

# Análisis Sistemas Dinámicos

## Capítulo 5

### Modelos de sistemas hidráulicos.

Ing. Carlos E. Cotrino B. M Sc.

1

## Objetivos

1. Preparar y ejecutar el plan de acción para formular y resolver un modelo. (CDIO 2.1.1.4)
2. Obtener modelos conceptuales y cualitativos de diversos sistemas físicos. (CDIO 2.1.2.2)
3. Establecer las conexiones entre los fenómenos físicos y el modelo. (CDIO 2.1.2.3)
4. Usar modelos cuantitativos y soluciones. (CDIO 2.1.2.4).
5. Generalizar suposiciones para simplificar ambientes y sistemas complejos (CDIO 2.1.2.1)
6. Discutir una aproximación desde varias disciplinas para asegurar que el sistema se entienda desde todas las perspectivas relevantes. (CDIO 2.3.1.2)
7. Establecer prioridades dentro de las metas generales (CDIO 2.1.1.3).
8. Identificar sistemas propios y sistemas con interacción entre áreas (CDIO 2.3.2.4).
9. Seguir la estructura y el proceso de integración del conocimiento (CDIO 2.4.5.5)

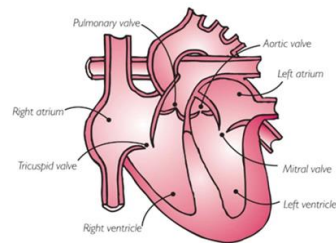
# Clase 1

## Contenido

1. Definir las variables que describen a los sistemas hidráulicos.
2. Definir y calcular el número de Reynolds.
3. Clasificar fluidos y regímenes de flujo.
4. Describir comportamiento en régimen laminar

## Temas para repasar

- Presión y Flujo
- Viscosidad.



CCB-Oct-2022

3

3

## Sistemas hidráulicos

- Fluidos: no soportan el "stress" de cizallamiento.
- Se deforman continuamente cuando se someten a "stress".
- Sólidos: fuerzas intermoleculares grandes
- Fluidos: fuerzas intermoleculares débiles
- Líquidos: tienden a ocupar un volumen definido.
- Gases: ocupan todo el volumen disponible.
- Líquidos: densidad es aproximadamente constante respecto a presión: **incompresible**
- Gases: densidad depende de presión: **compresible**.

CCB-Oct-2022

4

4

## Sistemas hidráulicos

- Se desarrollará modelo Concentrado.
- Fluidos incompresibles
- Tubería cerrada
- Variables:
  - Presión
  - Flujo

CCB-Oct-2022

5

5

## Sistemas hidráulicos

Variables generalizadas	Variables Hidráulicas	Unidades SI
Esfuerzo, $e$	Presión, $P$	Pa (N/m <sup>2</sup> )
Flujo, $f$	Tasa de flujo volumétrico, $f$ o $q$	Metro cúbico/segundo (m <sup>3</sup> /s)
Momentum, $l$	Momentum de presión, $L_p$	N-s/m <sup>2</sup>
Desplazamiento, $\delta$	Volumen, $V$	m <sup>3</sup>
Potencia, $p$	$p(t)f(t)$	W = N-m/s
Energía, $E$	$\int_V p dV; \int_p f dl_p$	J = W-s = N-m

CCB-Oct-2022

6

6

## Variables y unidades

- Múltiples unidades: psi, "Hg, " H<sub>2</sub>O; Pa, bar....
- Múltiples referencias:
  - Absoluta
  - Manométrica
  - Diferencial
  - Vacío

$$P = F/A = ma/A$$

Unidades:

$$[MASA][LONGITUD]^{-1}[TIEMPO]^{-2}$$

$$P = \rho gh$$

Unidades:

$$[MASA][LONGITUD]^{-1}[TIEMPO]^{-2}$$

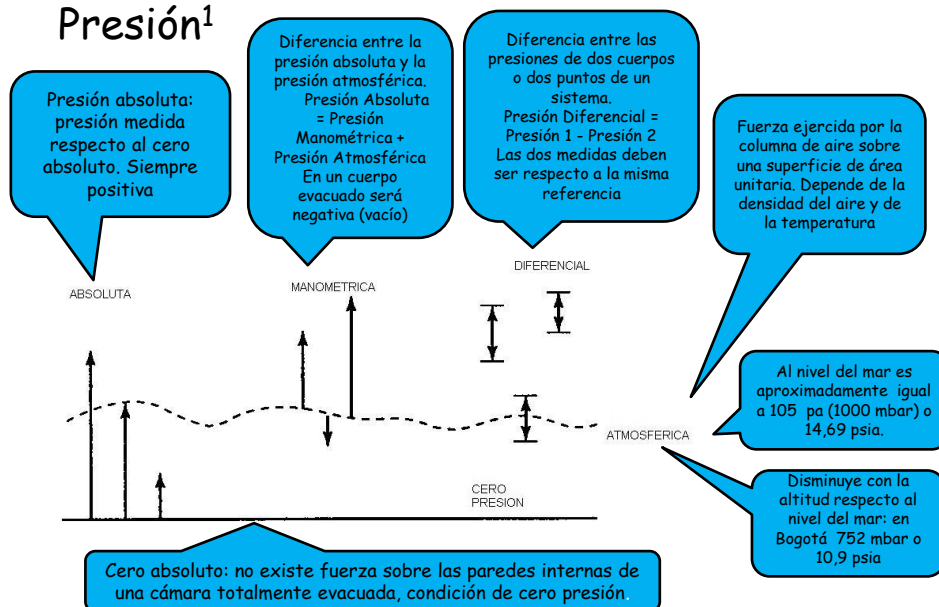
Las dos definiciones tienen las mismas unidades

CCB-Oct-2022

7

7

## Presión<sup>1</sup>



CCB-Oct-2022

8

8

## Unidades y conversiones

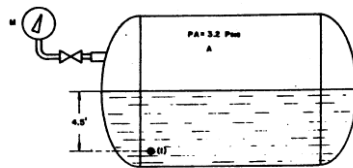
	atm	ata (kg/cm <sup>2</sup> )	Torr (mm Hg)	in Hg (32 F)	mm water (4 C)	in water (60 F)	bar	Mpa	Kpa	PSI (lb/in)
atm	1	1.033	760	29.92	10332.56	406.79	1.013	0.1013	101.32	14.69
ata (kg/cm <sup>2</sup> )	0.968	1	735.56	28.96	10000.03	393.71	0.981	0.0981	98.07	14.22
Torr (mm Hg)	1.316x10 <sup>-3</sup>	1.36 x10 <sup>-3</sup>	1	0.03937	13.60	0.535	1.333x10 <sup>-3</sup>	1.333x10 <sup>-4</sup>	0.1333	0.0194
in Hg (32 F)	0.03342	0.0345	25.4	1	345.40	13.60	0.03386	3.387x10 <sup>-3</sup>	3.387	0.491
mm water (4 C)	9.67x10 <sup>-5</sup>	9.99x10 <sup>-5</sup>	0.0736	2.895x10 <sup>-3</sup>	1	2.904x10 <sup>-3</sup>	9.81x10 <sup>-5</sup>	9.81x10 <sup>-6</sup>	9.81x10 <sup>-3</sup>	1.422x10 <sup>-3</sup>
in water (60 F)	2.456x10 <sup>-3</sup>	2.54x10 <sup>-3</sup>	1.866	0.0736	25.4	1	2.49x10 <sup>-3</sup>	2.49x10 <sup>-4</sup>	0.249	0.03613
bar	0.9872	1.02	750.06	29.53	10197.44	401.47	1	0.1	100	14.50
Mpa	9.872	10.20	7500	295.3	101974.42	4018.60	10	1	1000	145
Kpa	9.87x10 <sup>-3</sup>	0.01	7.50	0.2953	101.97	4.018	0.01	0.001	1	0.145
PSI (lb/in)	0.068	0.070	51.71	2.036	703.09	27.71	0.0689	6.893x10 <sup>-3</sup>	6.893	1

CCB-Oct-2022

9

9

## Ejemplo 1. Condensador



- Un condensador contiene agua y aire.
- La presión del aire es de 3,2 psia.
- La superficie libre del líquido esta 4.5 ft por encima de la toma del transmisor de presión.
- Que indica un instrumento en psig y en psia? . En unidades SI?

