

CAPÍTULO 4 MODELO DE SISTEMAS CON ACOPLE ELECTRO ↔ MECANICO

OBJETIVOS

1. Preparar y ejecutar el plan de acción para formular y resolver un modelo. (CDIO 2.1.1.4)
2. Obtener modelos conceptuales y cualitativos de diversos sistemas físicos. (CDIO 2.1.2.2)
3. Establecer las conexiones entre los fenómenos físicos y el modelo. (CDIO 2.1.2.3)
4. Usar modelos cuantitativos y soluciones. (CDIO 2.1.2.4)
5. Generalizar suposiciones para simplificar ambientes y sistemas complejos (CDIO 2.1.2.1)
6. Discutir una aproximación desde varias disciplinas para asegurar que el sistema se entienda desde todas las perspectivas relevantes. (CDIO 2.3.1.2)
7. Establecer prioridades dentro de las metas generales (CDIO 2.1.1.3)
8. Identificar sistemas propios y sistemas con interacción entre áreas (CDIO 2.3.2.4)

En los sistemas electromecánicos se transforma energía eléctrica en mecánica, como en los motores AC y DC, parlante, solenoide, etc., o mecánica en eléctrica, como en los generadores, celdas de carga, sensores piezoelectrinos, sensores térmicos etc.

Los sistemas electromecánicos tienen una gran aplicación en la industria, los laboratorios y en investigación, y se pueden clasificar en tres grandes grupos:

- Elementos de medición o transducción normalmente operados en el rango lineal y con bajas señales, como por ejemplo micrófonos, celdas de carga, sensores piezoelectrinos etc.
- Elementos para actuación y producción de fuerza como solenoides, electroimanes y relevadores y, los de mayor potencia y de operación continua como los motores.
- Equipos generadores de energía eléctrica a partir de diferentes fuentes.

El tema esta dividido en dos partes:

- I. Acople resistivo, Acople capacitivo, generadores termoeléctrico y piezoelectrinos
- II. Acople magnético y motores

Clase 1:

- Conversión electromecánica.
- Acople resistivo
- Resistencia dependiente de la temperatura (RTD)
- Termistor

Clase 2:

- Fuerzas y deformación (Stress & Strain)
- Celdas de deformación (Strain Gauge)
- Piezoresistencias

Clase 3:

- Variación de capacidad eléctrica
- Generadores Termo – Eléctricos: termopar

Clase 4:

- Cristales Piezoeléctricos – Definiciones
- Aplicaciones como generador
- Medidor de distancia

Clase 5:

- Piezoeléctricos: Aplicaciones como motor
- Análisis bomba insulina

Experimento 3

Medición de Temperatura empleando Termistores.

Experimento 4

Recuperación de energía empleando piezoeléctricos

Los elementos se estudiarán de acuerdo con la variable o parámetro eléctrico implicado en el acople: resistencia, campo eléctrico o campo magnético. El procedimiento de análisis es igual para todos los casos:

- Estudiar el proceso de conversión de energía implicado.
- Plantear un modelo que describa las características fundamentales y que se pueda emplear en el diseño de equipos y soluciones.
- Comprender las características de los elementos físicos reales que realizan las conversiones

La energía de entrada, de cualquier naturaleza, se va a transformar en una energía de salida, de otro tipo. En los sistemas reales hay pérdida de energía en el proceso.

La conservación de la energía establece que:

$$\text{Energía de entrada} = \text{Energía de salida} + \text{Energía disipada}$$

La eficiencia se define como:

$$\eta = \frac{\text{Energía útil de salida}}{\text{Energía total de entrada}}$$

1

Para obtener una aproximación al modelo real la disipación de energía se modela por aparte.

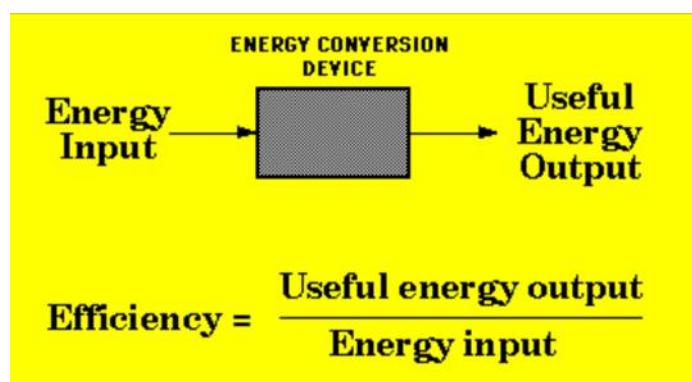


Figura 1

En los sistemas de conversión electro – mecánica se pueden tener elementos sensores, elementos actuadores y generadores.

Actuadores

En los elementos actuadores la señal eléctrica aplicada al puerto de entrada produce movimiento de traslación o de rotación, acción motora. Como ejemplo el solenoide y el motor eléctrico.



Figura 2

La ley de conservación de energía establece que la energía no se crea ni se destruye: cambia de forma.

Para sistemas electromecánicos donde el mecanismo de almacenamiento de energía es el campo magnético o eléctrico, la ley de conservación se puede establecer como:

$\begin{bmatrix} \text{Energía} \\ \text{Eléctrica} \\ \text{de Entrada} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Energía} \\ \text{Mecánica} \\ \text{de Salida} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Aumento} \\ \text{en la Energía} \\ \text{Almacenada} \\ \text{en el campo} \\ \text{Magnético o eléctrico} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Energía} \\ \text{Convertida} \\ \text{en Calor} \end{bmatrix}$	2
--	---

La energía convertida en calor se debe a la corriente que circula por los arrollamientos de resistencia no nula y por la fricción de los elementos mecánicos.

Estos elementos de perdida se pueden modelar por resistencias eléctricas y fricciones concentradas y conectadas externamente a un elemento ideal sin perdidas. Claramente este es un procedimiento para facilitar el análisis, pero no realizable físicamente.

Para el caso sin perdidas.

$$P_{ELECTRICA} = P_{MECANICA}$$

Cuando existen perdidas la ecuación se plantea como:

$$P_{IN} = P_{OUT} + P_{PERDIDA}$$

$\eta = \frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{P_{OUT}}{P_{OUT} + P_{PERDIDA}}$	3
---	---

Ejemplo 1. Un motor maneja un polipasto que eleva a un ascensor de 907.2 kg (1 ton US) a una altura de 36.6m (120 ft) en 10 segundos. La eficiencia del motor es de 80%, la del polipasto es de 50%. ¿Cuál es la potencia entregada al elevador, al polipasto y al motor?

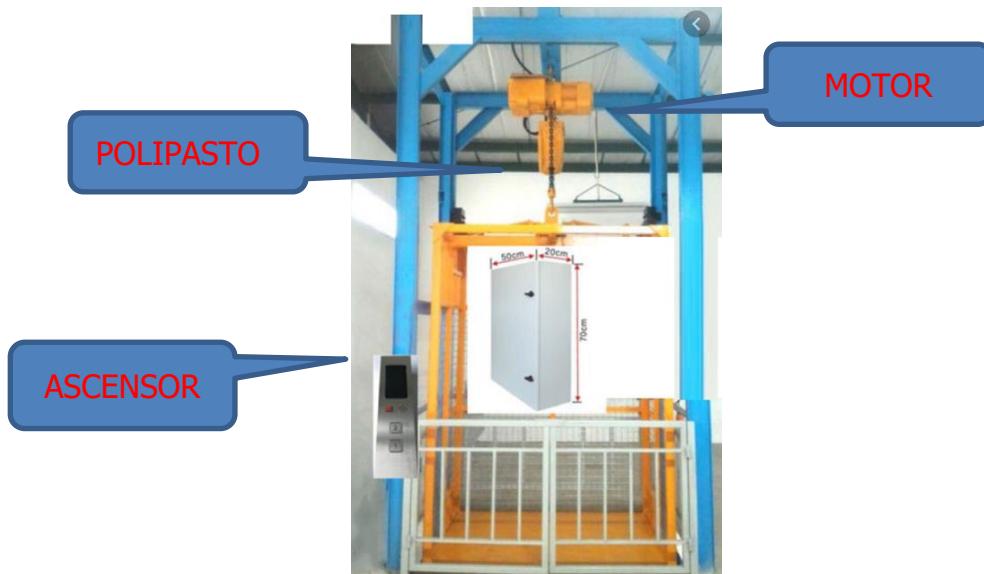


Figura 3

Energía potencial ganada por el ascensor:

$$E_{pa} = mgh = 907,2 \text{ kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2 \times 36,6 \text{ m} = 325,4 \text{ kJ}$$

$$P_{asc} = \frac{325,4 \text{ kJ}}{10 \text{ s}} = 32,54 \text{ kW}$$

Energía entregada al polipasto:

$$E_{ep} = \frac{325,4 \text{ kJ}}{0,5} = 650,8 \text{ kJ}$$

$$P_p = \frac{650,8 \text{ kJ}}{10 \text{ s}} = 65,1 \text{ kW}$$

Energía entregada al motor:

$$E_m = \frac{650,8 \text{ kJ}}{0,8} = 813,5 \text{ kJ}$$

$$P_m = \frac{813,5 \text{ kJ}}{10 \text{ s}} = 81,4 \text{ kW}$$

Generadores Eléctricos

Definición electromecánica: dispositivo electromecánico que convierte energía mecánica en energía eléctrica.

Una visión más general:¹

Generador eléctrico es un dispositivo que convierte una forma de energía de entrada en energía eléctrica.

Las energías de entrada pueden ser mecánica, térmica, solar, química, eólica, hidráulica, termoeléctrica etc.

Elementos sensores

Un sensor eléctrico (también conocido como sensor electrónico) es un dispositivo que detecta un parámetro físico desconocido (por ejemplo, velocidad, calor, radiación etc.) o químico (por ejemplo, pH, O₂ etc.) y lo convierte en una variable eléctrica que puede ser medida y transmitida a un sistema eléctrico o electrónico.

Estos dispositivos también se conocen como transductores, que se definen como:

"Dispositivo que recibe una cantidad física, posiblemente la modifica y produce una señal de salida"² Por lo genérico del término, ISA no recomienda su uso.

¹ <https://www.eia.gov/energyexplained/electricity/how-electricity-is-generated.php>

² ISA. Standard 51.1-1979 (R1993). Process Instrumentation Terminology. ISA Research Triangle Park NC. Reaffirmed May 26 – 1995.

ISA define sensor como:

"3.1.56 sensor: a separate or integral part or function of a loop or an instrument that first senses the value of a process variable, that assumes a corresponding predetermined and intelligible state, and/or generates an output signal indicative of or proportional to the process variable; see also detector and primary element."

Existen diferentes formas de clasificar los elementos sensores:

- Por requerimientos de energía: pasivos – activos;
- Por el tipo de señal producida: analógicos – discretos;
- Por el principio de medición: deflexión – balance de fuerza
- Por la variable o parámetro eléctrico que varía.

Acople resistivo

En este esquema una variable mecánica modifica la resistencia eléctrica de un potenciómetro, de un sensor piezo-resistivo o de un material semiconductor, en forma continua o discreta y, los elementos resultantes se pueden emplear como sensores y detectores de variables como posición lineal, angular, deformación, peso, presión, etc.

Potenciómetros³

En un potenciómetro un elemento conductor se desliza sobre un elemento resistivo fijo en función de la posición lineal o angular de un eje mecánico.

La resistencia es función de ρ , resistividad del material, A, área de la sección transversal y $\delta(t)$ desplazamiento del contacto.

$$R = \left[\frac{\rho}{A} \right] \delta(t)$$

4

Para medir desplazamiento el potenciómetro se conecta en un divisor de tensión.

³ Bourns. Application Note TO612 - 2006

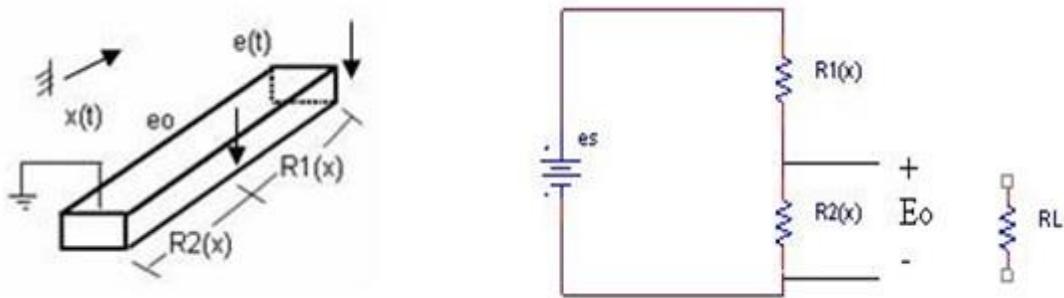


Figura 4

Asumiendo una resistencia de carga mucho mayor que R_2

$$E_0 = \frac{R_2(x)}{R_1(x) + R_2(x)} E_s$$

Pero:

$$R_1(x) + R_2(x) = R(t) = X_{MAX}$$

y $R_2(x)$ depende de x , la longitud desde el punto de referencia, entonces:

$$E_0 = \left(\frac{1}{Rt} \right) x(t) E_s$$

$E_0 = \left(\frac{1}{X_{MAX}} \right) x(t) E_s$	5
---	---

E_0 es variable entre 0 y 100%

La relación variable eléctrica de salida vs. Variable mecánica de entrada se representa idealmente por una línea recta:

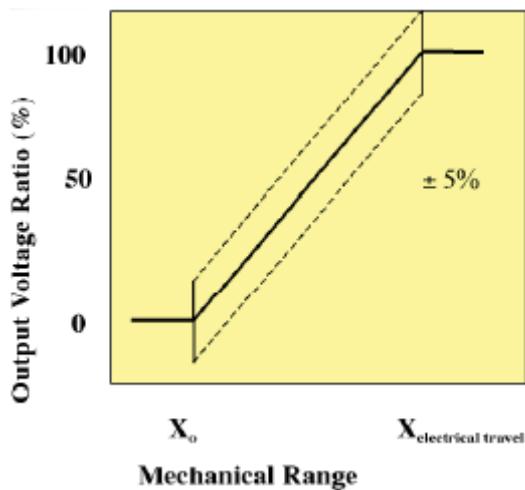


Figura 5

X_0 : posición inicial del recorrido eléctrico.
 X_1 : posición inicial del eje
 X_2 : posición mecánica siguiente.

Dos criterios se deben tener en cuenta:

1. La linealidad de la relación entre el voltaje y el desplazamiento mecánico, definida como la máxima desviación permitida de la curva real respecto a la curva real.
2. La resistencia de entrada del circuito electrónico de medida debe ser mucho mayor que R_2 , para que no se afecte la relación.

Para el potenciómetro rotatorio:

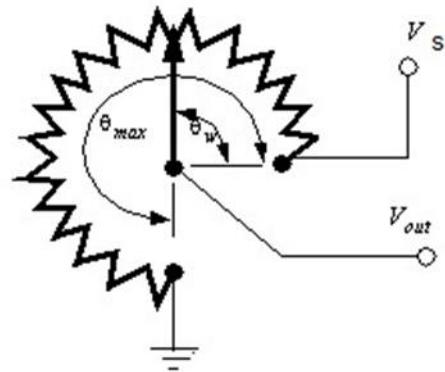


Figura 6

$$R_2(\theta) = \left(\frac{R_T}{\theta_{MAX}} \right) \theta(t)$$

$$Rt = R_1(\theta) + R_2(\theta) = R_{MAX}(\theta) = \theta_{MAX}.$$

Cuando $R_L \gg$

$$E_O = \left(\frac{R_2(\theta)}{R_1(\theta) + R_2(\theta)} \right) E_s$$

$E_O = \left(\frac{E_s}{\theta_{MAX}} \right) \theta(t) = (K_{POT})\theta(t)$	6
--	---

Si R_L no es lo suficientemente grande la relación E_O/E_s es de la forma:

$\frac{E_O}{E_s} = \left(\frac{1}{\theta_{MAX}} \right) \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{R_T}{R_L} \right) \left[1 - \frac{\theta(t)}{\theta_{MAX}} \right] \left[\frac{\theta(t)}{\theta_{MAX}} \right]} \right) \theta(t)$	7
---	---

Relación no lineal; por lo tanto, es obligatorio asegurar que el circuito de medida no carga al potenciómetro y se aplican los dos criterios dados para los potenciómetros lineales.

Existen potenciómetros⁴ específicamente diseñados para medir posición angular. Algunos son de una vuelta, ángulo eléctrico efectivo aproximadamente 350° y otros de múltiples vueltas, por ejemplo 3600° de ángulo eléctrico efectivo.

Potenciómetro de una vuelta



Figura 7

⁴ Bourns Sensors and Controls potentiometers. 2003, BOURNS, INC

Electrical Characteristics¹

Standard Resistance Range.....	.1 K to 100 K ohms
Total Resistance Tolerance	±10 %
Independent Linearity	±0.25 %
Effective Electrical Angle.....	350 ° ±2 °
End Voltage	0.1 % maximum (0.2 % at 2 K ohms, 0.4 % at 1 K ohms)
Output Smoothness	0.1 %
Dielectric Withstanding Voltage (MIL-STD-202, Method 301)	
Sea Level	1,000 VAC minimum
Power Rating (Voltage Limited By Power Dissipation or 350 VAC, Whichever is Less)	
+70 °C	2 watts
+125 °C.....	0 watt
Insulation Resistance (500 VDC).....	1,000 megohms minimum
Resolution	Essentially infinite

Tabla 1

Potenciómetro de 10 vueltas:



Figura 8

Electrical Characteristics ¹	3500 Wirewound Element	3501 Hybritron [®] Element
Standard Resistance Range.....	.50 to 200 K ohms	.1 K to 200 K ohms
Total Resistance Tolerance.....	±3 %	±10 %
Independent Linearity.....	±0.20 %.....	±0.25 %
Effective Electrical Angle	3600 ° +10 °, -0 °	3600 ° +10 °, -2 °
Absolute Minimum Resistance/Minimum Voltage	1 ohm or 0.1 % maximum (whichever is greater)	0.2 % maximum
Noise100 ohms ENR maximum	Output smoothness 0.1 % max.
Dielectric Withstanding Voltage (MIL-STD-202, Method 301)		
Sea Level	1,500 VAC minimum	1,500 VAC minimum
70,000 Feet400 VAC minimum	.400 VAC minimum
Power Rating (Voltage Limited By Power Dissipation or 325 VAC, Whichever Is Less)		
+70 °C2 watts.....	.2 watts
+125 °C0 watt.....	.0 watt
Insulation Resistance (500 VDC)	1,000 megohms minimum.....	1,000 megohms minimum
Resolution.....	See recommended part nos	Essentially infinite

Tabla 2

Parámetros importantes:

Resolución: mínimo cambio incremental de salida para cambio en la posición del eje. Para potenciómetros de precisión hechos de alambre arrollado es esencialmente infinita.

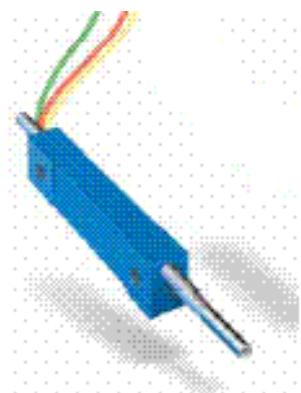
Linealidad Independiente: exactitud de la salida, en términos de cambio de voltaje en una escala lineal en función del ángulo de giro del eje.

Suavidad de salida: ruido producido a la salida del potenciómetro, no existente a la entrada. Se expresa como un porcentaje del voltaje aplicado.

Torque: operar dentro del rango de torque recomendado garantiza la vida útil del potenciómetro. Alto torque ocasiona desgaste y bajo incrementa la sensibilidad a vibraciones, choque y ruido.

Single-turn	0.5 to 3.0 oz-in
Multi-turn	2.0 to 8.0 oz-in (1.0 oz-in = 0.705 N·cm)

También existen modelos para medir desplazamiento lineal, en rangos desde 0.15 hasta 0.5 pulgadas.



Specifications[†]

Standard Electrical Travel0.15, 0.25, 0.35 in. (3.81, 6.35, 8.89 mm)
Standard Resistances1K to 50K ohms ($\pm 20\%$)
Independent Linearity $\pm 5\%$
ResolutionInfinite
Power Rating @ 70 °C (158 °F)0.125 watt
Operating Temperature Range-55 °C to +125 °C
Temperature Coefficient1000 PPM/°C
Insulation Resistance50 megohms @ 500 VDC
BacklashNegligible
Shaft Actuating Force	...2N max. @21 °C
Life500,000 cycles
Shock50 G for 7ms
Vibration20 G, 10-2K Hz

Figura 9

Resistencia dependiente de la temperatura (RTD)

La resistencia de un elemento conductor o semiconductor cambia en función de la temperatura a la cual está expuesto el elemento. Cuando este es un conductor se denomina resistencia dependiente de la temperatura (o RTD) y cuando es un semiconductor se conoce como termistor.

En general la resistencia de un metal varía con la temperatura según la ecuación:

$$R(T) = R_0(1 + a_1 T + a_2 T^2 + \dots)$$

8

Una aproximación lineal toma los dos primeros términos:

$$R(T) = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

9

Es común definir el parámetro α para un cambio de temperatura de 100 °C:

$$\alpha = \frac{R_{100} - R_0}{100R_0} \left(\Omega/\Omega - {}^\circ C \right)$$

10

Para sensor RTD Pt 100, el valor de $\alpha = 0.00385$, según la norma IEC.

Element type	Temperature range	Resistivity (Ω / circular mil foot at 20°C)	Benefits	Base resistance	TCR ($\Omega/\Omega/{}^\circ C$)	Sensitivity (avg. $\Omega/{}^\circ C$, 0 to 100°C)
Platinum	-259 to 1235°C (-434 to 2255°F)	63.8	<ul style="list-style-type: none"> • Greatest range • Best stability • Good linearity 	100 Ω at 0°C	0.003926	0.392
	-259 to 630°C (-434 to 1166°F)			100 Ω at 0°C	0.00391	0.391
	-200 to 850°C (-328 to 1562°F)			100 Ω at 0°C	0.00385	0.385
	-200 to 850°C (-328 to 1562°F)			1000 Ω at 0°C	0.00385	3.85
Copper	-100 to 260°C	10.7	• Best linearity	10 Ω at 25°C	0.00427	0.039
Nickel	-100 to 260°C	41.5	• Low cost • Best sensitivity	120 Ω at 0°C	0.00672	0.806
Nickel-iron	-100 to 204°C	120.0	<ul style="list-style-type: none"> • Low cost • Highest sensitivity 	604 Ω at 0°C	0.00518	3.133
				1000 Ω at 70°F	0.00527	4.788
				2000 Ω at 70°F	0.00527	9.576

Comparison of resistance thermometer element types

Tabla 3⁵

La Tabla 3 resume los parámetros de los metales empleados para la construcción de RTD: Platino, níquel y cobre; así como los rangos de medición disponibles. El comportamiento sobre un rango amplio de temperatura muestra la naturaleza no lineal de la RTD, Figura 8

⁵ MINCO Resistance Thermometry: Principles and Applications of Resistance Thermometers and Thermistors. © Minco 2011.

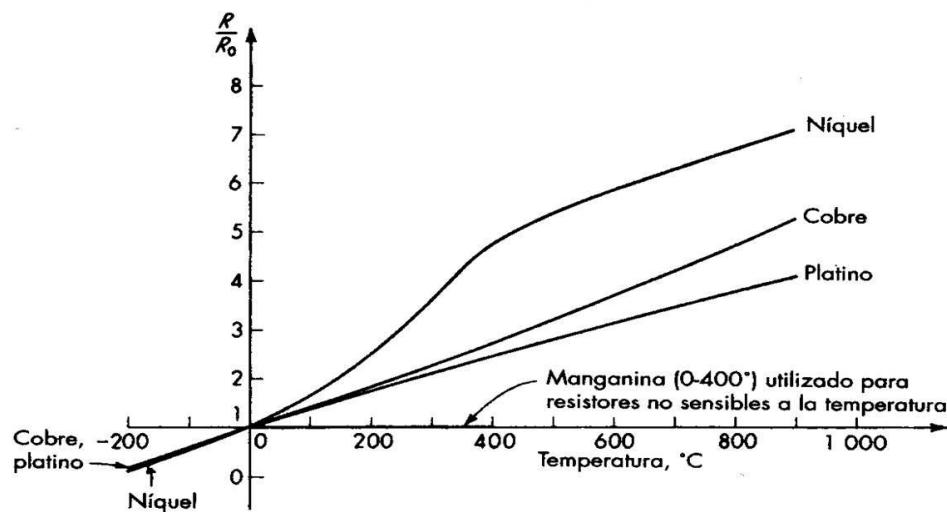


Figura 10⁶

Para determinar la variación de resistencia debida a la temperatura la RTD se conecta a un circuito tipo puente, en configuraciones de dos, tres o cuatro hilos.

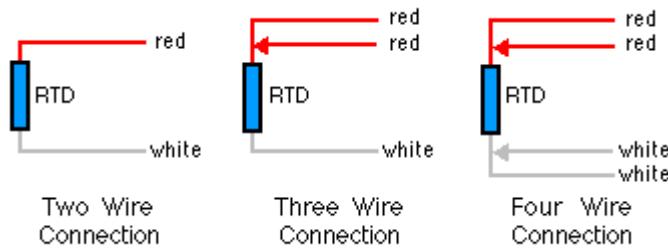


Figura 11

Ejemplo 2. Para convertir la variación de resistencia en una señal eléctrica de voltaje se pueden emplear las configuraciones de la Figura 10.

⁶ DOEBELIN E.E. *Sistemas de medición e instrumentación*. 5ta Edición. México. McGraw Hill 2005.
 pag.640

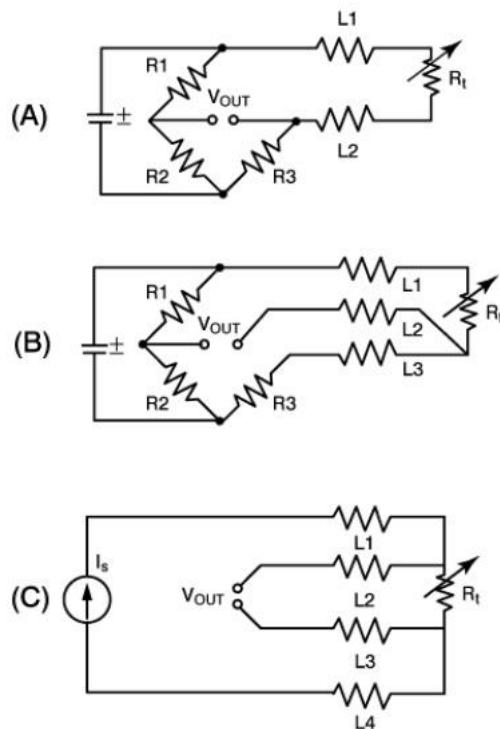


Figura 12

- ¿Cuáles son las condiciones de balance?
- ¿Cuál conexión reduce el efecto de la resistencia de los cables?

Para elemento de dos hilos, Figura 12a, la condición de balance:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_t + R_{L1} + R_{L2}}{R_3}$$

Depende de las resistencias de los cables L_1 y L_2 , y por lo tanto sólo se emplea para conexiones de corta distancia.

Para el elemento de tres hilos de la Figura 12b, la corriente de excitación circula por el par externo, mientras que la conexión al detector se lleva por el tercer hilo: circuito de alta impedancia

La condición de balance es:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_t + R_{L1}}{R_3 + R_{L2}}$$

El error debido a los cables se reduce significativamente, depende de la tolerancia de las resistencias, y por ello es muy empleada en mediciones de tipo industrial.

Para el elemento a 4 hilos los circuitos de excitación y de lectura son totalmente independientes, Figura 12c y para un detector de alta impedancia, no circula corriente por las líneas L₂ y L₃. El voltaje de salida:

$$V_{out} = I_s \times R_T$$

Una forma más directa de detectar el cambio de resistencia debido al cambio de temperatura es empleando una fuente de corriente. La corriente aplicada debe ser la más baja posible para evitar el autocalentamiento del elemento sensor.

La tabla muestra valores de corrientes típicamente usados, definidos respecto a la resistencia a la temperatura de referencia

100 Ω	500 Ω	1000 Ω	2000 Ω	10000 Ω
1 mA	0.5 mA	0.3 mA	0.2 mA	0.1 mA

Tabla 4⁷

No se recomienda exceder la corriente más allá de 1 mA.

