

Sistemas Dinámicos

Capítulo 4^a

Modelos de sistemas electro-mecánicos con acople magnético

Ing. Carlos E. Cotrino B. M Sc.

1

Modelos de sistemas físicos

1. Preparar y ejecutar el plan de acción para formular y resolver un modelo. (CDIO 2.1.1.4)
2. Obtener modelos conceptuales y cualitativos de diversos sistemas físicos. (CDIO 2.1.2.2)
3. Establecer las conexiones entre los fenómenos físicos y el modelo. (CDIO 2.1.2.3)
4. Usar modelos cuantitativos y soluciones. (CDIO 2.1.2.4)

Modelos de sistemas físicos

5. Generalizar suposiciones para simplificar ambientes y sistemas complejos (CDIO 2.1.2.1)
6. Discutir una aproximación desde varias disciplinas para asegurar que el sistema se entienda desde todas las perspectivas relevantes. (CDIO 2.3.1.2)
7. Establecer prioridades dentro de las metas generales (CDIO 2.1.1.3).
8. Identificar sistemas propios y sistemas con interacción entre áreas (CDIO 2.3.2.4)

CCB-Mar-2023

3

3

Clase 5

Contenido	Temas para repasar
<ol style="list-style-type: none">1. Modelar elementos de acople por campo magnético.2. Analizar aplicación de solenoide	<ul style="list-style-type: none">• Ley de Ampere• Ley de Faraday• Ley de Lorentz

CCB-Mar-2023

4

4

Acople por campo magnético

- **Ley de Ampere:** un conductor que porta corriente produce un campo magnético a su alrededor.
- **Ley de Faraday:** un campo magnético variable en el tiempo induce un voltaje en un conductor que pasa a través de él.
- **Ley de Lorentz:** un conductor que porta corriente en presencia de un campo magnético experimentará una fuerza sobre él.
- Un conductor eléctrico que se mueve dentro de un campo magnético tendrá un voltaje inducido sobre él: este es el principio generador.

CCB-Mar-2023

5

5

Permeabilidad

- Propiedad de un material que permite o no el paso de líneas de fuerza magnéticas a través de él.
- Es la capacidad de magnetización.
- Unidad SI de permeabilidad magnética henrios por metro (H/m) o newton sobre amperio cuadrado. ($N \cdot A^{-2}$)
- μ_0 representa la permeabilidad del espacio libre.
- 1.257×10^{-6} H/m)
- $\mu_r = \mu / \mu_0$
- Diamagnético: $\mu_r < 1$
Paramagnético: rango medio
- Ferromagnético: *rango alto*

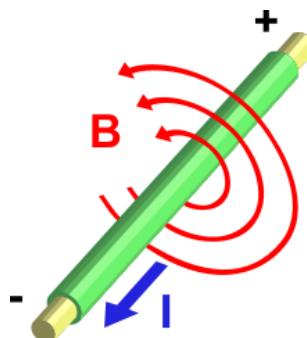
CCB-Mar-2023

6

6

Ley de Ampere^{9,10}

El campo magnético en el espacio alrededor de un conductor es proporcional a la corriente eléctrica que lo produce.



CCB-Mar-2023

7

7

Ley de Ampere^{9,10}

Ley de Ampere: para cualquier trayectoria cerrada la suma de los elementos finitos de longitud multiplicados por la densidad de campo magnético en la dirección del elemento de longitud es igual a la permitividad μ multiplicada por la intensidad de la corriente encerrada por la trayectoria cerrada

Diagrama de un elemento de longitud Δl con corriente I que fluye hacia arriba. El campo magnético B se representa por líneas de campo en espiral roja que rodean el elemento. El elemento está etiquetado con '+' en la parte superior y '-' en la parte inferior.

$$\sum B_{\parallel} \Delta l = \mu_0 I$$

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_s \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

El flujo magnético total a través de una superficie es:

$$\Phi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

CCB-Mar-2023

8

8

Ley de Ampere^{9,10}



B: densidad de campo:

$$T(\text{Tesla}) = \frac{N-s}{C-m} = \frac{N}{Am}$$

1 T = 10000 Gauss

H: intensidad de campo

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{I}{2\pi r} \frac{A-vuelta}{m}$$

- La densidad de campo B a una distancia r de un alambre que porta una corriente I es:

$$\oint B dl = \mu_0 I$$

$$B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Para N vueltas:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

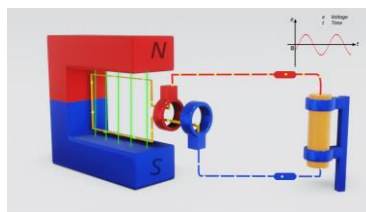
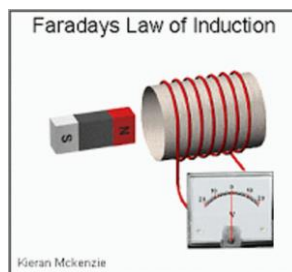
CCB-Mar-2023

9

9

Ley de Faraday^{9,10}

- No importa como se genera el cambio:
- Cambiar B(t) produce una f.e.m inducida
- Cambiar el área (Acercar o alejar un conductor) produce una f.e.m por movimiento.
- Lo importante es la variación



CCB-Mar-2023

10

10

Ley de Faraday^{9,10}

- Ley de Faraday: la Fuerza Electro Motriz (fem) inducida en un circuito es directamente proporcional a la tasa de cambio del flujo magnético a través del circuito.
- Para una vuelta $N = 1$.

$$\varepsilon_{fem} = \oint_l \vec{E}(t) \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon_{fem} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B}(t) \cdot d\vec{s}$$

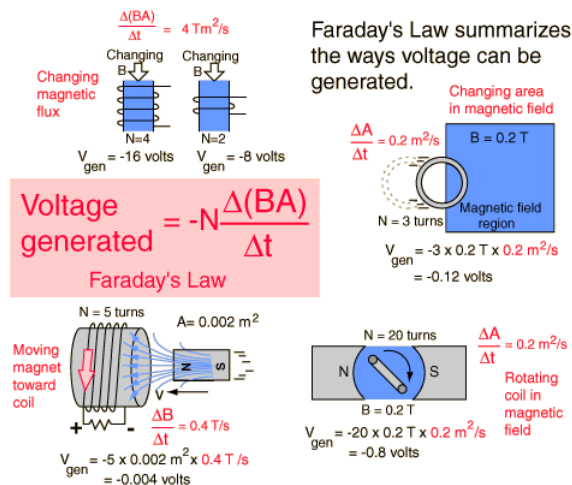
$$\varepsilon_{fem} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

CCB-Mar-2023

11

11

Ley de Faraday^{9,10}



CCB-Mar-2023

12

12

Ley de Lenz^{9,10}

- Ley de Lenz: la polaridad de la fem inducida es tal que produce una corriente cuyo campo magnético se **OPONE** al cambio que la produjo.

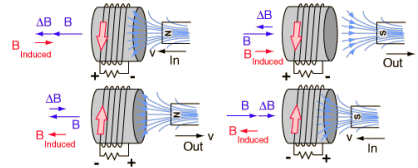
$$\varepsilon_{fem} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

N

= número de vueltas de la bobina

Φ = flujo magnético (T-m²)

B = densidad de campo (Tesla)



CCB-Mar-2023

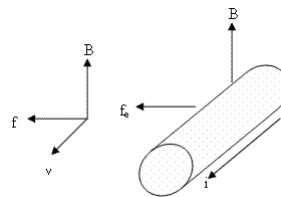
13

13

Ley de Lorentz^{9,10}

- Ley de Lorentz: una partícula con carga eléctrica q que se mueve con una velocidad v en un campo magnético de densidad B experimenta una fuerza sobre ella :

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$



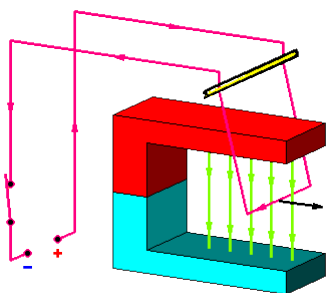
Para una carga positiva cuando el dedo pulgar apunta en la dirección de \mathbf{v} y el índice en la dirección de \mathbf{B} ; la fuerza \mathbf{F} apunta en la dirección normal a la palma de la mano.

CCB-Mar-2023

14

14

Ley de Lorentz^{9,10}



Richard LS Tai

https://www.youtube.com/watch?v=nRDVm5rn_2A

- Para una gran cantidad de carga eléctrica en movimiento la ecuación de Lorentz se expresa en términos de la densidad de carga ρ (C/m^3) y la fuerza se expresa en términos de densidad de fuerza \mathbf{f}_V (N/m^3)

$$\mathbf{F}_V = \rho \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

CCB-Mar-2023

15

15

Ley de Lorentz

- La densidad de corriente:
$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$
- La fuerza que actúa sobre un conductor en un campo magnético:

$$\vec{F}_V = \vec{J} \times \vec{B}$$

- Para un conductor de longitud l metros y que conduce una corriente de i amperios la fuerza inducida es:

$$\vec{F} = i(\vec{l} \times \vec{B})$$

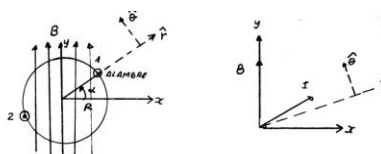
CCB-Mar-2023

16

16

Ejemplo 15¹⁰

Un rotor no magnético con una sola espira se coloca en un campo magnético B de 0,02 T. El radio del rotor es $R = 0,05\text{m}$ y la longitud es de 0,3m. La corriente es de 10 A, dirección hacia el papel en el punto 1, encontrar el torque en la dirección θ .



CCB-Mar-2023

17

17

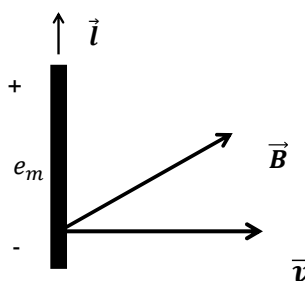
Generador

- En un conductor que se mueve en un campo magnético se inducirá un voltaje:

$$e_m = vBl$$

- El voltaje total inducido se obtiene integrando a lo largo del conductor:

$$de_x = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

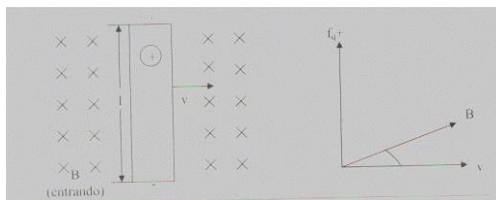


CCB-Mar-2023

18

18

Generador^{9,10}



- La fuerza sobre una carga q positiva esta dada por

$$f_q = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

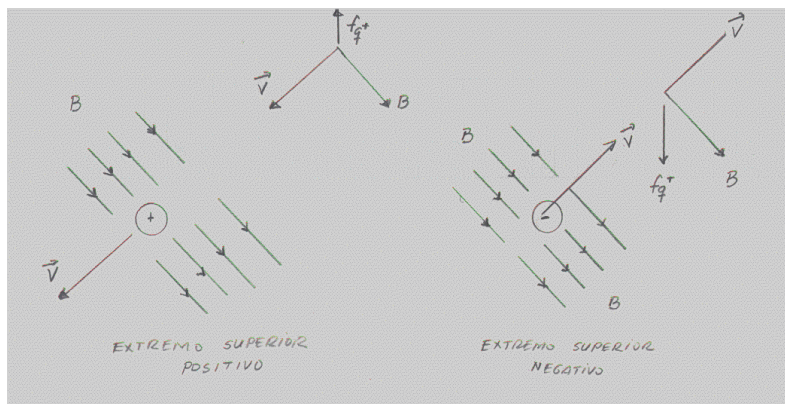
y es hacia arriba (hacia abajo sobre un electrón). Por tanto la parte superior del conductor tendrá un potencial positivo respecto del extremo inferior

CCB-Mar-2023

19

19

Generador

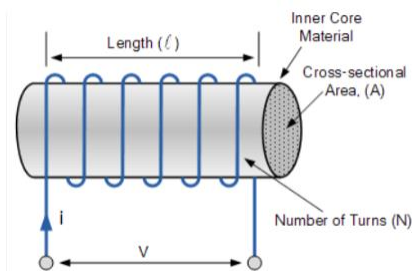


CCB-Mar-2023

20

20

Inductancia



- $L = \frac{N^2 \mu A}{l}$
- L: inductancia H
- N: # de vueltas
- μ permeabilidad del núcleo ($=\mu_0 \mu_r$)
- A: área sección transversal (m^2)
- l: longitud promedio de la bobina (m)
- (l NO es la longitud del cable)

CCB-Mar-2023

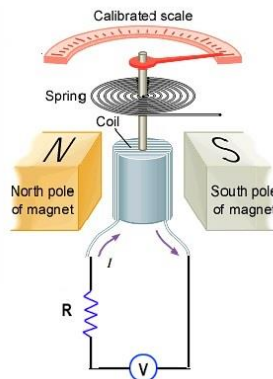
21

21

Ejemplo 16¹¹ Galvanómetro

El Galvanómetro es un dispositivo que produce una deflexión angular en función de la corriente que circula a través de un circuito R-L. Sobre un cilindro se monta por medio de rodamientos una bobina, conectada a un circuito externo. El cilindro puede rotar y lleva acoplado en su extremo un puntero que puede girar junto con la bobina; su movimiento está restringido por un resorte.

Plantear el modelo de estado.



<https://www.youtube.com/watch?v=LdAb3hUDTRY>

CCB-Mar-2023

22

22

Ejemplo 17^{12,13}

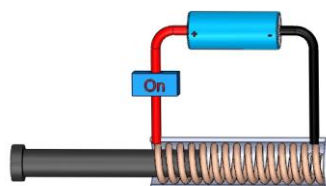
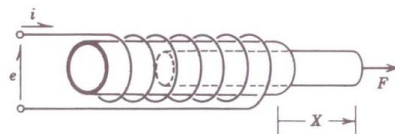
Un solenoide consiste de una bobina de alambre dentro de la cual un pistón de hierro se puede deslizar suavemente. Cuando la corriente fluye el pistón es atraído hacia la bobina.

Desde el puerto eléctrico la bobina presenta un comportamiento inductivo, modificado por la posición X del pistón.

Desde el puerto mecánico la fuerza F dependerá de la posición X del pistón.

Encontrar la ecuación para la fuerza F desarrollada por el solenoide

<https://www.youtube.com/watch?v=hsoggQOoG4s>



CCB-Mar-2023

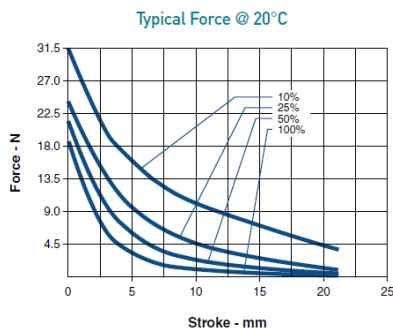
23

23

Solenoid²³

Performance

Maximum Duty Cycle	100%	50%	25%	10%
Maximum ON Time (sec) when pulsed continuously	∞	50	16	6
Maximum ON Time (sec) for single pulse	∞	450	172	53
Watts (@ 20°C)	8.5	17	34	85
Ampere Turns (@ 20°C)	1317	1866	2634	4170
Coil Data				
Part Number	Resistance (@20°C)	Ref # Turns	VDC (Nom)	VDC (Nom)
B11M-255-M-36	4.12	916	6	8.5
B11M-254-M-36	17.26	1783	12	17
B11M-253-M-36	65.76	3601	24	34
B11M-252-M-36	253.51	6930	48	68
B11M-251-M-36	1538	16548	120	161



CCB-Mar-2023

24

24

Referencias

1. CLOSE Charles, FREDERICK Dean and NEWELL Jonathan. *Modeling and Analysis of Dynamic Systems*. 3rd Edition. John Wiley & Sons. 2002.
2. HOLMAN J.P. *Experimental Methods for Engineers*. 7th Edition. Boston: McGraw Hill. 2001
3. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu>
4. FITZGERALD A.E, KINGSLEY C., and UMANS S. *Electric Machinery*. 6ta Edition. Boston: McGraw Hill. 2003.
5. Johnson Electric. Ledex Solenoids. Technical data. <http://www.johnsonelectric.com/en/resources-for-engineers/solenoids/>
6. Karnopp D.C. et al. *Systems Dynamics*. 4th Edition. Hoboken, NJ,. John Wiley & Sons. 2006.