

$$\dot{Q}_4 = hA(T_L - T_T)$$

Convección de la superficie del líquido al aire:

$$\dot{Q}_3 = h\pi r^2 (T_L - T_a)$$

Empleando la ley de conservación de energía para el termómetro:

$$m_T c_T \frac{dT_T}{dt} = hA(T_L - T_T)$$

$$\frac{dT_T}{dt} = \frac{hA}{C_T} (T_L - T_T)$$

para el líquido:

$$m_L c_L \frac{dT_L}{dt} = -hA(T_L - T_T) - \left\{ \frac{2\pi kL}{\ln \left| \frac{r+w}{r} \right|} + \frac{k\pi r^2}{w} + h\pi r^2 \right\} (T_L - T_a)$$

la ecuación diferencial para la temperatura del termómetro:

$$\frac{dT_L}{dt} = -\frac{1}{\pi r^2 L \rho c_L} \left\{ hA(T_L - T_T) + \left(h\pi r^2 + \frac{k\pi r^2}{w} + \frac{2\pi kL}{\ln \left| \frac{r+w}{r} \right|} \right) (T_L - T_T) \right\}$$

Aplicación. Medicion de temperatura

En un sensor de temperatura de inserción en el fluido de proceso, sea líquido, gas o sólido, el elemento sensible, ya sea Termopar o RTD se debe proteger del ataque químico (corrosión) o físico (erosión, alta velocidad, alta presión) del medio en el cual se inserta.

Por lo tanto para protección y facilidad de instalación y remoción, en la tubería o tanque de proceso se inserta una funda denominada termo pozo o pozuelo (Thermowell) que, al ser de materiales metálicos (o minerales en casos de alta temperatura), protege al sensor.

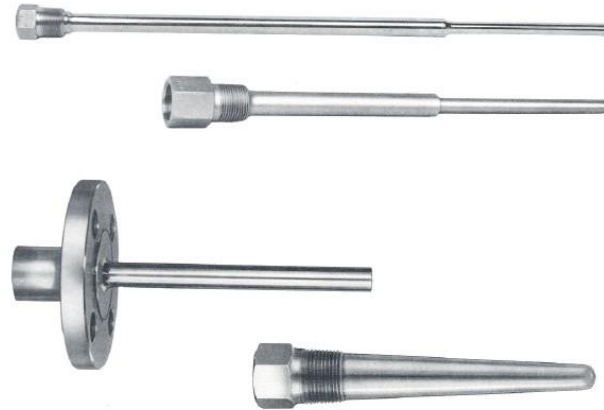


Figura 32 Termo pozo (Thermowell)¹⁸



Figura 33 Sensor desnudo y montado en termo pozo¹⁹

Este elemento es una capacidad térmica más en el sistema de medición, aumenta la constante de tiempo (disminuye la velocidad de respuesta).

Los fabricantes dan un estimado del tiempo de respuesta de los termo pozos, medido como el tiempo necesario para que la respuesta alcance el 50% de su valor final:

¹⁸ Thermometer Wells Product Specification PSS 3-3C1A. The Foxboro Co.1982

¹⁹ Rosemount 1067 Compact sensor and 1097 Thermowell. PDS 00813-01000-4951 Rev DB – Nov. 2914

Table 3. Water Flowing at 0.4 m/s

	Pt 100	TC grounded	TC ungrounded	Deviation
Sensor	t(0.5) [s]	t(0.5) [s]	t(0.5) [s]	
6-mm dia.	7.7	1.8	2.8	± 10%
3-mm dia.	2.5	1.1	1.2	± 10%

Table 4. Air Flowing at 3.0 m/s

	Pt 100	TC grounded	TC ungrounded	Deviation
Sensor	t(0.5) [s]	t(0.5) [s]	t(0.5) [s]	
6-mm dia.	35	38	42	± 10%
3-mm dia.	18	14	14	± 10%

Tabla 8 Tiempos de respuesta termo pozos – Norma IEC 751 (Nota 19)

El tiempo total de respuesta depende del medio en el cual se inserta el sensor, su diámetro, el tipo de sensor (RTD o TC) y para termopares del tipo de contacto eléctrico entre la punta sensible del TC y el termo pozo: cuando está en corto (grounded) se tiene mayor velocidad de respuesta (menos constante de tiempo) que cuando está aislado (ungrounded).

La mejor velocidad de respuesta se obtiene con TC desnudo adosado al cuerpo a medir.

Specifications

Thermocouple type:	J, K, or T
Measuring Range:	-148 to 2192°F (-100 to 1200°C)
Accuracy:	Greater of +/-0.4% of reading or +/- 1.1°C (Special Limits of Error)
Outer Sheath Material:	Inconel, MgO insulated, 0.062" OD, rated to 2550°F (1400°C),
Pad Material:	304 Stainless Steel, rated to 2550°F (1400°C)
Pad dimensions:	W = 1.0" x H = 1.0" (25 mm x 25 mm), Thickness 0.010" (0.25 mm)
Sensing Junction:	Ungrounded
Response Time*:	300 mS
*Time Constant:	Defined as the time required to reach 63.2% of an instantaneous temperature change Five time constants are required to approach 100% of the step change value
Lead Wire:	Stainless steel overbraiding over Teflon™ insulated, stranded wires, 24 gage, rated to 400°F (204°C)

Tabla 8 Especificaciones WPTC

WPTC WELD PAD SURFACE TEMPERATURE THERMOCOUPLE PROBE

• Fast Response



Figura 34 Termopar para montaje soldada²⁰

Ejemplo 10²¹. Las fuentes de alimentación generan grandes cantidades de calor dentro de los sistemas electrónicos, el cual debe disiparse con rapidez. Una fuente P se monta en un encerramiento metálico E de un computador y todo va instalado dentro del marco F externo. Entre E y F se coloca un disipador S de calor que disipa calor por convección a la atmósfera.