CCB-Oct-2022

10

10

## Flujo

- Volumétrico
  - Principal:  $q$  = tasa de flujo volumétrico
  - Integral:  $V$  = volumen
- Másico
  - Principal:  $\dot{m}$  = tasa de flujo másico
  - Integral:  $m$  = masa

CCB-Oct-2022

11

11

## Velocidad<sup>1</sup>

- A mayor  $\Delta p$  mayor velocidad  $v$  y por lo tanto más volumen de producto que pasa a través de una sección de ducto de área transversal  $A$ :

$$q = Av$$

$$\dot{m} = \rho Av$$

CCB-Oct-2022

12

12

## Fricción y Densidad

- La fricción entre el fluido y la pared interna del tubo reduce la velocidad y afecta el perfil del flujo: la fricción es mayor en las capas cercanas a la pared del tubo que en el centro del mismo.
- A mayor densidad se requiere una mayor presión para mantener la tasa de flujo deseada. En fluidos compresibles, como gases y vapores, o líquidos con aire o gas atrapado, un cambio en la presión produce un cambio en la densidad y por lo tanto en la tasa de flujo.

CCB-Oct-2022

13

13

## Viscosidad<sup>1</sup>

- Capacidad de un líquido para resistir fuerzas de desplazamiento, depende de las fricciones internas en el líquido.
- **Viscosidad dinámica o absoluta:** relación entre la tensión de cizallamiento (shear stress) y un gradiente de velocidad:

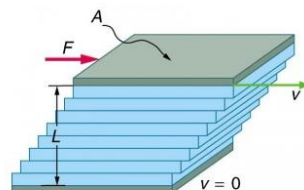


Figure 3. The graphic shows laminar flow of fluid between two plates of area A. The bottom plate is fixed. When the top plate is pushed to the right, it drags the fluid along with it.

<https://www.youtube.com/watch?v=X4zd4Qpsbs8>

CCB-Oct-2022

14

14

## Viscosidad

- La capa superior se mueve mas rápido que la capa inferior y la empuja con una fuerza  $f$ .
- La capa inferior trata de retener a la capa superior con la misma fuerza.
- Cuando el liquido se empuja con esta fuerza  $F$  a través de un área  $a$  la tensión de cizallamiento se calcula como:

$$\tau = \frac{F}{A} \left( \frac{N}{m^2} = Pa \right)$$

CCB-Oct-2022

15

15

## Viscosidad dinámica (absoluta)

- La viscosidad dinámica o absoluta es la relación entre  $\tau$  y la diferencia de velocidad entre las capas:

$$\mu = \eta = \frac{\tau}{dv/dy} \quad (Pa-s)$$

- A mayor fuerza requerida para mover las capas entre si mayor viscosidad.

Unidad: Pa-s

P(Poise) = 100 cP (centipoise)

1 Pa-s = 10 Poise

Agua A 20° C : 1 cP

CCB-Oct-2022

16

16



## Viscosidad dinámica<sup>1</sup>

### RELACION DE CIZALLAMIENTO (SHEAR RATE) :

Es el gradiente de velocidad  $dv/dy$  empleado para el calculo de la viscosidad dinámica.

Dos grupos reológicos:

Newtonianos,

No - Newtonianos

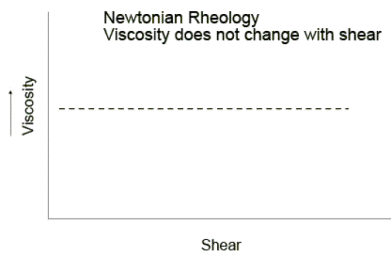
CCB-Oct-2022

17

17

## Líquido newtoniano<sup>2</sup>

- Viscosidad es independiente del stress de cizallamiento aplicado.
- Ejemplo: la miel es un material Newtoniano. Mantiene su espesor bajo condiciones de bajo y alto stress.



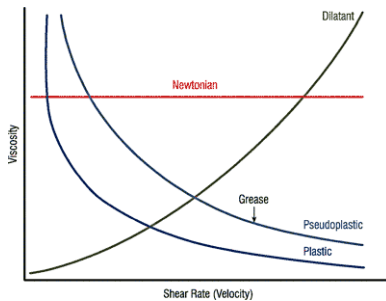
[https://www.youtube.com/watch?v=2mYHGn\\_Pd5M](https://www.youtube.com/watch?v=2mYHGn_Pd5M)

CCB-Oct-2022

18

18

## Líquido no-newtoniano<sup>2</sup>



- Líquido no - newtoniano: viscosidad variable con el flujo o con la tasa de cizallamiento.
- Fuerzas diferentes hacen que un fluido no - newtoniano se comporte de diferentes maneras.
- Perfiles no - newtonianos:
  - Seudoplastico
  - Dilatante
  - Sixotropico

<https://www.youtube.com/watch?v=3zoTKXXNQIU>

CCB-Oct-2022

19

19

## Coeficientes viscosidad dinámica

simple liquids	T (°C)	$\eta$ (mPa.s)
alcohol, ethyl (grain)	20	1.1
alcohol, isopropyl	20	2.4
alcohol, methyl (wood)	20	0.59
blood	37	3 - 4
ethylene glycol	25	16.1
ethylene glycol	100	1.98
freon 11 (propellant)	-25	0.74
freon 11 (propellant)	0	0.54
freon 11 (propellant)	+25	0.42
freon 12 (refrigerant)	-15	??
freon 12 (refrigerant)	0	??
freon 12 (refrigerant)	+15	0.20
glycerin	20	1420
glycerin	40	280
mercury	15	1.55
milk	25	3

oil, vegetable, canola	25	57
oil, vegetable, canola	40	33
oil, vegetable, corn	20	65
oil, vegetable, corn	40	31
oil, vegetable, olive	20	84
oil, vegetable, olive	40	??
oil, vegetable, soybean	20	69
oil, vegetable, soybean	40	26
oil, machine, light	20	102
oil, machine, heavy	20	233
oil, motor, SAE 10	20	65
oil, motor, SAE 20	20	125
oil, motor, SAE 30	20	200
oil, motor, SAE 40	20	319
propylene glycol	25	40.4
propylene glycol	100	2.75
water	0	1.79
water	20	1.00
water	40	0.65
water	100	0.28

gases	T (°C)	$\eta$ (μPa.s)
air	15	17.9
hydrogen	0	8.42
helium	0	18.6
nitrogen	0	16.7
oxygen	0	18.1

Viscosidad no es constante : puede cambiar en función de la temperatura, presión y velocidad: un aumento en temperatura normalmente produce una caída en la viscosidad de los líquidos, en los gases aumenta.