La forma de conectar sensor y fuente de corriente:

⁷ iST Application Note ATP-E2.1.10. RTD Platinum Sensor

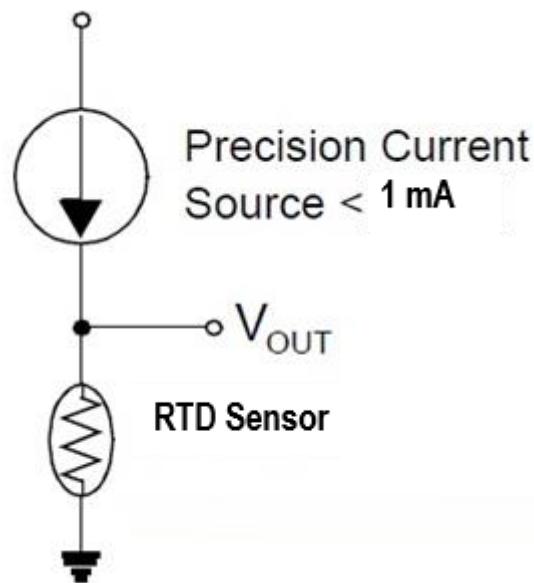


Figura 13

Las RTDs están sometidas al error por auto calentamiento debido a la potencia disipada por la circulación de una corriente:

El cambio de temperatura producido por la corriente es:

$$\Delta T = \frac{RI^2}{E}$$

11

Con

R: resistencia en $k\Omega$; I en mA, o sea P en mW y E coeficiente de autocalentamiento dado e :

$$\frac{mW}{K}$$

Como se calcula es el cambio de temperatura, E también se puede escribir en $mW/\text{ }^\circ\text{C}$

Si la temperatura es de 100 $\text{ }^\circ\text{C}$, la Rt es:

$$R_t = R_0(1 + \alpha\Delta T) = 100(1 + 0,385) = 138,5 \Omega$$

La potencia generada por una corriente de 5mA es:

$$P = I^2R = 25 \times 10^{-6} \times 138,5 = 3,46 \text{ mW}$$

El aumento de temperatura por auto calentamiento, si la RTD tiene un factor de autocalentamiento $E = 50 \text{ mW}/^\circ\text{C}$:

$$\Delta T = \frac{P}{E} = \frac{3,46 \text{ mW}}{50 \text{ mW}/^\circ\text{C}} \approx 0,07 \text{ }^\circ\text{C}$$

Si el error típico de una RTD es de $\pm 0,1 \text{ }^\circ\text{C}$ este auto calentamiento es inaceptable.

Si la corriente se reduce a 1 mA, la potencia baja a 0,14 mW y el auto calentamiento a 0,003 $^\circ\text{C}$.

Los RTDs son elementos de medida que tienen una baja incertidumbre, (error de medida bajo), característica lineal de baja sensibilidad. El rango de medición es bajo, pero permite aplicaciones criogénicas y rango con cero elevado (cero de temperatura por encima del valor mínimo del rango calibrado). Aplicaciones que requieran menor incertidumbre emplean el procedimiento y las ecuaciones de calibración de Callender & van Dussen.

Termistor⁸

A diferencia de la RTD, los termistores son fabricados de materiales semiconductores. Dependiendo del tipo de material empleado el termistor puede tener coeficiente de temperatura positivo (PTC) o negativo (NTC)

PTC: se construyen de silicio o de compuestos tales como Ba, Pb o SrTiO₃ (Titanato de estroncio). Las de silicio se emplean para compensación de temperatura en dispositivos semiconductores y las del último grupo se emplean para conmutación.

A bajas temperaturas la resistencia es baja y la característica R_T vs T exhibe una pendiente negativa baja ($\approx -1\%/\text{ }^\circ\text{C}$). Cuando la temperatura alcanza el valor T_b (temperatura de transición) la resistencia empieza a aumentar con una pendiente tan alta como $100\%/\text{ }^\circ\text{C}$, hasta que se alcanza el límite superior, a partir del cual la resistencia empieza a disminuir nuevamente. Esta región de transición de temperatura puede estar entre 60°C y 140°C .

⁸ Meyer Sapoff. Sensors. Chapter 32.Temperature Measurement. Edited by R.J. Sandberg CRC Press 1999

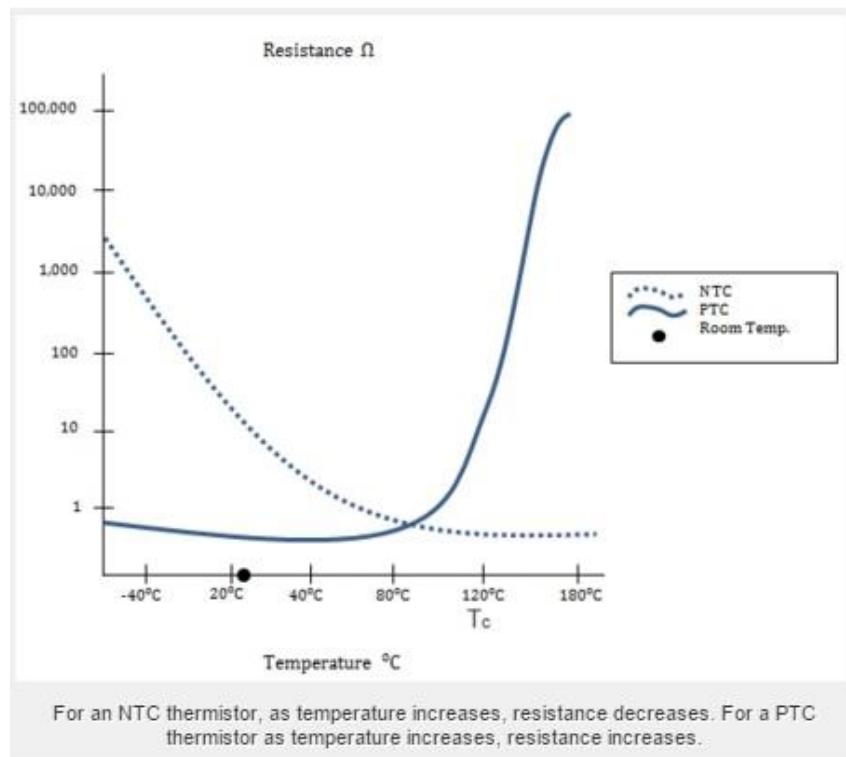


Figura 14

Las PTC's se emplean como calentadores y fusibles autorrecuperables. No se pueden fabricar económicamente para obtener bajas tolerancias, la variación de la resistencia está entre $\pm 15\%$ y $\pm 20\%$

NTC: se construyen de óxidos metálicos: manganeso, níquel, cobre, cobalto, su característica de R vs T es decreciente monótonamente.

Para la relación R vs T de un termistor NTC se han planteado dos aproximaciones: la ecuación “ β ” y la ecuación Steinhart – Hart.

El modelo β parte del principio físico conocido como “conducción intrínseca” descrita por una relación de la forma:

$$\ln(R_T) = A + \frac{\beta}{T}$$

T = Temperatura absoluta (K)

β = Constante del material

Si se evalúa la ecuación anterior para un termistor a una temperatura de referencia T_0 :

$$\ln(R_{T_0}) = A + \frac{\beta}{T_0}$$

Restando las dos ecuaciones:

$$\ln\left(\frac{R_T}{R_{T_0}}\right) = \beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)$$

La ecuación “ β ”:

$R_T = R_{T_0} e^{\beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$	12
---	----

El β se puede calcular a partir de las dos mediciones:

$\beta = \frac{\ln\left(\frac{R_T}{R_{T_0}}\right)}{\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$	13
--	----

La temperatura desconocida T se calcula a partir de 12:

$T = \left[\left(\frac{1}{\beta} \right) \ln\left(\frac{R_T}{R_{T_0}}\right) + \frac{1}{T_0} \right]^{-1}$	14
--	----

La temperatura de referencia normalmente es 25 °C. La variación incremental de resistencia respecto a temperatura es:

$S = \frac{dR}{dT} = -\frac{\beta}{T^2} R \left(\frac{\Omega}{\Omega^\circ C} \right)$	15
---	----

Si $\beta = 4000$ a temperatura ambiente el coeficiente de temperatura es -0.045, diez veces mayor que la sensibilidad de una RTD de platino, que tiene un coeficiente +0.0039.

Esta ecuación “ β ” es aceptable para aplicaciones con gama⁹ de temperatura menor o igual a 20 °C. Adicionalmente el β es dependiente de la temperatura, lo cual adiciona más error a la medición de temperatura sobre gamas mayores.

Una ecuación que garantiza menor error en un rango más amplio de temperaturas es la ecuación de Steinhart – Hart¹⁰ da una aproximación de la temperatura absoluta en función de la resistencia:

$$\frac{1}{T} = A + B(\ln R) + C(\ln R)^2 + D(\ln R)^3$$

Por resultados de mediciones realizadas para la temperatura del océano, la ecuación se simplificó a la forma usada actualmente:

$\frac{1}{T} = A + B(\ln R) + C(\ln R)^3$	16
---	----

T en K y R en Ω . La ecuación se puede emplear para rangos desde -80°C hasta 260 °C y diferentes gamas máximas entre 100 °C y 200 °C.

Las constantes A, B y C se determinan experimentalmente o a partir de los datos del fabricante.

Ejemplo 3. Para un termistor NTC se obtienen tres puntos de la característica:

Temperatura °C	Resistencia Ω
0	94.980,0
25	30.000,0
70	5.357,4

Empleando el “Thermistor Calculator” disponible en la página de “Stanford Research Systems”:

<http://www.thinksrs.com/downloads/programs/Therm%20Calc/NTCCalibrator/NTCcalculator.htm>.

Los coeficientes de S-H son:

⁹ Gama o “span” es igual a la resta entre el máximo valor calibrado y el mínimo valor calibrado.

¹⁰ Gregg Lavenuta. An explanation of the beta and Steinhart-Hart equations. White paper. QTI.

$$A = 0,9339 \times 10^{-3}$$

$$B = 2,2128 \times 10^{-4}$$

$$C = 1,2668 \times 10^{-7}$$

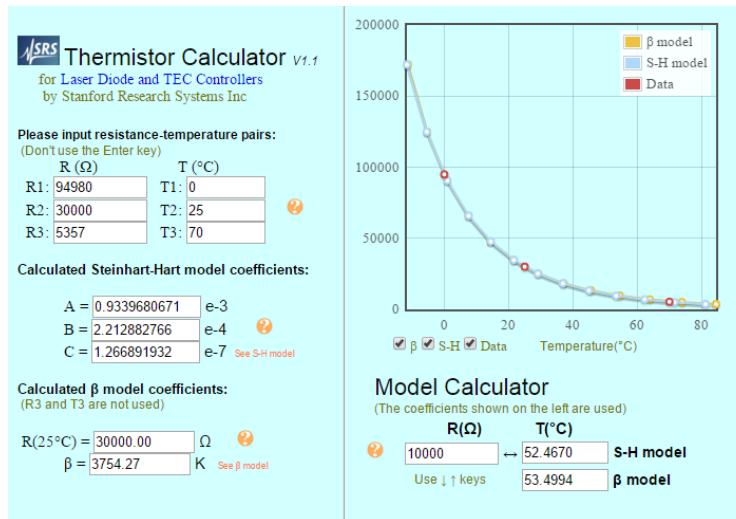


Figura 15

$$\frac{1}{T} = 0,9339 \times 10^{-3} + 2,2128 \times 10^{-4}(\ln R) + 1,2668 \times 10^{-7}(\ln R)^3$$

T en K y R en Ω

La aplicación también genera el modelo β:

$$R_T = 30.000 e^{3754,27 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{298,15} \right)}$$

Si se obtiene una medición de resistencia de 10.000 Ω los modelos generan las temperaturas:

$$T (\text{°C}) = 52,467 \text{ (S-H)}$$

$$T(\text{°C}) = 53,499 \text{ (β)}$$

Modos de aplicación.¹¹

El termistor NTC se puede emplear en tres modos de operación diferentes:

¹¹ B.C. Baker. Thermistors in single supply temperature sensing circuits. AN 685. Microchip 1999

1. Modo Voltaje vs Corriente. El termistor se trabaja en condición de auto calentamiento y la resistencia del sensor varía en función del calor generado por la potencia disipada por el elemento. Una aplicación directa es la medición de flujo de un líquido o un gas, en la cual la resistencia del elemento cambia de acuerdo con el grado de enfriamiento producido por el fluido en movimiento (medidores de flujo másico de gas por calentamiento).
2. Modo Corriente vs Tiempo. Esta característica depende de la constante de disipación del empaque y de la capacidad de calor del elemento sensor. Cuando se aplica una corriente el termistor empieza a auto calentarse y si la corriente es continua, la resistencia empieza a decrecer. Esta característica se puede emplear para supresión de transitorios y limitación de corriente.
3. Modo Resistencia vs. Temperatura. Esta es la aplicación más común del termistor y requiere que no se presente auto calentamiento producido por el voltaje o la corriente de excitación. Para evitar esta condición la potencia disipada por el dispositivo debe ser menor que la capacidad de disipación del empaque. Cuando se produce auto calentamiento la resistencia se reduce adicionalmente y se obtiene una lectura de temperatura mayor que la real.

En este último modo el termistor se excita por medio de una fuente de corriente de precisión y se miden los cambios de voltaje sobre el sensor.

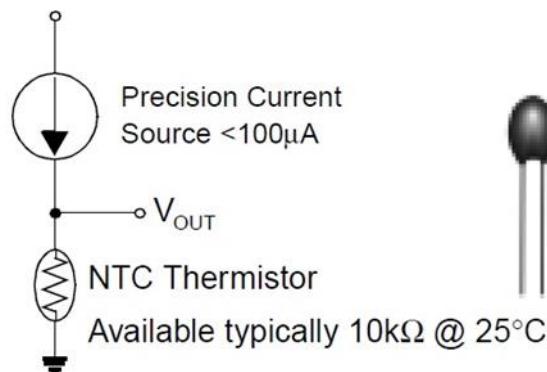


Figura 16¹²

A menor corriente, el termistor opera por debajo de la región de auto calentamiento, pero se limita el rango de temperaturas a medir: rangos grandes de

¹² Application Note # 4. Thermistor calibration and the Steinhart – Hart equation. ILX Lightwave. 2003

temperatura requieren grandes variaciones de resistencia y, en la parte alta del rango, valores de resistencia muy bajos que van a generar voltajes cercanos a los límites de ruido del circuito analógico.

Temp (°C)	R Value (Ω)	Temp (°C)	R Value (Ω)	Temp (°C)	R Value (Ω)
-80	7296874	0	32650.8	75	1480.12
-75	4713762	5	253985.5	80	1256.17
-70	3095611	10	19903.5	85	1070.58
-65	2064919	15	15714.0	90	916.11
-60	1397935	20	12493.7	95	786.99
-55	959789	25	10000	100	678.63
-50	667828	30	8056.0	105	587.31
-45	470609	35	6530.1	110	510.06
-40	335671	40	5324.9	115	44.48
-35	242195	45	4366.9	120	388.59
-30	176683	50	3601.0	125	340.82
-25	130243	55	2985.1	130	299.82
-20	96974	60	2487.1	135	264.54
-15	72895	65	2082.3	140	234.08
-10	55298	70	1751.6	145	207.70
-5	42314.6			150	184.79

Tabla 5. Característica típica NTC

Aplicaciones

Thermistor for Temperature regulation in newborns¹³

"A neonatal incubator is a device consisting of a rigid box-like enclosure in which an infant may be kept in a controlled environment for medical care.

It may also contain a servocontrol to help regulate incubator air temperature. The servocontrol uses a temperature sensing thermistor, which is taped to the child's abdomen".

According to **IEC 60601-2-19:2020 RLV.**

¹³ EBME & Clinical Engineering Articles. Baby Incubation Details. ([/articles/clinical-engineering](#))
Last Updated: 28 January 2018

Medical electrical equipment - Part 2-19: Particular requirements for the basic safety and essential performance of infant incubators.

Accuracy: +/-0.1 °C at 25-45 °C

Measuring principle: NTC

THERMOMETRICS SENSOR ASSEMBLIES¹⁴

TYPE MA - BIOMEDICAL CHIP THERMISTORS

Thermometrics Type MA Biomedical Chip Thermistor Assemblies are designed for use in applications involving both intermittent and continuous patient temperature monitoring. Repeatability and fast response are essential, not only for the intermittent temperature requirements associated with oral and rectal fever measurements, but also for the continuous monitoring often necessary during induced-hypothermia and general anesthesia, or when employed in the care of infants and premature babies.

Intensive care units, along with recovery rooms, have also adopted patient temperature as part of their vital sign monitoring procedures. Temperature monitoring for skin surface, tympanic, esophageal, foley catheters, and biofeedback applications has also improved due to the high stability and tight interchangeable tolerances designed into each Thermometrics' Biomedical Sensor Assembly.



Amphenol Advanced Sensors carries an extensive line of MA100 and MA300 type interchangeable NTC chip thermistor assemblies. The NTC chip is protected in a plastic cap or metal disk, which will be secured directly to the newborn's skin by a reflective adhesive patch. Designed with ultimate thermal transfer in mind, the thermistor changes resistance with the change in skin temperature of the patient. The thermistor assembly feeds this information back to the OEM controller allowing the critical measurement of temperature to be continuously monitored.

Figura 17

¹⁴ <https://www.amphenol-sensors.com/en/thermometrics/assemblies/860-biomedical-ma-series>

Application: Temperature detection and temperature compensation for smartphones and tablets¹⁵

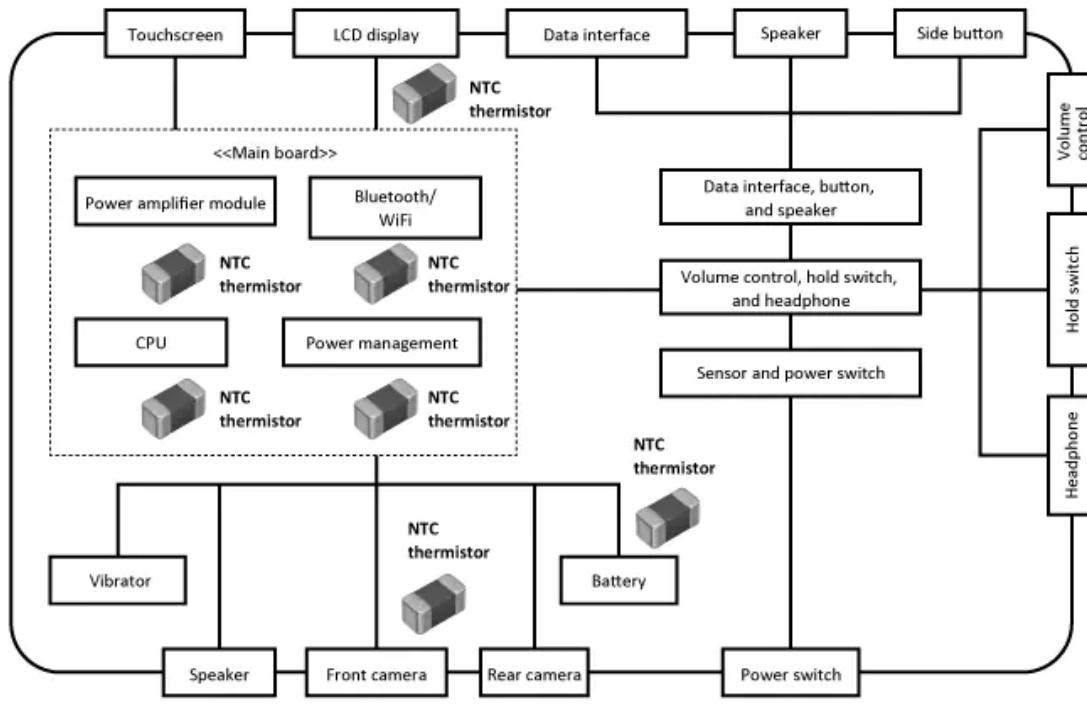


Figure 18 Major temperature detection and temperature compensation applications of NTC thermistors in smartphones and tablets

The basic circuit is a voltage-dividing circuit with an NTC thermistor and a fixed resistor connected in series. The resistance value of an NTC thermistor placed near a heat generating part such as a CPU or a power module decreases with rise of temperature and changes the output voltage of the voltage-dividing circuit. This change is sent to a microcontroller to initiate temperature compensation actions and protect circuit components from overheating.

¹⁵ https://product.tdk.com/en/techlibrary/applicationnote/howto_chip-ntc-thermistor.html

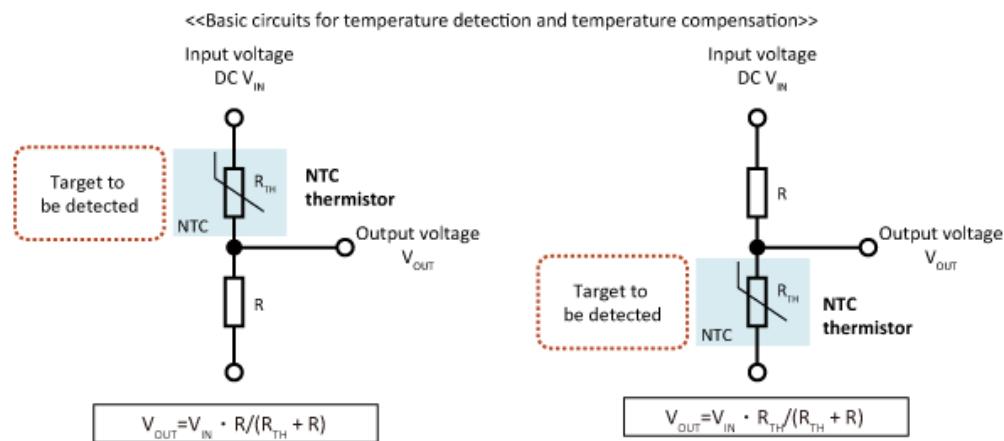


Figure 19. Basic circuits for temperature detection and temperature compensation

PIEZO-RESISTIVIDAD¹⁶

La palabra “piezo-resistencia” está compuesta por dos raíces de origen diferente: la palabra “piezo”, del griego “piezein” (presionar o comprimir) y la palabra “resistencia” del latín “resistere” (parar o detener).

La piezo-resistividad implica el cambio de la resistencia eléctrica de un material conductor o semiconductor, definida por:

$$R_0 = \rho \frac{L_0}{A_0}$$

17

El cambio en Resistencia puede producirse por una variación en la geometría (L y A) del material (cambio macroscópico), como en los “strain gages”, o por un cambio en la resistividad (ρ) (cambio microscópico) como en los sensores piezo-resistivos semiconductores.

Aunque comparten la raíz “piezo”, los materiales piezo-resistivos no generan una corriente eléctrica, como si lo hacen los materiales piezoelectrinos. Los primeros son elementos pasivos (requieren excitación eléctrica externa), los piezoelectrinos son elementos activos (generan una corriente eléctrica)

¹⁶ A.S. Fiorillo , C.D. Critello , S.A. Pullano. Theory, technology and applications of piezoresistive sensors: A review . Sensors and Actuators A 281 (2018) 156–175

Fuerzas y deformación

La aplicación de fuerzas externas a un cuerpo sólido produce una deformación de este. El término “*STRESS*” es usado para describir la carga o fuerza externa y el término “*STRAIN*” describe la deformación.

Cuando una barra de un material homogéneo (las propiedades del material son iguales en toda la pieza) e isotrópico (las propiedades son independientes de la dirección) es tensionada por una fuerza axial, se elonga en la dirección de la fuerza y se contrae en la dirección perpendicular a ella:

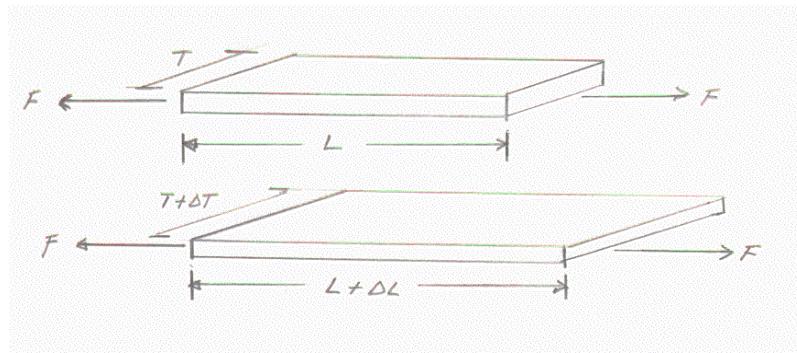


Figura 20

El “*Stress*”, notado σ , es la fuerza aplicada dividida por el área de la sección transversal.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \frac{(N)}{(m^2)} \quad 18$$

El “*Strain*” longitudinal resultante, ε_L , es el cambio de longitud dividido por la longitud inicial.

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta l}{l} \quad \frac{(m)}{(m)} \quad 19$$

Es común definir como unidad el “*μStrain*”: $\mu m/m$

El “*Strain*” transversal ε_T :

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta T}{T} \quad 20$$

Si la misma fuerza se aplica a una pieza de mayor diámetro, los desplazamientos son menores: la relación entre "Stress" y "Strain" depende de las dimensiones del material.

En el rango lineal de respuesta del material la deformación es proporcional a la fuerza aplicada:

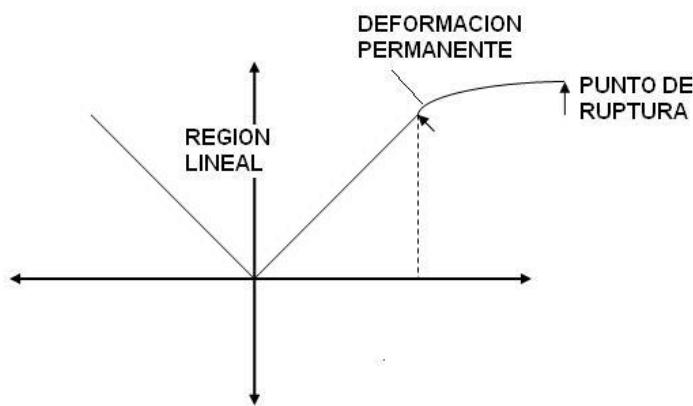


Figura 21

La constante de elasticidad, o módulo de Young es:

$$E = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_L} \quad \frac{(N/m^2)}{(m/m)}$$

21

El módulo de elasticidad E para varios materiales es:

$$\begin{aligned} Al &: 6,89 * 10^{10} \left(\frac{N}{m^2} \right) \\ Cu &: 11,73 * 10^{10} \left(\frac{N}{m^2} \right) \\ Acero &: 20,7 * 10^{10} \left(\frac{N}{m^2} \right) \\ Polyethylene &: 3,45 * 10^8 \left(\frac{N}{m^2} \right) \end{aligned}$$

La relación de Poisson es:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L} = \frac{(\Delta T/T)}{(\Delta l/l)}$$

22

Cuando las fuerzas se aplican en direcciones opuestas y paralelas, pero no en la misma línea se produce una distorsión que se puede medir por el cambio de ángulo producido:

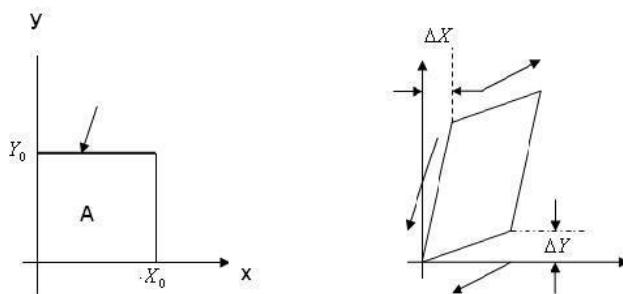


Figura 22

La deformación de cizallamiento (Shear strain) es:

$$\gamma = \left(\frac{\Delta y}{x_0} \right) = \frac{(\Delta x)}{(y_0)} \quad 23$$

La fuerza de cizallamiento ('Shear stress') tiene unidades de presión y es:

$$\tau = \frac{F}{A} \quad 24$$

Cuando la relación entre (τ , γ) es lineal se define el módulo de cizallamiento:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{F/A}{(\Delta x/x_0)} \quad 25$$

Ejemplo 4. Una fuerza de tensión (Tensile stress) de 1000N se aplica a una varilla de L=10m, y $A=4 * 10^{-4}m^2$. Calcular la deformación resultante si la varilla es de:

- a. Aluminio
- b. Acero

La deformación resultante es:

$$\varepsilon_L = \frac{\sigma_L}{E} = \frac{F}{A E}$$

Para Al:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1000N}{(4 * 10^{-4}m^2) * (6,89 * 10^{10} N/m^2)} = 36,29 * 10^{-6}$$

$$\Delta L = (36,29 * 10^{-6})(10 m) = 3,26 * 10^{-4} m$$

Para Acero:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{10^3 N}{(4 * 10^{-4}m^2) * (20,7 * 10^{10} N/m^2)} = 1,21 * 10^{-5}$$

$$\Delta L = (1,21 * 10^{-5})(10 m) = 1,21 * 10^{-4} m$$

La elongación del acero es tres veces menor que la del aluminio.