Plantear un modelo en variables de estado tomando como salida la temperatura en la fuente de potencia. La tasa de calor generada por P es constante y conocida \dot{Q}_P (J/s).

Como P está en contacto con E hay transmisión de calor por conducción y por radiación. El marco F es aislante y T_s (temperatura del disipador) es aproximadamente constante, lo mismo que T_a

²⁰https://www.hgsind.com/sites/default/files/2021-06/WPTC-ST%20Series%20Weld%20Pad%20Surface%20Thermocouple_Data%20Sheet_Rev4.pdf

²¹ Tomado de ERONINI UMEZ Eronini. *Dinámica de sistemas y control*. México: Internacional Thomson Editores. 2001.



Figura 35

E (Encerramiento metalico)

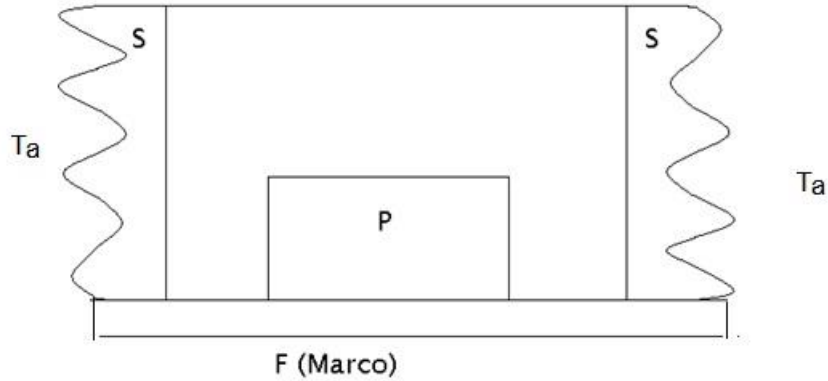


Figura 36

Diagramas de cuerpo libre para la fuente:

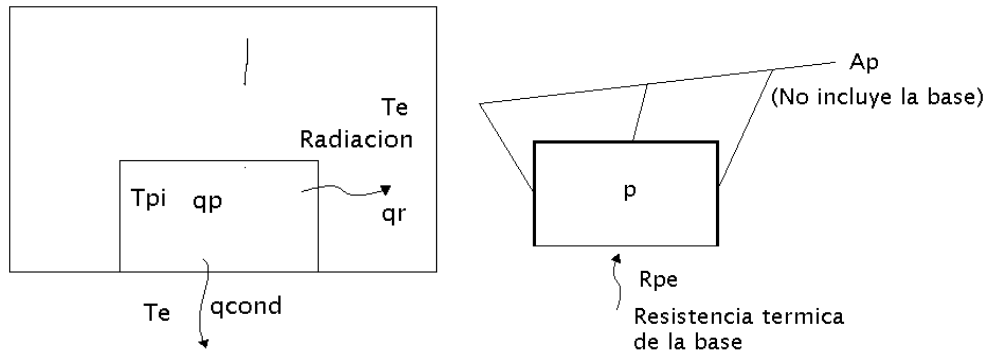


Figura 37

Los flujos de calor son:

\dot{Q}_P está asociada con la potencia disipada por la fuente:

$$\dot{Q}_P = i^2 R$$

\dot{Q}_R : flujo de calor por radiación entre la fuente y el encerramiento metálico.

$\dot{Q}_{CONDp-e}$: flujo de calor por conducción entre P y E

Para el encerramiento E:

$\dot{Q}_{conve-a}$: flujo de calor por convección entre Encerramiento (E) y Ambiente

$\dot{Q}_{convs-a}$: flujo de calor por convección entre Disipador (Sink) y Ambiente

$\dot{Q}_{conde-s}$: flujo de calor por conducción entre Encerramiento y Disipador (Sink).

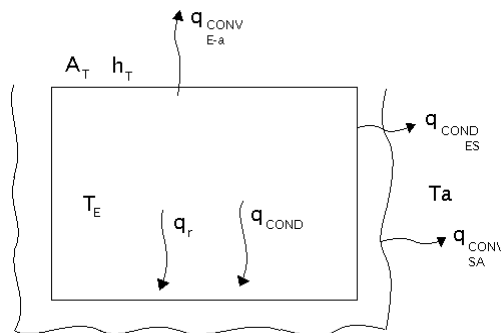


Figura 38

Ecuaciones:

Para la fuente:

$$\dot{Q}_R = \frac{\sigma(T_P^4 - T_E^4)}{\left(\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}\right) + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \left(\frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}\right)} = \frac{\sigma(T_P^4 - T_E^4)}{\underbrace{R_{EP}} + \underbrace{\frac{1}{A_P F_{PE}}}_{R_{PE}} + R_{\varepsilon E}}$$

R_{EP} : Resistencia a la emisión de la fuente.

$R_{\varepsilon E}$: Resistencia a la emisión del encerramiento E.

R_{EPE} : Resistencia a la emisión del espacio entre P y E

$$\dot{Q}_{CONDPE} = \frac{1}{R_{PE}} (T_P - T_E)$$

La ecuación de conservación para la fuente:

$$C_P \frac{dT_P}{dt} = \dot{Q}_P - \frac{\sigma(T_P^4 - T_E^4)}{R_{EP} + \frac{1}{A_P F_{PE}} + R_{EE}} - \frac{1}{R_{PE}} (T_P - T_E)$$

Para el encerramiento (E):

$$\dot{Q}_{CONV}_{E-A} = h_T A_T (T_E - T_A)$$

h_T : Coeficiente de transferencia de calor por la tapa superior del encerramiento

A_T : Área de la tapa superior del encerramiento

Conducción entre Encerramiento y disipador S:

$$\dot{Q}_{COND}_{E-S} = \frac{1}{R_S} (T_E - T_S)$$

R_S : Resistencia térmica entre el encerramiento y el disipador:

$$C_E \frac{dT_E}{dt} = \dot{Q}_R + \dot{Q}_{CONDPE} - \dot{Q}_{CONVEA} - \dot{Q}_{CONDES}$$