CCB-Oct-2022

20

20

## Viscosidad cinemática<sup>1</sup>

- Viscosidad cinemática: relación entre la viscosidad dinámica de un líquido y su densidad:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \left( \frac{\text{Pa} \cdot \text{s}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right)$$

Unidad:  $\text{m}^2/\text{s}$

1 Stoke (St) = 100 cSt

1  $\text{m}^2/\text{s} = 1000000 \text{ cSt}$

1 cSt =  $1 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$

CCB-Oct-2022

21

21

## Ejemplo 2 Viscosidad Aceite

- La viscosidad del aceite lubricante para motores varía con la temperatura y la presión. Como las condiciones de operación se conocen detalladamente, el aceite lubricante se puede especificar claramente. El número SAE (Society of Automotive Engineers) describe el comportamiento del aceite lubricante para las condiciones de arranque y operación.

SAE grade	cranking viscosity (mPa·s)	temperature (°C)	pouring viscosity (mPa·s)	temperature (°C)
0W	6,200	-35	60,000	-40
5W	6,000	-30	60,000	-35
10W	7,000	-25	60,000	-30
15W	7,000	-20	60,000	-25
20W	9,500	-15	60,000	-20
25W	13,000	-10	60,000	-15

SAE grade	kinematic viscosity (mm²/s) at 100°C	dynamic viscosity (mPa·s) at 150°C
20	5.6 - 9.3	>2.6
30	9.3 - 12.5	>2.9
40	12.5 - 16.3	>3.0*
40	12.5 - 16.3	>3.0**
50	16.3 - 21.9	>3.7
60	21.9 - 26.1	>3.7

CCB-Oct-2022

22

22

## Número de Reynolds<sup>3</sup>

- Número adimensional que relaciona los factores que afectan al flujo.

$$R_e = \frac{vD}{\nu} = \frac{Dv\rho}{\eta}$$

$$R_e = 1,27 \frac{Q}{Dv}$$

$v$  = velocidad  $(\frac{m}{s}) - (\frac{ft}{s})$

$D$  = diametro interno del ducto (m) - (ft)

$\rho$  = densidad  $(\frac{kg}{m^3}) - (\frac{lb}{ft^3})$

$\eta$  o  $\mu$  = viscosidad absoluta o dinámica (Pa · s) -  $(\frac{lb}{ft \cdot s})$

$\nu$  = viscosidad cinemática  $(\frac{m^2}{s}) - (\frac{ft^2}{s})$

$Q$  = flujo volumetrico  $(\frac{m^3}{s}) - (\frac{ft^3}{s})$

CCB-Oct-2022

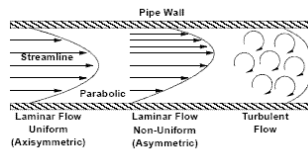
23

23

## Numero de Reynolds

$Re < 2000$ : flujo laminar

$Re > 4000$ : flujo turbulento



Turbulent flow



Laminar flow

<https://esfscienew.wordpress.com/2012/10/24/laminar-flow/>

CCB-Oct-2022

24

24

## Número de Reynolds<sup>4</sup>

**Flujo laminar:** flujo suave, en capas, común a bajas velocidades



**Flujo turbulento:** flujo en remolinos, aparece a grandes velocidades



CCB-Oct-2022

25

25

## Ejemplo 3

- Calcular el número de Reynolds para la siguiente aplicación:
- Flujo de agua: 285 l/m
- Temperatura agua: 70 °C
- Tubería de cobre tipo K, diámetro nominal: 1".
- Para que tasa de flujo el régimen es laminar?

CCB-Oct-2022

26

26

## Ejemplo 3

Dimensions and Physical Characteristics of Copper Tube TYPE K							
Nominal or standard size (inches)	Nominal dimensions (inches)			Calculated values (based on nominal dimensions)			
	Outside diameter	Inside diameter	Wall thickness	Cross sectional area of bore (square inches)	Weight of tube only (pounds per linear foot)	Weight of tube & water (pounds per linear foot)	Contents of tube (per linear foot)
1/4	0.375	0.305	0.035	0.073	0.133	0.177	0.00051
3/8	0.500	0.402	0.049	0.127	0.269	0.324	0.00086
1/2	0.625	0.527	0.049	0.218	0.344	0.438	0.00151
5/8	0.750	0.652	0.049	0.334	0.418	0.562	0.00232
3/4	0.875	0.745	0.065	0.436	0.641	0.829	0.00303
1	1.125	0.995	0.065	0.778	0.837	1.18	0.00540



Temperature - t - (°C)	Dynamic Viscosity - μ - (10 <sup>-3</sup> Pa s (N s/m <sup>2</sup> ))	Kinematic Viscosity - ν - (10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s)
0	1.787	1.787
5	1.519	1.519
10	1.307	1.307
20	1.002	1.004
30	0.798	0.801
40	0.653	0.658
50	0.547	0.553
60	0.467	0.475
70	0.404	0.413
80	0.355	0.365
90	0.315	0.326
100	0.282	0.294



CCB-Oct-2022

27

27

## Ejemplo 3

- Diámetro interno: 25,3 mm
- $v = \frac{4,75 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{5,02 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$
- $v = 9,46 \text{ m/s}$
- $Re = \frac{9,45 \text{ m/s} \times 2,53 \times 10^{-2} \text{ m}}{4,13 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}}$
- $Re = 5,79 \times 10^5$
- Turbulento
- Para flujo laminar:
- $v \leq \frac{4,13 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \times 2 \times 10^3}{2,53 \times 10^{-2} \text{ m}}$
- $v \leq 3,26 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- Que corresponde a un flujo:
- $Q \leq 3,26 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 5,02 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
- $Q \leq 0,98 \text{ l/m}$

CCB-Oct-2022

28

28

## Ejemplo 4. Número de Reynolds<sup>5</sup>

- Una ballena de 30 m nada a una velocidad de 10 m/s en agua de mar, densidad 1013 kg/m<sup>3</sup> y viscosidad absoluta 1,08 x10<sup>-3</sup> Pa-s.
- R = 2,81 x 10<sup>8</sup>
- Una bacteria de l = 1 μm nada a una velocidad de 30 μm/s, en la misma agua:
- R = 2,8 x 10<sup>-5</sup>
- Régimen laminar, dominado por la fricción.



CCB-Oct-2022

29

29

## Ejemplo 4. Número de Reynolds<sup>5</sup>

- Velocidad de un nadador en agua a 30 °C aproximadamente 1 m/s, l = 1,8 m:
- $Re = \frac{1 \frac{m}{s} \times 1,8 m}{8,01 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}} = 2,25 \times 10^6$
- Turbulento, predominan las fuerzas inerciales.
- Se puede nadar en miel?
- $Re = \frac{1 \frac{m}{s} \times 1,8 m}{2,74 \times 10^{-3} \frac{m^2}{s}} = 657$
- Laminar: predomina la fricción. No se puede nadar.

