CONSTRUCCIÓN ÓPTIMA DE PROYECTOS DE AGUA POTABLE EN

TIGRAY,ETIOPÍA

PRESENTADO POR:
WILLIAM GOMEZ
JULIANA PUENTES
MARIANA AMAYA
NICOLAS MURILLO

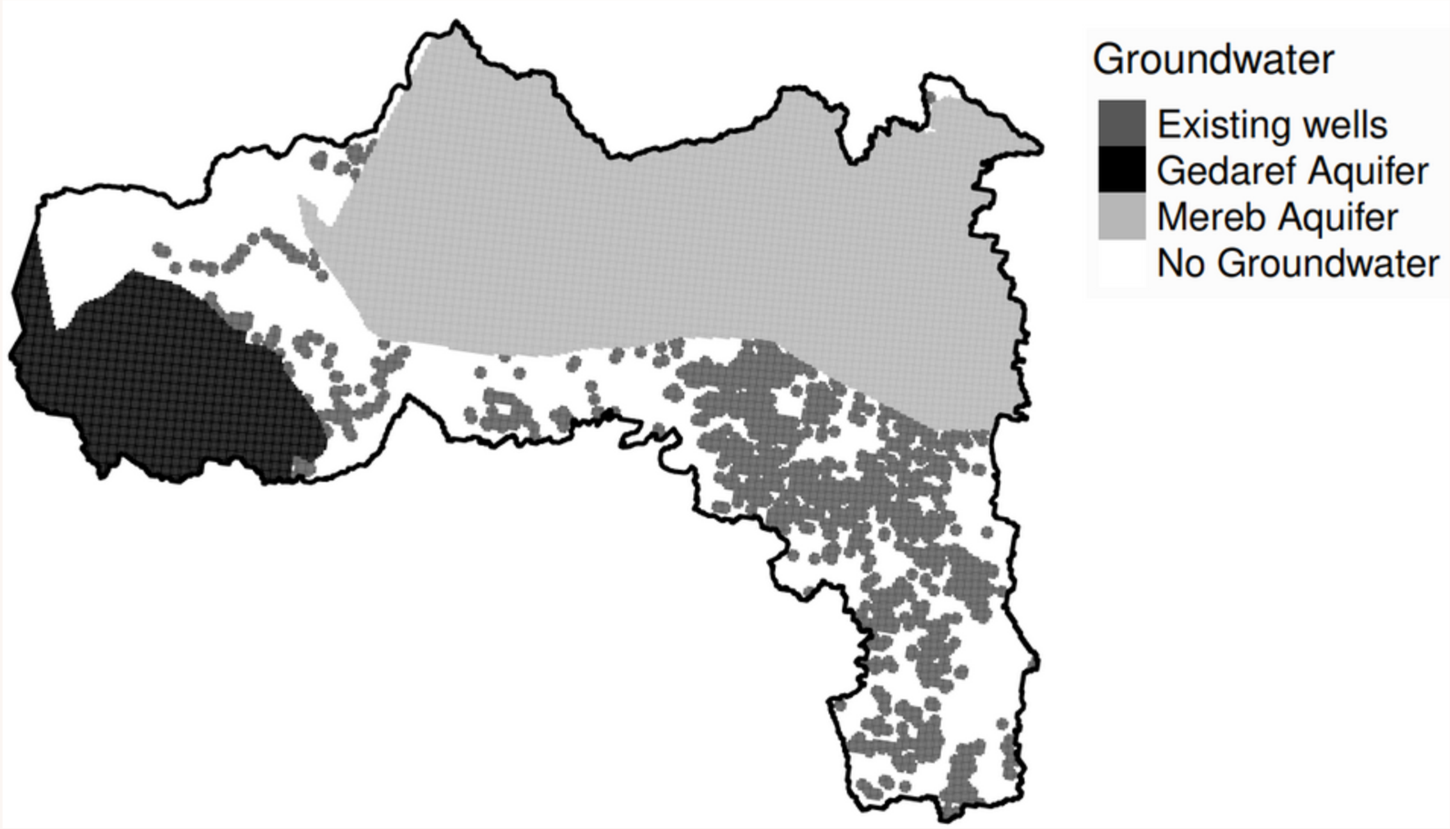
TABLA DE CONTENIDOS

CONTEXTO

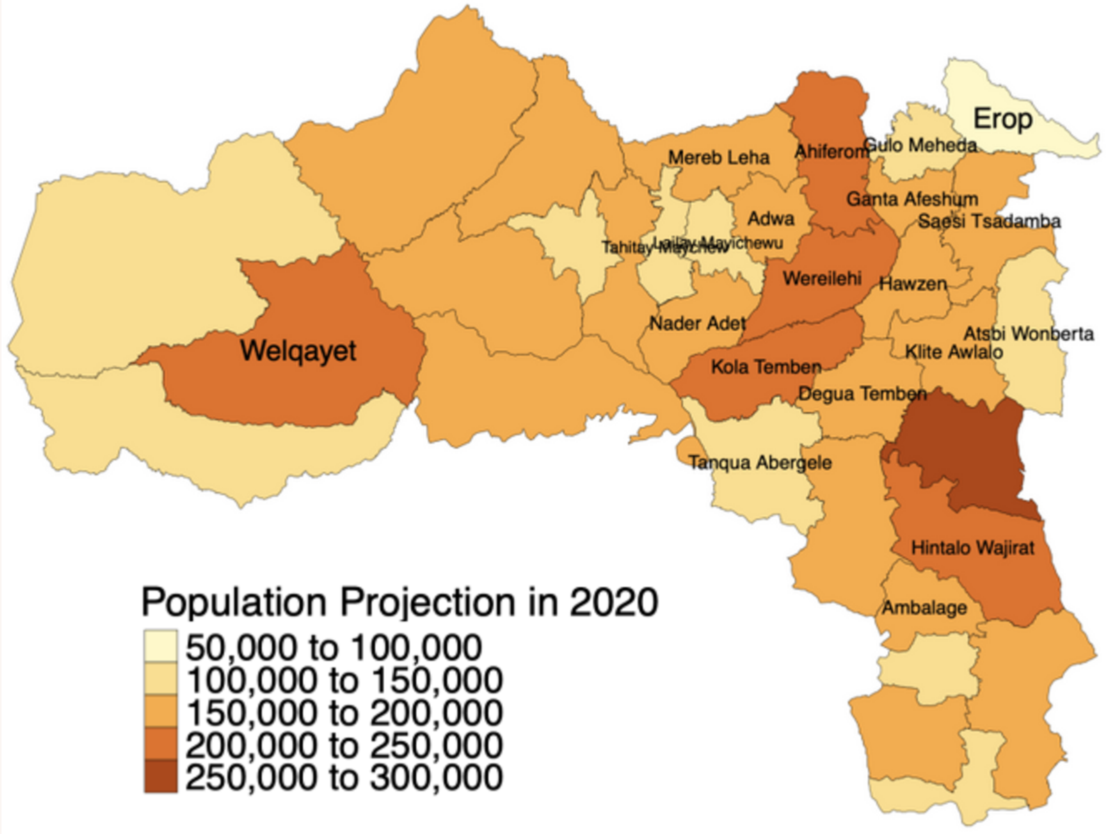

TIGRAY
Addis Ababa
ETHIOPIA
Refugees International
SOURCE: MAPCENTRAL.NET


Getty Images

TIGRAY



Mapa de los recursos de agua subterránea en Tigray, Etiopía, que muestra su distribución desigual del agua.



Proyecciones de población en 2020 en Tigray, Etiopía, para cada zona

PROYECTOS DE AGUA

Bomba manual

Pozo perforado

Grifo público

MODELO BASE

Modelo para la Optimización de la ubicación de proyectos de agua.

Conjuntos

$\mathbb{N}$ → Conjunto de Nodos

MODELO BASE

Variables de Decisión

x_i <
- **1** si se construye una nueva **bomba manual** en el nodo i.
- **0** si No se construye una nueva **bomba manual** en el nodo i.

y_i <
- **1** si se construye un nuevo **pozo perforado** en el nodo i.
- **0** si No construye un nuevo **pozo perforado** en el nodo i.

z_{ij} <
- **1** si se construye un nuevo **grifo público** en el nodo i conectado a un pozo perforado en el nodo j.
- **0** si No se construye un nuevo **grifo público** en el nodo i conectado a un pozo perforado en el nodo j.

MODELO BASE

Parámetros

a_i → Número de bombas manuales en el nodo i.

c_i → Número de grifos públicos en el nodo i.

g_i → 1 si existe agua subterránea en el nodo i.
→ 0 si No existe agua subterránea en el nodo i.

d_{ij} → La distancia entre los centros de los nodos i y j ≠ i.

d_{ii} → La distancia promedio entre la ubicación de un beneficiario en el nodo i y el centro de i.