Para el disipador:

$$\dot{Q}_{CONV}_{SA} = h_S A_S (T_S - T_A)$$

$$C_S \frac{dT_S}{dt} = \frac{1}{R_S} (T_E - T_S) - h_S A_S (T_S - T_A)$$

A_S : Área expuesta del disipador

h_S : Coeficiente transferencia de calor disipador

Asumiendo que no hay almacenamiento de energía en el disipador:

$$\frac{1}{R_S} T_E - \frac{1}{R_S} T_S - h_S A_S T_S + h_S A_S T_A = 0$$

$$T_S = \frac{1}{h_S A_S + \frac{1}{R_S}} \left(\frac{T_E}{R_S} + h_S A_S T_A \right)$$

$$T_S = \frac{1}{1 + h_S A_S R_S} (T_E + h_S A_S R_S T_A)$$

Las ecuaciones de estado son:

$$\begin{aligned} \frac{dT_P}{dt} &= -\frac{1}{C_P} \left[\frac{\sigma(T_P^4 - T_E^4)}{R_{EP} + \frac{1}{A_P F_{PE}} + R_{EE}} + \frac{1}{R_{PE}} (T_P - T_E) \right] + \frac{1}{C_P} \dot{Q}_P \\ \frac{dT_E}{dt} &= \frac{1}{C_E} \left[\frac{\sigma(T_P^4 - T_E^4)}{R_{EP} + \frac{1}{A_P F_{PE}} + R_{EE}} + \frac{1}{R_{PE}} (T_P - T_E) - h_T A_T (T_E - T_A) - \frac{1}{R_S} T_E \right] \\ &\quad + \frac{1}{R_S} \frac{1}{1 + h_S A_S R_S} (T_E + h_S A_S R_S T_A) \\ \frac{dT_E}{dt} &= \frac{1}{C_E} \left[\frac{\sigma(T_P^4 - T_E^4)}{R_{EP} + \frac{1}{A_P F_{PE}} + R_{EE}} + \frac{1}{R_{PE}} T_P - T_E \left(\frac{1}{R_E} + h_T A_T + \frac{h_S A_S}{1 + h_S A_S R_S} \right) \right] \\ &\quad + \frac{1}{C_E} \left(h_T A_T + \frac{h_S A_S}{1 + h_S A_S R_S} \right) T_A \end{aligned}$$

La salida es $y = T_P$

Linealizando:

$$T_P^4 \approx \bar{T}_P^4 + 4\bar{T}_P^3 (T_P - \bar{T}_P) \quad \text{y} \quad T_E^4 \approx \bar{T}_E^4 + 4\bar{T}_E^3 (T_E - \bar{T}_E)$$

Restando la ecuación en la condición de equilibrio:

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{T}}_P &= -\frac{1}{C_P} \underbrace{\left(\frac{4\sigma \hat{T}_P^3}{R_{EP} + \frac{1}{A_P F_{PE}} + R_{EE}} + \frac{1}{R_{PE}} \right)}_{a_{11}} \hat{T}_P + \frac{1}{C_P} \underbrace{\left(\frac{1}{R_{PE}} + \frac{4\sigma \hat{T}_E^3}{R_{EP} + \frac{1}{A_P F_{PE}} + R_{EE}} \right)}_{a_{12}} \hat{T}_E \\
 &\quad + \underbrace{\frac{1}{C_P}}_{b_{11}} \hat{Q}_p \\
 \dot{\hat{T}}_E &= \underbrace{\frac{1}{C_E} \left(\frac{1}{R_{PE}} + \frac{4\sigma \hat{T}_P^3}{R_{EP} + \frac{1}{A_P F_{PE}} + R_{EE}} \right)}_{a_{21}} \hat{T}_P - \underbrace{\frac{1}{C_E} \left(\frac{4\sigma \hat{T}_E^3}{R_{EP} + \frac{1}{A_P F_{PE}} + R_{EE}} + \frac{1}{R_E} + h_T A_T + \frac{h_S A_S}{1 + h_S A_S R_S} \right)}_{a_{22}} \hat{T}_E \\
 &\quad - \underbrace{\frac{1}{C_E} \left(h_T A_T + \frac{h_S A_S}{1 + h_S A_S R_S} \right)}_{b_{22}} \hat{T}_A \\
 &\rightarrow \begin{pmatrix} \dot{\hat{T}}_P \\ \dot{\hat{T}}_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{T}_P \\ \hat{T}_E \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{Q}_p \\ \hat{T}_A \end{pmatrix} \\
 y &= (1 \quad 0) \begin{pmatrix} \hat{T}_P \\ \hat{T}_E \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Aplicación: Modelo térmico de disipadores²²

El cálculo de disipadores para componentes electrónicos de potencia emplea los conceptos de transmisión de calor, resistencia térmica y circuito equivalente para mantener la temperatura dentro de los rangos operacionales establecidos por los fabricantes.

"The basic equation for heat transfer or power dissipation may be stated as follows:

$$P_D = \frac{\Delta T}{\sum R_\theta}$$

Where:

P_D = the power dissipated by the semiconductor device in watts.

²² AAVID THERMALLOY. "How to select a heat sink".

ΔT = the temperature difference of driving potential which causes the flow of heat.
 ΣR_{θ} = the sum of the thermal resistances of the heat flow path across which ΔT exists.

The common practice is to represent the system with a network of resistances in series as shown in Figure 39.

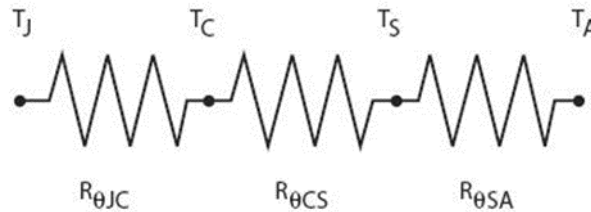


Figure 39

The above relationship may be stated in the following forms:

$P_D = \frac{T_J - T_A}{R_{\theta JC} + R_{\theta CS} + R_{\theta SA}}$	26
---	----

$P_D = \frac{T_C - T_A}{R_{\theta CS} + R_{\theta SA}}$	27
---	----

$P_D = \frac{T_S - T_A}{R_{\theta SA}}$	28
---	----

Where:

T_J = the junction temperature in $^{\circ}\text{C}$ (maximum is usually stated by the manufacturer of the semiconductor device).