Temp. [°C]	Dyn. Viscosity [mPa.s]	Kin. Viscosity [mm <sup>2</sup> /s]	Density [g/cm <sup>3</sup> ]
40	1346.7	957.22	1.4069
38	1620	1150.4	1.4082
36	1983.6	1407.3	1.4095
34	2455.2	1740.2	1.4108
32	3075.2	2177.7	1.4121
30	3872.6	2739.8	1.4134

CCB-Oct-2022

30

30

## Flujo laminar

- Para régimen de flujo laminar, tubería recta de sección circular de longitud  $l > r$  y fluido Newtoniano de viscosidad dinámica  $\mu$  constante, la resistencia al flujo es:

$$R_h = \frac{8\mu l}{\pi r^4}$$

- El flujo depende de la fricción y es lineal respecto a la presión (Bulk Flow Law):

$$q = \frac{1}{R_h} \Delta p$$

- La ley de Poiseuille:

$$q = \left( \frac{\pi r^4}{8\mu l} \right) \Delta P$$

- El factor de fricción de Darcy para flujo laminar:

$$f_{lam} = \frac{64}{Re}$$

CCB-Oct-2022

31

31

## Flujo de sangre humana<sup>7</sup>

- El flujo laminar es mas eficiente que el turbulento, debido a las pérdidas internas de energía por la turbulencia. Parte de la energía perdida se convierte en ruido.
- En la aorta ( $d=2,5$  cm,  $v = 50$  cm/s,  $\eta = 0.04$  Poise,  $\rho = 1$  g/cc),  $Re = 3125$ , turbulento.
- Fuera de los grandes vasos el flujo es laminar: para un vaso de diámetro 1 cm  $Re = 1250$ , laminar.
- Para un aumento del 20% en el radio de un vaso, el flujo se duplica

CCB-Oct-2022

32

32



## Flujo de sangre humana<sup>7</sup>

- Esta estrategia de modificación de flujo en función del radio permite al sistema cardiovascular variar selectivamente el flujo de sangre hacia los diferentes órganos.
- Aumentar flujo hacia los músculos durante ejercicio y al tracto gastro-intestinal durante la digestión.
- Si los cambios fueran en función de la presión arterial, se modificaría la presión para todos los órganos.
- Muy ineficiente.

CCB-Oct-2022

33

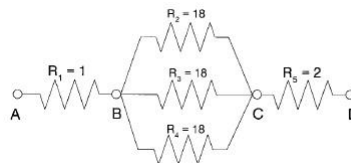
33

## Ejemplo 5 Hemodinámica<sup>7</sup>

- En el cuerpo humano el volumen de sangre es de 5 l y el flujo cardiaco normal, llamado  $CO$ , es de 5l/min (todo el volumen circula en un minuto).
- La  $CO$  se define como:

$$CO = \frac{\text{Mean Arterial Pressure} - \text{Righ Atrial Pressure}}{\text{Total Peripheral Resistance}}$$

- Para la representación vascular mostrada:



$$Pa = 90 \text{ mmHg}; Pd = 0$$

$$R \text{ en mmHg.min.ml}^{-1}$$

CCB-Oct-2022

34

34

## Ejemplo 5 Hemodinámica

- Cual es la resistencia Total cuando la presión arterial media es de 95 mmHg, la presión auricular derecha es de 5 mmHg.
- Cuál es el flujo total?
- Cuales son las presiones intermedias B y C?
- Si se presenta una oclusión total en la rama 4, cual es el flujo total?
- Si se adiciona un vaso sanguíneo con resistencia de  $18 \text{ (mmHg.min.ml}^{-1}\text{)}$  en paralelo con la combinación  $R_2$ ,  $R_3$  y  $R_4$  original, cuál es el nuevo flujo?

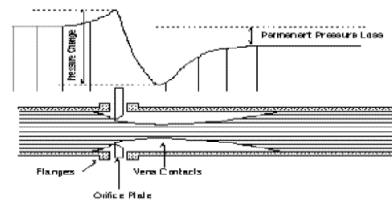
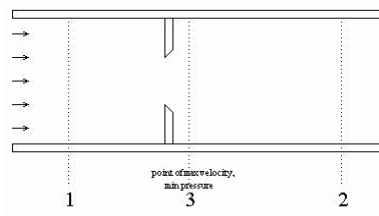
CCB-Oct-2022

35

35

## Resistencia hidráulica<sup>3,6</sup>

- Cuando un fluido, en régimen turbulento, pasa a través de un tubo hay una caída de presión a lo largo de este, de la misma forma que en una restricción fija (como la platina de orificio) o una restricción variable (como una válvula).



CCB-Oct-2022

36

36

## Resistencia hidráulica

- La ecuación de continuidad o conservación de masa:

$$q = v_1 A_1 = v_2 A_2 = \text{constante}$$

$$q: \text{tasa de flujo } \frac{m^3}{s}$$

$$v: \text{velocidad } \frac{m}{s}$$

$$A: \text{área sección transversal } m^2$$

- En la vena contracta

$$v_{vc} \cdot A_{vc} = A_1 v_1 \Rightarrow v_{vc} = v_1 \left( \frac{A_1}{A_{vc}} \right)$$

CCB-Oct-2022

37

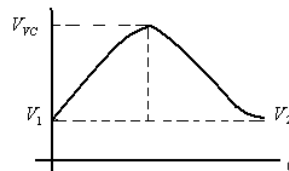
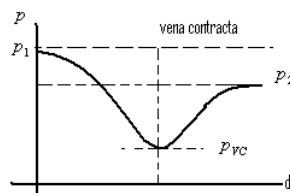
37

## Resistencia hidráulica

- La ecuación de energía (Bernoulli) aplicada aguas arriba de la vena contracta:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Energía mecánica} \\ \text{del fluido} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{Energía térmica} \\ \text{del fluido} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Trabajo hecho} \\ \text{por el fluido} \end{array} \right] = \text{Constante}$$

$$\left[ \frac{\rho v^2}{2} + P + \rho g z \right] + [-q + U] - W = \text{Constante}$$



CCB-Oct-2022

38

38

## Resistencia hidráulica

- Planteando la ecuación de la energía mecánica con:

$$\Delta gz = 0$$

$$\left[ \frac{\rho v_1^2}{2} + P_1 \right] = \frac{\rho v_{VC}^2}{2} + P_{VC}$$

- Lejos de la vena contracta el trabajo mecánico es cero:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 + H_1$$

- Como las velocidades son iguales:

$$p_1 = p_2 + H_1$$

CCB-Oct-2022

39

39

## Resistencia hidráulica

- $H_1$  es proporcional al cuadrado de la velocidad y a la densidad e incluye todas las pérdidas de energía debida a los efectos térmicos, ruido etc.

$$H_1 = K_1 \frac{\rho v^2}{2}$$

- $K_1$  coeficiente de pérdida de presión.

$$p_1 - p_2 = K_1 \frac{\rho v_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{K_1 \rho}}$$

$$q = A_2 v_2 = A_2 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{K_1 \rho}}$$

CCB-Oct-2022

40

40

## Resistencia hidráulica

- Usando la definición de la gravedad específica:

$$G = \frac{\rho}{\rho_w}$$

- La ecuación característica flujo - presión de una restricción es:

$$q = \left[ A_2 \sqrt{\frac{2}{K_1 \rho_w}} \right] \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{G}}$$

- La relación  $q$ -  $\Delta p$  es no lineal y puede tener diferentes coeficientes.

