

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
OPTIMIZACIÓN LINEAL - CORTE 1
Dualidad

PROBLEMA 1. LÁCTEOS

La siguiente tabla resume los hechos importantes sobre dos productos, yogur y kumis, que utilizan tres recursos: 1) leche como materia prima principal, 2) tiempo en la máquina de pasteurización y 3) tiempo en el proceso de empaque. En la tabla se presenta la información de cuántos galones de leche se utilizan para producir 1 litro de cada producto y cuánto tiempo (en minutos) se demora en hacerse un litro de cada producto en cada uno de los procesos. También se presentan en la tabla la cantidad máxima disponible de cada recurso (galones de leche y tiempo en procesos), y la ganancia por litro de cada producto producido. Se pretende maximizar las ganancias.

	Recursos utilizados por litro de producto		
Recurso o materia prima	Yogur	Kumis	Cantidad máxima disponible de cada recurso
Leche	2 galones/litro	1 galón/litro	200 galones de leche
Pasteurización	1 minuto/litro	2 minutos/litro	300 minutos de pasteurización
Empaque	3 minutos/litro	3 minutos/litro	400 minutos de empaque
Ganancia por litro de producto final	\$3/litro	\$2/litro	

A continuación, se presenta una iteración del modelo DUAL. Si no es la última debe seguir iterando hasta terminar (es decir hasta llegar al óptimo), si es la última indique por qué.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C_B = [-10000 \quad -400] \quad C_N = [-200 \quad -300 \quad -10000 \quad 0 \quad 0]$$

$$B^{-1}N = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1/3 & 2/3 & 1/3 & 0 & -1/3 \end{bmatrix}$$

$$r = [-9933.33 \quad 10033.33 \quad 19866.66 \quad 10000 \quad -9866.66]$$

Con base en la solución obtenida del modelo DUAL responda las siguientes preguntas. **Importante: Para todas las respuestas indique claramente en qué parte se encuentran en la última iteración del DUAL.**

- ¿Cuántos litros de yogur y de kumis se deben producir?
- ¿Cuál es la ganancia total?
- ¿Cuánto sobra de cada recurso?
- ¿Cuánto pagaría por una unidad de recurso adicional de manera independiente?

PROBLEMA 2. COMERCIALIZADORA DE ACEITE

Una empresa, que comercializa 3 tipos de aceite [en galones], consume 4 materias primas cuyas disponibilidades están en litros. El ingeniero encargado del proceso de producción propuso el siguiente modelo para determinar el plan de producción que maximiza la utilidad (\$):

$$\max. Z: 23x_1 + 32x_2 + 36x_3$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 10x_1 + 5x_2 + 8x_3 &\leq 600 \\ 8x_1 + 15x_2 + 20x_3 &\leq 3000 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &\leq 500 \end{aligned}$$

$$7x_1 + 20x_2 + 8x_3 \leq 2000$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Además, usted tiene la siguiente información de una iteración de simplex del problema DUAL asociado a este modelo

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 10 & 7 & -1 \\ 5 & 20 & 0 \\ 8 & 8 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 15 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 20 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x}_B = \begin{bmatrix} 3.87 \\ 0.63 \\ 20.1 \end{bmatrix}$$

$$z = 3587 \quad r = [10000 \quad 9983.33 \quad 390 \quad 9906.67 \quad 1266.67 \quad 93.33 \quad 16.67]$$

Con base en esta información responda las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto debe producirse de cada producto?
- ¿Cuál es la máxima utilidad que alcanzará la empresa?
- ¿Cuál es el valor máximo que pagaría por un litro adicional de cada una de las materias primas?
- ¿Queda disponibilidad de alguna materia prima? ¿cuánto?
- ¿Qué pasaría si se produjera 1 galón de aceite tipo 1?

PROBLEMA 3. CEMENTOS

La siguiente tabla resume los hechos importantes sobre dos productos, cemento A y cemento B, que utilizan tres recursos: 1) arena materia prima principal, 2) tiempo en la máquina de mezcla y 3) tiempo en el proceso de empaque. En la tabla se presenta la información de consumo de recursos por producto. También se presentan en la tabla la cantidad máxima disponible de cada recurso, y la ganancia por Kg de cada tipo de cemento. Se pretende maximizar las ganancias.

Recurso o materia prima	Recursos utilizados por unidad de producto		Cantidad máxima disponible de cada recurso
	Cemento A	Cemento B	
Arena	4 Kg/Kg	2 Kg/Kg	500 Kg
Máquina mezcla	2 minuto/Kg	4 minutos/Kg	600 minutos
Proceso de Empaque	6 minutos/Kg	6 minutos/Kg	800 minutos
Ganancia por kg de producto final	\$6/Kg	\$5/Kg	

A continuación se presenta una iteración de simplex asociada al modelo.

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C_B = [-500 \quad -800] \quad C_N = [-10000 \quad -600 \quad -10000 \quad 0 \quad 0]$$

$$r = [9883.33 \quad 300 \quad 9983.33 \quad 116.67 \quad 16.67]$$

- ¿Cuántos se debe producir de cada producto? Coloque las unidades
- ¿Cuál es la ganancia total? Coloque las unidades
- ¿Cuánto sobra de cada recurso? Coloque las unidades
- ¿Cuánto pagaría por una unidad de recurso adicional de cada recurso de manera independiente?