

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
OPTIMIZACIÓN LINEAL - CORTE 2
Knapsack (mochila) y sus variaciones

PROBLEMA 1. CONSTRUCCIÓN DE NUEVAS SUPERFICIES [Video]

ALMACENES DE CADENA S.A. desea expandirse para lo cual debe decidir dónde construir nuevas superficies. Hay 10 posibles sitios de construcción. Los proyectos de construcción tienen cada uno una duración de 5 años y los que se decidan hacer se empezarán y terminarán de forma simultánea. Para la construcción de cada nueva superficie se requiere una inversión diferente en cada año, dependiendo de las características de cada lugar. Un estudio de mercados evaluó los ingresos que potencialmente se recibirán en ventas durante los 10 años posteriores a la construcción, en cada sitio que se construya una superficie.

Sitio	Inversión requerida en cada año (millones de dólares)					Ingreso potencial en los 10 años posteriores a la construcción (millones de dólares)
	1	2	3	4	5	
1	2	4	5	5	4	20
2	7	7	8	7	6	70
3	3	4	3	4	2	20
4	8	5	8	6	7	50
5	5	3	3	4	4	50
6	11	11	8	7	11	70
7	8	6	10	7	9	80
8	3	3	2	1	1	10
9	7	9	9	5	5	90
10	8	11	10	8	9	90
Presupuesto anual (millones de dólares)	30	30	35	28	31	

Plantear el modelo matemático para maximizar los ingresos potenciales considerando adicionalmente estas condiciones:

- Si se invierte en el sitio 9 se debe invertir en los sitios 2 y 5 para tener mayor cobertura del mercado
- Si se invierte en los sitios 4 y 6 no se puede invertir en el sitio 10 porque están en la misma zona y eso disminuiría sus ingresos potenciales
- Como los sitios 1 y 2 son del mismo dueño, la empresa debe comprarlos ambos o ninguno dado que el dueño no los quiere vender por separado.

RESULTADOS

los ingresos potenciales totales serán 310 millones de dólares
 se debe construir una superficie en el sitio 1
 se debe construir una superficie en el sitio 2
 se debe construir una superficie en el sitio 5
 se debe construir una superficie en el sitio 7
 se debe construir una superficie en el sitio 9

PROBLEMA 2. HABITAT FOR HUMANITY [Modificado de Taha, 2012]

Habitat for Humanity es una fundación que construye casas para familias necesitadas por medio de mano de obra voluntaria y donaciones de materiales de construcción. Una familia elegible selecciona en el formulario uno de los siguientes tres tamaños de casa: 90, 100 y 110 m². Para construir una casa de cada tamaño se requieren respectivamente 4, 5 y 6 voluntarios. La sucursal de Fayetteville, Arkansas, ha recibido doce solicitudes para los 6 meses venideros. El comité a cargo asigna una calificación a cada solicitud basado en varios factores. Una alta calificación significa una alta necesidad. Durante los 6 meses siguientes, la sucursal puede contar con un máximo de 30 voluntarios. Adicionalmente, las donaciones de material que se recibirán en los próximos seis meses alcanzan para construir un máximo de 730 m². Los siguientes datos resumen las calificaciones de las solicitudes y la cantidad requerida de voluntarios.

Adicionalmente se deben cumplir las siguientes condiciones:

- Si se aprueba la solicitud 2 entonces la solicitud 11 no debe aprobarse ya que pertenecen a personas con un parentesco cercano
- Si se aprueban las solicitudes 4 o 5 entonces la solicitud 7 debe aprobarse ya que serían financiadas por donaciones de una misma entidad

¿Cuáles solicitudes debe aprobar el comité?

Solicitud	Área de la casa (m ²)	Calificación
1	110	78
2	90	64
3	100	68
4	90	62
5	110	85
6	100	79
7	110	91
8	100	63
9	90	75
10	90	90
11	110	72
12	100	88

RESULTADOS

la calificación total de las solicitudes aprobadas es 508

se debe aprobar la solicitud 5

se debe aprobar la solicitud 6

se debe aprobar la solicitud 7

se debe aprobar la solicitud 9

se debe aprobar la solicitud 10

se debe aprobar la solicitud 12

PROBLEMA 3. CARGAR ARTÍCULOS EN BUQUE [Modificado de Taha, 2012]

Se van a cargar diferentes cantidades de cinco tipos artículos en un buque. A continuación se tabulan el peso w_i , el volumen v_i , el precio de venta r_i al que se venderá cada unidad del artículo i cargado, y la cantidad de unidades disponibles de cada artículo.

Artículo i	w_i en toneladas/artículo	v_i (en $\text{yd}^3/\text{artículo}$)	r_i (en cientos de euros/artículo)	c_i (unidades disponibles del artículo i)
1	0.5	0.1	4	50
2	0.8	0.8	7	40
3	0.3	0.6	6	70
4	0.2	0.5	5	80
5	0.7	0.4	4	100

El peso y el volumen de la carga máximos permisibles son de 112 toneladas y 109 yd^3 , respectivamente. Como mínimo se debe cargar el 20% de las unidades disponibles de cada artículo. Formule el modelo de programación lineal entera, y determine la carga más valiosa.