ω_i → Tamaño de la población en el nodo i.

B_i → Número de beneficiarios en el nodo i.

l → Nivel objetivo de consumo diario de agua por beneficiario (en litros).

MODELO BASE

Parámetros

- M ⟶ Distancia máxima de desplazamiento permitida para un beneficiario (en metros)
- W ⟶ Presupuesto anual para la construcción de nuevos proyectos de agua.
- Δ_{hp} ⟶ Suministro máximo diario de agua de una bomba manual
- Δ_{st} ⟶ Suministro máximo diario de agua de un grifo público
- C_{hp} ⟶ Costo de construcción de una bomba manual
- C_{st} ⟶ Costo de construcción de un pozo perforado de origen
- C_{dw} ⟶ Costo de construcción de un grifo público.
- C_{pp} ⟶ Costo por metro de construcción de tuberías subterráneas.
- ρ ⟶ Número máximo de grifos públicos que se permite conectar a un pozo perforado de origen

MODELO BASE

Funciones Adicionales

$$\mathfrak{C}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) = C_{\text{hp}} \cdot \sum_i x_i + C_{\text{dw}} \cdot \sum_i y_i + C_{\text{st}} \cdot \left(\sum_i \sum_j z_{ij}\right) + C_{\text{pp}} \cdot \left(\sum_i \sum_j d_{ij} \cdot z_{ij}\right).$$

→ El costo total de construcción de todos los proyectos de agua en el área de estudio

$$S_i(x_i, z_{ij}) = \Delta_{\text{hp}} \cdot (x_i + a_i) + \Delta_{\text{st}} \cdot \left(\sum_j z_{ij} + c_i\right), \forall i \in \mathbb{N}.$$

→ El suministro de agua del proyecto de agua en i

$$D_i(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) = l \cdot \sum_{j \in \mathbb{N}} \delta_{ji}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) \cdot B_j, \forall i \in \mathbb{N}.$$

→ La demanda de agua de todos los nodos que el proyecto de agua en i debe satisfacer

MODELO BASE

Funcion Objetivo

(1) $$\min_{\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} d_{ij} \cdot \delta_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \cdot B_i$$ → Minimiza la distancia total de desplazamiento ponderada por la población

(2) $$\min_{\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}} \mathfrak{C}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$$ → Minimiza el costo total de construcción de todos los proyectos de agua

MODELO BASE

Restricciones

(6) s.t. $x_i \leq g_i, \forall i \in \mathbb{N},$

(7) $y_i \leq g_i, \forall i \in \mathbb{N},$

(8) $x_i + a_i + \sum_{j=1}^{N} z_{ij} + c_i \leq 1, \forall i \in \mathbb{N},$

(9) $\delta_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \leq x_j + a_j + \sum_{h} z_{jh} + c_j, \forall i, j \in \mathbb{N},$

(10) $\sum_{i} z_{ij} \leq \rho \cdot y_j, \forall j \in \mathbb{N},$

(11) $\sum_{j} z_{ij} \leq 1, \forall i \in \mathbb{N},$

(12) $z_{ij} + z_{ji} \leq 1, \forall i, j \neq i \in \mathbb{N},$

(13) $\mathfrak{C}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \leq W,$

(14) $\sum_{j=1}^{N} \delta_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = 1, \forall i \in \mathbb{N},$

(15) $D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \leq S_i(x_i, z_{ij}), \forall i \in \mathbb{N},$

(16) $d_{ij} \cdot \delta_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \leq M \cdot \delta_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}), \forall i, j \in \mathbb{N},$

(17) $0 \leq \delta_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \leq 1, \forall i, j \in \mathbb{N},$

(18) $x_i, y_i, z_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in \mathbb{N}.$

(6) Factibilidad pozos, (7) Factibilidad bombas, (8) Un proyecto por nodo, (9) Acceso beneficiarios, (10) Conexión grifo-pozo, (11) Un pozo por grifo, (12) Conexión local, (13) Presupuesto máximo, (14) Demanda satisfecha, (15) Oferta no excedida, (16) Distancia máxima, (17) Valores binarios, (18) No negatividad.

MODELO 2

MINMAX

El modelo busca minimizar la distancia máxima que alguien recorre, mejorando la equidad, pudiendo sacrificar la eficiencia para algunos usuarios.

En segunda instancia busca minimizar la distancia total promedio (mejor eficiencia). Y finalmente minimizar el costo total (para no gastar más de lo necesario).

x, y, z: qué construir y dónde.