T_C = case temperature of the semiconductor device in $^{\circ}\text{C}$.

T_S = temperature of the heat-sink mounting surface in thermal contact with the semiconductor device in $^{\circ}\text{C}$.

T_A = ambient air temperature in $^{\circ}\text{C}$.

$R_{\theta JC}$ = thermal resistance from junction to case of the semiconductor device in $^{\circ}\text{C}$ per watt (usually stated by manufacturer of semiconductor device).

$R_{\theta CS}$ = thermal resistance through the interface between the semiconductor device and the surface on which it is mounted in °C per watt.

$R_{\theta SA}$ = thermal resistance from mounting surface to ambient or thermal resistance of heat sink in °C per watt.

The above equations are generally used to determine the required thermal resistance of the heat sink ($R_{\theta SA}$), since the heat dissipation, maximum junction and/or case temperature, and ambient temperature are known or set.

Figure 40 indicates the location of the various heat flow paths, temperatures and thermal resistances.

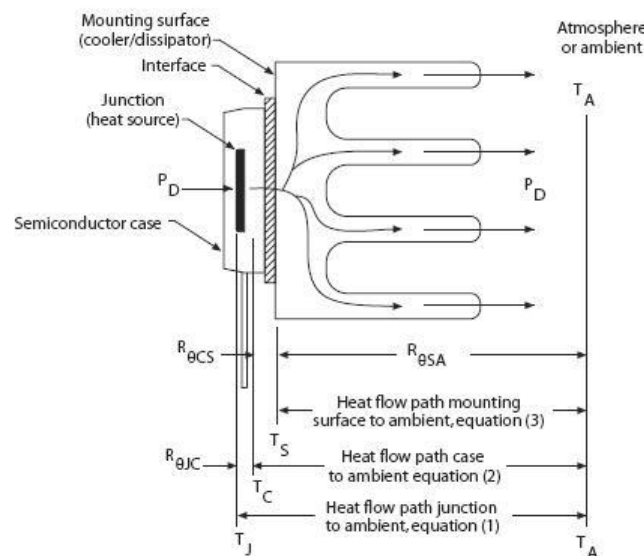


Figure 40

As an application find a space saving heat sink to keep a TO-220 device below the maximum 150°C junction temperature in natural convection. Device will be screw mounted with an electrically conductive interface.

Given: Transistor: TIP31²³ Series (TIP31/31A/31B/31C). $P_D = 6$ watts; $R_{\theta JC} = 3^\circ\text{C/W}$; $T_J \text{ max} = 150^\circ\text{C}$; $T_A \text{ max} = 65^\circ\text{C}$.

²³ TIP31 Series(TIP31/31A/31B/31C) - FAIRCHILD

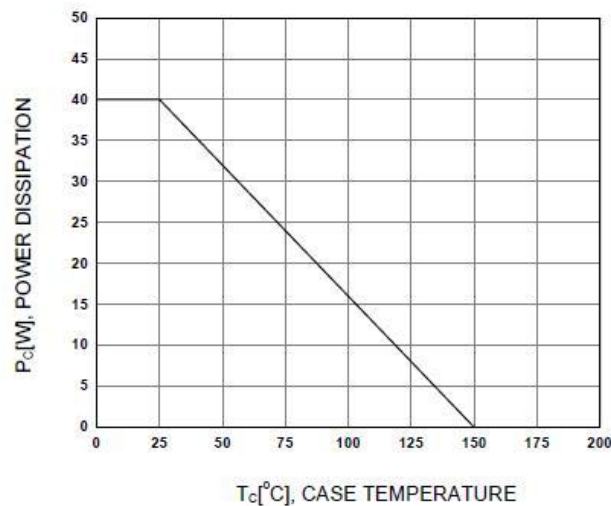


Figure 4. Power Derating

Figure 41 Reduccion manejo de potencia vs Temperatura

A Kondux™ pad is a good choice for electrically conductive applications. Kondux™ interface pads are a cost-effective alternative to thermally conductive grease compounds. Kondux™ pads are electrically conductive and ideal for use with small, discrete semiconductors. Aavid pre-applies Kondux™ to the heatsink to enhance heat conductance from the semiconductor case.

Thermal resistance can be determined from Figure 42

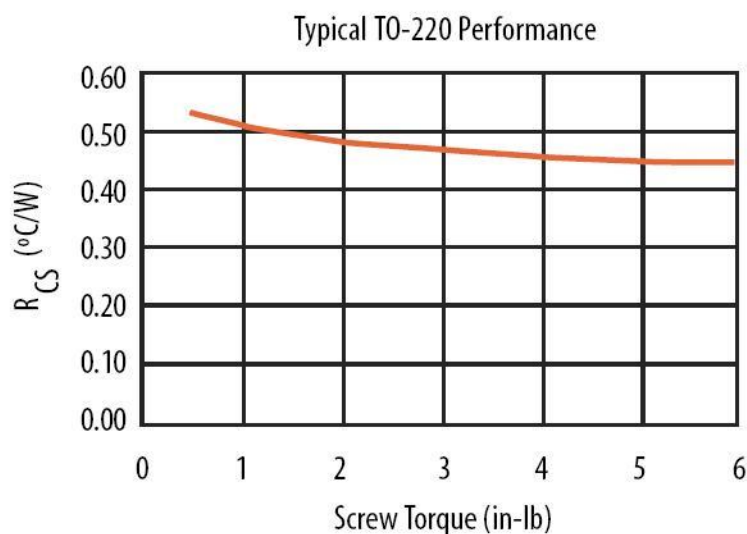




Figure 42

At 2 in-lb of torque the thermal resistance is approximately $R_{\theta CS} = 0.5^{\circ}\text{C/W}$
Using equation 1, solve for $R_{\theta SA}$

$$R_{\theta SA} = \frac{150 - 65}{6} - (3 + 0.5) = 10.7^{\circ}\text{C/W}$$

Several models are in the 10 $^{\circ}\text{C/W}$ range. Choose the one that best fits the application and verify thermal resistance from graph.

