

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
OPTIMIZACIÓN LINEAL - CORTE 1
Solver y sensibilidad - parte 1

PROBLEMA 1. ABARROTES B&K [Modificado de Taha, 2012]

La tienda de abarrotes B&K vende tres tipos de refrescos: las marcas Cola A1, Cola A2 y la marca más barata genérica de Cola A3. El precio por lata de A1, A2 y A3 es 80, 70 y 60 centavos, respectivamente. En promedio, la tienda no vende más de 500 latas de todos los refrescos de cola al día. Aunque A1 es una marca reconocida, los clientes tienden a comprar más A2 y A3 porque son más baratos. Se estima que como mínimo se venden 100 latas de A1 al día y que las ventas de A2 y A3 sobrepasan las de A1 por un margen de al menos 4:2.

- a. ¿Cuántas latas se deben vender de cada refresco?
166.66 de A1
333.33 de A2
0 de A3
- b. ¿Cuál es el total de ingresos por ventas?
36666.67 centavos
- c. ¿Qué tanto se debe incrementar el precio por lata de A3 para que B&K la venda?
Se debería incrementar en más de 10 centavos
- d. ¿Qué pasaría si se redujera el precio del tipo de refresco 1 en 5 centavos por lata?
Eso implicaría que $\Delta_{cx1} = -5$ lo cual está en el rango permisible y por tanto la solución óptima sería la misma. El nuevo Z sería $36667 + (-5) \cdot 166.67 = 35833.33$ centavos
- e. ¿Cuáles serían los ingresos si la tienda lograra vender 600 latas al día?
Eso implicaría que $\Delta_{b1} = 100$ lo cual es permisible. Por tanto, la solución óptima cambiaría y los ingresos totales serían $Z_{nuevo} = 36667 + 100 \cdot 73.33 = 44000$ centavos

PROBLEMA 2. BABA FURNITURE COMPANY [Modificado de Taha, 2012]

Baba Furniture Company emplea cuatro carpinteros durante 10 días para ensamblar mesas y sillas. Se requieren dos horas-hombre para ensamblar una mesa y 5 horas-hombre para ensamblar una silla. Los clientes suelen comprar una mesa y de cuatro a seis sillas. Los precios son \$135 por mesa y \$50 por silla. La compañía opera un turno de ocho horas al día.

- a. