

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
OPTIMIZACIÓN LINEAL - CORTE 2
Ruta más corta

PROBLEMA 1. COMPRA Y MANTENIMIENTO DE MÁQUINAS [Video] [Modificado de Winston]

Hoy una empresa desea planificar la compra y mantenimiento de una nueva máquina, para fabricar un nuevo producto que le permitirá el cumplimiento de un contrato con un cliente que dura exactamente 5 años, tiempo después del cual ya no necesitaría más la máquina. El costo de compra de la máquina hoy es de US\$12000. Pero este costo se incrementará en US\$1000 en cada año posterior a la compra, durante el horizonte de 5 años.

El valor residual de la máquina depende del número de años que la máquina lleve en uso:

Número de años de uso de la máquina	1	2	3	4	5
Valor residual (US\$)	7000	6000	2000	1000	0

Adicionalmente, los costos de operación anuales de la máquina también dependen de los años que ésta lleve en uso, dado que el mantenimiento se incrementa conforme la máquina se vuelve más vieja. A continuación se muestran dichos costos. Por ejemplo, si una máquina tiene 3 años de uso, el mantenimiento del primer año costó 2000, el del segundo año 4000, y el del tercer año 5000, para un mantenimiento total de US\$11000 al finalizar el tercer año de uso.

Año de operación de la máquina	1	2	3	4	5
Costos anuales de operación (US\$)	2000	4000	5000	9000	12000

La empresa está interesada en minimizar el costo de funcionamiento de la máquina.

RESULTADOS

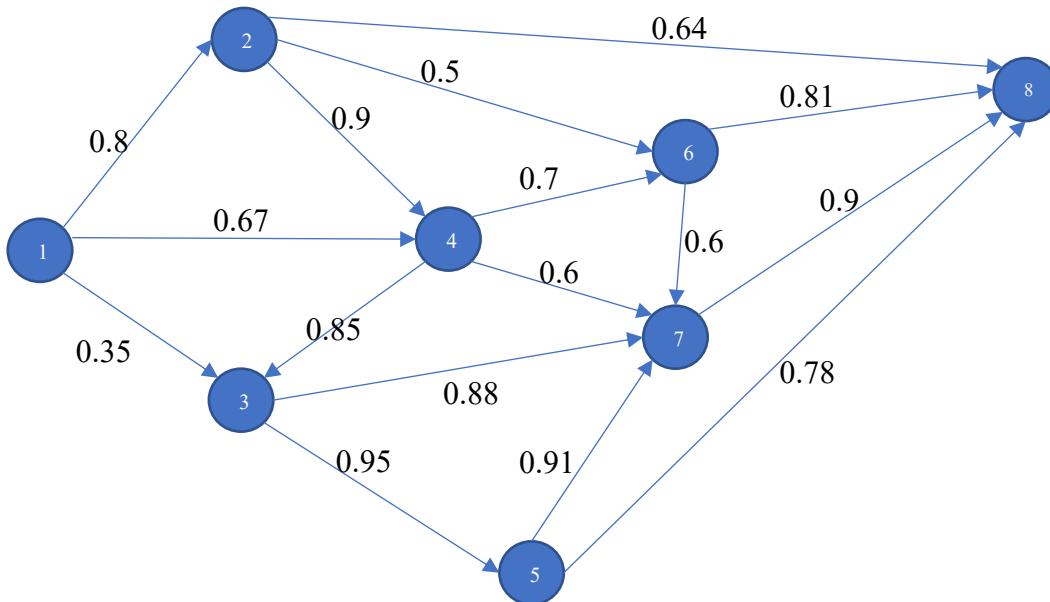
los costos totales son US\$35000

se debe comprar una máquina al inicio del año 1 y venderla al inicio del año 3

se debe comprar una máquina al inicio del año 3 y venderla al inicio del año 6

PROBLEMA 2. RED DE COMUNICACIÓN [Modificado de Taha, 2012]

La figura muestra la red de comunicación entre dos estaciones, 1 y 8. La probabilidad de que un enlace en la red opere sin fallas se muestra en cada arco. Se envían mensajes de la estación 1 a la estación 8, y el objetivo es formular un modelo de programación lineal entera para determinar la ruta que maximice la probabilidad de una transmisión exitosa.