- Para una restricción tipo platina de diámetro  $d$  y  $\beta = d/D$ :

$$q = \left[ \frac{C_d}{\sqrt{1 - \beta^4}} \epsilon \frac{\pi d^2}{4} \right] \sqrt{2 \rho \Delta p}$$

- $C_d$ : coeficiente de descarga
- $\epsilon$ : factor de expansión tubería

CCB-Oct-2022

41

41

## Resistencia hidráulica tubería

- El factor de fricción en una tubería, o coeficiente de resistencia, independiente del régimen de flujo, es:

$$f = \frac{\Delta p_l}{\frac{1}{2} \rho \bar{v}^2 \left( \frac{d}{L} \right)}$$

- $V$ : velocidad promedio
- $D$ : diámetro tubería
- $L$ : longitud
- $f$  se calcula también a partir de la geometría del tubo

- Perdida de presión para una tubería recta, flujo turbulento:

$$\Delta p_l = f \frac{8 \rho L}{\pi^2} \left( \frac{q^2}{d^5} \right)$$

- Se pueden aproximar las pérdidas en tubería, acoples y equipo en la línea como:

$$\Delta p = k_L G_f q^2$$

$$k_L = \text{coeficiente de fricción} \frac{\text{Pa}}{\left( \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right)^2};$$

$G_f$ : gravedad específica del fluido

CCB-Oct-2022

42

42

## Clase 2

### Contenido

- Definir la ecuación de flujo en una válvula.
- Describir los tipos de bombas
- Obtener el punto de operación.
- Modelar el elemento capacidad hidráulica.

- **Temas para repasar:**
- Presión - Flujo
- Numero de Reynolds.



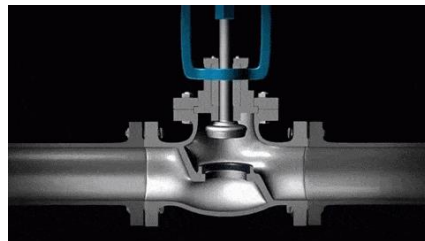
CCB-Oct-2022

43

43

## Válvulas de control<sup>9</sup>

- Dispositivo para controlar el flujo a través de un tubo o conducto.
- Es en esencia, un orificio de restricción variable que modula, en respuesta a una señal de control,  $m(t)$ , el caudal de un fluido de proceso,  $f(t)$ , para mantener el equilibrio del sistema.

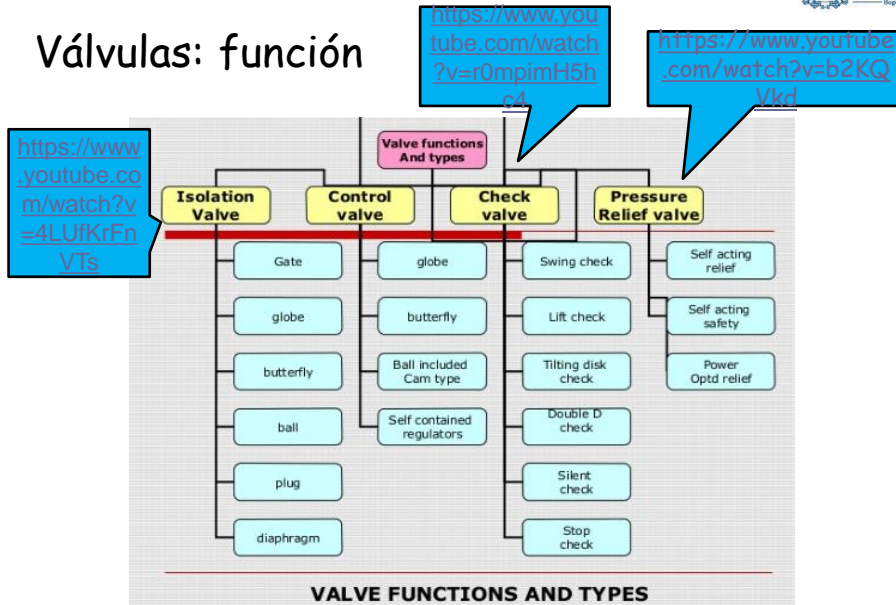


CCB-Oct-2022

44

44

## Válvulas: función



CCB-Oct-2022

45

45

## Ecuación flujo, líquidos<sup>11</sup>

$$q = C_v \sqrt{\frac{\Delta p}{G}}$$

$C_v$  es el coeficiente de flujo de la válvula:  
 "Número de galones por minuto de **agua** a 60° F que pasa a través de la válvula **totalmente abierta** y con una caída de presión de **1 psi**"

$K_v$  : Número de Metros cúbicos por hora ( $m^3/h$ ) de agua a 15° C, que pasan a través de la válvula con una caída de presión de 1 bar. ( $10^5$  Pa)

$$K_v = 0.86 C_v (m^3/h) \quad C_v = 1.16 K_v (gpm)$$

CCB-Oct-2022

46

46

## Ejemplo 6<sup>10</sup>

En el proceso se transfiere crudo desde un tanque de almacenamiento hasta una torre de separación.

El flujo nominal es de 700 gpm, la gravedad específica es de 0.94 y la presión de vapor es de 13.85 psia a la temperatura de trabajo de 90 F.

La caída de presión dinámica desde la descarga de la bomba hasta la entrada de la torre es de 6 psi

Validar la posición de la válvula: Punto 1, Punto 2 y la ubicación propuesta

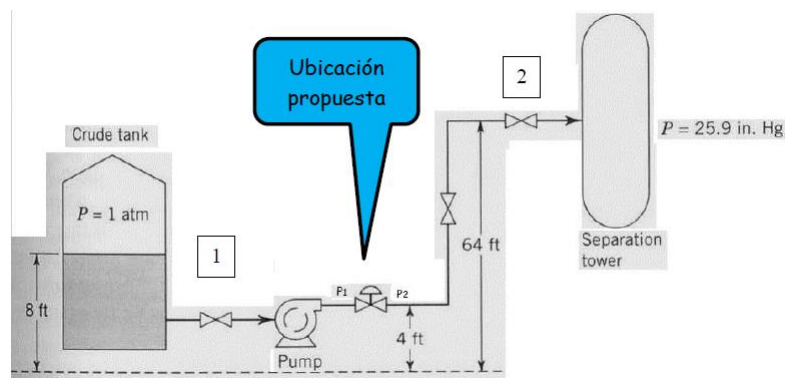
Calcular las presiones P1 y P2

CCB-Ago-2021

47

47

## Ejemplo 6<sup>10</sup>



CCB-Ago-2021

48

48



## Ejemplo 7 válvula de control

- Calcular el máximo flujo a través de una válvula de 8" de diámetro y  $C_{Vmax} = 750 \frac{gpm}{\sqrt{psi}}$ . La caída de presión disponible sobre la válvula es de 5 psi y el fluido tiene una gravedad específica de 0,94

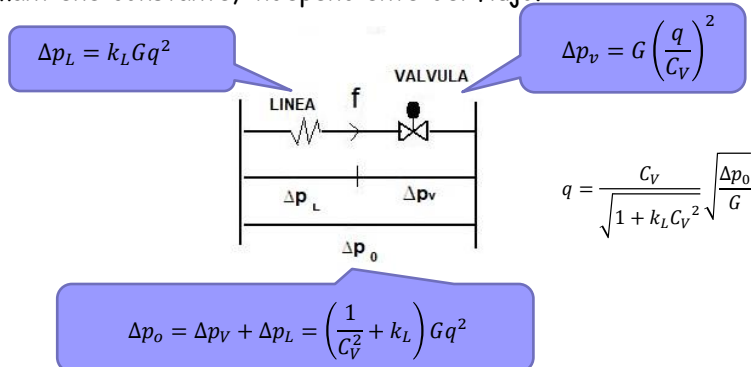
CCB-Oct-2022

49

49

## Conexión serie<sup>11</sup>

Una tubería y una válvula se conectan en serie. La ecuación para el flujo total a través de la conexión se calcula empleando las ecuaciones para flujo en una tubería y flujo a través de la válvula. Se asume que la presión total  $\Delta p_o$  sobre la combinación serie se mantiene constante, independiente del flujo.