Celdas de deformación (Strain Gauge)¹⁷

Una celda para medir deformación consiste en un alambre o una lámina metálica arreglada en forma de grilla y montada sobre un substrato aislante,

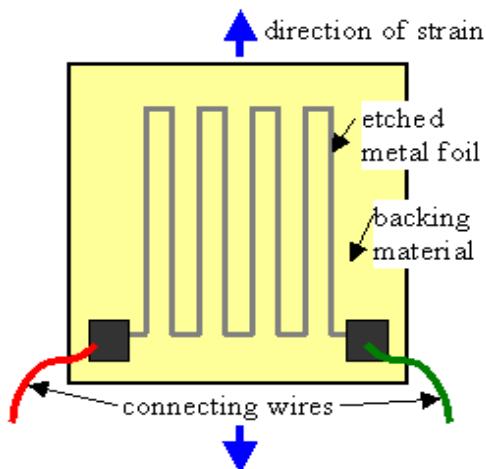


Figura 23

¹⁷ Strain Gage Measurement System. Micro measurement Group. 2001

El diseño de la grilla permite que sea sensible a la deformación en la dirección longitudinal, o dirección sensible, y que se puedan despreciar los efectos de la deformación transversal y de cizallamiento.

Una forma aproximada de modelar el efecto de la deformación sobre la resistencia eléctrica de un metal con resistencia R_0 es considerar constante el volumen de la pieza. Cuando la pieza se somete a una fuerza se produce un cambio en L y en A , pero el volumen se mantiene aproximadamente constante.

$$V = A_0 L_0 = (A_0 - \Delta A)(L_0 + \Delta L)$$

26

La resistencia del material cambia:

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{L_0 + \Delta L}{A_0 - \Delta A} = \rho \frac{(L_0 + \Delta L)^2}{A_0 L_0} \\ R &\approx R_0 \left(1 + 2 \frac{\Delta L}{L_0}\right) \\ \Delta R &= R - R_0 = 2R_0 \frac{\Delta L}{L_0} \end{aligned}$$

El cambio porcentual de la resistencia:

$$\frac{\Delta R}{R_0} = 2\varepsilon_L$$

27

Al aplicar una fuerza externa al material se produce una deformación, que a su vez genera una variación de resistencia eléctrica.

En general la respuesta de una celda de deformación a los efectos combinados de deformación longitudinal, transversal y de temperatura es:

$$\frac{\Delta R}{R_0} = G_L \varepsilon_L + G_t \varepsilon_t + G_T \Delta T$$

28

G_L : Sensibilidad longitudinal

G_t : Sensibilidad Transversal

G_T : Sensibilidad de temperatura

Para la sensibilidad de temperatura, cuando el ΔT no es muy grande se emplea la ecuación para el RTD (10).

Ejemplo 5. Un alambre de aluminio de resistencia $R(0) = 120\Omega$, experimenta una deformación $\varepsilon_L = 1000\mu m/m$, el coeficiente de temperatura $\alpha = 0,00429(\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$, asumir $G_L = 2$ y ε_t despreciable. El cambio de temperatura es de $1\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Calcular las variaciones de resistencia debidas a la deformación longitudinal y a la temperatura y comparar.

- Debido a ε_L .

$$\Delta R = 2\varepsilon_L R_0 = 2(120\Omega)(1000 \frac{\mu m}{m}) \\ = 2,4 * 10^{-1}\Omega$$

- Debida a ΔT

$$\Delta R(T) = R(0)\alpha\Delta T \\ = (0,00429)(1)(120) = 5,15 * 10^{-1}\Omega$$

La variación de resistencia producida por un grado de temperatura es más de 2 veces mayor que la producida por la fuerza (Stress).

La medición y procesamiento de la señal debe ser muy cuidadoso y se debe compensar con temperatura.

La ecuación básica 28, es una aproximación que depende del tipo de metal, las impurezas y otros factores (se asumió Volumen constante). En las especificaciones de un "Strain gauge" se define el factor de "gauge", G_F , como la relación entre el cambio en la resistencia y el "Strain" que lo causó:

$G_F = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta R}{R}$	29
--	----

Para metal $G_F \approx 2$. Existen SG con $G_F \approx 10$

Circuitos para medición ΔR

Para la medición del cambio de resistencia se emplea el circuito puente de Wheatstone en diferentes configuraciones.

Cuarto de puente: Un elemento sensible, de extensión, el otro de compensación.

Medio puente: Dos elementos activos (extensión) y dos de compensación

Puente completo: Cuatro elementos activos, R_2 y R_4 de extensión y R_1 y R_3 de compresión.

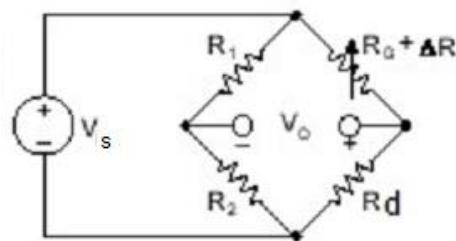


Figura 24. Cuarto de puente

El puente tiene un elemento sensible R_G , de extensión, y uno de compensación, R_D . Todas las resistencias tienen el mismo valor nominal, R .

$$V_o = V_s \left[\frac{R_D}{R_D + R_G + \Delta R} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right]$$

$$V_o = -\frac{(\Delta R/R)V_s}{4 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta R}{R} \right)}$$

Empleando el factor de celda:

$V_o = -\frac{V_s}{4} \frac{G_F \varepsilon}{1 + \frac{G_F \varepsilon}{2}}$	30
--	----

Cuando se presentan cambios de temperatura, el ΔR debido al ΔT se cancela porque afecta por igual a los dos sensores.

La configuración medio puente tiene dos elementos activos y dos de compensación.

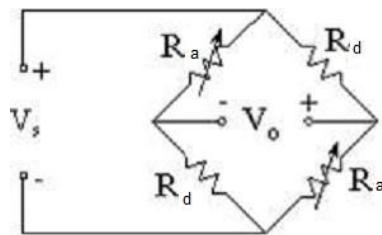


Figura 25. Medio puente

El voltaje de salida aumenta respecto a la configuración cuarto de puente:

$$V_0 = V_s \frac{\Delta R / R}{2 + \Delta R / R} = \frac{V_s}{2} \frac{G_F \varepsilon}{1 + \frac{G_F \varepsilon}{2}}$$

31

Cuando se usan cuatro elementos activos, por ejemplo dos de extensión R₂ y R₄ y las otras dos de compresión:

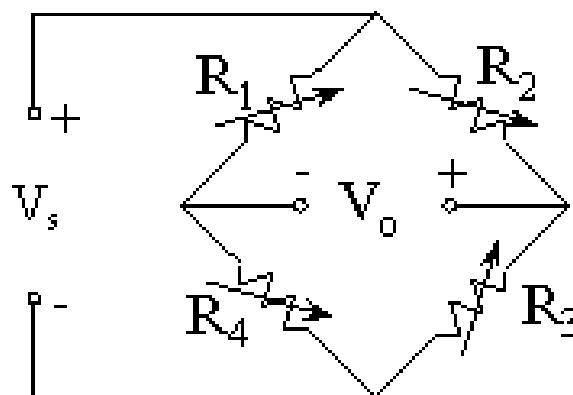


Figura 26. Puente completo

$$V_0 = -\frac{\Delta R}{R} V_s = -V_s G_F \varepsilon$$

32

Ejemplo 6¹⁸. Una celda de carga sencilla consiste de una sección de Acero cilíndrica de $r = 2.5$ cm sobre la cual se han adosado un "strain gauge" sensible, R_A , y otro para compensación de temperatura, R_D , conectados en una configuración cuarto de puente.

$$V_S = 2V; R_1 = R_2 = R_0 = 120\Omega, GF = 2.13$$

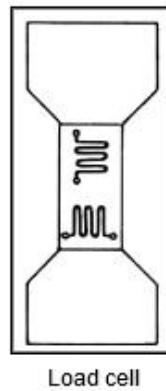


Figura 27

Encontrar la variación del voltaje de salida, V_o , para cargas desde 0 hasta 5000 lb.

Los parámetros del acero son:

$$E = 20.7 \times 10^{10} \frac{N}{m^2}$$

$$\nu = 0.3$$

Cálculo del "Strain" que experimenta el cilindro de Acero:

Convirtiendo a unidades SI:

$$5000lb \times 4,448 \frac{N}{lb} = 2,224 \times 10^4 N$$

El área de la sección transversal:

$$A = \pi r^2 = 1,963 \times 10^{-3} m^2$$

El "Stress":

¹⁸ National Instruments. Measuring Strain with Strain Gauges

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{2,224 \times 10^4 N}{1,963 \times 10^{-3} m^2} = 1,133 \times 10^7 \frac{N}{m^2}$$

El "Strain" longitudinal:

$$\varepsilon_L = \frac{\sigma}{E} = \frac{1,133 \times 10^7 \frac{N}{m^2}}{20,7 \times 10^{10}} = 54,7 \frac{\mu m}{m}$$

El "Strain" transversal ε_T :

$$\varepsilon_T = \nu \varepsilon_L = 0,3 \times 54,7 \frac{\mu m}{m} = 16,41 \frac{\mu m}{m}$$

Del factor de Celda GF se encuentra la variación de resistencia total:

$$\frac{\Delta R}{R} = (GF)\varepsilon_L = 2,13 \times 54,7 \frac{\mu m}{m} = 1,17 \times 10^{-4}$$

$$\Delta R = 120 \Omega \times 1,17 \times 10^{-4} = 1,4 \times 10^{-2} \Omega$$

Como la celda está sometida a compresión la resistencia disminuirá por este factor.

La resistencia del SG activo disminuye:

$$R_A = R_0 - \Delta R = (120 - 1,4 \times 10^{-2}) \Omega$$

La resistencia del SG de compensación R_D no se modifica porque el "Stress" es perpendicular a su eje.

$$\frac{V_{OUT}}{V_S} = \frac{R_1(\Delta R)}{2R_1(2R_0 - \Delta R)} = \frac{(\Delta R)}{2(2R_0 - \Delta R)}$$

$$V_{OUT} = \frac{(\Delta R)}{2(2R_0 - \Delta R)} V_S$$

El cambio en el voltaje de salida es positivo porque R_A disminuye:

$$\Delta V_{OUT} \cong \frac{\Delta R}{4R_0} V_S = \frac{V_S}{4} \left(\frac{\Delta R}{R_1} \right)$$

Reemplazando los valores:

$$\Delta V_{OUT} = \frac{1}{2} \times 1,17 \times 10^{-4} \Omega = 58,5 \mu V.$$

Cambio de voltaje muy pequeño para un cambio de carga desde 0 hasta 5000 lb (0 a 2,268 Tm).

Los modelos comerciales de celdas de carga pueden ser de compresión, de tensión o universales. Los parámetros de una celda universal¹⁹:



PERFORMANCE SPECIFICATIONS

Characteristic	Measure
Load range ¹	5, 10 lb
Non-linearity	$\pm 0.01\%$ of rated output
Hysteresis	$\pm 0.01\%$ of rated output
Repeatability	$\pm 0.05\%$ of rated output
Output @ rated capacity	2 mV/V $\pm 0.25\%$ (nominal)
Operation	Tension/compression
Resolution	Infinite
Standard calibration	Tension (+) and compression (-)

ELECTRICAL SPECIFICATIONS

Characteristic	Measure
Strain gage type	Foil
Excitation (maximum)	20 Vdc or Vac RMS
Insulation resistance	> 5000 mOhm @ 50 Vdc
Bridge resistance (tolerance)	350 ohm
Number of bridges	1 or 2
Zero balance	$\pm 1.0\%$
Electrical termination	PT02E-10-6P mates with PT06W-10-6S

Figura 28

Para una celda de tensión²⁰:



CELDA TENSION

¹⁹ 008883-1-EN, July 2013 • Effectively Using Pressure, Load, and Torque Sensors with Today's Data Acquisition Systems Copyright © 2013 Honeywell International Inc Honeywell

²⁰ MSI sensors

FT24 Tension Load Cells

performance specifications	
Standard ranges: FT24	2, 5, 10, 25, 50, 100 Lbf Tension
Maximum over load	250% of range
Recommended Excitation Voltage (Amplified)	3.3 VDC to 5 VDC (1)
Recommended Excitation Voltage (Bridge Only)	5 VDC
Full Scale Output Span (FSO) (Amplified/Ratiometric)	0.5 to 4.5 V at 5 VDC excitation
Full Scale Output Span (Bridge Only)	10 mV/V +/-5%
Output at No Load (Zero output)	+/-5% FSO (2)
Combined Non-linearity, Hysteresis and Nonrepeatability	<+/- 1% FSO
Long Term Stability (1 year)	+/- 1% Span (Typical)
Temperature Compensation	0 - 50° C
Thermal Zero Shift	<+/-0.05%FSO/°C
Thermal Sensitivity Shift	<+/-0.05%/°C
Operating and Storage Temperature Range	- 40° C to 85° C
Input Resistance (Bridge Only)	8K Ohms (nominal)
Output Resistance (Bridge Only)	5K Ohms (nominal)
Deflection at Rated Load	< 0.05 mm
Isolation Resistance	> 50 Mohms@250 VDC

Figura 29

Piezo-Resistencia²¹

La resistividad (o conductividad) de un semiconductor altamente dopado cambia cuando hay una compresión o una elongación de la estructura cristalina, lo cual se puede producir por una deformación mecánica muy pequeña.

El efecto “Piezoresistivo” se manifiesta al nivel atómico del cristal, es menos evidente que el cambio geométrico, pero es más sensible. Por lo tanto, las resistencias de estado sólido se pueden emplear como sensores de presión y de fuerza, similar a los “strain gages”, pero con diferencias y ventajas significativas.

Las ventajas de los sensores semiconductores:

Alta sensibilidad: la sensibilidad o factor de “gage” es aproximadamente 100 veces la de un “strain gage” de tipo conductor.

Buena linealidad a temperatura constante y buena repuesta dinámica y baja histéresis.

Desventajas:

Gran dependencia de la temperatura: corrimiento de la curva característica cercano a 1%/kelvin)

Gran offset inicial y corrimiento del offset con la temperatura.

Estas desventajas se pueden corregir con un amplificador integrado de alta especificación y circuitos de compensación.

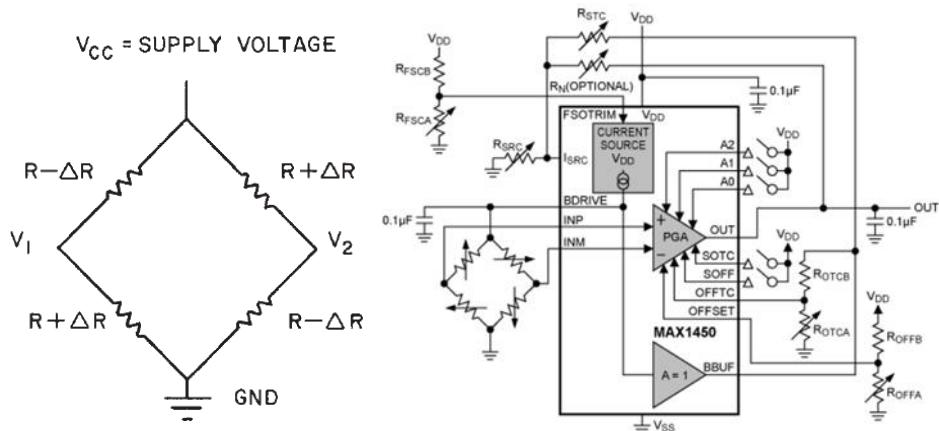
²¹ Honeywell. Sensing and Control Pressure and Force Sensors Piezoresistive Technology. 008152-22-EN | 22 | 03/18 Copyright © 2018 Honeywell International Inc.

Como las piezo-resistencias se construyen sobre un cristal de silicio homogéneo y conforman un sensor integrado. No es necesario adosarlas a elementos de soporte externos, como los “strain gages” conductores.



Figura 30

De la misma forma que los “strain gages” las piezo-resistencias se pueden conectar en configuración puente de Wheatstone, ya sea como medio Puente o Puente completo. Esta configuración se muestra en la Figura 29²².



Laser-trimmed resistor dividers in the MAX1450 signal conditioner provide better than 1% compensation full scale over temperature.

Figura 31

La Figura también muestra un esquema de compensación de offset y corrección de los efectos del corrimiento por temperatura, empleando un acondicionador de señal (solución analógica)

²² Maxim Demystifying Piezoresistive Pressure Sensors. APPLICATION NOTE 871. Jul 17, 2002

También existen sensores con salida digital “24-bit digital I²C or SPI-compatible output”²³, para conectar directamente al sistema digital-

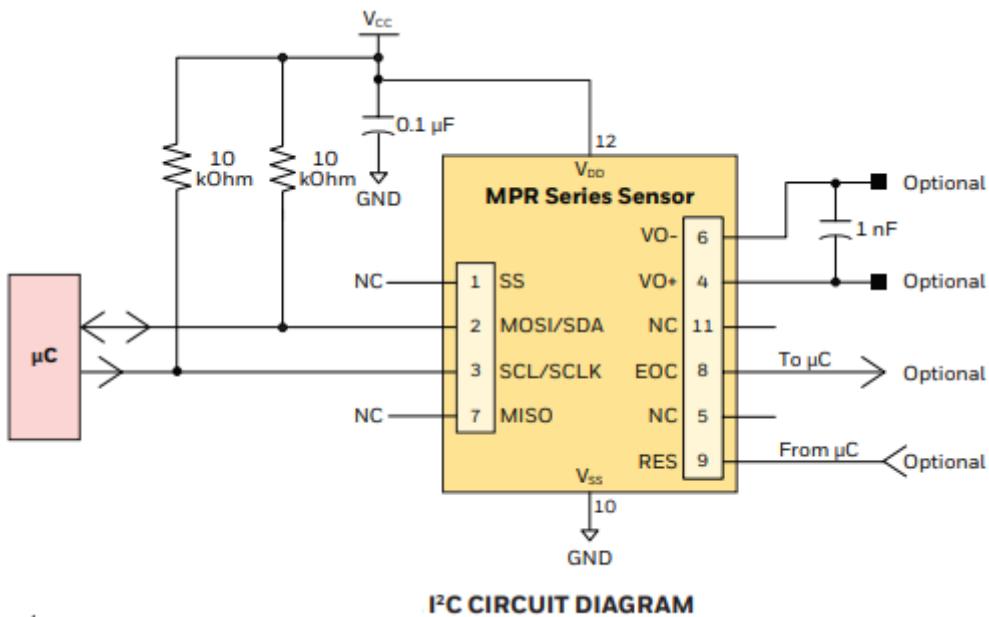


Figura 32

Medición de presión absoluta y manométrica. Rangos de 60 mbar a 2 bar (1 psi a 30 psi).

Aplicaciones:

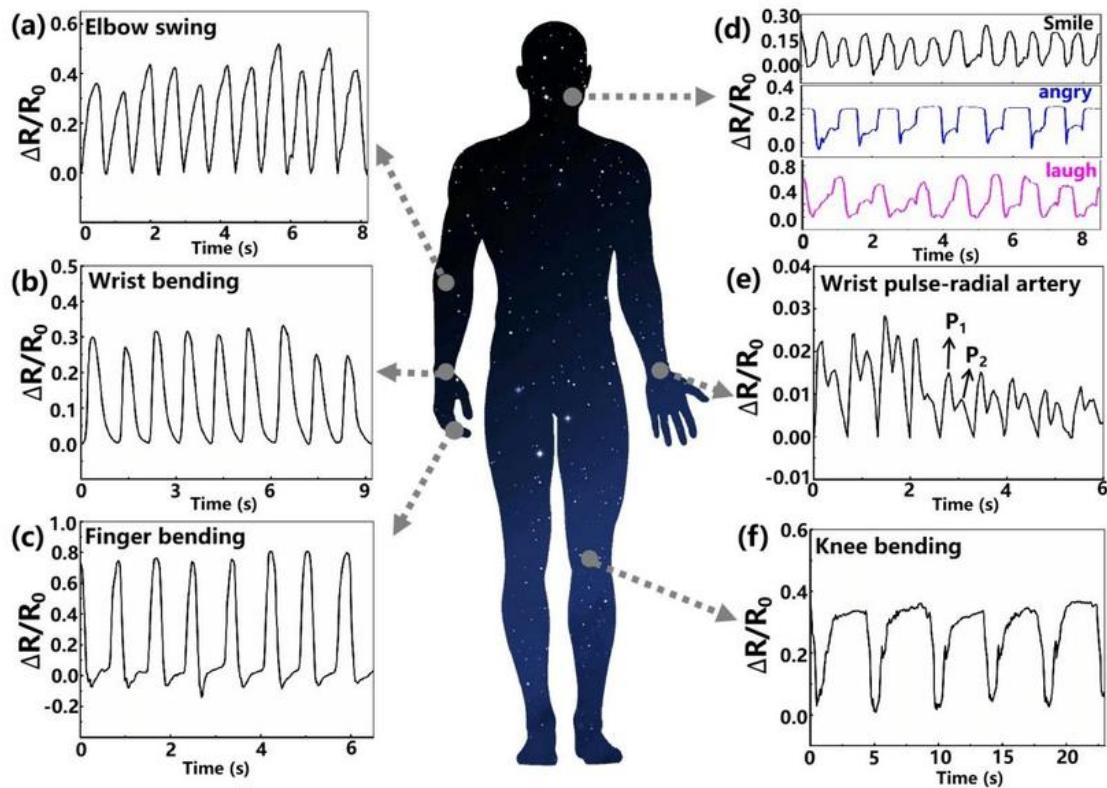
Dispositivos médicos invasivos y no invasivos (monitoreo presión, concentradores de oxígeno, monitoreo de flujo de aire).

Electrodomésticos (cafeteras, lavadoras, secadoras).

Industriales (Frenos de aire. Medición de gas y agua, compresores, quemadores)

²³ MPR Series MicroPressure Board Mount Pressure Sensors Datasheet. Honeywell Advanced Sensing Technologies. ©2022 Honeywell International Inc.

Applications of the MXene-based piezoresistive sensor for real-time monitoring of human activities. Resistance change waveforms of the wearable sensor in detecting human movements: (a) elbow swing, (b) wrist bending, (c) finger bending, (d) facial expressions, (e) wrist pulse, and (f) knee bending.²⁴



²⁴ Su, Yue & Ma, Kainan & Yuan, Fang & Tang, Jun & Liu, Ming & Zhang, Xu. (2022). High-Performance Flexible Piezoresistive Sensor Based on Ti₃C₂Tx MXene with a Honeycomb-like Structure for Human Activity Monitoring. *Micromachines*. 13. 821. 10.3390/mi13060821.

VARIABLES MECANICAS → VARIACIÓN DE CAPACIDAD ELECTRICA.

En este caso el proceso de conversión de energía mecánica a eléctrica se realiza por medio de variaciones en la capacidad de almacenamiento de un condensador.

Celda de capacidad variable

En la celda de capacidad variable, la capacidad de dos placas paralelas de área A separadas una distancia d por un material con constante dieléctrica ϵ y despreciando los efectos de los bordes es:

$$C = \frac{\epsilon A}{d} \quad | 33$$

Si por medios mecánicos se varía el área A o la distancia d , se varía también la intensidad del campo eléctrico existente entre las placas del condensador: se transforma la variación de una variable mecánica a variación de una variable eléctrica.

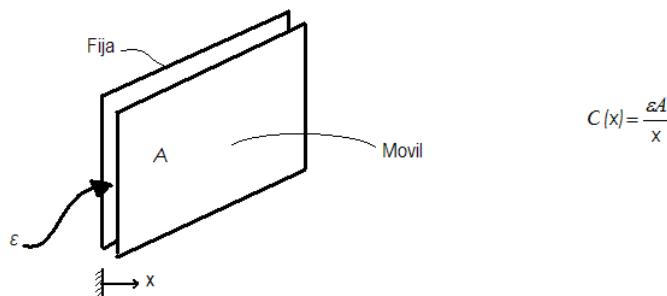


Figura 33

Si ϵ se mantiene constante (no se afecta por el voltaje aplicado), la carga q en las placas y el voltaje v entre ellas están relacionados por:

$$q = C(x) \cdot v = \epsilon A \left(\frac{v}{x} \right) \quad | 34$$

La energía almacenada en el campo eléctrico del condensador ejerce una fuerza sobre las placas del condensador: al variar x varía la fuerza ejercida sobre la placa del condensador.

La energía potencial es:

$$U = \frac{1}{2} v^2 C(x)$$

35

Considerando solamente movimiento en la dirección x:

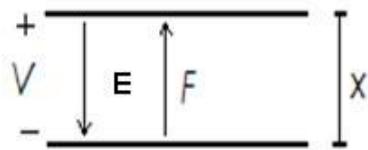


Figura 34

La fuerza que se ejerce sobre la placa positiva será:

$$F_e = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{2} V^2 \frac{\partial C(x)}{\partial x}$$

36

La fuerza es opuesta al sentido del campo y el sentido positivo de F_e coincide con el sentido positivo de \mathbf{x} .

Para el condensador se define:

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dx} &= \frac{d}{dx} \epsilon A x^{-1} = -\frac{\epsilon A}{x^2} \\ F_e &= -\frac{1}{2} (v^2) \frac{\epsilon A}{x^2} = -\frac{1}{2} \epsilon A \left(\frac{v}{x}\right)^2 \end{aligned}$$

que también se puede escribir como:

$$f_e = -\frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon A} \left(\frac{\epsilon A}{x}\right)^2 (v)^2 = -\frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon A} q^2$$

37

Una relación no lineal.

Ejemplo 7. El acople por campo eléctrico se emplea en los sensores de fuerza (presión). Sea M la masa de la placa, f_a la fuerza externa aplicada y V_s el voltaje externo aplicado.

- Obtener las ecuaciones que describen al sistema.
- Plantear el modelo de estado linealizado alrededor del punto de equilibrio. La salida es el voltaje sobre el condensador.