RESULTADOS

$z.\text{val} = 0.6694306539$ por tanto la probabilidad es $e^{-0.6694306539} = 0.512$
 se transmite del nodo 1 al 2
 se transmite del nodo 2 al 8

PROBLEMA 3. AEROLÍNEAS SPEEDY (RUTA MÁS CORTA) [Modificado de Hillier, 2009]

Parte I

Uno de los vuelos de Aerolíneas Speedy está a punto de despegar de Bogotá y hacer un trayecto sin escalas hasta Frankfurt. Hay cierta flexibilidad para escoger la ruta a tomar, dependiendo de las condiciones climáticas. Diversas rutas están siendo consideradas; sin embargo, el viento que se produzca en cada una afectará considerablemente el tiempo de vuelo, y por ende el consumo de combustible. Basándose en los últimos reportes meteorológicos, la torre de control ha estimado los siguientes tiempos de vuelo de cada ruta:

Ruta	Tiempo estimado de vuelo (horas)
Bogotá - Punto A	4.4
Bogotá - Punto B	4.7
Bogotá - Punto C	4.2
Punto A - Punto D	3.5
Punto A - Punto E	3.4
Punto A – Punto G	3.1
Punto B - Punto D	3.6
Punto B - Punto E	3.2
Punto B - Punto F	3.8
Punto C - Punto E	4.5
Punto C - Punto F	3.4
Punto C – Punto G	3.9
Punto D - Frankfurt	3.4
Punto E - Frankfurt	3.6
Punto F - Frankfurt	4.1
Punto G - Frankfurt	4.3

Debido a los altos costos del combustible y las políticas de ahorros de Aerolíneas Speedy, se le solicita a Ud. determinar la ruta que minimice el tiempo total de vuelo.

Represente el problema como una red, formule un modelo matemático para atender la necesidad de Aerolíneas Speedy, e indique ¿cuál es la ruta que deberá tomar el vuelo? y ¿cuánto tardará el vuelo de Bogotá a Frankfurt?

Parte II.

El vuelo despegó hace 5 minutos y se ha recibido una actualización del reporte meteorológico: hay amenaza de huracán en el punto D. Ante esta situación ninguna ruta que pase por este punto debe ser utilizada. ¿Cuál es la nueva ruta que debe informar la torre de control al piloto del avión? ¿Cuál será el tiempo total de vuelo?

RESULTADOS parte I

el avión debe ir de Bogotá al punto A

el avión debe ir del punto A al punto D

el avión debe ir del punto D al punto Frankfurt

la función objetivo es 11.3 horas de vuelo

RESULTADOS parte II

el avión debe ir de Bogotá al punto A

el avión debe ir del punto A al punto E

el avión debe ir del punto E a Frankfurt

la función objetivo es 11.400000 horas

PROBLEMA 4. VIAJE ESTUDIANTE

Un estudiante quiere viajar de su ciudad natal A a la ciudad D para ir al matrimonio de sus grandes amigos. Hasta ahora, ha recolectado los siguientes precios de vuelos, con aerolíneas de bajo costo {RedAir, BlueAir, GreenAir}, las cuales le permiten viajar en trayecto directo (AàD) o con conexiones (varios trayectos). Los siguientes grafos, representan las opciones de viaje (posibles trayectos), para cada aerolínea. Tenga en cuenta que el precio del trayecto es en ambos sentidos, por ejemplo, RedAir ofrece el trayecto AàC por \$90, al igual que el trayecto CàA que también cuesta \$90.



Formule y resuelva el modelo matemático para determinar los pasajes que el estudiante debe comprar para el viaje de ida a D, teniendo en cuenta que puede viajar por distintas aerolíneas.