Space Saving Heat Sinks				
	542502B00000G	24.0	H	49
	542502D00000G	24.0	H	49
	592502B03400G	22.0	V	49
	592502U03400G	22.0	V	49
	6025DG	17.9	V	48
	6022PBG	16.7	V	47
	6022BG	16.7	V	47
	6225B-MTG	15.0	V	47
	593202B03500G	10.4	V	48
	6232B-MTG	10.0	V	48
	6232PB-MTG	10.0	V	48
	6032DG	8.3	V	47

Models 593202B03500G and 6232B/PB all have thermal resistance less than 10.7.

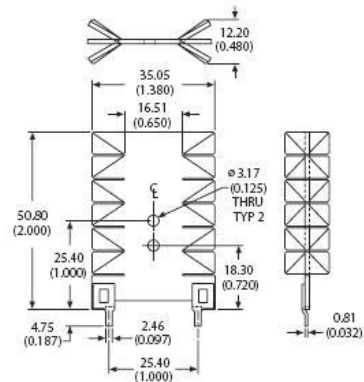
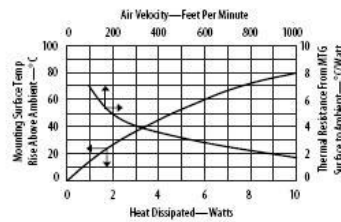
5932 Space saving twisted fin heat sink

Grease
Epoxy
page 112

Mounting
Kits
page 99



Space saving twisted fin heat sink
for vertical mounting TO-220 devices.
Features solderable mounting tabs for
easy attachment to the PC board.



ORDERING INFORMATION

Part Number	Description	Dia of PCB Plated Thru Hole for Tabs
593202B03500G	Space saving twisted fin heat sink with solderable tabs	2.84 (0.112)

POPULAR OPTIONS: 593202B0 00 00G
Base part no. A

Position	Code	Description	Details
A	34	Solderable tab for 0.094 plated thru hole	Page 92

Material: 1.27 (0.050) Thick Aluminum
Finish: Black Anodize

Figura 43

Part number 593202B03500G shows a 60 $^{\circ}\text{C}$ temperature rise at 6 watts.

GRAPH A, Figure 44, is used to show heat sink performance when used in a natural convection environment (i.e., without forced air). This graph starts in the lower left-hand corner with the horizontal axis representing the heat dissipation

(watts) and the vertical left-hand axis representing the rise in heat sink mounting surface temperature above ambient (°C).

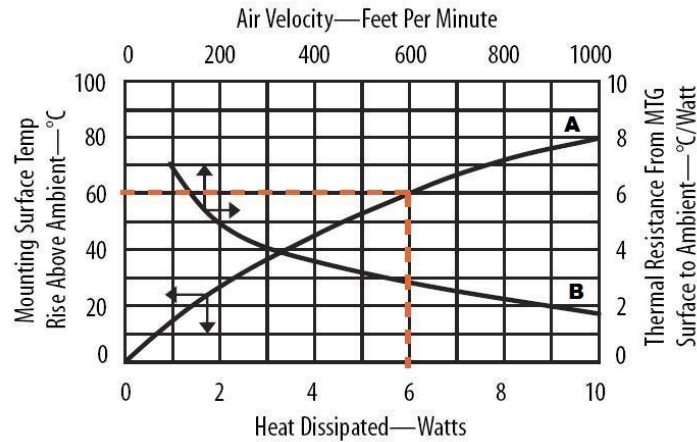


Figure 44

By knowing the power to be dissipated, the temperature rise of the mounting surface can be predicted. Thermal resistance in natural convection is determined by dividing this temperature rise by the power input (°C/W).

$$R_{\theta SA} = \frac{60^{\circ}C}{6W} = 10^{\circ}C/W$$

Which meets the above requirement in natural convection.

GRAPH B, Figure 44, is used to show heat sink performance when used in a forced convection environment (i.e. with forced air flow through the heat sink).

This graph has its origin in the top right hand corner with the horizontal axis representing air velocity over the heat sink LFM* and the vertical axis representing the thermal resistance of the heat sink (°C/W). Air velocity is calculated by dividing the output volumetric flow rate of the fan by the cross-sectional area of the outflow air passage.

$$Velocity (LFM) = \frac{Volume(CFM)}{Area(ft^2)}$$

Velocity: Linear feet per minute

Volume: Cubic feet per minute

Area: square feet.

Sizing Fans for Electrical Enclosures²⁴

Como primera aproximación, asumir que la potencia eléctrica entregada al gabinete se va a disipar en la electrónica dentro del gabinete. Esto suministra un estimado de potencia alto, que lleva a un dimensionamiento por encima del ventilador (No es necesario después tratar de acomodar un ventilador más grande)

La ecuación para calcular el flujo volumétrico de aire requerido es:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{c_p \Delta T}$$

En términos de flujo volumétrico:

$$f = \frac{\dot{Q}}{\rho c_p \Delta T}$$

Donde:

ρ = densidad del aire; c_p = calor específico del aire a presión constante

Asumir que el gabinete tiene dos fuentes de 60 W c/u para un total de 120 W de consumo. La temperatura máxima permitida por la electrónica dentro del gabinete es de 90 °C (194 °F) y la temperatura ambiente es de 20°C (68°F). El gabinete se instalará al nivel del mar.