B_i: cuántas personas hay en cada comunidad.

d_{ij}: distancia entre comunidad y fuente de agua.

δ_{ij}: quién usa qué pozo.

ξ(x, y, z): costo total del plan.

Minimizar la máxima distancia por nodo. →

$$\min_{\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}} \max \left\{ B_i \cdot \sum_j d_{ij} \cdot \delta_{ij}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) \right\},$$

Minimizar la distancia total recorrida por todos los beneficiarios. →

$$\min_{\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} d_{ij} \cdot \delta_{ij}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) \cdot B_i,$$

Minimizar el costo de construcción. →

$$\min_{\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}} \mathfrak{C}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}),$$

Todo sujeto a las restricciones (6)–(18) del modelo general

MODELO 3

MODELO EQUITATIVO

Idea
❌ Igual dinero por persona (50)
✔ Dar mas recursos donde hacen falta

Objetivo: minimizar distancia que la gente camina para obtener agua.

Motivo: mal atendidas, desventaja

Proposito: Se busca reorientar recursos.
ejemplo: pagar tubería (conectarlo)

Groundwater (Acuiferos): Fuente natural subterranea de donde se puede extraer

Parametros:
todos siguen siendo igual, exceptuando el Presupuesto.

Wi =

- W^{noGW} si gi = 0
- W^{GW} si gi = 1

Restricciones:
permanece igual, solo se distribuye diferente.

$$C(x,y,z) \leq \sum_{i \in I} Bi \times Wi$$

Mejoras:
Wi es mayor si gi = 0, viceversa.
El presupuesto global se mantiene casi igual

MODELO 4

CENTRALIZED MODEL

Se observó que en Etiopía las comunidades ya participan activamente en la gestión de los proyectos de agua.
Por eso se replanteó el modelo centralizado dos comunidades vecinas trabajen juntas para compartir pozos y recursos.

Se aplicó el mismo modelo pero la demanda y los recursos de dos kebeles vecinos, los tratan como un área única y aplican el mismo modelo optimizado, pero modificado para esa nueva área.

MODELO 5

STOCHASTIC MODEL

Este modelo se usa para decidir en qué zona construir un proyecto de agua, ya pueda ser bombas manuales, pozos perforados o grifos público

La primera etapa de este modelo es decidir la ubicación donde se va a construir el proyecto de agua antes de que se sepa si hay guerra o no.

Tiene la particularidad de ser un modelo probabilístico que se usa para tomar una decisión antes de conocer si habrá o no una guerra que afecte el proyecto y se pierda la inversión.

La segunda etapa es que dado el resultado de si no hay un guerra o ocurre una guerra de los tipos de guerra que se definieron, la población es asignada al recurso más accesible que respete las restricciones.

MODELO 5

STOCHASTIC MODEL

Nueva Variable de Decisión

$\delta_{ij}^{k}(x, y, z)$ → proporción de beneficiarios del nodo i que viaja al nodo j en el escenario de guerra k

Nuevos Parámetros

σ_i^k → parámetro binario que vale 1 si el nodo i queda inaccesible en el escenario k; 0 si queda accesible.

$S_i^k(x_i, z_{ij})$ → capacidad de suministro de agua del nodo i en el escenario k(litros/día). Depende si se construye una bomba manual en el nodo i y si hay un grifo público en el nodo ij

Nuevo conjunto

k → Escenarios de guerra. {1: si no ocurre una guerra, 2..11: los distintos tipos de guerra que contemplan en el modelo}

MODELO 5

STOCHASTIC MODEL

Funciones Objetivo

DISTANCIA

$$\min_{\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}} \sum_{k=1}^{11} p_k \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \cdot d_{ij} \cdot \delta_{ij}^{k}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) \cdot B_i,$$

COSTO

$$\min_{\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}} \mathfrak{C}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z})$$

MODELO 5

STOCHASTIC MODEL

Restricciones

$$S_i^k(x_i, z_{ij}) = (1-\sigma_i^k)[\Delta_{\mathrm{hp}} \cdot (x_i + a_i) + \Delta_{\mathrm{st}} \cdot (\textstyle\sum_j z_{ij} + c_i)], \forall i \in \dot{\mathbb{N}}, k \in \{1, \ldots, 11\}$$

Vale 0 si el nodo no está operativo

Capacidad total proveniente de bombas manuales.

capacidad total proveniente de grifos públicos.