A continuación se colocan los datos del parámetro de los costos de los pasajes lista para pegar en Gusek:

```
param C:=[1,*,*]: 1    2    3    4:=  
    1 10000  160   90   400  
    2 160     10000 10000 10000  
    3 90      10000 10000 10000  
    4 400     10000 10000 10000  
  
[2,*,*]: 1    2    3    4:=  
    1 10000  170   10000 10000  
    2 170     10000 50    80  
    3 10000  50    10000 10000  
    4 10000  80    10000 10000  
  
[3,*,*]: 1    2    3    4:=  
    1 10000  10000 140   10000  
    2 10000  10000 30    10000  
    3 140    30    10000 160  
    4 10000  10000 160   10000;
```

Parte I. Plantee un modelo de programación lineal entera que le permita al estudiante minimizar el costo total de ir de A a D.

Parte II. Como el estudiante quiere llegar a tiempo al matrimonio, quiere hacer como máximo una conexión (escala). Modifique el modelo.

Parte III. Continuando con una escala, resulta que la agencia de viajes ahora le está entregando un bono por \$100, que puede usar bajo las siguientes condiciones:

- Puede usarlo con cualquier aerolínea
- Solo tiene derecho a un único bono, es decir, para usarlo en un único trayecto
- Solo puede ejecutar el bono en un trayecto que cueste más que el bono

Modifique el modelo y digite el costo óptimo del viaje bajo esta situación.

RESULTADOS parte I

Costo pasajes 200

'va del nodo 1 al nodo 3 por la aeorlínea 1'
'va del nodo 2 al nodo 4 por la aeorlínea 2'
'va del nodo 3 al nodo 2 por la aeorlínea 3'

RESULTADOS parte II

Costo pasajes = 240

'va del nodo 1 al nodo 2 por la aeorlínea 1'
'va del nodo 2 al nodo 4 por la aeorlínea 2'

RESULTADOS parte III

Costo pasajes = 140

'va del nodo 1 al nodo 2 por la aeorlínea 1'
'va del nodo 2 al nodo 4 por la aeorlínea 2'

PROBLEMA 5. MUDANZAS

Un camión de mudanzas debe ir de una ciudad a otra. El propietario desea minimizar el costo del viaje ahorrándose la mayor cantidad de peajes posible para llegar a su destino en un tiempo igual o inferior a 250 minutos. El propietario conoce que hay 8 peajes entre esas dos ciudades cuyo valor fijo se encuentra en la tabla 3.1. Además,

conoce las conexiones entre peajes y los tiempos que hay entre cada uno de ellos. La tabla 3.2 muestra la matriz de tiempos de un peaje i a un peaje j.

Tabla 3.1. Costo de los peajes

Peaje Roble	30
Peaje Rosa	25
Peaje Margarita	25
Peaje Eucalipto	28
Peaje Violeta	24
Peaje Orquídea	26
Peaje Jazmín	25
Peaje Menta	28

Tabla 3.2. Tiempo entre peajes (los peajes van del 2 al 9, el 1 representa la ciudad de origen y el 10 la de destino)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		30	70		90				250	
2			45	50	60					
3				30		100		180		
4					30		60	100	100	
5						20		150		
6							15	30		
7								5	30	
8									10	30
9										5
10										

- a. ¿Cuánto tiempo se demora en llegar a la ciudad de destino?
- b. ¿Cuál es el costo total de los peajes?
- c. ¿Qué ruta debe tomar el camión?

Resulta que ahora, si el camion pasa por el peaje Violeta o Jazmin (o por ambos), debe pasar por el peaje Menta. Entonces, con esta nueva condición:

- a. ¿Cuánto tiempo se demora en llegar a la ciudad de destino?
- b. ¿Cuál es el costo total de los peajes?
- c. ¿Qué ruta debe tomar el camión?

RESULTADOS Parte 1

'el tiempo total en llegar al destino es: 230'

'el costo total es 74'

'debe ir de la ciudad 1 a la ciudad 3'

'debe ir de la ciudad 3 a la ciudad 6'

'debe ir de la ciudad 6 a la ciudad 8'

'debe ir de la ciudad 8 a la ciudad 10'