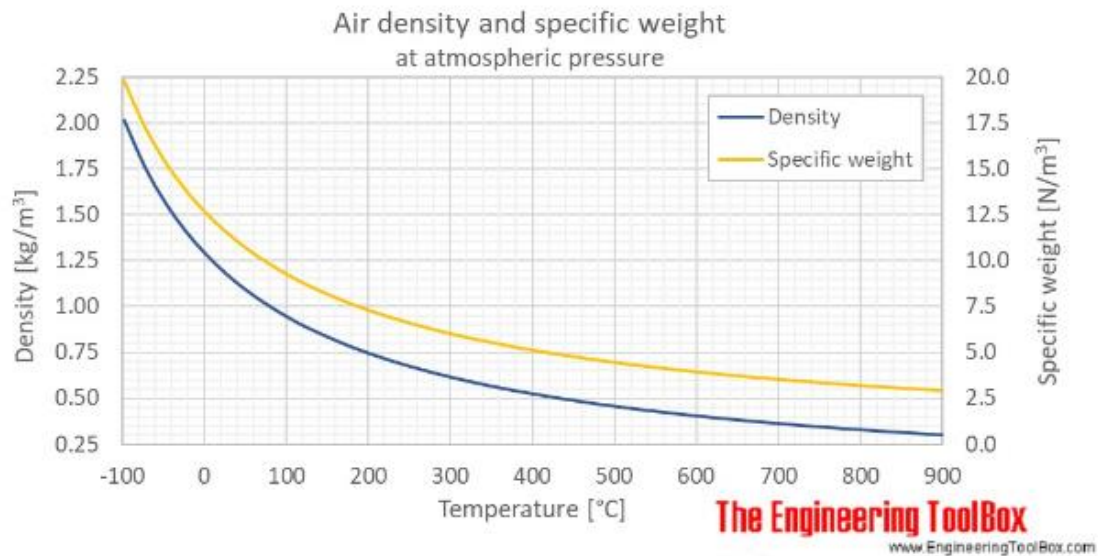
Densidad del aire a la mínima temperatura de 20 °C es:

www.engineeringtoolbox.com dice

Air density at 20 C and 1 atm:

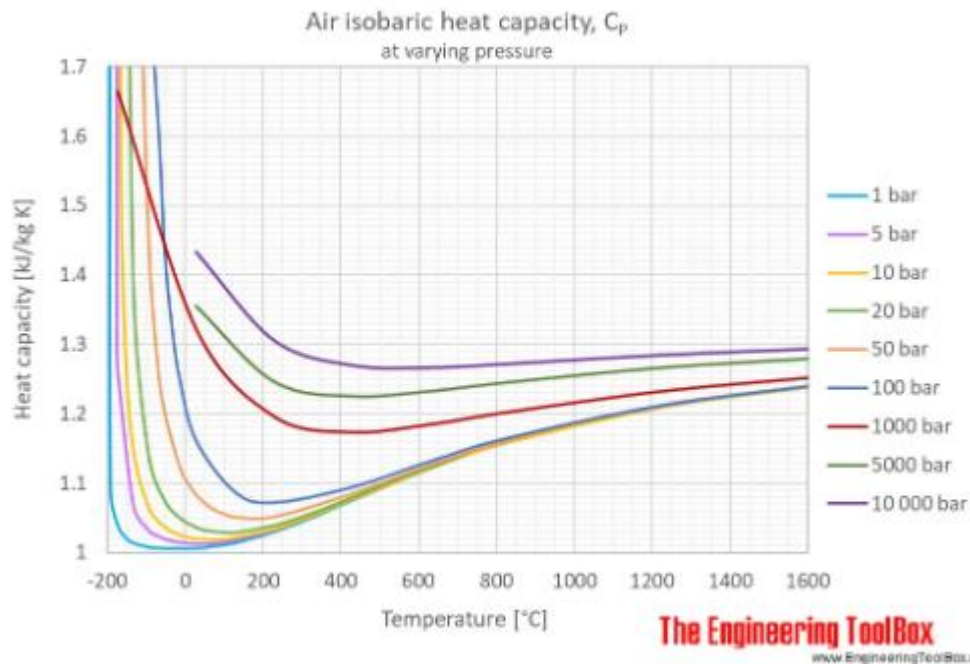
1.204	kg/m ³
0.07516	lbm/ft ³

²⁴<https://www.machinedesign.com/automation-iiot/cables-connectors-enclosures/article/21834244/sizing-fans-for-electrical-enclosures> . [Norm Ellis](#)



Densidad y Peso específico del aire a 1 atmosfera de presión²⁵

El calor específico a presión constante a una presión de una atmosfera (aprox un bar) y 20 C



²⁵ https://www.engineeringtoolbox.com/air-density-specific-weight-d_600.html

www.engineeringtoolbox.com dice

Isobaric specific heat of air at 20 degC and 1 bara:

29.13 kJ/(kmol*K)

1.006 kJ/(kg*K)

0.0002794 kWh/(kg*K)

0.2402 kcal/(kg*K)

K in the units can be replaced by degC

A 90 °C es esencialmente igual

Por lo tanto el flujo de aire es:

$$f = \frac{120 \text{ J/s}}{1,204 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 1,006 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} (70^\circ\text{C})} = 1,42 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} =$$

En unidades inglesas:

3.0 cubic foot/minute

Especificación ventilador²⁶ Fandis



FF series fan filters

- Free-tool clip mounting system
- Plate thickness: FF08 from 1 to 2mm; FF12, FF13 from 1.3 to 3.2mm; FF15, FF20 from 1.3 to 3.7mm (up to 4mm with cut-out max tolerance)
- Quick electrical connection by screwless terminal block
- Standard color RAL 7035, other colors available on request, subject to quantity
- Standard protection ratings: IP54 and Type 12. Optional versions: IP55, Type 1, 3R and EMC
- Frequency: 50/60 Hz