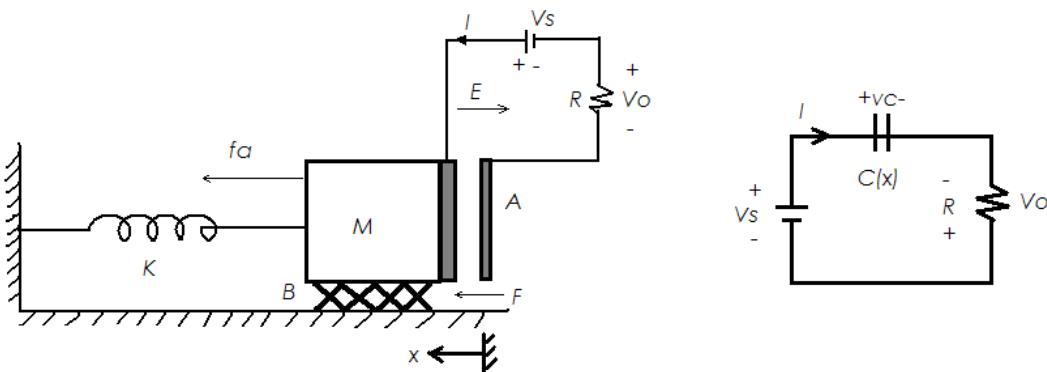


Figura 35a

El diagrama del cuerpo libre es:

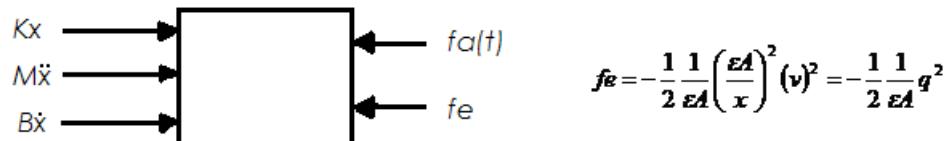


Figura 35b

La ecuación del circuito eléctrico:

$$\begin{aligned} V_s &= V_C + Ri \\ V_C &= \frac{q}{C(x)} = \frac{qx}{\varepsilon A} \\ i &= \frac{dq}{dt} \\ V_s &= \frac{qx}{\varepsilon A} + R \frac{dq}{dt} \end{aligned}$$

Del sistema mecánico:

$$fa(t) + fe(t) = m\ddot{x} + B\dot{x} + kx$$

Definiendo como variables de estado a: **x, v y q:**

$$\begin{aligned}\dot{q} &= -\frac{1}{\varepsilon AR}qx + \frac{Vs}{R} \\ \dot{x} &= v \\ \dot{v} &= -\frac{1}{2\varepsilon AM}q^2 - \frac{k}{M}x - \frac{B}{M}v + \frac{1}{M}fa\end{aligned}$$

La salida es:

$$y = Vo = -Vs + \frac{q}{\varepsilon A}x$$

b. Las condiciones de equilibrio (Qe , Xe, Ve) se evalúan a partir de:

$$\begin{aligned}0 &= -\frac{1}{\varepsilon AR}\bar{q} \cdot \bar{x} + \frac{Vs}{R} \\ 0 &= \bar{v} \\ 0 &= -\frac{1}{2\varepsilon AM}(\bar{q})^2 - \frac{k}{M}(\bar{x}) - \frac{B}{M}(\bar{v}) + \frac{\bar{f}_a}{M}\end{aligned}$$

Entonces:

$$\frac{1}{\varepsilon A}\bar{q} \cdot \bar{x} = Vs \quad y \quad k(\bar{x}) + \frac{1}{2\varepsilon A}(\bar{q})^2 = \bar{f}_a$$

El voltaje de salida en equilibrio:

$$\bar{v}_o = 0$$

Para linealizar se emplea el Jacobiano:

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= F(x, u) \\ \dot{X}(t) &\approx F(\bar{x}, \bar{u}) + \left.\frac{\partial F}{\partial X}\right|_{\bar{x}, \bar{u}} \cdot \Delta x + \left.\frac{\partial F}{\partial u}\right|_{\bar{x}, \bar{u}} \cdot \Delta u \\ f_1 &= -\frac{1}{\varepsilon AR}q \cdot x + \frac{Vs}{R} \\ \frac{\partial f_1}{\partial q} &= -\frac{x}{\varepsilon AR} \Big|_{\bar{x}, \bar{u}} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x} &= -\frac{q}{\varepsilon AR} \Big|_{\bar{x}, \bar{u}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_1}{\partial Vs} &= -\frac{1}{R}\Big|_{\bar{x}, \bar{u}} \\ \frac{\partial f_1}{\partial fa}\Big|_{\bar{x}, \bar{u}} &= 0\end{aligned}$$

$$f_2 = v$$

$$\begin{array}{ll}\frac{\partial f_2}{\partial q} = \mathbf{0} & \frac{\partial f_2}{\partial x} = \mathbf{0} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v} = \mathbf{1} & \frac{\partial f_2}{\partial Vs} = \mathbf{0} \\ \frac{\partial f_2}{\partial fa} = \mathbf{0} &\end{array}$$

$$f_3 == -\frac{1}{2\varepsilon AM}q^2 - \frac{K}{M}x - \frac{B}{M}v + \frac{1}{M}fa$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial q} = -\frac{q}{\varepsilon AM}\Big|_{\bar{x}, \bar{u}} \quad \frac{\partial f_3}{\partial x} = -\frac{K}{M}\Big|_{\bar{x}, \bar{u}} \quad \frac{\partial f_3}{\partial v} = -\frac{B}{M}\Big|_{\bar{x}, \bar{u}}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial Vs} = \mathbf{0}|_{\bar{x}, \bar{u}} \quad \frac{\partial f_3}{\partial fa} = -\frac{1}{M}\Big|_{\bar{x}, \bar{u}}$$

De la misma forma se pueden linealizar las ecuaciones de salida:

$$\begin{aligned}y &= H(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \\ h_1 &= +\frac{qx}{\varepsilon A} - V_s \\ \frac{\partial h_1}{\partial q} &= \frac{x}{\varepsilon A}\Big|_{\bar{x}, \bar{u}} = \frac{\bar{x}}{\varepsilon A} \\ \frac{\partial h_1}{\partial x} &= \frac{q}{\varepsilon A}\Big|_{\bar{x}, \bar{u}} = \frac{\bar{q}}{\varepsilon A}\end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}\frac{\partial h_1}{\partial v} = 0 \\ \frac{\partial h_1}{\partial V_s} = -1 \\ \frac{\partial h_1}{\partial fa} = 0\end{array}$$

Empleando las variables incrementales:

$$\hat{q} = q - \bar{q} \quad \hat{x} = x - \bar{x} \quad \hat{v} = v - \bar{v}$$

Como V_s es DC:

$$\hat{V}s = \mathbf{0}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{q}}{dt} &= -\frac{\bar{x}}{\varepsilon AR}\hat{q} - \frac{\bar{q}}{\varepsilon AR}\hat{x} \\ \frac{d\hat{x}}{dt} &= \hat{v} \\ \frac{d\hat{v}}{dt} &= -\frac{\bar{q}}{\varepsilon AM}\hat{q} - \frac{K}{M}\hat{x} - \frac{B}{M}\hat{v} + \frac{1}{M}\hat{f}_a\end{aligned}$$

$$\hat{V}o = -\frac{\bar{x}}{\varepsilon A}\hat{q} + \frac{\bar{q}}{\varepsilon A}\hat{x}$$

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \dot{\hat{q}} \\ \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{v}} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{\bar{x}}{\varepsilon AR} & -\frac{\bar{q}}{\varepsilon AR} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\bar{q}}{\varepsilon AM} & -\frac{K}{M} & -\frac{B}{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{q} \\ \hat{x} \\ \hat{v} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{pmatrix} \hat{f}_a \\ y &= \begin{pmatrix} -\frac{\bar{x}}{\varepsilon A} & \frac{\bar{q}}{\varepsilon A} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{q} \\ \hat{x} \\ \hat{v} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

La función de transferencia linealizada se plantea como:

$$G(s) = \frac{\hat{V}_0(s)}{\hat{F}_a(s)} = C(sI - A)^{-1}B$$

Aplicaciones celda de capacidad variable

Capacitive microphones ²⁵

"Operating Principle – A microphone is an example of a transducer, a device which changes energy from one form into another, in this case from acoustic into electrical. The type of transducer is defined by the operating principle. In the current era of recording, the two primary operating principles used in microphone design are the dynamic and the condenser.

Dynamic microphones employ a diaphragm, a voice coil and a magnet. The voice coil is surrounded by a magnetic field and is attached to the rear of the

²⁵ John Boudreau, et.al. Microphone Techniques for recording. © Shure Incorporated. 2007

diaphragm. The motion of the voice coil in this magnetic field generates the electrical signal corresponding to the picked up sound. Dynamic microphones have a relatively simple construction and are therefore economical and rugged. They can handle extremely high sound pressure levels and are largely unaffected by extreme temperatures or humidity.

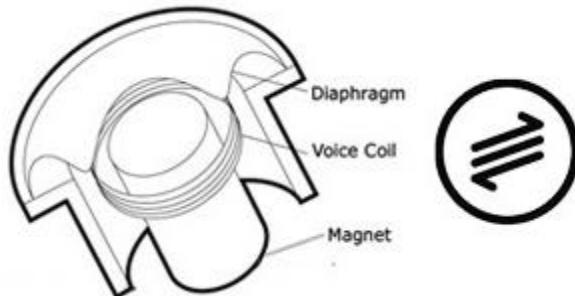


Figure 36. Dynamic Microphone: Inner workings and symbol.

Condenser microphones are based on an electrically charged diaphragm/backplate assembly which forms a sound sensitive capacitor. When the diaphragm is set in motion through sound, the space between the diaphragm and the backplate is changing, and therefore the capacity of the capacitor. This variation in spacing produces the electrical signal. All condenser microphones need to be powered: either by batteries in the microphone or by phantom power provided by a mixer. Condensers are more sensitive and can provide a smoother, more natural sound, particularly at higher frequencies.”

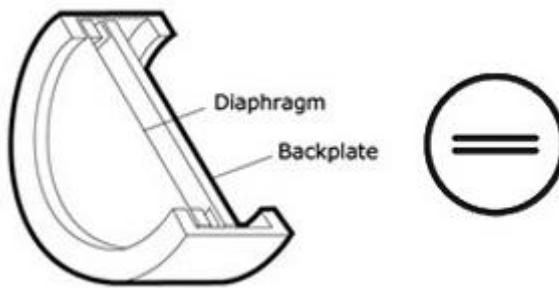


Figure 37. Condenser Microphone: Inner workings and symbol

KSM44A Multi-Pattern Large Dual-Diaphragm Side-Address Condenser Microphone.
Shure²⁶

²⁶ <https://www.shure.com/en-MEA/products/microphones/ksm44a?variant=KSM44A%2FSL#support>

Available Models

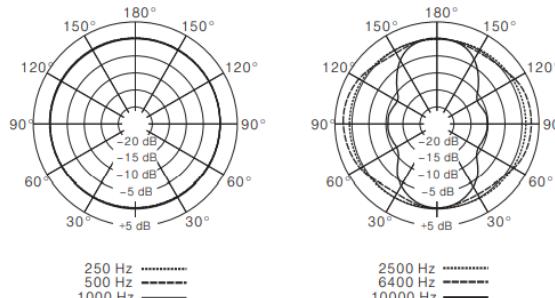
KSM44A/SL	Includes ShureLock® Suspension Shock Mount, ShureLock® Stand Mount, Carrying Case, and Velveteen Pouch
-----------	--

Specifications

Cartridge Type	Condenser (externally biased)
Polar Pattern	Cardioid, Omnidirectional, Bidirectional
Frequency Response	20 to 20,000 Hz
Output Impedance	50 ohms
Attenuator Switch	15 dB
Low-Frequency Filter Switch	Flat, -6 dB/octave below 115 Hz, or -18 dB/octave below 80 Hz
Power Requirements	11–52 V DC phantom power (IEC-61938) 5.8 mA, maximum
Common Mode Rejection (10 to 100,000 Hz)	> 50 dB
Common Mode Rejection (20 Hz to 20 kHz)	> 50 dB
Polarity	Positive pressure on diaphragm produces positive voltage on pin 2 with respect to pin 3
Net Weight	492 g (17.4 oz.)
Connector	Three-pin professional audio (XLR), male, balanced

Polar Pattern

Omnidirectional



Frequency Response

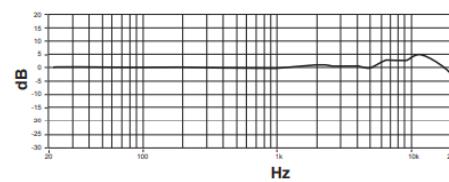


Figura 38

Celdas de presión diferencial²⁷

Un aumento en la presión aplicada al diafragma se transmite por medio del fluido de llenado a las placas del sensor capacitivo; un aumento en la presión hace que la distancia entre las placas disminuya (C aumenta). Consecuentemente, una disminución de la presión aumenta la distancia entre placas (C disminuye). La electrónica del medidor se encarga de convertir estas variaciones de capacidad en una señal de salida inteligible- (Por ejemplo, un cambio en impedancia, un cambio en amplitud etc.)

²⁷ Technical Information TI/266-EN Rev.B. 2600T Series Pressure Transmitters Basic Transmitter Theory.
 Copyright© 2011 ABB.

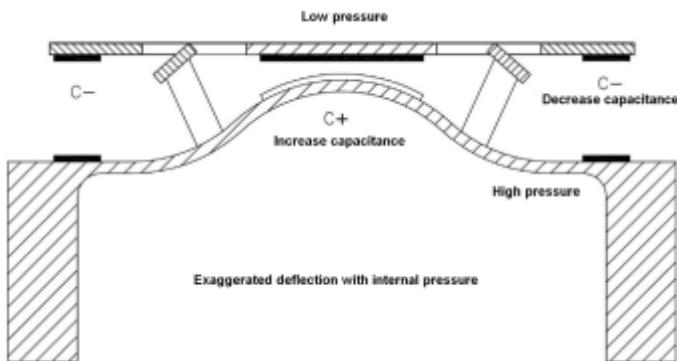


Figura 39

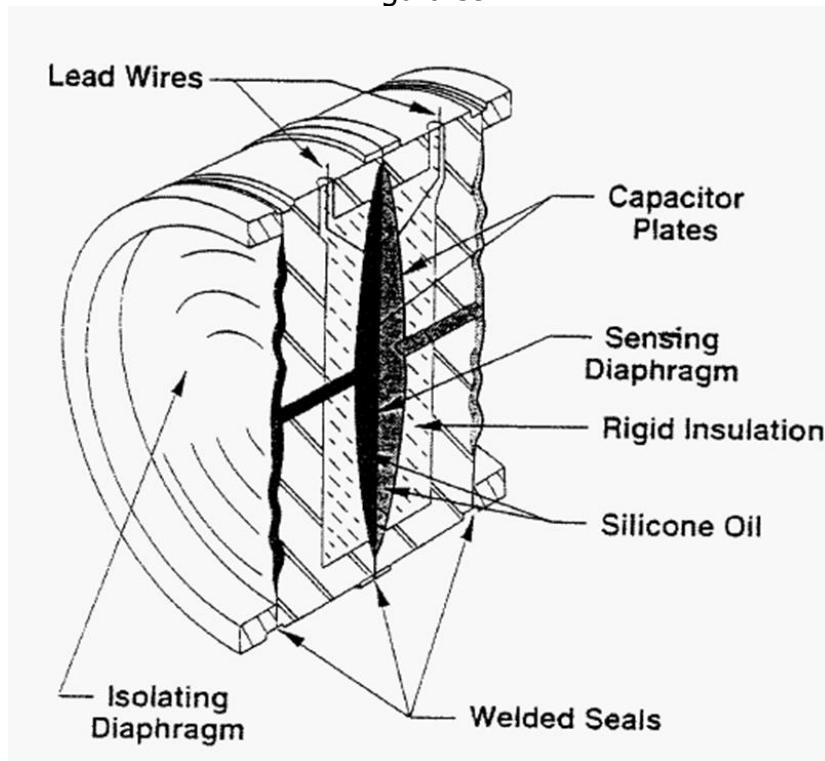


Figura 40

Esta celda es la base de construcción de medidores de presión absoluta, manométrica y diferencial usados en la industria de proceso y manufactura.

Integrated Capacitive Pressure Sensors ²⁸

"Capacitive sensing principle: A micro "plate capacitor" with a thin diaphragm deflecting under pressure as depicted in Figure 41 is appropriate for the detection hereof. The sensor capacitance is a function of the distance between the top polysilicon and the bottom n+ doped silicon electrode which varies with the applied pressure."

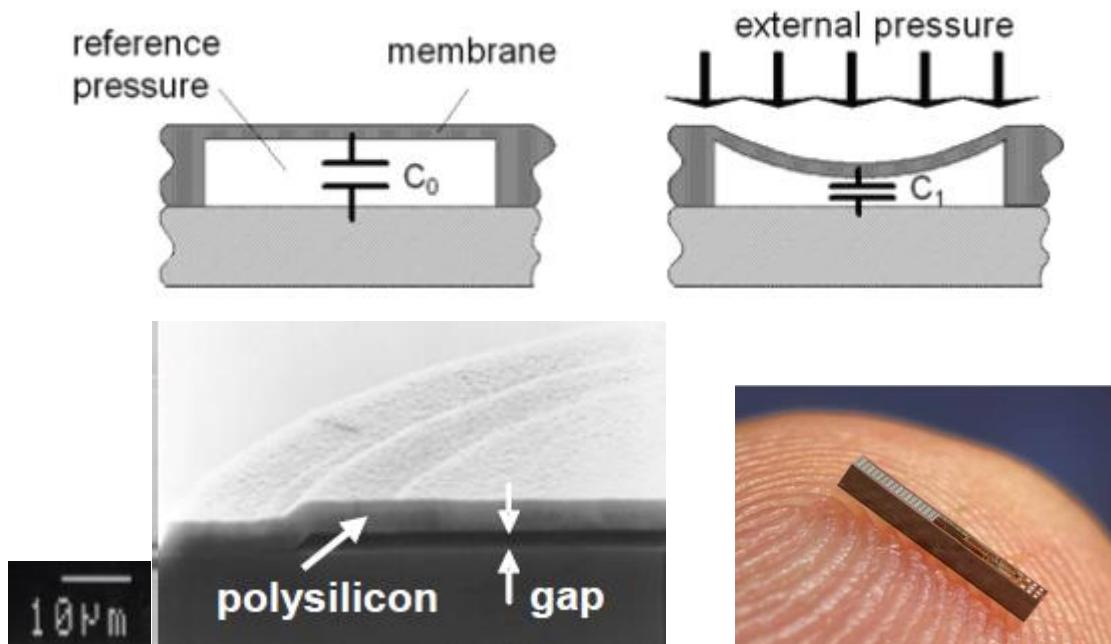


Figure 41. Capacitive pressure sensor ASIC

Micro Pressure Sensor Transponder

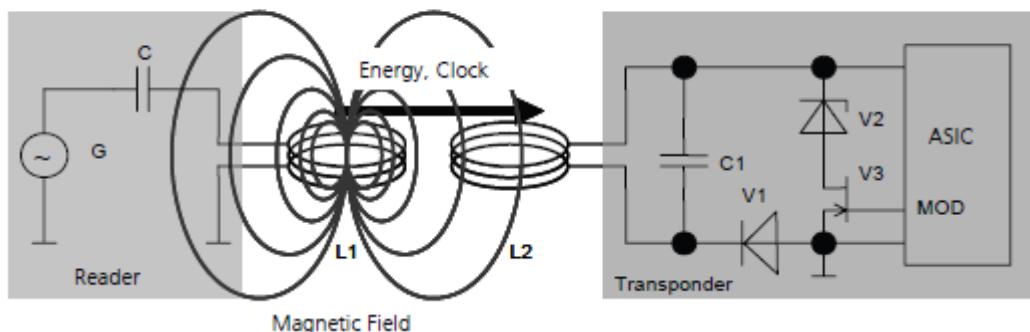


Figure 42. Sensor transponder

²⁸Surface Micromachined Pressure Sensors for Medical Applications. Trieu, Hoc Khiem
http://www.ims.fraunhofer.de/uploads/media/Capacitive_Pressure_Sensors.pdf
<https://www.ama-science.org/proceedings/details/513>

Combining the low-power integrated pressure sensor with the technology of inductive coupling micro pressure sensor transponders are realized. The principle of inductive coupling for energy and data transfer is illustrated in figure 42.

As an implantable device the micro implant transponder consists of an integrated capacitive pressure sensor chip and a coil including some discrete electronic components for the transmission of power and data.

Intraocular Pressure Sensor System for Monitoring of Glaucoma

For patients suffering from glaucoma the intraocular pressure has to be regularly monitored. An implanted pressure sensor system as depicted in figure 43 allows a direct measurement of the intraocular pressure without being affected by individual geometry of the eyes as in case of indirect external measurements.

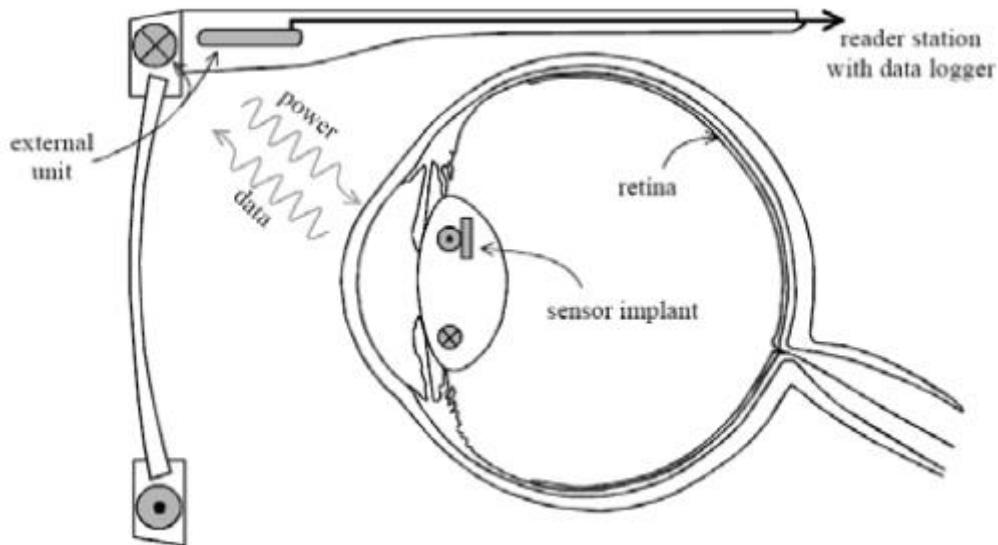


Figure 43 Intraocular Pressure Sensor System.

Another application:

- Pressure Sensor Capsule for Abdominal Aorta Aneurysm Control
- Implantable Blood Pressure Sensor for Hypertonic Patients
- Pulmonary Artery Pressure Monitoring in Heart Failure Patients
- Intra Oral Tactile Sensing for Triggering a Pacemaker in the Treatment of Dysphagia

Generador TERMO - ELECTRICO

El generador termo – eléctrico transforma una diferencial de temperatura en una fuerza electromotriz notada E_{FEM} . El elemento más sencillo, denominado termopar, está compuesto de dos alambres de materiales diferentes A y B, unidos en uno de sus extremos y sometidos a una diferencial de temperatura, Figura 44.

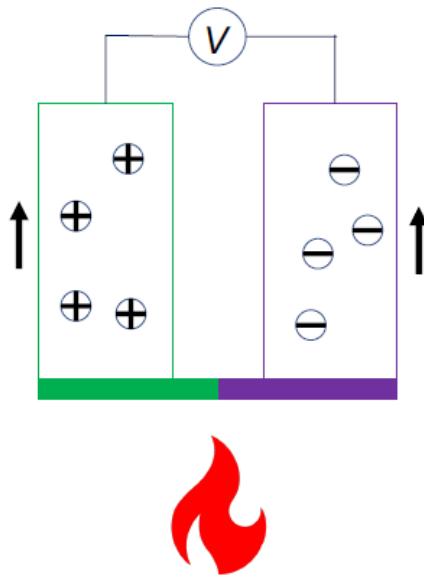


Figura 44²⁹

La E_{FEM} es un efecto distribuido a lo largo de cada alambre de metal único y su magnitud depende del coeficiente Seebeck absoluto, que es propiedad del material y de la distribución de temperaturas a lo largo del alambre.

Cuando el material es perfectamente homogéneo, sus propiedades se mantienen constantes a lo largo de todo el alambre, el coeficiente de Seebeck σ de la temperatura:

$$\sigma(T) = \frac{dE_\sigma}{dT}$$

38

Para los alambres reales la homogeneidad no se puede asegurar y el coeficiente de Seebeck también depende de la posición x en el alambre y se representa como $\sigma(x,T)$.

El voltaje E es función del gradiente de temperatura y de $\sigma(x,T)$

²⁹ J Wilde Peltier Cells – Physics 590B Spring 2019

$$E_\sigma(x, T) = \int_{x_1}^{x_2} \sigma(x, T) \frac{dT}{dx} dx$$

39

Existirá cambio de voltaje solamente cuando exista un gradiente de temperatura a lo largo de del alambre.

En la aplicación de medición de temperatura se asume que el material es homogéneo, el coeficiente de Seebeck solo depende de la temperatura:

$$E_\sigma(T) = \int_{T_1}^{T_2} \sigma(T) dT = E_\sigma(T_2) - E_\sigma(T_1)$$

40

El voltaje es producido por la diferencia de temperatura y el coeficiente de Seebeck del material. La falta de homogeneidad del material es una de las fuentes de error en termopares.

Seebeck Coefficients for Some Metals
 and Alloys, Compared to Platinum

Metals	Seebeck Coefficient
	µV/K
Antimony	47
Nichrome	25
Molybdenum	10
Cadmium	7.5
Tungsten	7.5
Gold	6.5
Silver	6.5
Copper	6.5
Rhodium	6.0
Tantalum	4.5
Lead	4.0
Aluminum	3.5
Carbon	3.0
Mercury	0.6
Platinum	0
Sodium	-2.0
Potassium	-9.0
Nickel	-15
Constantan	-35
Bismuth	-72

Seebeck Coefficients for Some
 Semiconductors

Semiconductors	Seebeck Coefficient
	µV/K
Se	900
Te	500
Si	440
Ge	300
n-type Bi ₂ Te ₃	-230
p-type Bi _{2-x} Sb _x Te ₃	300
p-type Sb ₂ Te ₃	185
PbTe	-180
Pb _{0.9} Ge _{0.1} Se ₅₈	1670
Pb _{0.6} Ge _{0.4} Se ₅₈	1410
Pb _{0.9} Ge _{0.1} Se ₅₈	-1360
Pb _{1.3} Ge _{0.7} Se ₅₈	-1710
Pb _{0.5} Ge _{0.5} Se ₅₈	-1990
SnSb ₄ Te ₇	25
SnBi ₄ Te ₇	120
SnBi ₃ Sb ₁ Te ₇	151
SnBi _{2.5} Sb _{1.5} Te ₇	110
SnBi ₂ Sb ₂ Te ₇	90
PbBi ₄ Te ₇	-53

Tabla 6 Coeficientes de Seebeck para metales y semiconductores³⁰

³⁰ Clemens J. M. Lasance .The Seebeck Coefficient. November 1, 2006 Design, Test & Measurement. <https://www.electronics-cooling.com/2006/11/the-seebeck-coefficient/>

El coeficiente para los metales esta dado respecto al coeficiente para el Pt (Platino), por razones de medición es más sencillo medirlo relativo que absoluto. El coeficiente para el platino es aproximadamente $5 \frac{\mu V}{K}$ y se debe restar de los valores publicados para los metales.

Para un termopar (dos metales) el coeficiente de Seebeck relativo es la diferencia de los coeficientes individuales.

$$E_{FEM} = \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_A - \sigma_B) dT = \int_{T_1}^{T_2} \sigma_{AB} dT \quad | 41$$

Para medición T1 es la temperatura del punto de referencia y T2 es la temperatura que se desea medir.

Si se tiene como temperatura de referencia 0 de la escala que se esté empleando, i.e. 0 °C, el voltaje generado es igual al voltaje correspondiente a la temperatura medida:

$$E_{FEM} = E_{medida} = \int_0^{T_{medida}} \sigma_{AB} dT \quad | 42$$

Si la temperatura de referencia no es el cero de la escala es necesario tener en cuenta la FEM correspondiente a la temperatura de la juntura de referencia y el valor del voltaje correspondiente a la medida será:

$$E_{medida} = \int_0^{T_{medida}} \sigma_{AB} dT = \int_0^{T_{ref}} \sigma_{AB} dT + \int_{T_{ref}}^{T_{medida}} \sigma_{AB} dT \quad | 43$$

Que se simplifica a:

$$E_{medida} = E_{ref} + E_{fem} \quad | 44$$

En resumen:

- Cuando E_{ref} corresponde a CERO grados la lectura es directa.
- Cuando E_{ref} corresponde a otra temperatura es necesario efectuar la suma.

Dependiendo de los materiales empleados para la construcción de los alambres se tienen diferentes tipos de termopares, con coeficientes de Seebeck relativos dados en la Tabla 7 y descritos por un código de letras y colores, Tabla 8.