CCB-Oct-2022

50

50

## Ejemplo 8. Conexión válvula - línea

- Sin la válvula del ejemplo 6 instalada, la caída de presión dinámica sobre la tubería, para un flujo nominal de 700 gpm, es de 6 psi.
- ¿Cuál es el máximo flujo a través de la válvula instalada en la línea?

CCB-Oct-2022

51

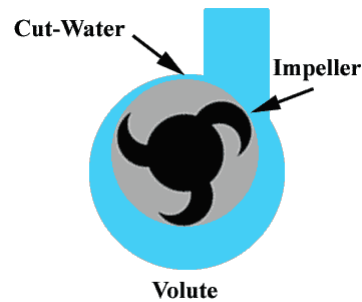
51

## Bomba centrífuga<sup>9</sup>

Manejo por fuerzas dinámicas  
Se bombea el líquido por medio de un elemento rotatorio que genera las fuerzas dinámicas  
Bomba centrífuga: convierte la velocidad de rotación en presión de salida.

Energía potencial de salida es aproximadamente igual a la energía cinética.

"Bombas de flujo"



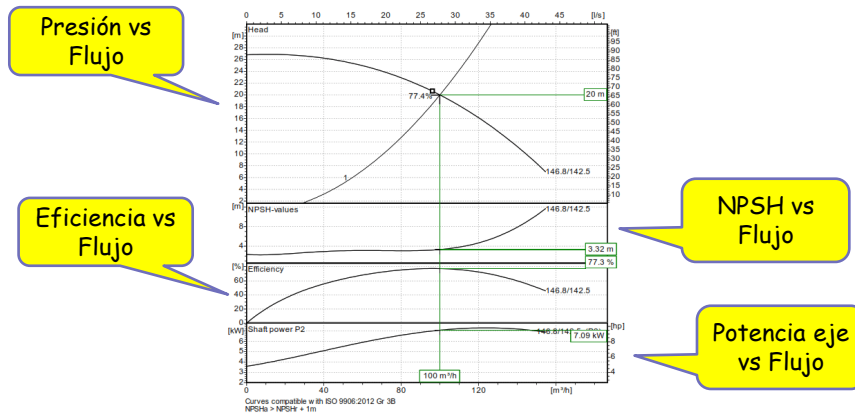
<https://www.youtube.com/watch?v=lmjIQqo8mX4>

CCB-Oct-2022

52

52

## Bomba centrífuga<sup>8</sup>



Característica no lineal, función de las revoluciones  $\omega$  del propulsor.

CCB-Oct-2022

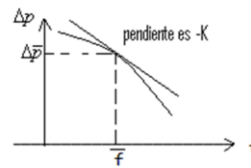
53

53

## Bomba centrífuga<sup>8</sup>

- Punto de operación: cruce de la curva característica de la bomba y la característica del sistema.
- Operación dinámica requiere un esquema de control

- Linealización alrededor punto operación:



$$\Delta \hat{p} = -K \hat{f}$$

$$\hat{f} = -\frac{1}{K} \Delta \hat{p}$$

$$-\frac{1}{K} = \left. \frac{df}{d\Delta p} \right|_{(\Delta \bar{p}, \bar{f})}$$

CCB-Oct-2022

54

54

## Bombas desplazamiento positivo<sup>9</sup>

Manejo por medio del desplazamiento repetido de un volumen fijo.

Un cuerpo desplazador que se introduce dentro de la cámara de la bomba reduce gradualmente el volumen disponible, empujando una porción del fluido contenido fuera de la bomba

"Bombas volumétricas"

- Manejo de fluidos con presencia de sólidos.
- Útil para alta presión.
- Alta precisión para aplicaciones de dosificación.
- Fluidos de alta viscosidad: requiere menos energía que una centrífuga

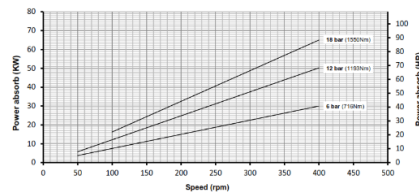
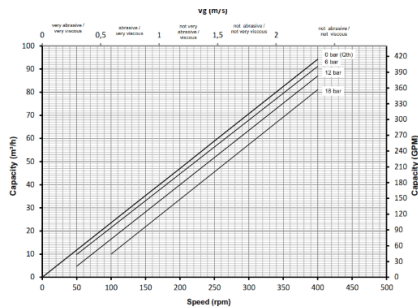
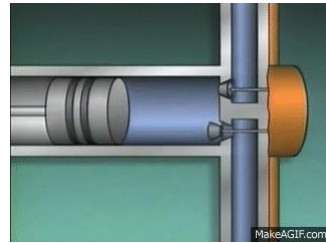
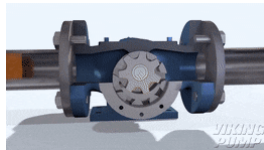
[https://www.youtube.com/watch?v=WYwf\\_rWB7\\_rM](https://www.youtube.com/watch?v=WYwf_rWB7_rM)

CCB-Oct-2022

55

55

## Características desplazamiento positivo



[https://www.northridgepumps.com/article-9\\_how-to-read-a-pump-curve](https://www.northridgepumps.com/article-9_how-to-read-a-pump-curve)

CCB-Oct-2022

56

56

## Pump Comparison: Centrifugal vs Positive Displacement

Property	Centrifugal	Positive Displacement
Effective Viscosity Range	Efficiency decreases with increasing viscosity (max. 200 Cp)	Efficiency increases with increasing viscosity
Pressure tolerance	Flow varies with changing pressure	Flow insensitive to changing pressure
	Efficiency decreases at both higher and lower pressures	Efficiency increases with increasing pressure
Priming	Required	Not required
Flow (at constant pressure)	Constant	Pulsing
Shearing (separation of emulsions, slurries, biological fluids, food stuffs)	High speed damages shear-sensitive mediums	Low internal velocity. Ideal for pumping shear sensitive fluids

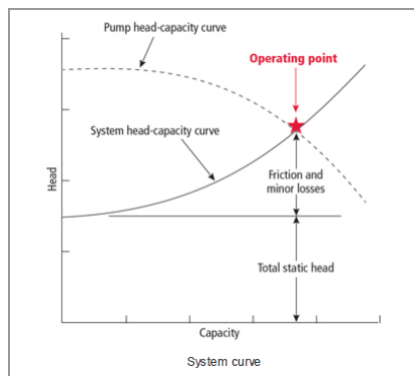
<https://www.michael-smith-engineers.co.uk/resources/useful-info/centrifugal-pumps>