Model	Dimensions	Cut-Out	Rated Voltage	Rated power	Max air flow	Static Pressure	Working Temp. Range	Approvals
	mm	mm	V	W	m³/h	Pa	°C	
FF08A115UN	106.5x106.5x66.6	91.5X91.5	115 V a.c.	9.0/7.0	12/15	23/33	-10 ÷ +55	CE; cURus; cCSAus;
FF08A115UNR	106.5x106.5x66.6	91.5X91.5	115 V a.c.	9.0/7.5	16/21	45/64	-10 ÷ +55	CE; cURus; cCSAus;
FF08A230UF	106.5x106.5x66.6	91.5X91.5	230 V a.c.	14/11	10/13	16/25	-10 ÷ +60	CE;
FF08A230UN	106.5x106.5x66.6	91.5X91.5	230 V a.c.	10/8.0	12/15	23/33	-10 ÷ +55	CE; cURus; cCSAus;
FF08A230UNR	106.5x106.5x66.6	91.5X91.5	230 V a.c.	10/8.0	16/21	45/64	-10 ÷ +55	CE; cURus; cCSAus;
FF08D12UN	106.5x106.5x53.6	91.5X91.5	12 V d.c.	2.0	16	28	-10 ÷ +55	CE; cURus; cCSAus;

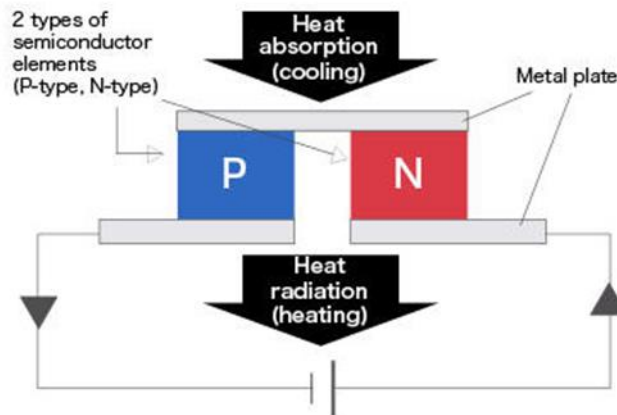
10 cubic meter/hour = 5.9 cubic foot/minute

²⁶<https://www.directindustry.com/prod/fandis/product-16672-1063211.html>

Efecto Peltier

Una corriente eléctrica aplicada a un circuito termoeléctrico hecho de dos materiales diferentes calentará o enfriará a la unión.

Peltier effect



REFERENCIAS

1. CLOSE Charles, FREDERICK Dean and NEWELL Jonathan. Modeling and Analysis of Dynamic Systems. 3rd Edition. New York: John Wiley & Sons. 2002.
2. WELTY James R. Engineering Heat Transfer. New York: John Wiley & Sons. 1978.
3. HORSLEY Michael. Engineering Thermodynamics. London: Chapman & Hall. 1993
4. Holman J.P. Experimental Methods for Engineers. 7th Edition. Boston: McGraw Hill. 2001
5. C. Smith. and A. Corripio. Principles and Practice of Automatic Process Control. 2nd Edition. New York: John Wiley and Sons. 1997.
6. ERONINI UMEZ Eronini. Dinámica de sistemas y control. México: Internacional Thomson Editores. 2001.
7. Woods, Robert L. and Kent L. Lawrence. Modeling and simulation of dynamic systems. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1997
8. TE CONNECTIVITY. THERMOPILE SENSOR FOR CONTACTLESS TEMPERATURE APPLICATION NOTE 10//2018
9. Introduction to Engineering Heat Transfer.
http://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-050-thermal-energy-fall-2002/lecture-notes/10_part3.pdf
10. RAYTEK. Principles of Non-Contact temperature Measurement. 2003
11. MURATA. Pyroelectric Infrared Sensors. Cat.No.S21E-7. 2011
12. AVID THERMALLOY. Standard Products Catalog 2007
13. AVID THERMALLOY. "How to select a heat sink".

PROBLEMAS

1. Una construcción tiene dos habitaciones, Figura P1, una de las cuales se enfría por medio de un acondicionador de aire. La tasa de inyección de aire (kg/s), la temperatura del aire y su capacidad calorífica se asumen constantes, de tal forma que el acondicionador entrega una cantidad de calor, q (J/s), conocida.

La mitad del muro izquierdo tiene un vidrio con un coeficiente de calor por convección h_1 . El muro que separa a las dos habitaciones está cubierto por ambas caras de una capa de yeso. El piso de las habitaciones se puede considerar como un aislante. Asumir que no hay almacenamiento de calor en los muros, ni en el techo. Plantear el modelo de estado para las temperaturas en las dos habitaciones, asumir una temperatura ambiente T_a