RESULTADOS

la función objetivo en cientos de euros es 1232

se deben cargar 50 unidades de artículo tipo 1 en el buque

se deben cargar 8 unidades de artículo tipo 2 en el buque

se deben cargar 70 unidades de artículo tipo 3 en el buque

se deben cargar 80 unidades de artículo tipo 4 en el buque

se deben cargar 39 unidades de artículo tipo 5 en el buque

PROBLEMA 4. NASA [Modificado de Rardin, 2017]

La NASA debe decidir qué misiones realizar en los próximos 25 años. Para ello divide este horizonte de tiempo en 5 etapas, de 5 años cada una, y tiene un listado de 14 posibles misiones en las que invertir. Para llevar a cabo cada misión se debe invertir cierto dinero en algunas de las cinco etapas y cada misión permite obtener una ganancia intelectual. Si se hace una misión, se debe invertir en todas las etapas que la tabla indique para dicha misión. Hay un presupuesto en cada una de las etapas. Adicionalmente, se deben cumplir las siguientes restricciones:

- Si se invierte en la misión 4 no se puede invertir en la 5
- Si se invierte en la misión 5 se debe invertir en la misión 3
- Si se invierte en las misiones 1 y 8 no se debe invertir en la misión 3
- Para poder hacer la inversión en la misión 6 se deben hacer o la misión 5 o la misión 7
- Si se invierte en la misión 1 o en la misión 2 debe invertirse en la misión 14
- Si se invierte en la misión 7 debe invertirse en las misiones 11 y 13

		Misión	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3	Etapa 4	Etapa 5	Ganacia intelectual obtenida al hacer la misión
1	Satélite de comunicaciones	6						200
2	Microondas orbitales	2	3					3
3	Módulo de aterrizaje	3	5					20
4	Orbitador de Urano 2020					10		50
5	Orbitador de Urano 2010			5	8			70
6	Sonda de Mercurio				1	8	4	20
7	Sonda de Saturno	1	8					5
8	Imágenes infra-rojas					5		10
9	SETI terrestre	4	5					200
10	Grandes estructuras orbitales		8	4				150
11	Imágenes a color				2	7		18
12	Tecnología médica	5	7					8
13	Plataforma orbital polar			1	4	1	1	300
14	SETI geosincrónico			4	5	3	3	185
	Presupuesto	10	12	14	14	14		

Formule un modelo de programación lineal entera para maximizar la ganacia intelectual.

RESULTADOS

La ganancia intelectual es de 953 puntos

se debe realizar la misión 1

se debe realizar la misión 4

se debe realizar la misión 9

se debe realizar la misión 11

se debe realizar la misión 13

se debe realizar la misión 14

PROBLEMA 5. CORTE DE ROLLOS DE PAPEL

Suponga que se producen rollos de papel Kraft en un ancho estándar de 1 metro pero hay clientes que pueden hacer pedidos de rollos con anchos de 20cm, 50cm, 70cm o 1 metro. Para aquellos que miden menos de 1 metro de ancho, la empresa debe cortar un rollo. La empresa ha recibido los siguientes pedidos:

Tipo de rollo	Cantidad solicitada
20cm	10
50cm	15
70cm	18
1 metro	2

La empresa cuenta con un total de 50 rollos de un metro de ancho disponibles. Formule un modelo de programación lineal que permita cortar los rollos para cumplir con la demanda, maximizando la cantidad de rollos de 1 metro que quedan disponibles. Indique cuánto papel se desperdicia en total.

RESULTADOS

En total se usan 28 rollos de los 50 disponibles
en el rollo 1 se deben cortar 1 rollos tipo 1
en el rollo 1 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 2 se deben cortar 1 rollos tipo 1
en el rollo 2 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 7 se deben cortar 1 rollos tipo 1
en el rollo 7 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 8 se deben cortar 2 rollos tipo 2
en el rollo 10 se deben cortar 2 rollos tipo 2
en el rollo 13 se deben cortar 2 rollos tipo 2
en el rollo 16 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 17 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 21 se deben cortar 2 rollos tipo 1
en el rollo 21 se deben cortar 1 rollos tipo 2
en el rollo 23 se deben cortar 1 rollos tipo 1
en el rollo 23 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 27 se deben cortar 2 rollos tipo 2
en el rollo 28 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 29 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 30 se deben cortar 1 rollos tipo 4
en el rollo 31 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 32 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 33 se deben cortar 1 rollos tipo 1
en el rollo 33 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 34 se deben cortar 1 rollos tipo 1
en el rollo 34 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 37 se deben cortar 2 rollos tipo 2
en el rollo 40 se deben cortar 2 rollos tipo 2
en el rollo 41 se deben cortar 2 rollos tipo 2
en el rollo 42 se deben cortar 1 rollos tipo 1
en el rollo 42 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 43 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 44 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 45 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 47 se deben cortar 1 rollos tipo 4
en el rollo 49 se deben cortar 1 rollos tipo 1
en el rollo 49 se deben cortar 1 rollos tipo 3
en el rollo 50 se deben cortar 1 rollos tipo 3

De los 28 rollos cortados hay un desperdicio de 3.9 metros de ancho en rollo de papel