Type	Couples	Seebeck Coefficient $\mu\text{V/K}$
E	Chromel-Constantan	60
J	Iron-Constantan	51
T	Copper-Constantan	40
K	Chromel-Alumel	40
N	Nicrosil-Nisil	38
S	Pt (10% Rh)-Pt	11
B	Pt (30% Rh)-Pt (6% Rh)	8
R	Pt (13% Rh)-Pt	12

Tabla 7 Coeficientes de Seebeck relativos

ANSI Code	Connectors		Connectors		Comments Environment Bare Wire	Maximum T/C Grade Temp. Range	EMF (mV) Over Max. Temp. Range	IEC 584-3 Color Coding Thermocouple Grade	IEC Code
	ANSI/ASTM E-230 Color Coding Thermocouple Grade	Extension Grade	+ Lead	- Lead					
J			IRON Fe (magnetic)	CONSTANTAN COPPER-NICKEL Cu-Ni	Reducing, Vacuum, Inert. Limited use in Oxidizing at High Temperatures. Not Recommended for Low Temperatures.	-210 to 1200°C -346 to 2193°F	-8.095 to 69.553		 J
K			CHROMEGA® NICKEL-CHROMIUM Ni-Cr	ALOMEGA® NICKEL-ALUMINUM Ni-Al (magnetic)	Clean Oxidizing and Inert. Limited Use in Vacuum or Reducing, Wide Temperature Range, Most Popular Calibration	-270 to 1372°C -454 to 2501°F	-6.458 to 54.886		 K
T			COPPER Cu	CONSTANTAN COPPER-NICKEL Cu-Ni	Mild Oxidizing, Reducing Vacuum or Inert. Good Where Moisture Is Present, Low Temperature & Cryogenic Applications	-270 to 400°C -454 to 752°F	-6.258 to 20.872		 T
E			CHROMEGA® NICKEL-CHROMIUM Ni-Cr	CONSTANTAN COPPER-NICKEL Cu-Ni	Oxidizing or Inert. Limited Use in Vacuum or Reducing, Highest EMF Change Per Degree	-270 to 1000°C -454 to 1832°F	-9.835 to 76.373		 E
N			OMEGA-P® NICKROSIL Ni-Cr-Si	OMEGA-N® NISIL Ni-Si-Mg	Alternative to Type K. More Stable at High Temps	-270 to 1300°C -450 to 2372°F	-4.345 to 47.513		 N
R	NONE ESTABLISHED		PLATINUM-13% RHODIUM Pt-13% Rh	PLATINUM Pt	Oxidizing or Inert. Do Not Insert in Metal Tubes. Beware of Contamination, High Temperature	-50 to 1768°C -58 to 3214°F	-0.226 to 21.101		 R
S	NONE ESTABLISHED		PLATINUM-10% RHODIUM Pt-10% Rh	PLATINUM Pt	Oxidizing or Inert. Do Not Insert in Metal Tubes. Beware of Contamination, High Temperature	-50 to 1768°C -58 to 3214°F	-0.236 to 18.693		 S
R/SX	NONE ESTABLISHED		COPPER Cu	COPPER-LOW NICKEL Cu-Ni	Extension Grade Connecting Wire for R & S Thermocouples, Also Known as RX & SX Extension Wire.				 R/SX

Tabla 8

Estos termopares se emplean para diferentes rangos de temperatura y aplicaciones.

La figura 42 muestra la característica mV vs T para varios tipos de termopares.

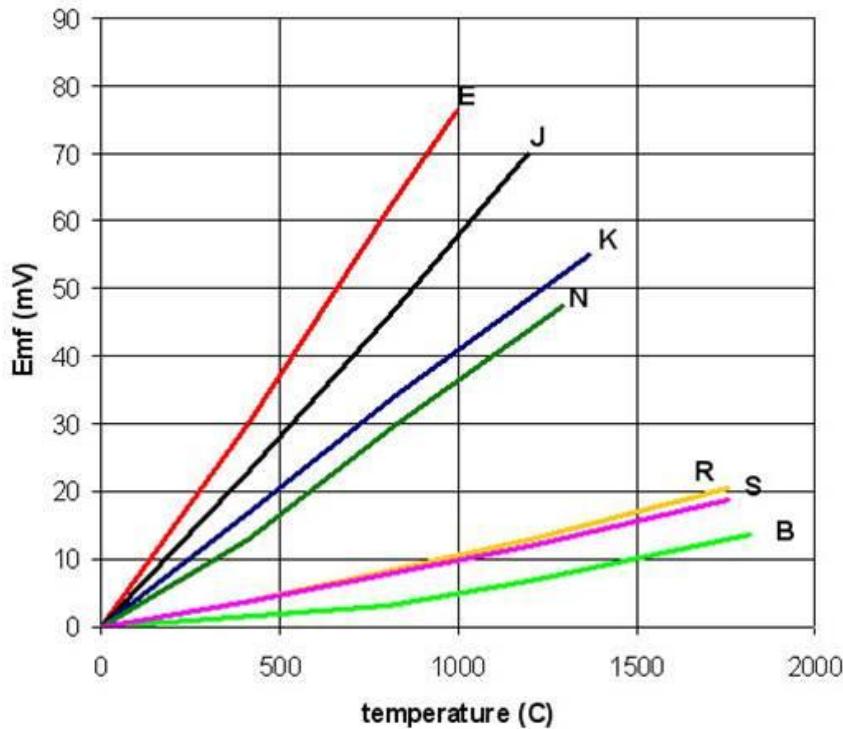


Figura 45³¹

La FEM dada por la Ecuación 43 se encuentra en tablas de calibración definidas por NIST³² (Nacional Institute for Standards and Technology) en la norma ITS – 90 para los diferentes tipos de termopares.

En estas tablas una de las uniones, denominada unión de referencia se mantiene a una temperatura conocida generalmente 0 °C.

Para el termopar tipo J algunos valores son, Tabla 9:

³¹ OMEGA ENGINEERING Temperature Technical Reference (Tabla 8 y Figura 45)

³² <http://srdata.nist.gov/its90/main/>

ITS-90 Table for type J thermocouple												
°C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Thermoelectric Voltage in mV												
0	0.000	0.050	0.101	0.151	0.202	0.253	0.303	0.354	0.405	0.456	0.507	
10	0.507	0.558	0.609	0.660	0.711	0.762	0.814	0.865	0.916	0.968	1.019	
20	1.019	1.071	1.122	1.174	1.226	1.277	1.329	1.381	1.433	1.485	1.537	
30	1.537	1.589	1.641	1.693	1.745	1.797	1.849	1.902	1.954	2.006	2.059	
40	2.059	2.111	2.164	2.216	2.269	2.322	2.374	2.427	2.480	2.532	2.585	
50	2.585	2.638	2.691	2.744	2.797	2.850	2.903	2.956	3.009	3.062	3.116	
60	3.116	3.169	3.222	3.275	3.329	3.382	3.436	3.489	3.543	3.596	3.650	
70	3.650	3.703	3.757	3.810	3.864	3.918	3.971	4.025	4.079	4.133	4.187	
80	4.187	4.240	4.294	4.348	4.402	4.456	4.510	4.564	4.618	4.672	4.726	
90	4.726	4.781	4.835	4.889	4.943	4.997	5.052	5.106	5.160	5.215	5.269	

Tabla 9

En sistemas digitales de medición y control es más fácil emplear ecuaciones para relacionar E y T y viceversa.

Para el termopar tipo J la Tabla ITS-90 establece la relación directa, o generador, FEM en función de T, como:

$$E = \sum_{i=0}^n C^i T^i$$

45

y para el rango de temperatura entre -210°C a 760 °C los coeficientes son los de la Tabla 10

```

name: reference function on ITS-90
type: J
temperature units: °C
emf units: mV
range: -210.000, 760.000, 8
0.000000000000E+00
0.503811878150E-01
0.304758369300E-04
-0.856810657200E-07
0.132281952950E-09
-0.170529583370E-12
0.209480906970E-15
-0.125383953360E-18
0.156317256970E-22
range: 760.000, 1200.000, 5
0.296456256810E+03
-0.149761277860E+01
0.317871039240E-02
-0.318476867010E-05
0.157208190040E-08
-0.306913690560E-12

```

Tabla 10

La relación inversa, expresa T en función de FEM, se emplea en la medición, con los coeficientes de la tabla 11

$T = d_0 + \sum_{i=1}^n d^i E^i$	46
----------------------------------	----

Temperature	-210.	0.	760.
Range:	0.	760.	1200.
Voltage	-8.095	0.000	42.919
Range:	0.000	42.919	69.553
	0.0000000E+00	0.000000E+00	-3.11358187E+03
	1.9528268E+01	1.978425E+01	3.00543684E+02
	-1.2286185E+00	-2.001204E-01	-9.94773230E+00
	-1.0752178E+00	1.036969E-02	1.70276630E-01
	-5.9086933E-01	-2.549687E-04	-1.43033468E-03
	-1.7256713E-01	3.585153E-06	4.73886084E-06
	-2.8131513E-02	-5.344285E-08	0.00000000E+00
	-2.3963370E-03	5.099890E-10	0.00000000E+00
	-8.3823321E-05	0.000000E+00	0.00000000E+00
Error	-0.05	-0.04	-0.04
Range:	0.03	0.04	0.03

Tabla 11

Ejemplo 8. Para un termopar tipo J la juntura de referencia se encuentra a una temperatura de 15 °C. La FEM generada por el termopar es de 1,030 mV. ¿Cuál es la temperatura medida?

De la tabla la FEM para 15 °C es de 0,762 mV, por lo tanto, la FEM correspondiente a la temperatura medida es de:

$$E_{medida} = E_{ref} + E_{fem}$$

$$E_{medida} = 0,762 \text{ mV} + 1,030 \text{ mV}$$

$$E_{medida} = 1,792 \text{ mV}$$

de la tabla ITS:

$$T_{medida} \approx 35^\circ\text{C}$$

Si se emplean los coeficientes de la Tabla 11:

La temperatura para 1,792 mV será:

$$T = 0,0 + 1,978 \times 10 \times (1,792) - 2,001 \times 10^{-1} \times (1,792)^2 + 1,036 \times 10^{-2} \times (1,792)^3 + \dots$$

$$T = 35,44 - 0,64 + 0,06$$

$$T = 34,86 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Según la tabla el error es de $\pm 0,04 \text{ } ^\circ\text{C}$

Como cualquier unión de dos metales expuesta a una diferencia de temperatura genera una FEM se deben tener varias reglas en cuenta para lograr una medición correcta.

Leyes de interconexión³³

LEY 1: Si los metales empleados son homogéneos la *FEM* generada es independiente de las Temperaturas en otras partes del circuito.

Aplicación: Los conductores que conectan a las dos uniones se pueden exponer a temperaturas desconocidas o variables sin afectar el voltaje generado.

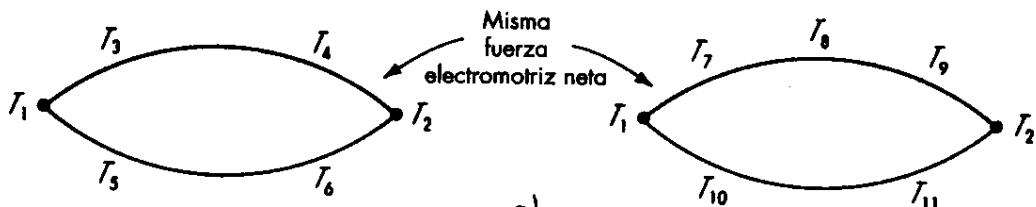


Figura 46

LEY 2: Si se inserta un tercer metal homogéneo C la *FEM* generada no cambiará si las dos nuevas uniones están a la misma temperatura T_3 .

Aplicaciones: se puede insertar un instrumento de medida; se pueden soldar las uniones.

³³ Ver referencia 2

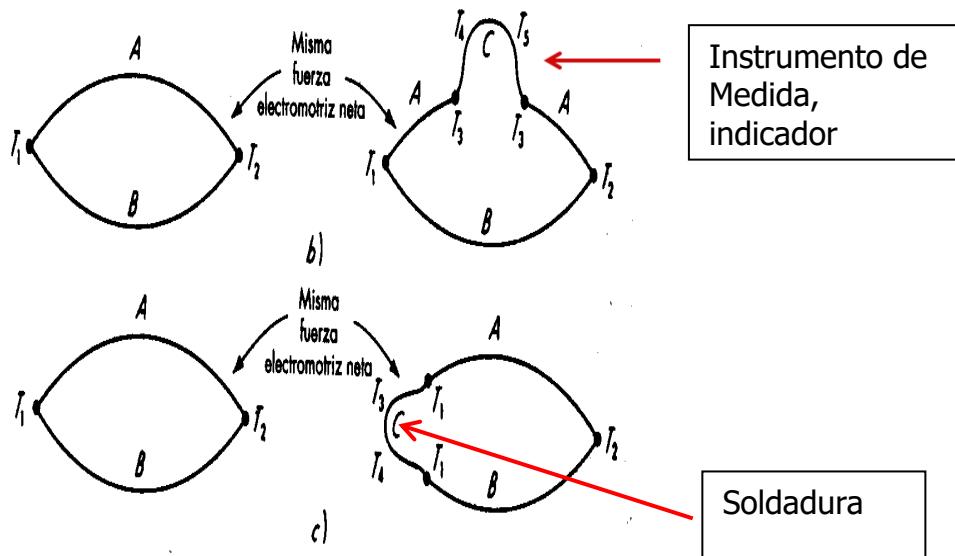


Figura 47

LEY 3: Si $(T_1 - T_2)$ produce la FEM_1 y $(T_2 - T_3)$ la FEM_2 , cuando el termopar este sometido a la diferencia $(T_1 - T_3)$ se producirá $(FEM_1 + FEM_2)$

Aplicación: para medir una temperatura desconocida, Ej. T_1 , la temperatura de la otra unión debe determinar por otro método. Las tablas de calibración están referidas a 0°C

Para emplear el termopar como elemento de medida, la temperatura de la unión de referencia se debe conocer, porque generalmente NO se puede garantizar que sea cero. Este procedimiento se denomina compensación de juntura fría.

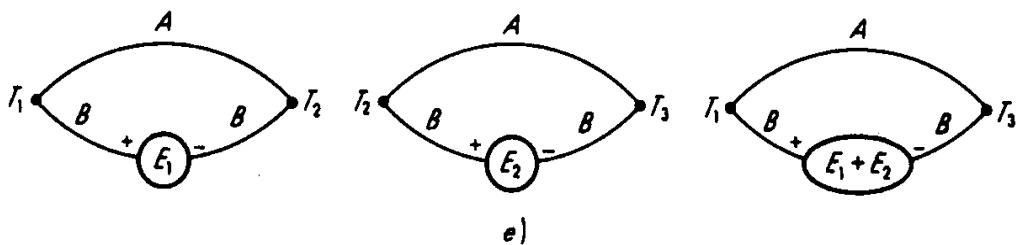


Figura 48

Termopilas. Una termopila consiste en una conexión serie de varios termopares para generar una fuerza electromotriz (fem) mucho mayor.

Las termopolas se emplean como generadores termoeléctricos, para medición de energía radiada (como se estudiará en radiación IR), detección de llama en quemadores, detección de gases etc.

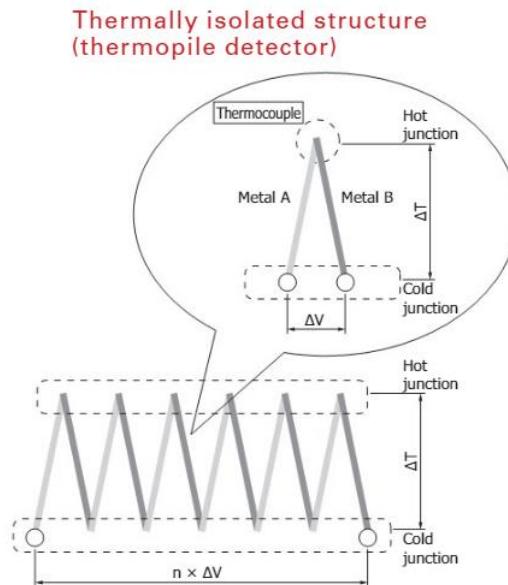


Figura 49 Termopila

Ejemplo 9. Cinco termopares tipo K (Positivo Cr-Ni; Negativo Ni-Al) se conectan en configuración termopila. ¿Cuál es el voltaje total generado?

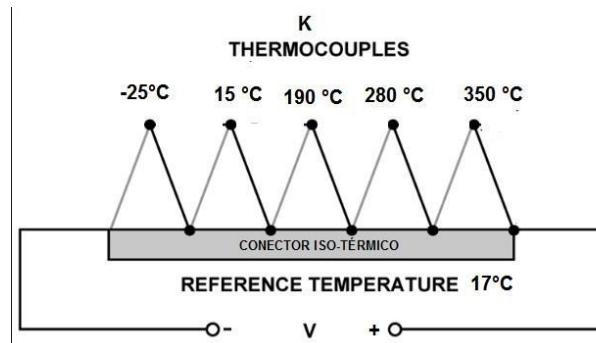


Figura 50³⁴

³⁴ Holman J.P. Experimental Methods for Engineers. 7th Edition. Boston: McGraw Hill. 2001

El voltaje total generado es:

$$V_1 = (V_{@350^\circ C} - V_{@17^\circ C})$$

$$V_2 = (V_{@280^\circ C} - V_{@17^\circ C})$$

$$V_3 = (V_{@190^\circ C} - V_{@17^\circ C})$$

$$V_4 = (V_{@15^\circ C} - V_{@17^\circ C})$$

$$V_5 = (V_{@-25^\circ C} - V_{@17^\circ C})$$

$$V_T = \sum_{i=1}^5 V_i$$

$$V_T = (14,293 + 11,382 + 7,739 + 0,597 - 0,968) - 5 * 0,677 \text{ mV}$$

$$V_T = 29,658 \text{ mV}$$

Aplicación espacial del efecto Seebeck:³⁵

"Radioisotope Thermoelectric Generators (RTGs) are lightweight, compact spacecraft power systems that are extraordinarily reliable.

RTGs provide electrical power using heat from the natural radioactive decay of plutonium-238, in the form of plutonium dioxide. The large difference in temperature between this hot fuel and the cold environment of space is applied across special solid-state metallic junctions called thermocouples, which generates an electrical current using no moving parts.

The most current RTG model, the **Multi-Mission Radioisotope Thermoelectric Generator (MMRTG)**, provides approximately 110 Watts of electrical power when freshly fueled.

RTGs are built to last. Its sturdy and compact design make it an ideal energy source for remote operations. They can withstand the harsh environments and frigid temperatures of deep space travel for decades, have no moving parts and require no maintenance, and have proven to be extremely reliable. In fact, some

³⁵ <https://rps.nasa.gov/about-rps/overview/>

RTGs launched decades ago, are still in operation today like the Voyager mission that first started in 1977.

Thirty-One Years of Clinical Experience with "Nuclear-Powered" Pacemakers³⁶

From 1973 through 1987, 164 radioisotope powered ("nuclear") pacemakers were implanted in 139 patients at the Newark Beth Israel Medical Center. Patient survival was much as might be expected from an age group as selected for this program. At 31 years (January 2005), 12 of the 139 patients (9%) were still alive.

The experience reported here encompassed a span of 16 years of implantation with a follow-up of slightly more than 31 years. The problems encountered along the way were not remarkably different from those encountered in general clinical experience with pacemakers, except that the number of reoperations was fewer. In fact, most patients died with the initial implant in place. Deaths most commonly were due to cardiac causes (54%). The frequency of malignancies was similar to that of the age-matched population; primary tumor sites were randomly distributed.

These results show that nuclear pacemakers were safe and reliable. Their longevity and the resulting decrease in reoperations offset their greater initial cost".

"The last implantations of these devices took place in the late 1980s, when they were put out of fashion by the introduction of lithium-powered batteries combined with the sophistication of pulse generators³⁷ "

³⁶ VICTOR PARONNET, JACK DRILLER, DEBRA COOK, SYED A. RIZVI. Thirty-One Years of Clinical Experience with "Nuclear-Powered" Pacemakers. First published: 20 February 2006. Available at: <https://doi-org.ezproxy.javeriana.edu.co/10.1111/j.1540-8159.2006.00317.x>

³⁷ Boule S. This is the end. Archives of Cardiovascular Diseases Supplements Volume 10, Issue 1, January 2018, Pages 100-101.

PIEZOELECTRICOS^{38,39}

En algunos materiales el efecto piezo-eléctrico causa que un cristal produzca un potencial eléctrico cuando se somete a una vibración mecánica. El efecto reverso hace que el cristal vibre cuando se coloca en un campo eléctrico. Dentro de los materiales que presentan este comportamiento están la sal de Rochelle y el cuarzo, la primera de baja estabilidad y el segundo de un limitado grado de libertad.

Últimamente se emplean compuestos como el titanato de bario (BaTiO_3), para sensores ultrasónicos, y compuestos de plomo - titanio - zirconio, PZT; de alta eficiencia en la conversión y estabilidad con la temperatura.

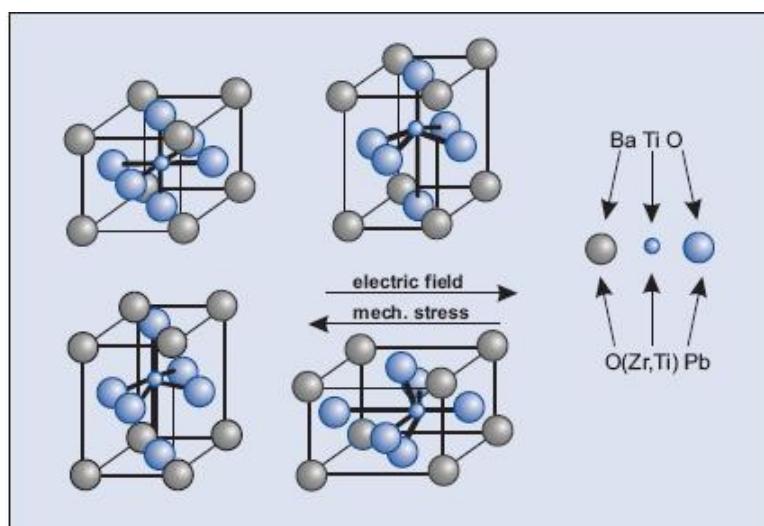


Figura 51

Efecto piezo eléctrico directo o de generador: cuando una fuerza externa actúa sobre el cuerpo del material induce desplazamientos en los elementos positivos y negativos de la red cristalina, que generan momentos en los dipolos y llevan a la formación de un campo eléctrico sobre un par de electrodos conectados al material. Figura 52 a.

En el efecto piezo eléctrico inverso o motor la aplicación de un voltaje eléctrico a un material piezo eléctrico no restringido lo deforma. La cantidad de movimiento es función de la polaridad del voltaje aplicado y la dirección del vector de

³⁸ muRata Piezoelectric Ceramic Sensors Catalog P19E-8 - 2005

³⁹ "PI Piezoelectric Ceramic Products, FUNDAMENTALS, CHARACTERISTICS AND APPLICATIONS. CAT125E R3 Piezoelectric Ceramic Products 12/2016 0; © Physik Instrumente (PI) GmbH & Co KG 2016."

polarización. Cuando el material está restringido, por ejemplo, asegurado a un marco, se produce una fuerza. Figura 52b

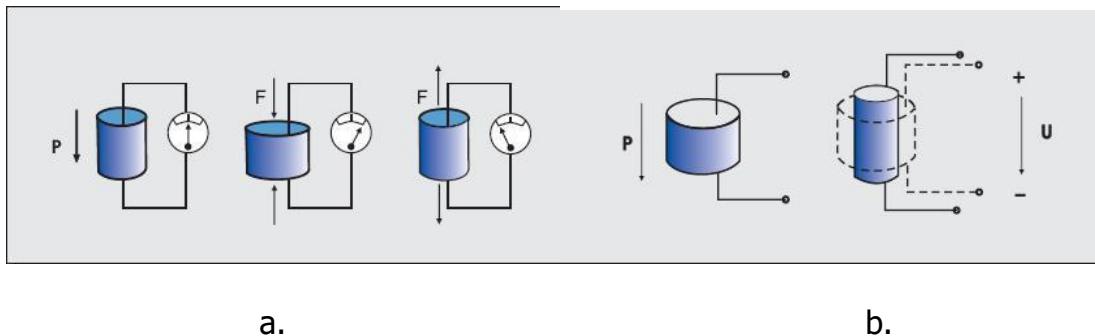


Figura 52

Para pequeñas variaciones eléctricas y mecánicas, régimen cuasi - estático se puede establecer un modelo linealizado que relaciona Stress, Strain, Campo eléctrico y desplazamiento dieléctrico:

$D = dT + \varepsilon^T E$	47a
----------------------------	-----

$S = s^E T + dE$	47b
------------------	-----

D = Desplazamiento eléctrico, q/a (C/m^2)

T = "Stress" (N/m^2) Notado también por σ . (No se usa σ para no confundirlo con conductividad)

E = intensidad de campo eléctrico (V/m)

S = Strain (m/m). (NO se usa ϵ para no confundirlo com permitividad)

d = coeficiente piezo eléctrico (m/V)

ε^T = permitividad (medida para T constante)

s^E = compliancia o coeficiente de elasticidad (medida para E constante) (m/N)

Las constantes d , ε y s tienen direccionalidad: deben ser definidas respecto a un eje coordenado de tres dimensiones.

Estas relaciones son válidas únicamente para pequeñas variaciones, eléctricas y mecánicas. Dentro de este rango las relaciones entre las componentes mecánicas, la deformación elástica o strain, S , y el stress T y, las componentes del campo eléctrico, la intensidad de campo E y D , la densidad del desplazamiento eléctrico, D , son aproximadamente lineales.

Definición 1. Anisotropía.

Anisotrópico significa distinto en diferentes direcciones del espacio. Su antónimo es **isotrópico**: que es igual en todas las direcciones del espacio.

Un material posee propiedades anisotrópicas cuando sus valores son distintos en diferentes direcciones; por ejemplo, la rigidez o la conductividad.

Definición # 2. ¿Qué es un Tensor?⁴⁰

Tensores son sencillamente objetos matemáticos que se pueden usar para describir propiedades físicas, de la misma forma que los escalares y los vectores. De hecho, los tensores son la generalización de escalares y vectores: un escalar es un tensor de rango cero y un vector es un tensor del primer rango.

El rango u orden de un tensor se define por el número de direcciones, que corresponde a la dimensionalidad del arreglo, necesario para definirlo. Por ejemplo, propiedades que requieren una sola dirección, primer rango, se describen completamente por un vector columna (3x1); y propiedades que requieren dos direcciones (tensores de segundo rango) se describen por una matriz de (3x3). En general un tensor de rango nth se puede describir por 3ⁿ coeficientes.

Por ejemplo, para conductores isotrópicos, la ley de Ohm se escribe como:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

Lo cual significa que la densidad de corriente \mathbf{j} es paralela al campo eléctrico aplicado \mathbf{E} y, que cada componente de \mathbf{j} es linealmente proporcional a cada componente de \mathbf{E} :

$$\mathbf{j}_1 = \sigma E_1 ; \mathbf{j}_2 = \sigma E_2 \text{ y } \mathbf{j}_3 = \sigma E_3$$

La necesidad para tensores de segundo rango aparece cuando es necesario considerar más de una dirección para describir una propiedad física.

Por ejemplo, la conductividad eléctrica de un cristal anisotrópico requiere tensores de segundo rango. La densidad de corriente inducida NO necesariamente es paralela al campo eléctrico aplicado, debido a que existen direcciones preferenciales para el flujo de corriente dentro del cristal.

⁴⁰ https://www.doitpoms.ac.uk/tplib/tensors/what_is_tensor.php

Esto significa que cada componente del vector j (densidad de corriente) puede depender de las tres componentes del campo eléctrico:

$$\begin{aligned}j_1 &= \sigma_{11}E_1 + \sigma_{12}E_2 + \sigma_{13}E_3 \\j_2 &= \sigma_{21}E_1 + \sigma_{22}E_2 + \sigma_{23}E_3 \\j_3 &= \sigma_{31}E_1 + \sigma_{32}E_2 + \sigma_{33}E_3\end{aligned}$$

En general la conductividad eléctrica es un tensor de segundo rango, especificado por la matriz (3x3):

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

La relación entre "stress" y "strain" también requiere una descripción tensorial de segundo rango. El modelo completo del cristal piezoelectrónico pasa a ser de Tercer rango por que involucra además de la conductividad al "stress" y la polarización externa.

El análisis se puede simplificar para sistemas con simetría, como se verá posteriormente.

Definición 3: Asignación de ejes

Para describir las propiedades de un material piezoelectrónico polarizado se emplea un sistema de coordenadas ortogonales. Los ejes X, Y, Z se representan por los números 1, 2, y 3, y los ejes de rotación por los números 4, 5 and 6. Figura 54.

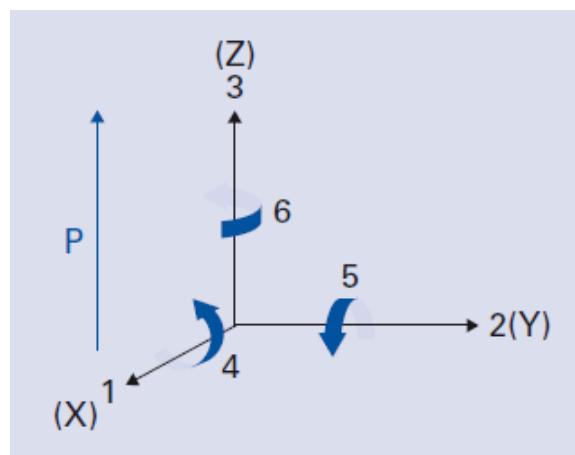


Figure 54 Ejes ortogonales

La dirección de polarización se establece durante el proceso de fabricación por medio de un campo eléctrico de alta intensidad, aplicado entre los dos electrodos del material.