CCB-Oct-2022

57

57

## Curva sistema hidráulico



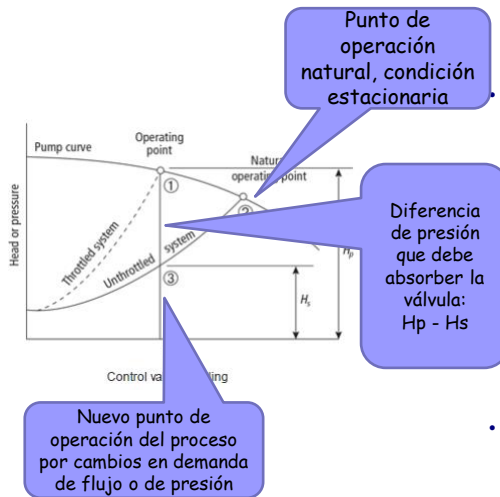
- "Head" suma de la presión estática mas presión dinámica que la bomba debe alcanzar.
- Cabeza Estática: función de la diferencia de altura entre la succión y la descarga (o la contrapresión que debe superar la bomba)
- Cabeza dinámica debida a las perdidas por fricción en el sistema de tuberías, acoples, reducciones etc.
- El punto de operación del Sistema es la intercepción entre la curva del Sistema y la curva d ela bomba.

CCB-Oct-2022

58

58

## Control de flujo con valvula de control



Cuando hay cambios en el flujo o en las condiciones de presión del proceso aguas abajo de la bomba, es necesario ajustar las diferencias en flujo y presión.

Para bomba centrífuga de velocidad constante se emplea válvula de control.

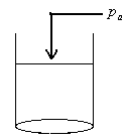
- Disipación de potencia en la válvula

CCB-Oct-2022

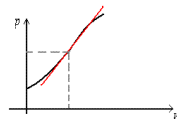
59

59

## Capacidad hidráulica<sup>6</sup>



$$p = \rho g h + p_a$$



$$V = \int_0^h A(h') dh'$$

- El recíproco de la pendiente de la gráfica *presión vs Volumen* se denomina capacidad hidráulica  $C(h)$  y depende del punto de operación.
- Se asume densidad del fluido constante

CCB-Oct-2022

60

60

## Capacidad hidráulica

- La capacidad hidráulica NO es el volumen del tanque, es la capacidad de almacenar energía potencial.

$$C(h) = \frac{1}{dp/dV} = \frac{dV}{dp} = \left(\frac{dV}{dh}\right)\left(\frac{dh}{dp}\right)$$

$$\frac{dV}{dh} = \frac{d \int_0^h A(h') dh'}{dh} = A(h)$$

$$\frac{dp}{dh} = \rho g$$

$$C(h) = \frac{A(h)}{\rho g}$$

CCB-Oct-2022

61

61

## Capacidad hidráulica

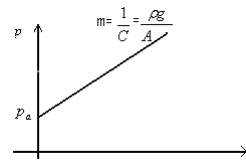
Si el área de la sección transversal es constante independiente de  $h$

$$\frac{dV}{dh} = A$$

y la capacidad hidráulica es constante

$$C = \frac{A}{\rho g}$$

$$p = \rho g \left(\frac{V}{A}\right) + p_a = \frac{1}{C} V + p_a$$



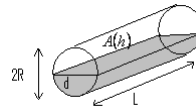
El volumen de producto almacenado en el tanque para todo instante se evaluará cuando se plantee la ley de conservación de masa.

CCB-Oct-2022

62

62

## Ejemplo 9<sup>6</sup>



- Tanque cilíndrico
- Horizontal:



$$C(h) = \frac{A(h)}{\rho g} \quad C(h) = \frac{\pi R^2}{\rho g}$$



$$d = 2\sqrt{R^2 - (h - R)^2}$$

$$A(h) = 2\sqrt{R^2 - (h - R)^2}L$$

$$\Rightarrow C(h) = \frac{2L}{\rho g} \sqrt{R^2 - (h - R)^2}$$

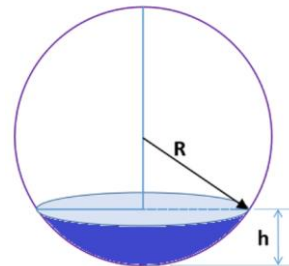
CCB-Oct-2022

63

63

## Ejemplo 10. Tanque esférico<sup>10</sup>

- Evaluar el volumen de un tanque esférico en función de la altura de producto.
- Evaluar la capacidad hidráulica



CCB-Oct-2022

64

64



## Tanques cilíndricos horizontales con casquetes esféricos<sup>12</sup>

Cuánto producto hay en un tanque de almacenamiento.

Cuánto producto ha sido adicionado a un tanque. (recibido o transferido)

Cuánto producto ha sido removido de un tanque. (vendido, transferido, o por pérdidas debidas a fugas de material).

Cuál es la capacidad restante del tanque.

Está cambiando la cantidad de producto inesperadamente con el tiempo.

Qué tan cerca está de derramarse el tanque. (o por arriba de niveles críticos).

Qué tan cerca está de vaciarse el tanque. (o por debajo de niveles críticos).



Tipo «salchicha».

CCB-Oct-2022

65

65

## Clase 3

### Contenido

- Definir la Ley de Conservación de masa.
- Desarrollar modelos de sistemas hidráulicos lineales y no lineales.

- **Temas para repasar:**
- Presión - Flujo
- Numero de Reynolds.

CCB-Oct-2022

66

66

## Conservación de masa

- Balance total de material:
- $\{Tasa\ de\ acumulación\ de\ masa\} = \{tasa\ de\ masa\ entrante\} - \{tasa\ de\ masa\ saliente\}$

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}$$

No contempla caso de reacciones químicas.

CCB-Oct-2022

67

67

## Conservación de masa<sup>10</sup>

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Flujo de masa} \\ \text{entrante} \\ \text{al sistema} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Flujo de masa} \\ \text{saliente} \\ \text{del sistema} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{Tasa de} \\ \text{acumulación de masa} \\ \text{en el sistema} \end{array} \right]$$

$$\frac{dm(t)}{dt} = \dot{m}_{in}(t) - \dot{m}_{out}(t)$$

$$\frac{d}{dt} \rho V(t) = \rho_{in} f_{in}(t) - \rho_{out} f_{out}(t)$$

- Si la densidad no cambia en el tanque

$$\frac{d}{dt} V(t) = f_{in}(t) - f_{out}(t)$$

$$V(t) = V(0) + \int_0^t [f_{in}(t') - f_{out}(t')] dt'$$

CCB-Oct-2022

68

68

## Ecuación dinámica de nivel

- Para un tanque de sección variable el volumen estará dado por:

$$V = \int_0^h A(h') dh'$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = \left( \frac{dV}{dh} \right) \left( \frac{dh}{dt} \right); \quad \frac{dV}{dh} = A(h)$$

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A(h)} [f_{in}(t) - f_{out}(t)]$$

- Cuando el área es variable con  $h$  el sistema es no lineal.