MODELO 5

STOCHASTIC MODEL

Conectividad entre comunidades y fuentes de agua

$$\delta_{ij}^{k}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) \leq (1-\sigma_j^k)\cdot\left(x_j + a_j + \sum_h z_{jh} + c_j\right), \quad \forall i,j \in \mathbb{N}, k \in \{1,\cdots,11\}$$

Vale 0 si el nodo no está operativo

Bombas manuales en j

Número de grifos públicos en el nodo j

MODELO 5

STOCHASTIC MODEL

Toda la población del nodo i debe estar completamente asignada a algún proyecto de agua en cada escenario k.

$$\sum_{j} \delta_{ij}^{k}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}) = 1, \forall i \in \mathbb{N}, k \in \{1, \dots, 11\}$$

La suma de las proporciones da 1

MODELO 5

STOCHASTIC MODEL

la capacidad de suministro del nodo i bajo el escenario k

$$D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \leq S_i^k(x_i, z_{ij}), \forall i \in \mathbb{N}, k \in \{1, \dots, 11\}$$

La demanda no puede exceder a la capacidad

MODELO 5

STOCHASTIC MODEL

distancia máxima que puede recorrer un beneficiario desde i hasta su fuente de agua j

$$d_{ij} \cdot \delta_{ij}^{k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \leq M \cdot \delta_{ij}^{k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}), \forall i, j \in \mathbb{N}, k \in \{1, \dots, 11\}$$

Los beneficiarios solo pueden acceder a proyectos dentro de un rango menor al límite

MODELO 5

STOCHASTIC MODEL

distancia máxima que puede recorrer un beneficiario desde i hasta su fuente de agua j

$$0 \leq \delta_{ij}^{k}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}) \leq 1, \forall i, j \in \mathbb{N}, k \in \{1, \ldots, 11\}$$

La variable de decisión debe estar entre 0 y 1

CONCLUSIONES

1. El modelo centralizado es el más eficiente y equitativo, logrando mayor cobertura sin aumentar costos, gracias a la colaboración entre comunidades vecinas.
2. El modelo minimax mejora la equidad pero sacrifica eficiencia, útil cuando la prioridad es la justicia social más que el promedio.
3. El modelo de presupuesto equitativo es ideal cuando el agua subterránea es desigual, porque equilibra acceso y distancia total.
4. El modelo estocástico prepara a las ONG ante guerras o crisis, garantizando acceso incluso bajo interrupciones.
5. La integración de datos geográficos, colaboración local y modelos matemáticos permite planificar de forma más justa, sostenible y resiliente en países en desarrollo.

PREGUNTAS

CONTEXTO:

En el modelo de localización de proyectos de agua, el conjunto N representa las comunidades que deben ser abastecidas. Cada comunidad tiene una población determinada y está situada a una distancia específica de los posibles sitios donde se pueden construir proyectos de agua. Además, la construcción de cada tipo de proyecto implica un costo asociado.

Si el objetivo del modelo es asignar los proyectos de manera eficiente y equitativa,

¿Qué busca minimizar la función objetivo principal?

Respuesta: Se minimiza la distancia total que las personas deben recorrer hasta los proyectos de agua y, simultáneamente, se optimiza el costo total de construcción de dichos proyectos.

PREGUNTAS

RESTRICCIONES

En el modelo de localización de proyectos de agua se define el conjunto de nodos N, el parámetro g_i que indica la disponibilidad de agua subterránea en el nodo i (g_i = 1 si existe, g_i = 0 si no), y las variables de decisión x_i y y_i, que toman el valor de 1 si se construye respectivamente una bomba manual (handpump) o un pozo perforado (drilled well) en el nodo i.

Considerando las siguientes restricciones:

$$x_i \leq g_i, \quad y_i \leq g_i \quad \forall i \in N,$$

¿Qué condición o limitación imponen estas restricciones dentro del modelo?

Respuesta: Las restricciones x_i ≤ g_i y y_i ≤ g_i garantizan que solo se puedan construir nuevos handpumps o pozos perforados en los nodos donde exista agua subterránea (g_i = 1). Si en un nodo no hay agua subterránea (g_i = 0), las variables x_i y y_i quedan forzadas a ser 0, es decir, no se permite construir ese tipo de proyecto en dicho lugar.

GRACIAS

Zhai, C., Bretthauer, K., Mejia, J., & Pedraza-Martinez, A. (2023). Improving drinking water access and equity in rural Sub-Saharan Africa. Production and Operations Management, 32(9), 2921–2939. https://doi.org/10.1111/poms.14016