Definición 4: Permitividad ϵ

La permitividad relativa, o coeficiente dieléctrico relativo, ϵ , es la relación entre la permitividad absoluta del material cerámico y la permitividad del vacío ($\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$). La permitividad absoluta es una medida de la capacidad de polarizar a un material. La permitividad depende de las orientaciones del campo eléctrico y de la densidad de flujo y esta dependencia se describe por medio de índices.

Ejemplos:

ϵ_{33}^T valor de la permitividad en la dirección de polarización (dirección 3), cuando un campo eléctrico se aplica paralelo a la dirección de polarización, bajo condición de "stress" mecánico constante. (Cuando $T = 0$: es la permitividad "libre").

ϵ_{11}^S permitividad cuando el campo y el desplazamiento eléctricos están en la dirección 1, bajo condición de deformación constante. (Cuando $S = 0$: permitividad "clamped").

Definición 5 d_{ij} : Carga Piezoeléctrica o Coeficiente de "Strain" o Modulo del cristal (Piezo Modulus)

El módulo del cristal es la relación entre la carga eléctrica inducida y el "stress" mecánico aplicado, o entre el "strain" mecánico obtenible y el campo eléctrico aplicado (Con $T = \text{constante}$).

Ejemplo

d_{33} "strain" mecánico producido por unidad de campo eléctrico aplicado en V/m o densidad de carga en C/m^2 por unidad de presión o stress en N/m^2 , los dos en la dirección de polarización.

Definición 6 g_{ij} : Coeficiente de voltaje Piezoeléctrico

El coeficiente de voltaje piezoeléctrico, g , es la relación entre el campo eléctrico E y el stress mecánico aplicado, T . El coeficiente g_{ij} se obtiene dividiendo el correspondiente coeficiente de carga piezoeléctrico d_{ij} por la permitividad ϵ_{ij} correspondiente.

Ejemplo:

g_{31} describe el campo eléctrico inducido en la dirección 3 por unidad de "stress" mecánico actuando en la dirección 1.

Definición 7: Compliancia Elástica (Compliance) s_{ij}

El coeficiente de compliancia elástica, s , es la relación entre la deformación relativa S y el "stress" mecánico, T . (La compliancia es el inverso de la rigidez: $S = 1/K$). Como las energías mecánica y eléctrica son mutuamente dependientes, las condiciones de frontera eléctricas, tales como el desplazamiento eléctrico, D , y la intensidad de campo E se deben tener en cuenta en la evaluación de la compliancia.

Ejemplos

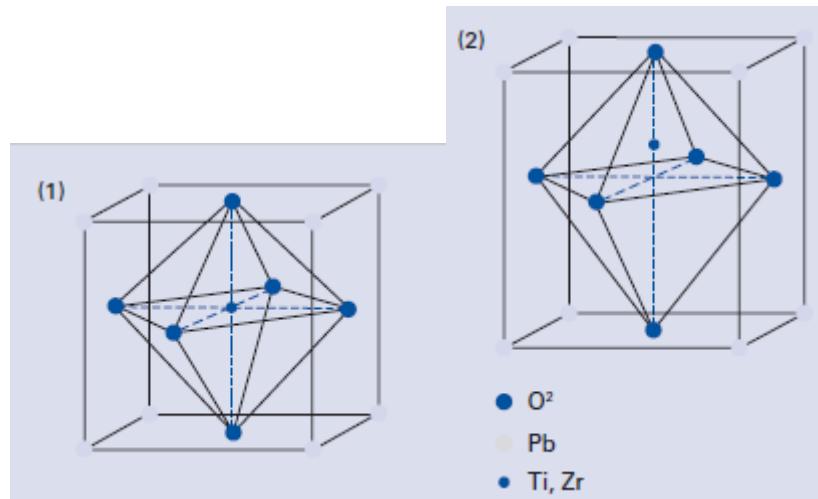
s_{33}^E relación entre el strain mecánico en la dirección 3 y el "stress" mecánico en la misma dirección, con campo eléctrico constante. (Cuando $E = 0$: corto circuito).

s_{55}^D relación entre el strain mecánico de cizallamiento (rotación respecto a Y) y el "stress" mecánico de cizallamiento (También en el mismo sentido) con desplazamiento eléctrico D , constante (cuando $D = 0$: electrodos abiertos).

También se usa con frecuencia el módulo de Young, Y_{ij} , y corresponde en una primera aproximación al reciproco del coeficiente de elasticidad correspondiente.

Definición 8. Temperatura Curie

Por debajo de la Temperatura Curie la estructura del cristal PZT se deforma y se vuelve asimétrica: esto va a permitir la formación de los dipolos y las deformaciones necesarias para los efectos generador y motor. Por encima de la T.C. el material pierde sus propiedades piezoelectricas.



- 1: $T > T_c$: Celda con estructura simétrica
- 2: $T < T_c$: Celda con estructura deformada y dipolo formado.

Figura 55 Temperatura Curie

Con los parámetros ya definidos se pueden establecer las ecuaciones básicas en el modo motor y en el modo generador. Estas se resumen en la tabla 12 para el desplazamiento en el modo motor y el voltaje generado para una fuerza aplicada, para diferentes formas de los cristales. Modelos válidos para pequeñas señales.

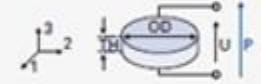
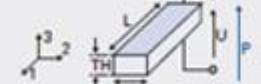
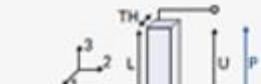
Shape	Electrically induced displacement (small signal)	Mechanically induced voltage (small signal)
Thin disk	 $\Delta OD = \frac{d_s OD}{TH} U$ $\Delta TH = d_s U$	$U = -\frac{4a_s TH}{\pi OD^2} F_z$
Plate	 $\Delta L = \frac{d_s L}{TH} U$	$U = -\frac{d_s}{W} F_z$
Rod	 $\Delta L = d_s U$	$U = -\frac{\mu_{ul} L}{W TH} F_z$
Shear plate	 $\Delta L = d_s U$	$U = -\frac{d_s TH}{L W} F_z$
Tube	 $\Delta L = \frac{d_s L}{TH} U$ $\Delta TH = d_s U$	

Tabla 12 Deformación y voltaje inducido

Los fabricantes publican los siguientes parámetros, Tabla 13, para diferentes tipos de cristales piezoelectricos, todos fabricados de "Modified Lead Zirconate-Lead Titanate"

PIC 151 Characteristics: High permittivity, large coupling factor, high piezoelectric charge coefficient.

PIC 255 Characteristics: Very high Curie temperature, high permittivity, high coupling factor, high charge coefficient, low mechanical quality factor, low temperature coefficient.

PIC 155 Characteristics: Very high Curie temperature, low mechanical quality factor, low permittivity, high sensitivity (g coefficients).

PIC 153. Characteristics: extremely high values for permittivity, coupling factor, high charge coefficient, Curie temperature around 185 °C

PIC152. Characteristics: Very high Curie temperature, usable up to 250 °C

	Unit	Soft PZT materials				
		PIC151	PIC255	PIC155	PIC153	PIC152
Physical and dielectric properties						
Density	ρ g/cm^3	7.80	7.80	7.75	7.60	7.75
Curie temperature	T_c $^{\circ}\text{C}$	250	350	340	160	340
Relative permittivity in the polarization direction permittivity \perp to polarity	$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$	2400	1850	1550	4500	1350
Dielectric loss factor	$\tan \delta$ 10^{-3}	1980	1750	1400	3500	1100
Electro-mechanical properties						
Coupling factor	k_p	0.62	0.62	0.62	0.62	0.48
	k_t	0.53	0.47	0.48	0.49	0.41
	k_{31}	0.38	0.35	0.35	0.33	0.25
	k_{33}	0.69	0.69	0.69	0.72	0.58
	k_{13}	0.65	0.66	0.65	0.66	0.46
Piezoelectric charge coefficient	d_{31} 10^{-12} C/N	-210	-180	-165	-295	-90
	d_{32}	500	400	360	600	240
	d_{33}	610	550	540	780	235
Piezoelectric voltage coefficient	g_{31} 10^{-3} Vm/N	-11.5	-11.3	-12.9	-8.1	-8.7
	g_{32}	22	25	27	17	23
Acousto-mechanical properties						
Frequency coefficient	N_p Hz-mm	1950	2000	1960	1990	2250
	N_t	1500	1420	1500	1380	1570
	N_{21}	1750	1370	1340	1345	1530
	N_{11}	1950	2000	1990	2020	2100
	N_{31}	830	870	820	890	1130
Elastic compliance coefficient	S_{11}^T $10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$	15.0	16.1	15.6	17.2	13.1
	S_{22}^T	19.0	20.7	19.7	20.0	14.8
Elastic stiffness coefficient	C_{11}^T 10^{10} N/m^2	10.0	15.6	11.1	15.3	16.6
Mechanical quality factor	Q_m	100	80	80	50	100

Tabla 13 Parámetros de materiales típicos.

Nota: el único exponente positivo es el de "Elastic stiffness coefficient" (aproximadamente igual al módulo de Young)

Ejemplo 10 Un sensor referencia PIC 255 de PI Ceramic tiene forma de disco delgado con espesor de $t = 5 \text{ mm}$. ¿Qué voltaje genera si se somete a una presión de 1,38 Mpa?

Para el PIC 255, la constante dieléctrica relativa ϵ_r , en la dirección de polarización, es:

$$\frac{\epsilon_{33}^T}{\epsilon_0} = 1850$$

La constante de permitividad del aire es:

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\epsilon_{33}^T = 1850 \times \epsilon_0 = 1.64 \times 10^{-8} \text{ F/m}$$

La constante de carga piezoeléctrica:

$$d^{33} = 400 \times 10^{-12} \text{ C/N}$$

La constante de voltaje piezoeléctrica:

$$g_{33} = \frac{d_{33}}{\varepsilon_{33}} = \frac{4 \times 10^{-10}}{1,64 \times 10^{-8}} \frac{C - m}{F - N}$$

$$g_{33} = 24,4 \times 10^{-3} \frac{V - m}{N}$$

El voltaje generado es:

$$V = \frac{4g_{33}TH}{\pi OD^2} F = g_{33}TH \left(\frac{F}{A} \right) = g_{33}TH(P)$$

$$V = 24,4 \times 10^{-3} \frac{V - m}{N} \times (5 \times 10^{-3} m) \times (1,38 \times 10^6 \text{ N/m}^2)$$

$$V = 168 \text{ V}$$

La energía disponible es:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$$

$$q = d_{33}AT$$

$$V = g_{33}tT$$

$U = \frac{1}{2} d_{33}g_{33} \underbrace{(Axt)}_{\text{Volumen}} T^2$	48
--	----

La densidad de energía:

$u = \frac{U}{Vol} = \frac{1}{2} d_{33}g_{33} T^2$	49
--	----

Para el material del ejemplo 10 la densidad de energía:

$$u = \frac{1}{2} 400 \times 10^{-12} \left(\frac{C}{N} \right) \times 24,4 \times 10^{-3} \left(\frac{V - m}{N} \right) (1,38 \times 10^6 \text{ N/m}^2)^2$$

$$u = 9,3 \frac{J}{m^3} = 9,3 \frac{nJ}{mm^3}$$

k: Factores de acople

El factor de acople, k, es una medida del efecto piezoeléctrico: describe la capacidad del material piezoeléctrico para convertir energía eléctrica en energía mecánica y viceversa.

Se define como la raíz cuadrada de la relación entre la energía mecánica almacenada y la energía total absorbida. En la frecuencia de resonancia k es función de la oscilación correspondiente del cuerpo del cristal.

Ejemplos

k_{33} coeficiente de acople para oscilación longitudinal.

k_{31} coeficiente de acople para oscilación transversal.

k_p factor de acople para la oscilación planar radial de un cristal de forma disco.

k_t factor de acople para la oscilación transversal (espesor) de un cristal en forma de placa.

k_{15} factor de acople para la oscilación de cizallamiento (thickness shear) de un cristal en forma de placa.

N_i Coeficientes de Frecuencia

El coeficiente de frecuencia N describe la relación entre la dimensión geométrica A de un cuerpo y la frecuencia de resonancia serie correspondiente. El índice indica la dirección de oscilación correspondiente $N = f_s A$.

Ejemplos

N_3 describe el coeficiente de frecuencia para la oscilación longitudinal de una varilla delgada (slim rod), polarizada en la dirección longitudinal.

N_1 es el coeficiente de frecuencia para la oscilación transversal de una varilla delgada (slim rod), polarizada en la dirección 3.

N_5 es el coeficiente de frecuencia para la oscilación de cizallamiento transversal de un disco delgado.

N_p es el coeficiente de frecuencia para la oscilación planar de un disco.

N_t es el coeficiente de frecuencia para la oscilación transversal (thickness oscillation) de un disco delgado polarizado en la dirección transversal (thickness direction.)

Shape	Oscillations		
	Type	Mechanical deformation	Series resonance frequency
Thin disk	radial		$f_r = \frac{N_t}{OD}$
			$f_r = \frac{N_t}{TH}$
Plate	transverse		$f_r = \frac{N_t}{L}$
Rod	longitudinal		$f_r = \frac{N_t}{L}$
Shear plate	thickness shear		$f_r = \frac{N_t}{TH}$
Tube	transversal		$f_r = \frac{N_t}{L}$
	thickness		$f_r = \frac{N_t}{TH}$

Tabla 14 Deformación y frecuencia de resonancia

Modelo mecánico del cristal piezoelectrico⁴¹

El modelo mecánico del cristal consiste en una masa, un resorte con su rigidez (compliancia) asociada y un elemento amortiguador para representar las pérdidas de energía. Figura 56. Para pequeña señal los elementos se pueden considerar lineales y se desarrolla un modelo incremental para eliminar el efecto de la gravedad.

⁴¹ Theron Jones. Design a cristal oscillator to match your application. Analog Devices Tutorial 5261 2002

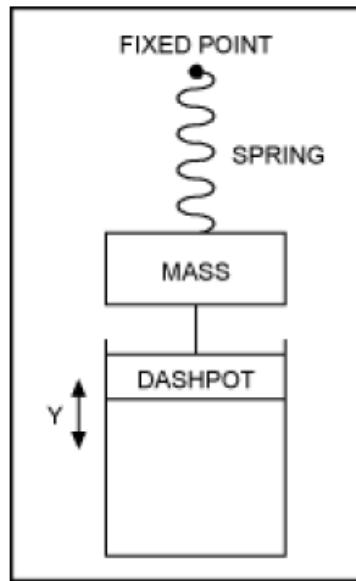


Figura 56 Modelo mecánico del cristal

La ecuación dinámica del sistema, sin fuerza externa aplicada es:

$$M\ddot{y} + B\dot{y} + Ky = 0$$

Ecuación de segundo orden de coeficientes constantes que se puede escribir de la forma general:

$$\ddot{y} + \frac{\omega_0}{Q_m} \dot{y} + \omega_0^2 y = 0$$

La frecuencia natural del sistema: $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}}$

Y el factor de calidad mecánico: $Q_m = \frac{\sqrt{KM}}{B}$

Si se compara con un circuito RLC serie la ecuación dinámica es equivalente cuando:

Constante del resorte $K \rightarrow \frac{1}{C}$

Masa: $M \rightarrow L$

Amortiguador: $B \rightarrow R$

Este comportamiento dinámico del cristal piezo-eléctrico se puede representar por un circuito resonante que resalta los modos de vibración internos del material. El modelo sólo es válido para frecuencias cercanas a la frecuencia de resonancia propia del cristal. La capacidad C_0 representa la capacidad del dieléctrico



Figura 57 Equivalente eléctrico

Las frecuencias de resonancia están dadas por:

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} \quad y \quad f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{C_0 C_1}{C_0 + C_1}}}$$

50

En la frecuencia de resonancia serie la magnitud de la impedancia del circuito es cero (el circuito resonante serie en la frecuencia de resonancia tiende a comportarse como un corto circuito); y en la frecuencia de resonancia paralelo la magnitud de la impedancia alcanza su máximo valor (El circuito resonante paralelo en la frecuencia de resonancia tiende a comportarse como un circuito abierto).

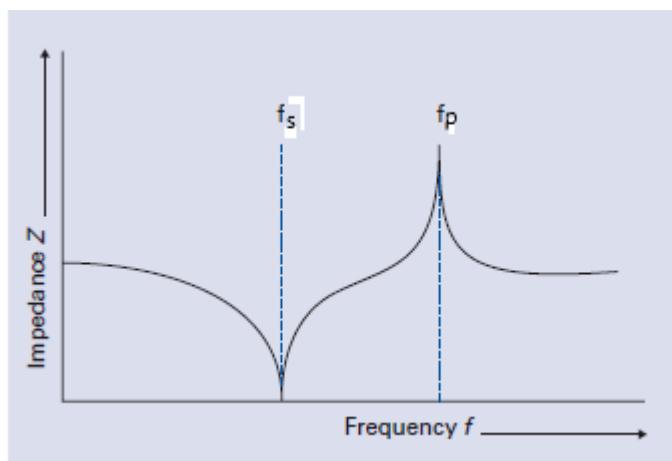


Figura 58

Q_m Factor de calidad mecánico

El factor de calidad mecánico Q_m define la “agudeza de la resonancia” (“sharpness of the resonance”) de un cristal piezoelectrónico o resonador y, está determinado por el ancho de banda 3 dB de la curva de resonancia serie. (Ver Figura 59). El reciproco del factor de calidad es el factor de pérdidas mecánicas.

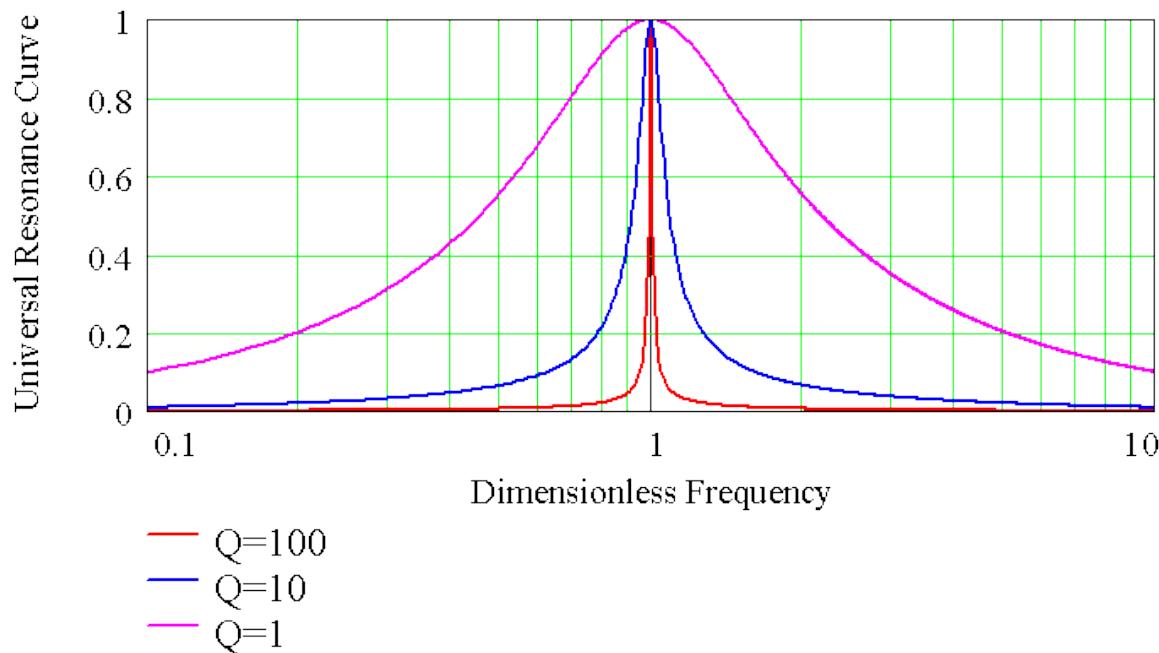


Figura 59 Curva universal de resonancia

Aplicación: Cristal Piezoelectrónico en osciladores

Cuando se aplica un voltaje externo al cristal, se genera una vibración (strain), que genera un cambio en el stress (T) y en el desplazamiento D, y se genera una señal eléctrica de una frecuencia dada por la vibración mecánica del cristal y que está en fase con el stress.⁴² El cristal piezoelectrónico se puede emplear para determinar la frecuencia en osciladores. Figura 58

⁴² J. WARREN WRIGHT . THE PIEZO-ELECTRIC CRYSTAL OSCILLATOR Proceedings of the Institute of Radio Engineers. Volume 17, Number 1. January, 1929.

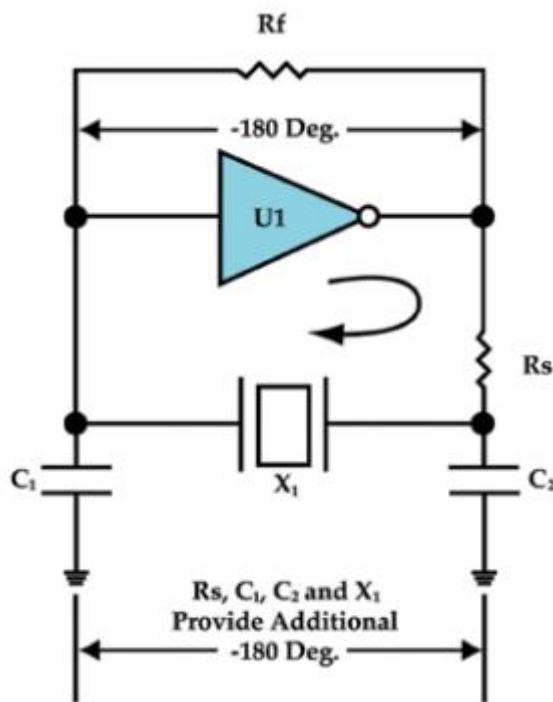


Figura 59 Oscilador Pierce - Gates⁴³

Con los siguientes valores $R_f = 1M\Omega$; $R_s = 390 \Omega$; $C_1 = C_2 = 27 pF$; y un cristal de $f = 20$ MHz se obtiene una señal seno de salida de frecuencia determinada por el cristal (Lo elegante del oscilador es que U1 es una compuerta inversora CMOS, convertida en un amplificador analógico por el empleo de la realimentación provista por R_f).

Sensores Piezoelectricos

Cuando se aplica una fuerza externa al material piezoelectrico del sensor el centro de carga se desplaza en una dirección especifica dentro de la estructura cristalina, Figura 60. Este movimiento genera una carga que puede ser detectada empleando electrodos en las superficies externas del cristal y llevada a un "amplificador de carga" (Amplificador de alta ganancia y resistencia de entrada).

Comparado con los strain gauges, la deformación (strain) en el piezoelectrico es dentro del material mismo, sin alterar su geometría, mientras que en el strain gauge la deformación es física.

⁴³ Ramon Cerda. Pierce-Gate Crystal Oscillator, an introduction. www.MPDIGEST.com. March 2008

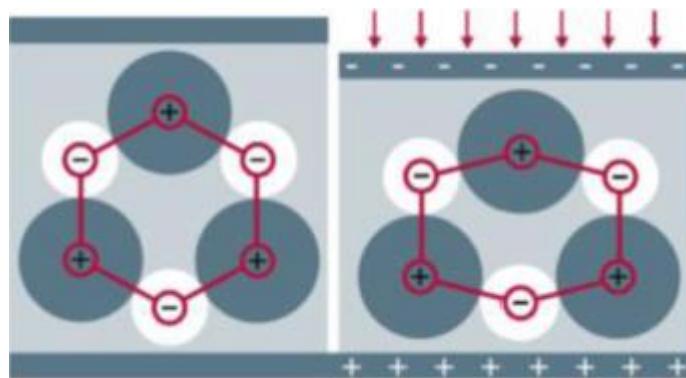


Figura 60⁴⁴

Se pueden desarrollar dos circuitos eléctricos equivalentes para el sensor piezoelectrico, uno con generador de carga y otro con fuente de voltaje (menos usado).

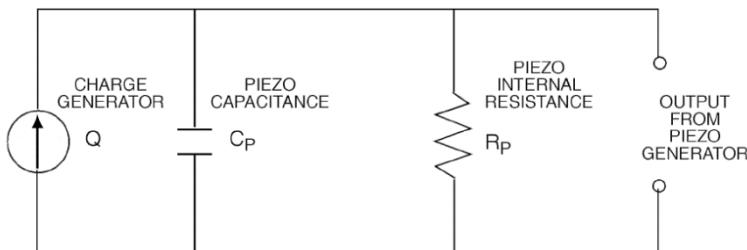
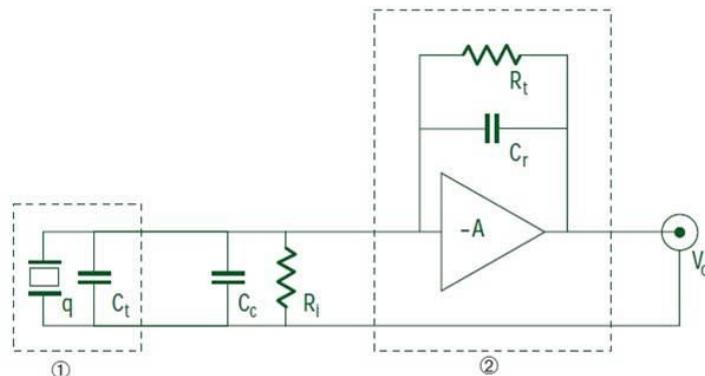


Figura 61 Circuito con generador de carga Q

C_p es la capacidad del sensor, R_p la resistencia interna en baja frecuencia (típicamente en el rango de $G\Omega$ y por lo tanto se puede eliminar en la aplicación práctica donde se emplea un amplificador de carga).

Para lograr una señal de voltaje de una amplitud usable, se emplea un amplificador de carga:

⁴⁴ Carter R. & Kensley R. Introduction to piezoelectric transducers. Piezo.com



① = piezoelectric accelerometer
 ② = charge amplifier
 V_o = output voltage
 A = open loop Gain
 C_t = sensor capacitance
 C_c = cable capacitance

C_r = range (or feedback) capacitor
 R_t = time constant resistor
 (or insulation of range capacitor)
 R_i = insulation resistance of input
 circuit (cable and sensor)
 q = charge generated by the sensor

Figura 62⁴⁵

Empleando la representación en el plano s y sin tener en cuenta las dos resistencias:

$$q = CV_{eq} \rightarrow V_{eq} = \frac{q}{C_t + C_c}$$

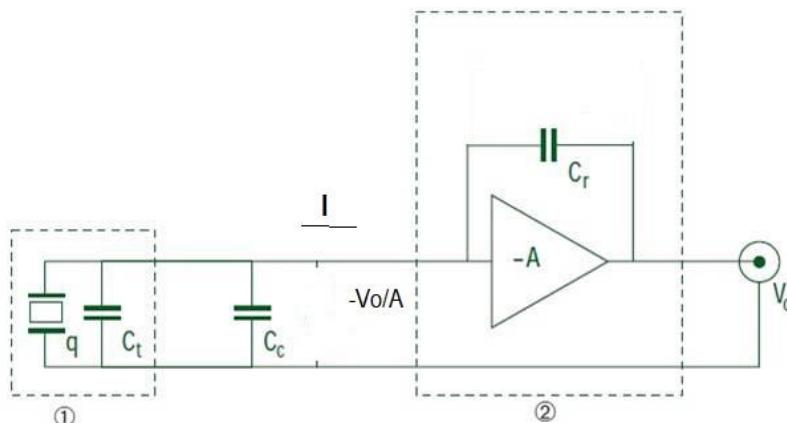


Figura 63

La corriente I:

⁴⁵ Kistler. The Piezoelectric Effect, Theory, Design and Usage. 2007

$$I = \frac{\left(\frac{Q}{C_t + C_c}\right) + \frac{V_0}{A}}{\left(\frac{1}{C_t + C_c}\right)\left(\frac{1}{s}\right)} = s(C_t + C_c) \left[\left(\frac{Q}{C_t + C_c}\right) + \frac{V_0}{A} \right]$$

Para obtener el voltaje de salida:

$$V_0 = -I \frac{1}{sC_r} - \frac{V_0}{A}$$

$$V_0 \left(1 + \frac{1}{A}\right) = -\frac{C_t + C_c}{C_r} \left[\left(\frac{Q}{C_t + C_c}\right) + \frac{V_0}{A} \right]$$

$$V_0 = -\frac{qA}{C_t + C_c + (1 + A)C_r}$$

El propósito del amplificador de carga es convertir la señal de carga, q, proveniente de un generador de alta impedancia de salida, en una salida de voltaje de baja impedancia, fácilmente conectable a otros circuitos.