- Como el cambio en la altura esta asociado a un cambio en la presión:

$$\frac{dp}{dt} = \rho g \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\rho g}{A(h)} [f_{in}(t) - f_{out}(t)] = \frac{1}{C(h)} [f_{in}(t) - f_{out}(t)]$$

- variable de estado se puede seleccionar  $h$ ,  $p$  o  $V$

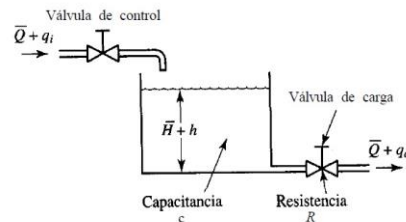
CCB-Oct-2022

69

69

## Ejemplo 10. Tanque sencillo<sup>6,11</sup>

En un tanque de sección transversal constante entra líquido a una tasa  $f_{in}(t)$  y sale a través de una válvula descrita por la relación no lineal dada. El área de la sección transversal del tanque es  $A$  y la densidad del líquido es  $\rho$ . Plantear la ecuación para el nivel de producto en el tanque, linealizar y obtener la función de transferencia



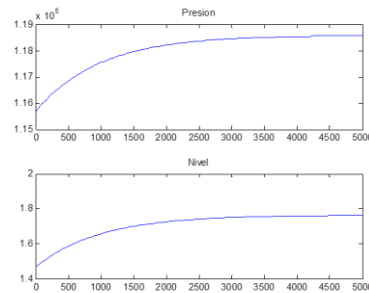
CCB-Oct-2022

70

70

## Ejemplo 10. Tanque sencillo

- $A = 2\text{m}^2$
- Agua,
- $C_v = 5 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3/\text{s}}{\sqrt{\text{Pa}}}$
- $\overline{f_{in}} = 6 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
- $p_a = 1,013 \times 10^3 \text{ Pa}$
- Cambio de flujo entrante: 10%



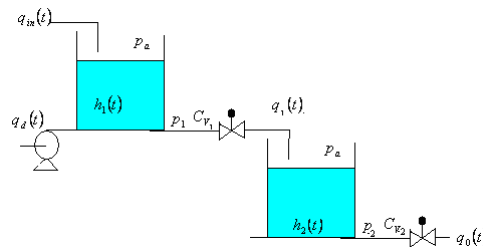
CCB-Oct-2022

71

71

## Ejemplo 11: No interactuante<sup>6,11</sup>

- Plantear la función de transferencia para el nivel en el segundo tanque en función del flujo entrante  $Q_{in}(s)$  y del disturbio  $Q_d(s)$  presente en el primer tanque.



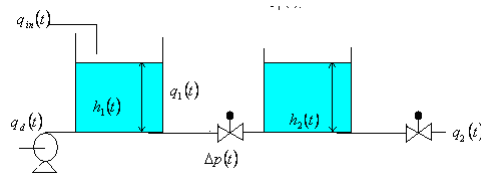
CCB-Oct-2022

72

72

## Ejemplo 12: Interactuante<sup>6,11</sup>

- Para los dos tanques interactuantes obtener el diagrama de bloques y la función de transferencia linealizada.



CCB-Oct-2022

73

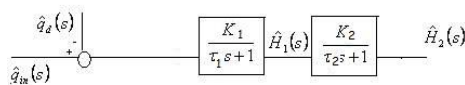
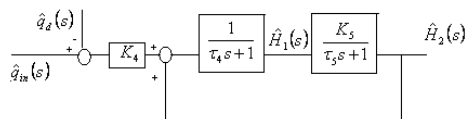
73

## Comparación

No interactuante

$$H_2(s) = \frac{K_2 K_1}{\tau_2 s + 1} \left[ \frac{1}{\tau_1 s + 1} \hat{q}_{in}(s) - \frac{1}{\tau_1 s + 1} \hat{q}_d(s) \right]$$

Interactuante



$$\hat{H}_2(s) = \frac{\frac{K_4 K_5}{1 - K_5}}{\frac{\tau_4 \tau_5}{1 - K_5} s^2 + \frac{\tau_4 + \tau_5}{1 - K_5} s + 1} [\hat{q}_{in}(s) - \hat{q}_d(s)]$$

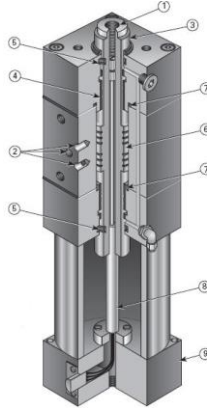
CCB-Oct-2022

74

74

## Introducción: sistemas hidráulicos en control<sup>13</sup>

- Hydraulic cylinders: can generate extremely high forces at an affordable cost.
- Rugged, relatively simple to deploy, and provide a low cost per unit of force.
- Great for on/off or end-to-end position applications.



- Repeatability of position, speed, and force are subject to worn seals, leaks, pressure drops and spikes from the pump.
- Stringent maintenance to ensure desired performance

<https://www.youtube.com/watch?v=zaLsPdor65s>

CCB-Oct-2022

75

75

## Referencias

1. APV Fluid Handling. Hydraulics Basic Concepts.
2. *Southern Clay Products . A Brief Discussion of Rheological Profiles.* ChemBrief VOL.4 • ISSUE 3 November 2004
3. Emerson Automation Solutions. **The Engineer's Guide to DP Flow Measurement** 2020 EDITION
4. © 2009 Haukur Herbertsson. Sin royalties: esta imagen está disponible para uso no comercial. # Creative: 149270744.
5. Topic 9: Fluids and Swimming Low Reynold's Number . (Life at Low Reynold's Number, Berg and Purcell ). Available: [http://www.sfu.ca/~eemberly/phys347/lectures/9\\_Fluids\\_Low\\_Reynolds.pdf](http://www.sfu.ca/~eemberly/phys347/lectures/9_Fluids_Low_Reynolds.pdf).
6. CLOSE Charles, FREDERICK Dean and NEWELL Jonathan. *Modelling and Analysis of Dynamic Systems*. 3<sup>rd</sup> Edition. New York: John Wiley & Sons. 2002.

CCB-Oct-2022

76

76

## Referencias

7. Francis L. Belloni. TEACHING THE PRINCIPLES OF HEMODYNAMICS. VOLUME 22 : NUMBER 1 - ADVANCES IN PHYSIOLOGY EDUCATION - DECEMBER 1999
8. Pedrollo. Centrifugal pumps. Available at:  
[https://www.pedrollo.com/public/allegati/CP%200.25-2.2%20kW\\_EN\\_60Hz.pdf](https://www.pedrollo.com/public/allegati/CP%200.25-2.2%20kW_EN_60Hz.pdf)
9. <https://www.starpumpalliance.com/pumps>
10. ISA. Standard 51.1-1979 (R1993). Process Instrumentation Terminology. ISA Research Triangle Park NC. Reaffirmed May 26 - 1995
11. Smith C. and Corripio A. Principles and Practice of Automatic Process Control. 2<sup>nd</sup> Edition. New York. John Wiley & Sons. 1997

CCB-Oct-2022

77

77

## Referencias

12. J. C. Ravelo Hernández; E. Morgado López; Dra. I. I. Siller Alcalá; J. M. Jaimes Ponce, y R. Alcántara Ramírez. Método para la obtención del volumen en tanques horizontales con casquetes esféricos parcialmente llenos. SOMI XVIII Congreso de Instrumentación Metrología ISA184.
13. J. F. Sarnicola, PhD, P.E. Advantages of hydraulics for motion bases. Dec 11, 2012 . Available at:  
<http://www.hydraulicspneumatics.com/hydraulic-pumps-amp-motors/advantages-hydraulics-motion-bases>

CCB-Oct-2022

78

78