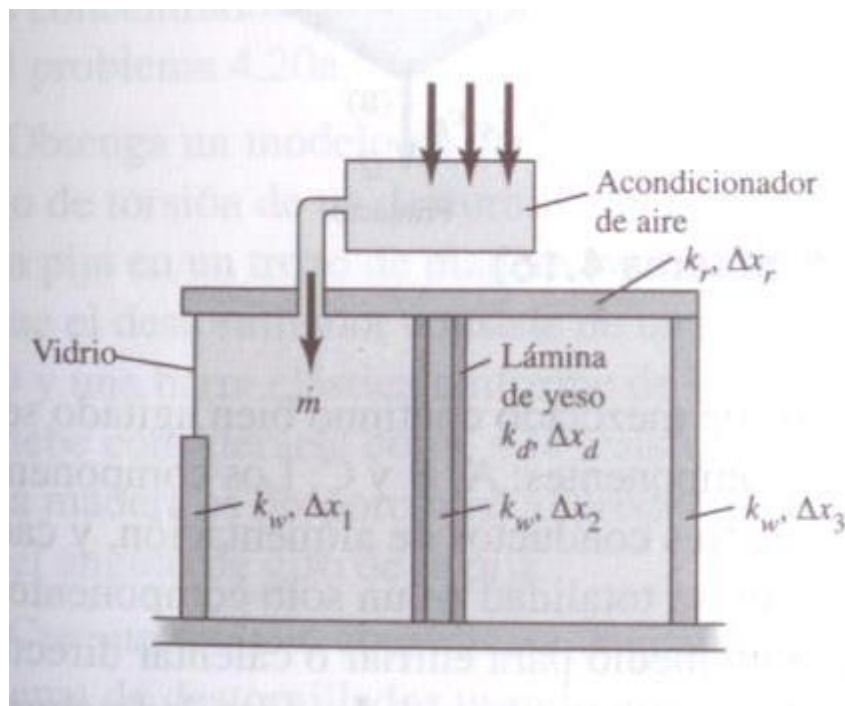


Figura P1

2. Para controlar la temperatura de un amplificador el ventilador se puede prender y apagar. El amplificador tiene una capacidad térmica C y cuando está operando genera calor a una tasa Q . Cuando el ventilador está apagado el coeficiente de transferencia de calor del amplificador al aire es $h_0 \left(\frac{W}{m^2-K} \right)$ y cuando el ventilador está prendido es $2h_0$

- a. Plantear la ecuación diferencial que describe a la temperatura del amplificador, para los dos estados del ventilador.
 - b. Encontrar el valor de Temperatura del amplificador T_1 en estado estable cuando el ventilador esta apagado y el amplificador prendido.
 - c. Una vez llegado al estado anterior, el ventilador se prende. Cual es el nuevo valor estable de la temperatura del amplificador?
 - d. Una vez llegado al estado anterior, el amplificador se apaga. Cual es el nuevo valor estable de la temperatura del amplificador?
3. La Figura P3 muestra el montaje de un transistor de potencia, este transistor se encuentra polarizado como se muestra en la figura 2. De las hojas de especificaciones del fabricante usted conoce los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned}R_{\text{juntura-case}} &= 3 \text{ }^{\circ}\text{C} / \text{W} \\R_{\text{case-disipador}} &= 5 \text{ }^{\circ}\text{C} / \text{W} \\R_{\text{case-ambiente}} &= 50 \text{ }^{\circ}\text{C} / \text{W} \\ \text{Capacitancia térmica del case} &= 2 \text{ J} / \text{ }^{\circ}\text{C}\end{aligned}$$

Del disipador conoce:

$$\begin{aligned}R_{\text{disipador-ambiente}} &= 4 \text{ }^{\circ}\text{C} / \text{W} \\ \text{Capacitancia térmica del disipador} &= 3 \text{ J} / \text{ }^{\circ}\text{C}\end{aligned}$$

- a. Realice un esquema modelo del proceso térmico y en él identifique las variables de estado de interés.
- b. Halle el sistema de ecuaciones que describe el sistema (modelo en variables de estado con variables simbólicas). La variable de interés es la temperatura en la juntura del transistor.
- c. Determine los puntos de equilibrio si los valores de los parámetros son los indicados atrás y $T_{\text{ambiente}} = 25^{\circ}\text{C}$
- d. Calcule los valores de las constantes de tiempo asociadas al sistema(τ)
- e. El fabricante especifica que la temperatura máxima en la juntura del transistor para que funcione correctamente es de 120°C , ¿Cuál es el valor límite de $R_{\text{disipador-ambiente}}$ para que la juntura no sobrepase esta temperatura?

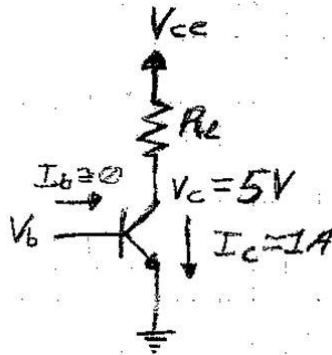


Figura P3

4. Un sistema de aire acondicionado se usa para regular la temperatura de dos salas de computación, Figura P4. El ventilador del sistema inyecta aire frío a una tasa conocida \dot{m} y a una temperatura conocida T_{IN} . Asuma que no hay acumulación de masa en los cuartos y que solo una fracción α del flujo de aire circula del cuarto uno al dos. Cada equipo de computo emite calor a una tasa q_p . Los cuartos tienen una altura h , los muros y las puertas tienen un grosor Δx , las ventanas se extienden del piso al techo. El techo es plano y es del mismo material de los muros, pero tiene un grosor $3\Delta x$. Asuma que el piso es un aislante perfecto.
- Derive un modelo en variables de estado para el sistema, en función de las propiedades físicas de los materiales y las características geométricas de los elementos.
 - Halle la temperatura de equilibrio para cada cuarto en función de la temperatura exterior y el número de computadores encendidos.

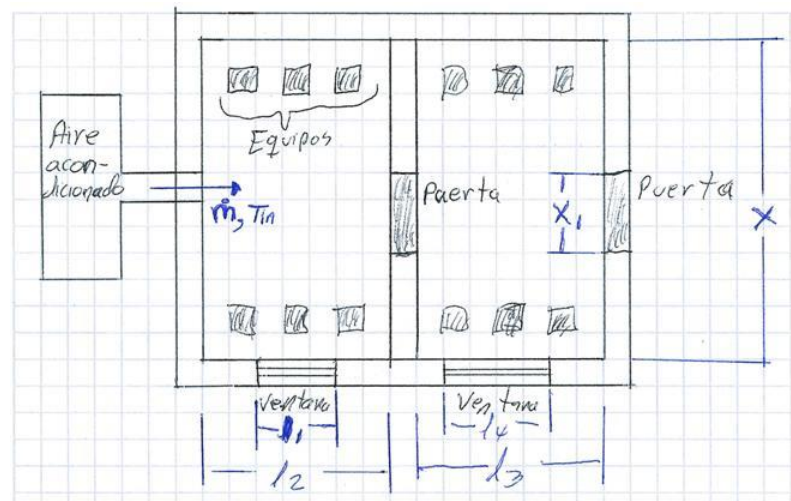


Figura P4