Aplicaciones sensores

Force plate⁴⁶

A force plate is a measuring platform with a piezoelectric force sensor in every corner. Force plates can be used to characterize biomechanical processes such as walking, running, or jumping, for example, for performance diagnostics in sport, for clinical analyses or in research.



Figura 64

⁴⁶ <https://www.kistler.com/INT/en/force-plate/C00000113>

A three-component force plate contains piezoelectric sensors that measure the forces in the three main axes: the vertical, the horizontal and the transverse direction. This information can be used, for example, to answer specific questions in research or to analyze the movement of the center of mass.

What does a force plate measure?

Force plates measure the so-called ground reaction force. According to Newton's third law, this is the force that acts on a human body during a movement. At rest, the ground reaction force corresponds to the weight of the body; during movements, this force changes due to acceleration effects. Ground reaction forces are among the most measured biomechanical parameters and help to characterize the movement patterns of a person.

What needs to be considered when using force plates?

There are mobile and permanently installed force plates. Ideally, the force plate is installed flush with the underlying ground to facilitate natural movements. Otherwise, the selection should be based on the application purpose:

For simple analyses, e.g., for vertical jumps, a portable 1D-force plate is sufficient. Trainers and coaches usually work with a portable three-component force plate for recording the balance and stability of their athletes.

In research, permanently installed 3D-systems are normally used. To record complex movement patterns, force plates are used in combination with video cameras or motion-capture systems.

Application: Weigh in Motion system for vehicle weight and tire enforcement⁴⁷

Weigh-in-Motion (WIM) systems are an array of sensors used to measure various features of vehicles in motion. WIM systems are comprised of not only the electronics and sensors but include just as importantly flat, smooth, and straight roadways. Data collected from WIM systems include: time and date, speed, vehicle axle counts, axle spacing, axle weight, gross vehicle weight, weight violations, vehicle classification, and overall length.

⁴⁷ <https://www.kistler.com/INT/en/wim-reloaded-kitraffic-digital-the-unique-weigh-in-motion-solution/C00000084>

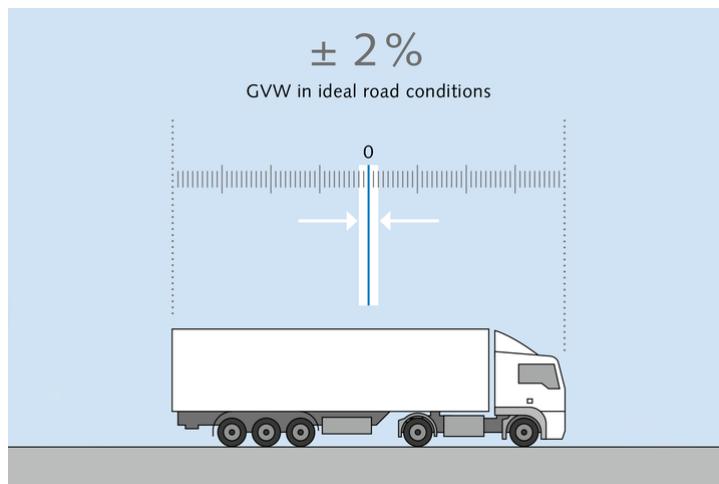


Figura 65
 The gross weight of a vehicle (GVW) is the weight of the empty vehicle plus the weight of the maximum payload that the vehicle was designed to carry.
 $\pm 2\% \text{ GVW in ideal road}$
 $\pm 5\% \text{ GVW in almost any road}$

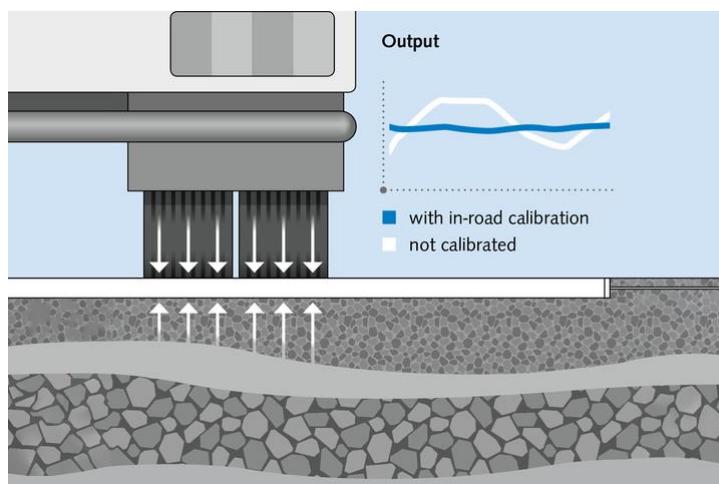


Figura 66
 Compensates influence of poor road quality
 Can be installed on an unlimited number of lanes.

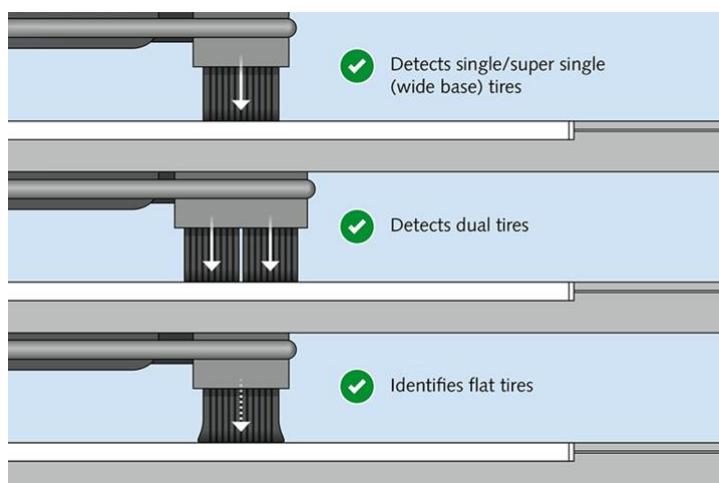


Figura 67
 Enforcement of tire properties
 Detects single and dual tires.
 Identifies flat tires.

Efecto motor⁴⁸

Actuadores rígidos (Stiff) o de baja compliancia ($C = 1/K$), generan gran fuerza, pero pequeño desplazamiento. Por otra parte, actuadores flexibles (Alta compliancia) producen un movimiento significativo, pero pequeña fuerza.

Deflexión libre, X_f , es el desplazamiento que se obtiene cuando se aplica el máximo voltaje recomendado y el actuador es completamente libre para moverse sin desarrollar fuerza alguna.

Fuerza bloqueada (Blocked force), F_b , fuerza que se desarrolla cuando se aplica el máximo voltaje recomendado y el actuador está totalmente bloqueado y fijo (sin posibilidad de desplazarse).

La deflexión es máxima cuando la fuerza es cero y, la fuerza es máxima cuando la deflexión es cero. Estos dos puntos determinan los puntos extremos de la característica Fuerza vs. Deflexión, figura 49.

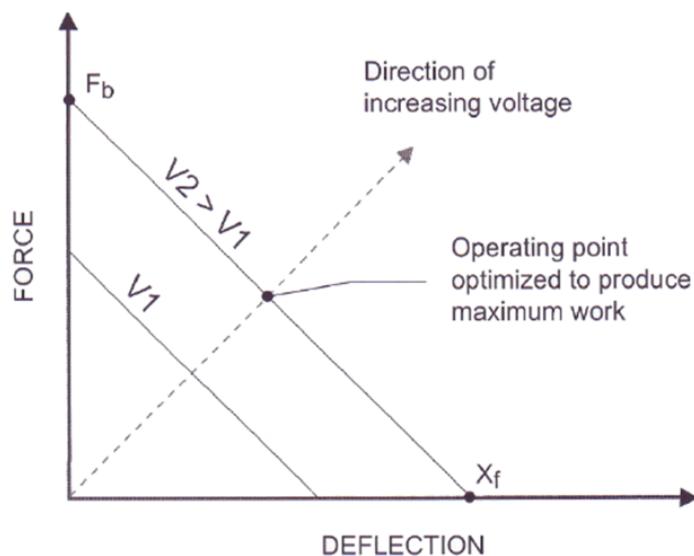


Figura 68

El punto de operación que optimiza la energía de salida del actuador corresponde a una deflexión de operación igual al 50% de la deflexión libre. Esta curva característica es función del voltaje aplicado.

⁴⁸ Referencia 43

Motor de extensión longitudinal

En la condición deflexión libre, x_f , (Stress $T=0$) el máximo strain (S) , a partir de la ecuación:

$$S = s^E T + dE$$

es:

$$S = \frac{\Delta L}{L} = d_{33} E$$

51

$\Delta L = d_{33} L E = d_{33} V$	52
------------------------------------	----

De la Tabla 12 para el motor de extensión longitudinal (rod)

Voltaje de ruptura del material limita el campo máximo aplicable.

Intensidad de campo está definida como el voltaje aplicado sobre la longitud inicial del disco L_0

$$E = \frac{V}{L}$$

En la condición bloqueado (blocked force, F_b , $S = 0$) la máxima fuerza que desarrolla es:

$$0 = (1/E)\sigma + d_- E$$

La dirección de la fuerza es opuesta a la del campo, la magnitud es:

$$F/A = Ed_{33} = F = |AEd_{33}|$$

Magnitud de X_f y F_b dependen del voltaje, pero hay histéresis.

Ejemplo 11. Obtener la curva característica de un actuador piezoelectrónico que tiene una deflexión libre, X_f de 30 um y una rigidez (stiffness) de $200 \text{ N}/\mu\text{m}^N$

¿Cuál es la rigidez de un resorte de carga para la cual el actuador entrega la máxima energía?

$$F_b = K_T x_f = 30 \mu m \times 200 \frac{N}{\mu m} = 6000 N$$

El punto de operación de máxima energía es:

$$X_{opm} = \frac{30 \mu m}{2} = 15 \mu m \quad y \quad F_{opm} = \frac{6000 N}{2} = 3000 N$$

La máxima energía disponible es:

$$E_{max} = 15 \mu m \times 3000 N = 45 mJ$$

La rigidez de un resorte de carga que extrae la máxima energía del actuador es de:

$$K_{lop} = \frac{3000 N}{15 \mu m} = 200 \frac{N}{\mu m}$$

Cuál es el punto de operación y la energía disponible si la carga es un resorte

$$K_l = 600 \frac{N}{\mu m}$$

El punto de operación es la intersección entre la curva característica del actuador y la curva de la carga:

Ecuación del actuador:

$$f_{act} = -200 \left(\frac{N}{\mu m} \right) x_{act} + 6000 N$$

La ecuación de la carga:

$$f_l = 600 \frac{N}{\mu m} (x_l) \mu m$$

Igualando en el punto de operación:

$$\begin{aligned} -200 \left(\frac{N}{\mu m} \right) x_{op} + 6000 N &= 600 \frac{N}{\mu m} (x_{op}) \mu m \\ 6000 N &= 800 \frac{N}{\mu m} (x_{op}) \mu m \\ x_{op} &= 7,5 \mu m ; \quad F_{op} = 4500 N \end{aligned}$$

La energía que se está transfiriendo a la carga es:

$$E = 4500N \times 7,5 \mu m = 33.75 mJ$$

La grafica Fuerza vs Desplazamiento es:

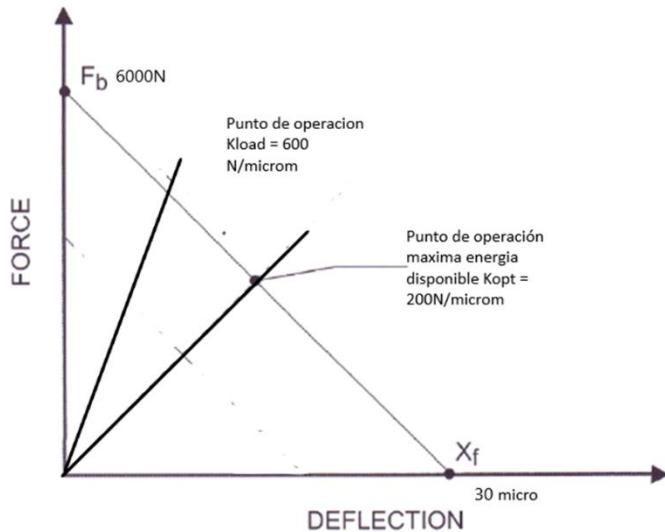
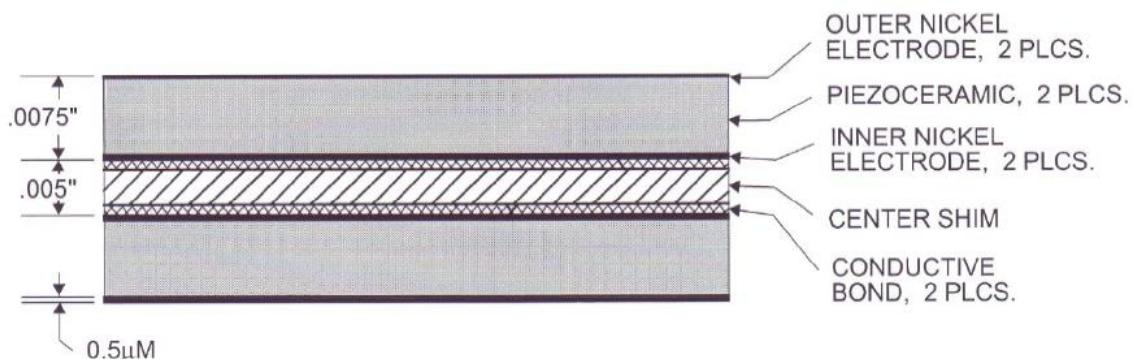


Figura 69

Bimorph Piezoelectric Multilayer Bender Actuators⁴⁹

El Bimorph o “bending motor” está compuesto por dos capas de material piezoelectrónico adosado a una capa delgada de metal (shim) o “arandela” en el centro, Figura 70

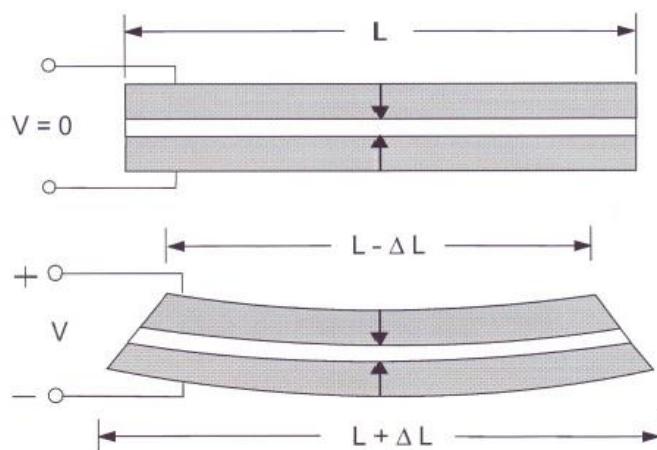
⁴⁹ Ver referencias 38 y 43+



Construction of laminated 2-layer motor element

Figura 70 Bimorph (Bending Motor)

La aplicación de un voltaje al elemento de dos capas produce un efecto similar al de la aplicación de una diferencia de temperatura a un bimetálico: una capa se expande y la otra se contrae. El resultado de este cambio de longitud genera una curvatura mayor y una deflexión de la punta del material, mucho mayor que los cambios que se logran en una lámina sola. Figura 71



The curvature of a bending motor is due to the expansion of one layer and contraction of the other

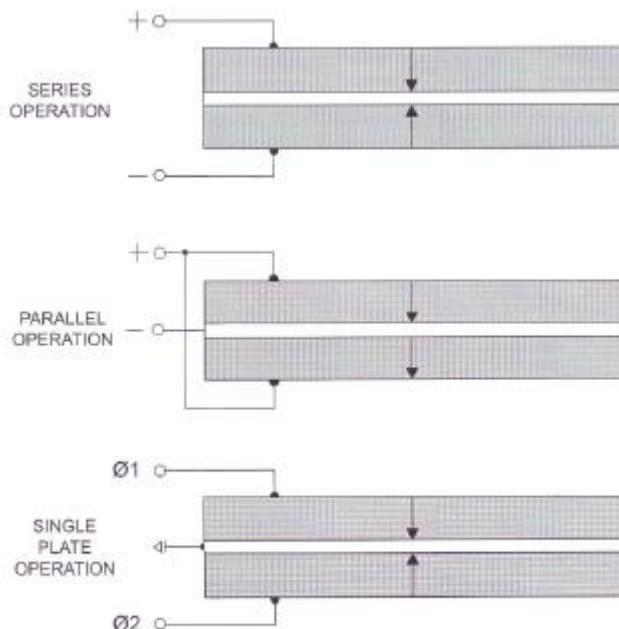
Figura 71 Deformación elemento "bimorph"

Las estructuras "bimorph" vienen polarizadas para ser conectar en tres configuraciones:

Serie: la mas sencilla y económica, las dos laminas quedan conectadas eléctricamente en serie. Menor capacidad, mas baja corriente y mayor voltaje de operación.

Paralelo: está disponible una conexión central al material de la capa central. La deflexión por voltio es el doble de la conexión serie, pero la máxima deflexión que se obtiene es la misma en serie o en paralelo. Mayor capacidad, mayor corriente y menor voltaje que la serie.

Placa sencilla: similar a la serie, el voltaje se aplica a cada capa, una a la vez, en la dirección de polarización. Se logra la mayor deflexión.



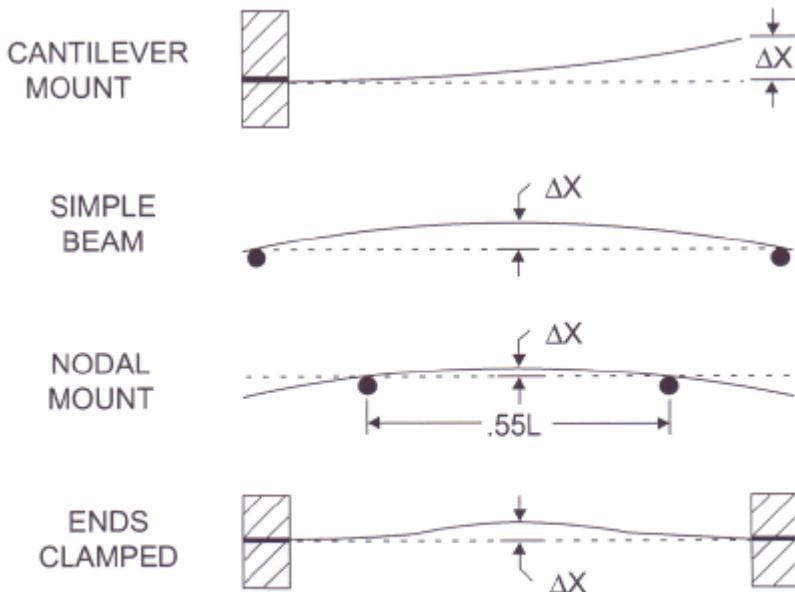
The three standard polarization configurations for 2-layer bending motors

Figura 72 Configuraciones de polarización y conexión

El montaje de los motores "bimorph" puede ser en general de dos tipos:

- Cantiléver: un extremo fijo y potencia tomada en el otro extremo libre., máxima compliancia y deflexión.
- Extremos fijos en la dirección vertical, se pueden mover en el sentido in-out, y potencia tomada en el centro, Menos desplazamiento, pero más fuerza que cantilever

- Montaje nodal: extremos fijos con soportes separados $0.55L$. Potencia tomada en el centro. Alta frecuencia de resonancia, menor perdida de potencia en los soportes.
- Extremos atrapados (clamped ends), solo movimiento vertical restringido



Standard mounting techniques for bending motors

Figura 73 Montaje de los "biphorms"

Las ecuaciones básicas del motor "biphorm" describen un comportamiento no lineal e incluyen el material del centro (shim). Se pueden usar para estimar el movimiento libre y la fuerza de bloqueo, basados en las dimensiones y las propiedades del material.

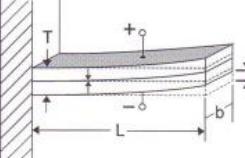
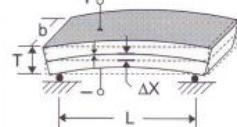
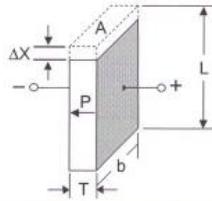
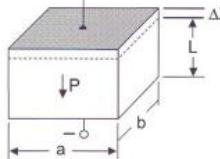
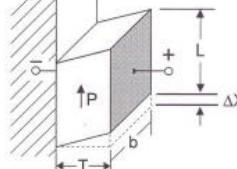
PIEZOELECTRIC CONFIGURATION	FREE DEFLECTION	BLOCKED FORCE	RESONANT FREQUENCY
CANTILEVER BENDING MOTOR			
	$\frac{3 d_{31} L^2 E}{2 T}$	$\frac{3 d_{31} Y b T^2 E}{8 L}$	$\frac{.16 T}{L^2} \sqrt{\frac{Y_{11}}{\rho}}$
SIMPLE BENDING MOTOR			
	$\frac{3 d_{31} L^2 E}{8 T}$	$\frac{3 d_{31} Y b T^2 E}{2 L}$	$\frac{.48 T}{L^2} \sqrt{\frac{Y_{11}}{\rho}}$
TRANSVERSE (D31) CONTRACTION MOTOR			
	$d_{31} L E$ where $A = b T$	$d_{31} Y A E$ where $A = b T$	$\frac{1}{2 L} \sqrt{\frac{Y_{11}}{\rho}}$
PIEZOELECTRIC CONFIGURATION	FREE DEFLECTION	BLOCKED FORCE	RESONANT FREQUENCY
LONGITUDINAL (D33) EXTENSION MOTOR			
	$d_{33} L E$ where $A = a b$	$d_{33} Y A E$ where $A = a b$	$\frac{1}{2 L} \sqrt{\frac{Y_{33}}{\rho}}$
SHEAR MODE MOTOR			
	$d_{15} T E$ where $A = b L$	$d_{15} G A E$ where $A = b L$	$\frac{1}{2 T} \sqrt{\frac{Y_{55}}{\rho}}$

Tabla 14 Ecuaciones de motores

Caso: Bomba de Insulina⁵⁰

Volumen bombeado por cada "stroke": 19 μcm^3 /V

Presión descarga bomba 1 mmHg/V

Una ayuda para los pacientes con diabetes es emplear una bomba que suministre la cantidad faltante de insulina para controlar el nivel de glucosa en la sangre.

Empleando piezoelectrómicos del tipo "biphorm" y electrónica de control es posible construir un prototipo de una micro bomba y las micro válvulas asociadas para suministrar volúmenes fijos y temporizados de insulina en un ambiente experimental de laboratorio.

La bomba tiene tres cámaras:

- Una cámara de entrada (intake) conectada al depósito de insulina.
- Una cámara de salida (outlet) conectada al cuerpo del receptor
- La cámara de bombeo

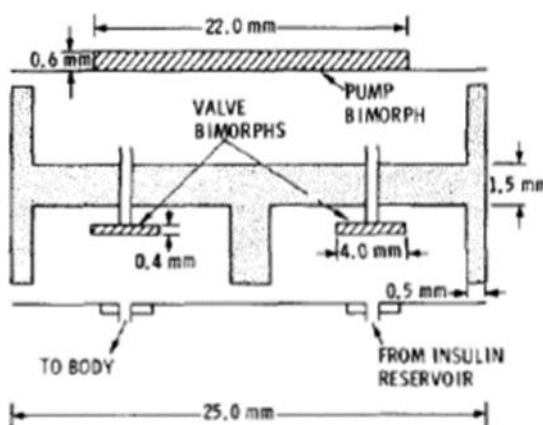


Figura 74 Diagrama de la micro bomba (Vista lateral) Tomado de 50

El impulsor de la bomba es un cristal bimorfo PZT, circular, en configuración "Simple Bending Motor" diámetro L = 22 mm y 0,6 mm de espesor, pegado a una arandela (washer) de acero inoxidable de 0.1 mm de espesor, que esta soldada al cuerpo en acero inoxidable de la bomba. Este impulsor se puede flexionar verticalmente para succionar – descargar el fluido. Las válvulas de entrada – salida tienen una longitud de 4 mm y un espesor de 0.4 mm.

⁵⁰ Spencer W.J. et. al. An electronically controlled piezo electric insulin pump and valves-}. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics Vol SU 25. # 3. May 1978

La secuencia de operación es:

El ciclo empieza con las válvulas cerradas y el impulsor en la parte inferior de la cámara de la bomba.

Para succionar la válvula "intake" se abre y el impulsor sube para llenar la cámara de la bomba. Esta acción dura 100 ms, al finalizar los cuales se cierra la válvula "intake".

Para la descarga, se abre la válvula "outlet", se desactiva el impulsor para que baje a su posición de reposo: la descarga dura 200 ms. Al finalizar este tiempo se cierra la válvula de salida.

El desplazamiento en la configuración simple bending motor es:

$$\delta X = \frac{3d_{31}L^2}{8TH^2} V$$

Cuando se aplica el voltaje al cristal biophorm se asume que este tiene un desplazamiento esférico y el volumen de fluido que desplaza es:

$$Vol = \frac{\pi L^2}{8} (\delta X)$$

(Aproximado a la mitad del volumen de un cilindro de área circular y altura δX).

	Datos cristal PZT-5B	Unidades
G31=	1,05E-02	Vm/N
Diameter=	2,20E-02	m
Thickness=	6,00E-04	m
Voltage=	1,00E+02	V
Yd11=	6,90E+10	N/m ²
Pi=	3,14E+00	
e0=	8,85E-12	F/m
eT33r=	2,00E+03	
eT33=	1,77E-08	F/m

Con esos datos el desplazamiento y el volumen por unidad de voltaje aplicado son:

Des/V	9,37E-08	m/V
Vol/V=	1,78E-11	m ³ /V

Si se excita el piezoelectrico con V = 100V:

Des	9,37E+00	micrometros
Vol (ml)	1,78E+00	microlitros/stroke

Para calcular la presión disponible se va a emplear la ecuación para la fuerza de bloqueo dividida por el área del cristal

Como aproximación a la fuerza se va a tomar la fuerza de bloqueo del cristal rectangular cambiando la dimensión b por el diámetro:

$$F = \frac{3d_{31}Y(D)(TH)}{2}V$$

La presión:

$$P = \frac{F}{\pi(D/2)^2}$$

Los resultados:

d31	1,86E-10	m/V o C/N
Force Blk	1,15E-02	N/V
Press/V	3,04E+01	Pa/V
Press @ 100V	3,04E+03	Pa/V
PressmmHg	22,78	mmHg

Insulin is measured in "units" where there are 100 units per cc (or mL), assuming the standard U-100 concentration. This means that one unit is 10 μ L⁵¹

⁵¹ <https://www.analog.com/en/technical-articles/important-considerations-for-insulin-pump-and-portable-medical-designs.html>)

Las tasas de flujo recomendadas son:⁵²

Table 1: Amount of fluid delivered after 1, 6, and 12 hours with 15 U/hr (high) basal rate setting

15 U/hr Basal Duration	1 hour	6 hours	12 hours
Total expected delivery volume	15 U	90 U	180 U
Median amount delivered [min, max]	15.4 U [14.7, 15.7]	90.4 U [86.6, 93.0]	181 U [175, 187]

Table 2: Amount of fluid delivered after 1, 6, and 12 hours with 2 U/hr (medium) basal rate setting

2 U/hr Basal Duration	1 hour	6 hours	12 hours
Total expected delivery volume	2 U	12 U	24 U
Median amount delivered [min, max]	2.1 U [2.1, 2.2]	12.4 U [12.0, 12.8]	24.3 U [22.0, 24.9]

Table 3: Amount of fluid delivered after 1, 6, and 12 hours with 0.1 U/hr (low) basal rate setting

0.1 U/hr Basal Duration	1 hour	6 hours	12 hours
Total expected delivery volume	0.1 U	0.6 U	1.2 U
Median amount delivered [min, max]	0.12 U [0.09, 0.16]	0.67 U [0.56, 0.76]	1.24 U [1.04, 1.48]

Tabla 15

Modelos actuales: (ver nota 51):

Due to these ultra-low flow rates, the motor is geared down, and a screw drive is used to advance the cartridge piston very slowly with many revolutions of the motor. Consequently, only coarse angular measurements of the motor are needed. Most major insulin pump manufacturers use optical encoders and DC motors, although stepper motors can also be used. Other possible approaches include the use of MEMS-based pumps to miniaturize the system, or pressure pumps to eliminate motors and piston-based reservoirs.

