

1. Demuestre por inducción matemática que 21 divide a

$$4^{n+1} + 5^{2n-1}$$

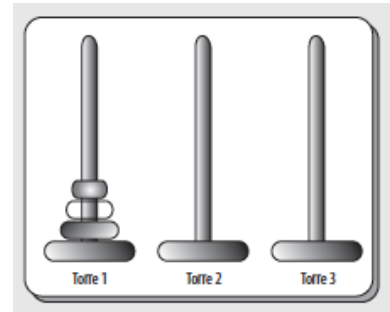
para todo entero positivo n .

2. Demuestre que los números de Fibonacci satisfacen

$$a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 = a_n a_{n+1}$$

3. Una biblioteca contiene 5 libros de matemáticas, 4 libros de programación y 6 libros de humanidades. De cuántas formas diferentes se deben organizar en la biblioteca si deben quedar seguidos los del mismo tema.

4. Considérese que se tienen n discos y 3 torres. Los discos están apilados en la torre 1, ordenados de mayor a menor. El objetivo es pasar los discos uno por uno a la torre 3, colocados en el orden original. No obstante, en el proceso no se permite que un disco mayor se coloque sobre otro menor. Si a_n es el número de movimientos que se requieren para pasar los discos de la torre 1 a la torre 2, determinar la relación de recurrencia para calcular a_n .



5. Utilice un CAS para aplicar el teorema del binomio.