⁵² https://www.accessdata.fda.gov/cdrh_docs/reviews/DEN180058.pdf

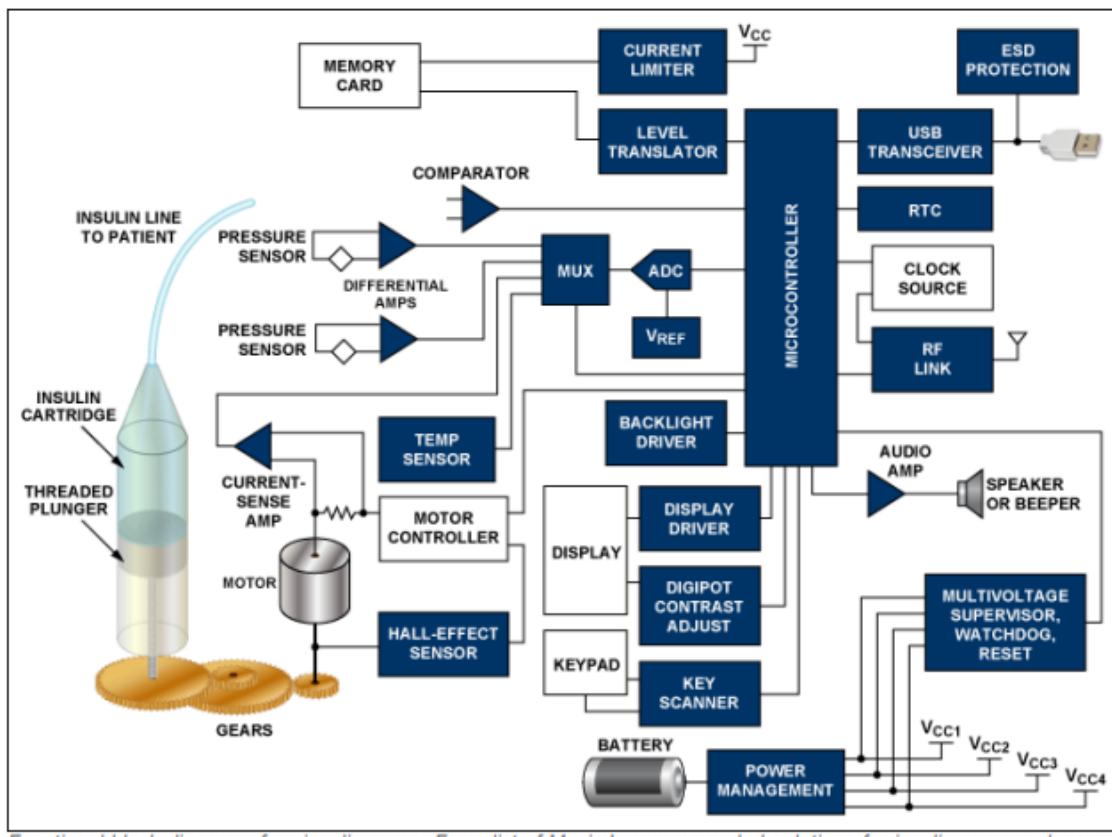


Figura 75

Aplicación sensores ultrasónicos

Los sensores piezo eléctricos fabricados por Murata⁵³ tienen diferentes aplicaciones:

Use of the direct piezo effect	Use of the inverse piezo effect
Mechano-electrical	Electro-mechanical
<ul style="list-style-type: none"> - Accelerometers - Igniters - Piezo keyboards - Generators (stand-alone energy sources) - Passive damping - etc. 	<ul style="list-style-type: none"> Actuators, e. g. translators, bender elements, piezo motors, for: - Micro- and nanopositioning - Laser tuning - Active vibration damping - Micropumps - Pneumatic valves - etc.
Acousto-electrical	Electro-acoustical
<ul style="list-style-type: none"> - Acoustic and ultrasonic receivers - Noise analysis - Acoustic emission spectroscopy - etc. <ul style="list-style-type: none"> - Signal generator (buzzer) - High-voltage sources / transformers - Delay lines - High-powered ultrasonic generators (cleaning, welding, aerosol production) - etc. 	
Use of both effects	
<ul style="list-style-type: none"> - Level measurement - Flow-rate measurement - Object recognition - Medical diagnostics - High-resolution materials testing - Sonar and echo sounders - Adaptive structures - etc. 	

Tabla 16

⁵³ muRata Piezoelectric Ceramic Sensors

Sensores ultrasónicos: transmisor, receptor o transmisor/receptor para alarmas, detectores de rango, puertas automáticas y control remoto.

Part Number	Construction	Using Method	Nominal Freq. (kHz)	Overall Sensitivity (dB)	Sensitivity (dB)	S.P.L. (dB)	Directivity (°)	Cap. (pF)	Operating Temp. Range (°C)	Detectable Range (m)	Resolution (mm)	Max. Input Voltage (V _{p-p})
MA40B8R	Open struct.	Receiver	40	-	-63 (0dB=10V/Pa)	-	50 (typ.)	2000	-30 to 85	0.2 to 6	9	-
MA40B8S	Open struct.	Transmitter	40	-	-	120 (0dB=0.02mPa)	50 (typ.)	2000	-30 to 85	0.2 to 6	9	40 Continuous signal
MA40S4R	Open struct.	Receiver	40	-	-63 (0dB=10V/Pa)	-	80 (typ.)	2550	-40 to 85	0.2 to 4	9	-
MA40S4S	Open struct.	Transmitter	40	-	-	120 (0dB=0.02mPa)	80 (typ.)	2550	-40 to 85	0.2 to 4	9	20 Continuous signal
MA40S5	Open struct.	Dual Use	40	-54 +/-6dB 0dB=10Vpp at 30cm (from 10mVpp to 40mVpp)	-	-	60 (typ.)	2550	-30 to 85	0.5 to 2	9	20 Pulse width 0.4ms Interval 100ms

Distance: 30cm, Overall sensitivity: 0dB=10V_{p-p}, Sensitivity: 0dB=1Vrms/ μ bar, Sound pressure level: 0dB=2x10⁴ μ bar, 1 μ bar=0.1Pa

The sensor can be used in the operating temperature range.

Please refer to individual specifications for the temperature drift of Sensitivity/Sound pressure levels or environmental characteristics in that temperature range.

Directivity, detectable range and resolution are typical values. They can be changed by application circuit and fixing method of the sensor.

Tabla 17

Para diseño se deben tener en cuenta:

- Sensibilidad como receptor: medida en dB con referencia de 0 dB = 10V/Pa
- Presión de sonido transmitida: medida en dB respecto a 0 dB = 0.02 mPa
- Directividad: patrón de recepción o transmisión, en grados. Respuesta en frecuencia: sensitividad vs. Frecuencia (recepción) o SPL vs. Frecuencia (transmisión)

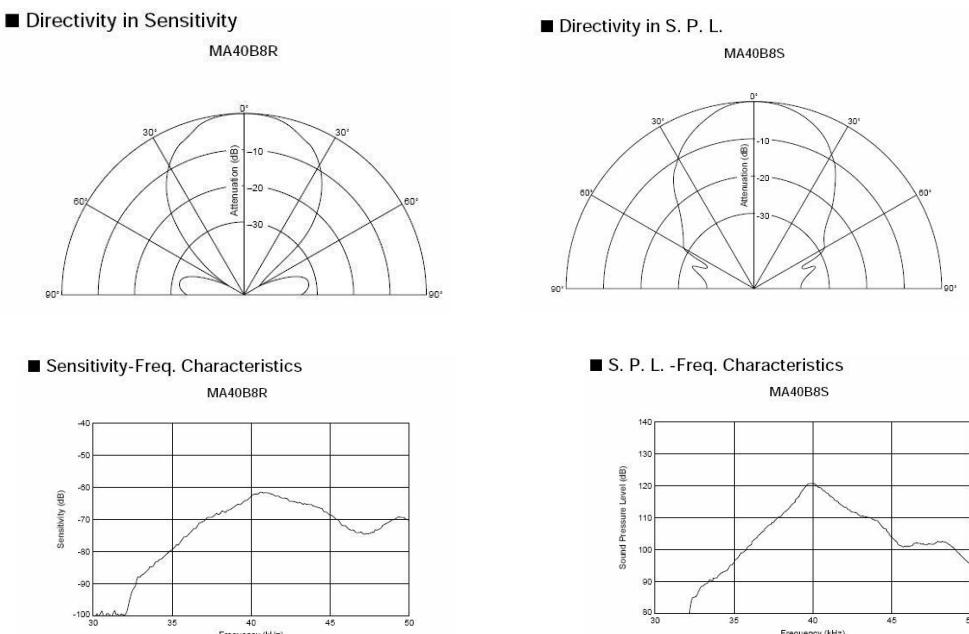


Figura 76

La característica de directividad depende de la frecuencia de trabajo: a mayor frecuencia, el ancho del lóbulo es menor, el sensor es más directivo y se puede emplear como interruptor de proximidad, robótica, medición de distancia o nivel.

Part Number	Construction	Using Method	Nominal Freq. (kHz)	Overall Sensitivity (dB)	Sensitivity	S.P.L.	Directivity (%)	Cap. (pF)	Operating Temp. Range (°C)	Detectable Range (m)	Resolution (mm)	Max. Input Voltage (Vp-p)
MA80A1	High frequency type	Dual Use	75	-47 min. 0dB=18Vpp at 50cm	-	-	7 (typ.)	-	-10 to 60	0.5 to 5	4	120 Pulse width 625µs Interval 45ms
MA200A1	High frequency type	Dual Use	200	-54 min. 0dB=18Vpp at 20cm	-	-	7 (typ.)	-	-30 to 60	0.2 to 1	2	120 Pulse width 250µs Interval 20ms
MA200D1-1	High frequency type	Dual Use	220	from 1.0V to 2.5V	-	-	20 (max.)	2300	-20 to 70	0.1 to 0.3	2	50 Drive wave number: 5 cycles, Drive cycle:220Hz
MA400A1	High frequency type	Dual Use	400	-74 min. 0dB=18Vpp at 10cm	-	-	7 (typ.)	-	-30 to 60	0.06 to 0.3	1	120 Pulse width 125µs Interval 6ms

The sensor can be used in the operating temperature range.

Please refer to individual specifications for the temperature drift of Sensitivity/Sound pressure levels or environmental characteristics in that temperature range.

Directivity, detectable range and resolution are typical values. They can be changed by application circuit and fixing method of the sensor.

Tabla 18

■ Directivity in Overall Sensitivity

MA_A1 Series

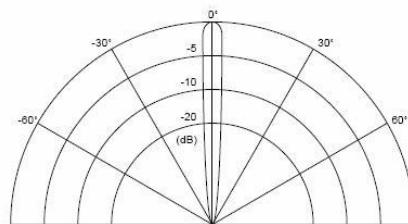


Figura 77

También se emplean como detectores de choque que generan un voltaje proporcional a la aceleración de un impacto o a una vibración.

Part Number	Output Voltage	Capacitance	Insulation Resistance
PKS1-4A1	40mVo-p/G TYP. 4.08mVo-p/G (m/s ²) TYP. (at 25°C, 20MΩ Load, 10Hz - 1kHz)	10000pF±30%	30MΩmin. (at 100V D.C.)
PKS1-4A10		9000pF±30%	
PKS1-4B1	44mV rms ± 15% (at 25°C, 20MΩ Load, 2G, 100Hz)	10000pF±30%	

1G=9.8m/s²

Tabla 19

En estos detectores la respuesta de frecuencia es un parámetro básico de diseño: tienen comportamiento pasa-bajos y una frecuencia de resonancia que modifica sustancialmente la característica voltaje vs. impacto

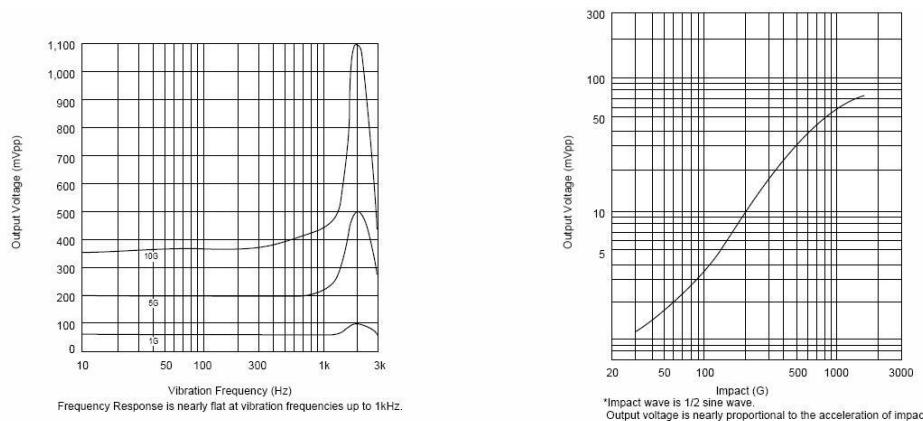


Figura 78

Ejemplo 14⁵⁴ La figura 57 describe el principio de medición de distancia basado en el método de “reflexión de pulso”.

En este método se cuenta el número de pulsos de referencia transcurridos entre la transmisión y recepción de la onda ultrasónica.

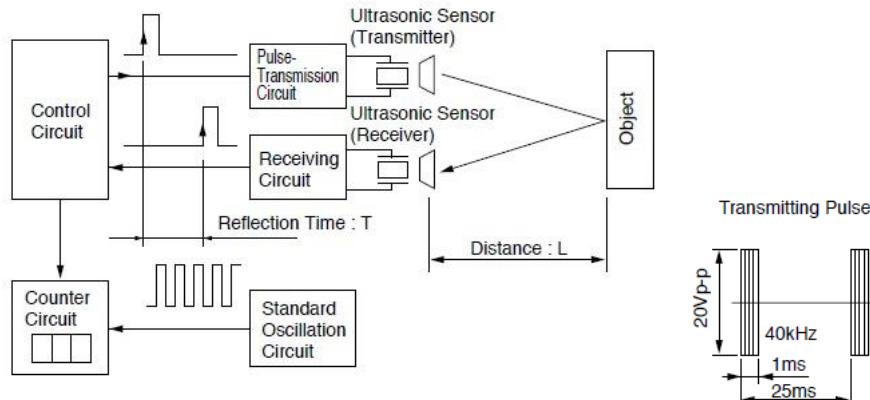


Figura 79 Principio de medición de distancia

La relación entre distancia y tiempo de viaje T es:

$$L = v \times \left(\frac{T}{2} \right)$$

⁵⁴ Murata .Ultrasonic Sensor. Application Manual. Cat.No.S15E-5. 08.10.31

V es la velocidad del sonido en el medio y a la temperatura ambiente. (Aire a 25°C es de 346 m/s)

Para evitar que la señal transmitida sea detectada instantáneamente por el receptor, mientras se emite la ráfaga, el receptor está bloqueado y se espera un tiempo de latencia antes de activarlo.

Si se asume un tiempo de latencia de 1 ms, la zona muerta de detección del medidor es de:

$$L_o = 346 \frac{m}{s} \times \frac{1 \text{ ms}}{2} = 17,3 \text{ cm}$$

El valor máximo de rango de medición es cuando el tiempo de viaje sea 25 ms:

$$L_{max} = 346 \frac{m}{s} \times \frac{25 \text{ ms}}{2} = 4,33 \text{ m}$$

REFERENCIAS

1. CLOSE Charles, FREDERICK Dean and NEWELL Jonathan. *Modeling and Analysis of Dynamic Systems*. 3rd Edition. John Wiley & Sons. 2002.
2. DOEBELIN E.E. *Sistemas de medición e instrumentación*. 5ta Edición. México. McGraw Hill 2005. pag.640
3. <https://www.eia.gov/energyexplained/electricity/how-electricity-is-generated.php>
4. ISA. Standard 51.1-1979 (R1993). Process Instrumentation Terminology. ISA Research Triangle Park NC. Reaffirmed May 26 – 1995
5. Bourns. Application Note TO612 – 2006.
6. Bourns Sensors and Controls potentiometers. 2003, BOURNS, INC
7. MINCO Resistance Thermometry: Principles and Applications of Resistance Thermometers and Thermistors. © Minco 2011.
8. iST Application Note ATP-E2.1.10. RTD Platinum Sensor
9. Meyer Sapoff. Sensors. Chapter 32. Temperature Measurement. Edited by R.J. Sandberg CRC Press 1999
10. B.C. Baker. Thermistors in single supply temperature sensing circuits. AN 685. Microchip 1999
11. ILX Lightwave. Application Note # 4. Thermistor calibration and the Steinhart – Hart equation. 2003
12. Gregg Lavenuta. An explanation of the beta and Steinhart-Hart equations. White paper. QTI.
13. B.C. Baker. Thermistors in single supply temperature sensing circuits. AN 685. Microchip 1999
14. EBME & Clinical Engineering Articles. Baby Incubation Details. ([/articles/clinical-engineering](#)). Last Updated: 28 January 2018
15. <https://www.amphenol-sensors.com/en/thermometrics/assemblies/860-biomedical-ma-series>
16. A.S. Fiorillo , C.D. Critello , S.A. Pullano. Theory, technology and applications of piezoresistive sensors: A review. Sensors and Actuators A 281 (2018) 156–175
17. Strain Gage Measurement System. Micro measurement Group. 2001
18. National Instruments. Measuring Strain with Strain Gauges
19. 008883-1-EN, July 2013 • Effectively Using Pressure, Load, and Torque Sensors with Today's Data Acquisition Systems Copyright © 2013 Honeywell International Inc Honeywell
20. MSI sensors
21. Honeywell. Sensing and Control Pressure and Force Sensors Piezoresistive Technology. 008152-22-EN | 22 | 03/18 Copyright © 2018 Honeywell International Inc.
22. Maxim. Demystifying Piezoresistive Pressure Sensors. APPLICATION NOTE 871. Jul 17, 2002

23. MPR Series MicroPressure Board Mount Pressure Sensors Datasheet.
Honeywell Advanced Sensing Technologies. ©2022 Honeywell International Inc.
24. Su, Yue & Ma, Kainan & Yuan, Fang & Tang, Jun & Liu, Ming & Zhang, Xu. (2022). High-Performance Flexible Piezoresistive Sensor Based on Ti₃C₂T_x MXene with a Honeycomb-like Structure for Human Activity Monitoring. *Micromachines*. 13. 821. 10.3390/mi13060821.
25. John Boudreau, et.al. Microphone Techniques for recording. © Shure Incorporated. 2007
26. <https://www.shure.com/en-MEA/products/microphones/ksm44a?variant=KSM44A%2FSL#support>
27. Integrated Capacitive Pressure Sensors
http://www.ims.fraunhofer.de/uploads/media/Capacitive_Pressure_Sensors.pdf
28. Technical Information TI/266-EN Rev.B. 2600T Series Pressure Transmitters Basic Transmitter Theory. Copyright© 2011 ABB.
29. Clemens J. M. Lasance .The Seebeck Coefficient. November 1,
30. 2006 Design, Test & Measurement. <https://www.electronics-cooling.com/2006/11/the-seebeck-coefficient/>.
31. OMEGA ENGINEERING Temperature Technical Reference.
32. <http://srdata.nist.gov/its90/main/>
33. Holman J.P. Experimental Methods for Engineers. 7th Edition. Boston: McGraw Hill. 2001.
34. <https://rps.nasa.gov/about-rps/overview/>
35. VICTOR PARSONNET, JACK DRILLER, DEBRA COOK, SYED A. RIZVI. Thirty-One Years of Clinical Experience with "Nuclear-Powered" Pacemakers. First published: 20 February 2006. Available at: <https://doi.org.ezproxy.javeriana.edu.co/10.1111/j.1540-8159.2006.00317.x>.
36. Boule S. This is the end. Archives of Cardiovascular Diseases Supplements Volume 10, Issue 1, January 2018, Pages 100-101.
37. muRata Piezoelectric Ceramic Sensors Catalog P19E-8 - 2005
38. "PI Piezoelectric Ceramic Products, FUNDAMENTALS, CHARACTERISTICS AND APPLICATIONS. CAT125E R3 Piezoelectric Ceramic Products 12/2016 0; © Physik Instrumente (PI) GmbH & Co KG 2016.".
39. What is a Tensor?
https://www.doitpoms.ac.uk/tplib/tensors/what_is_tensor.php.
40. Theron Jones. Design a cristal oscillator to match your application. Analog Devices Tutorial 5261 2002.

-
41. J. WARREN WRIGHT. THE PIEZO-ELECTRIC CRYSTAL OSCILLATOR
Proceedings of the Institute of Radio Engineers. Volume 17, Number 1.
January 1929.
 42. Ramon Cerda. Pierce-Gate Crystal Oscillator, an introduction.
www.MPDIGEST.com. March 2008
 43. Carter R. & Kensley R. Introduction to piezoelectric transducers. Piezo.com
 44. Kistler. The Piezoelectric Effect, Theory, Design and Usage. 2007
 45. <https://www.kistler.com/INT/en/force-plate/C00000113>
 46. <https://www.kistler.com/INT/en/wim-reloaded-kittraffic-digital-the-unique-weigh-in-motion-solution/C00000084>.
 47. Spencer W.J. et. al. An electronically controlled piezo electric insuline pump and valves-. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics Vol SU 25. # 3. May 1978.
 48. <https://www.analog.com/en/technical-articles/important-considerations-for-insulin-pump-and-portable-medical-designs.html>.
 49. https://www.accessdata.fda.gov/cdrh_docs/reviews/DEN180058.pdf
 50. Murata .Ultrasonic Sensor. Application Manual. Cat.No.S15E-5. 08.10.31

PROBLEMAS

1. Un termistor NTC tiene una resistencia de $10 \text{ k}\Omega$ @ 25°C . El valor de $\beta = 3455$ y se asume constante en el rango de 25°C a 100°C .
 - a. Calcular el modelo Beta
 - b. Graficar Resistencia vs Temperatura en el rango definido.
 - c. ¿Cuánto vale R para $T = 50^\circ\text{C}$, tomar el dato de la grafica
2. Una RTD MINCO modelo S884PE50Z24 se usa para medir la temperatura del aire dentro de un tanque. La resistencia medida varía entre 90 y 127.
 - a. Cual es el rango de temperatura medido. Comparar el resultado empleando tabla e interpolación lineal y empleando la formula de R vs T.
 - b. Si el factor de autocalentamiento se asume de $50 \text{ mW}/^\circ\text{C}$ y la corriente de excitación es de 1 mA , cual es el mayor error de temperatura.
3. La unión de referencia de un termopar Tipo T está a una temperatura de -5°C (menos 5°C), la FEM generada por el termopar es de $4,58 \text{ mV}$. ¿Cuál es la temperatura medida?
 - a. Emplear interpolación lineal.
 - b. Usar el polinomio.
4. En un simulador de Termopares se desea generar el voltaje equivalente a una temperatura de $578,7^\circ\text{C}$, para un Termopar tipo K.
 - d. Calcularlo empleando la tabla e interpolación
 - e. Calcularlo empleando el polinomio directo.
5. El lado sensible de un termopar tipo J está expuesto a una temperatura de 978°C . Si la temperatura de la unión de referencia está en 54°C . ¿Cuál es la fem generada por el termopar?
6. En el puente de Wheatstone de la Figura P1 R_A es un "Strain Gauge" de aleación Advance (Ni-Cu) y $R_0 = 120 \Omega$, R_D es una "Strain gauge" fantasma para compensar la temperatura. Las otras dos resistencias son fijas de 120Ω . La corriente máxima a través del SG debe ser de 20 mA . El Advance tiene un coeficiente de expansión térmica de $14,9 \times 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{m-K}}$, un coeficiente de resistencia de $6 \times 10^{-6} \frac{\Omega}{\Omega\text{K}}$ y un factor de celda $G_L = 2,1$

- ¿Cuál es el máximo voltaje de alimentación del puente? Usar este voltaje para el resto de las preguntas.
- Si las SG se montan sobre una pieza de acero, con módulo de elasticidad o módulo de Young de $E = 20,7 \times 10^{10} \frac{N}{m^2}$. ¿Cuál es el voltaje de salida para un "Stress" de 6,89 MPa (1000 pound/in²). La temperatura NO varía. El "stress" externo se aplica en el sentido mostrado por las flechas.
- Considerar el SG activo únicamente. ¿Cuál es el efecto de una variación de temperatura de 50 °C sobre la resistencia de strain gauge? ¿A qué valor de strain equivale?
- Considerar el SG activo únicamente. ¿Cuál es el efecto de una variación de temperatura de 50 °C sobre la longitud del strain gauge? ¿A qué valor de strain equivale?

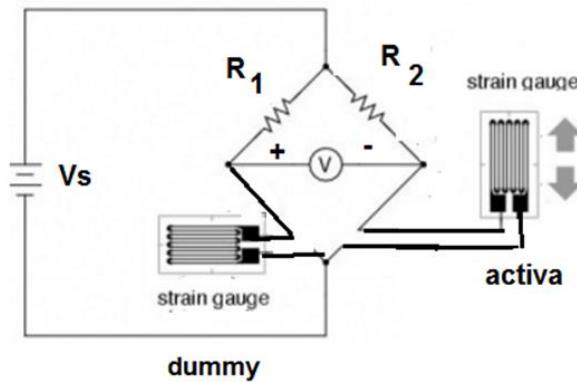


Figura P1⁵⁵

- La Figura P2 muestra el modelo de un micrófono capacitivo. Consiste en un condensador de placas paralelas conectado a un circuito eléctrico. La placa "a" está adosada al marco del micrófono. La onda sonora ejerce una fuerza $f_s(t)$ sobre la placa "b", que tiene una masa M y está conectada al marco del micrófono por un resorte K y un amortiguador B . la capacidad eléctrica es función de la distancia x entre las placas:

⁵⁵ Doebelin E. Sistemas de medición e instrumentación. 5ta Edición.

$$C = \frac{\epsilon A}{x}$$

ϵ = constante dielectrica
 A = area placas

La ecuación de la capacidad eléctrica es:

$$q = C(x)v$$

v = voltaje sobre el condensador

El campo eléctrico dentro de las placas del condensador produce una fuerza sobre la placa móvil, opuesto al movimiento:

$$f_e = \frac{q^2}{2\epsilon A}$$

- Plantear las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema.
- Encontrar el punto de equilibrio y desarrollar un modelo de estado lineal, la salida es el voltaje sobre el condensador.

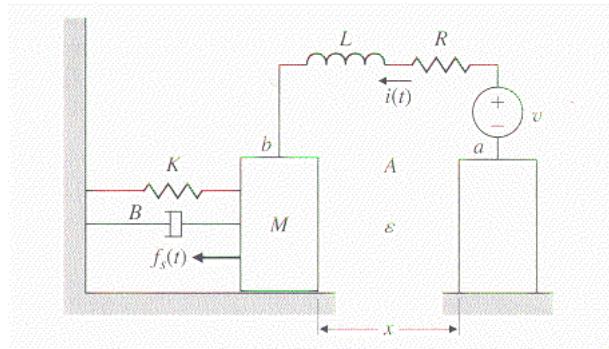


Figura P2⁵⁶

- . En el detector de velocidad de la Figura P3 la placa móvil es un semi disco de momento de inercia J y en el soporte del eje se presenta una fricción viscosa B_T

- Plantear ecuaciones de estado
- Linealizar y encontrar la función de transferencia corriente de salida vs. Velocidad angular de entrada.

⁵⁶ Franklin et. al. Feedback control of Dynamic systems. 4th Edition

$$H(s) = \frac{I(s)}{\omega(s)}$$

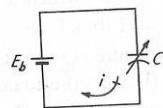
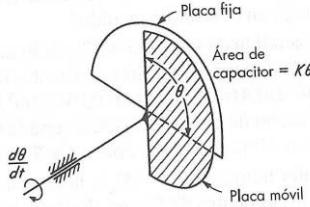


Figura P3⁵⁷

⁵⁷ Doebelin E. Sistemas de medición e instrumentación. 5ta Edición.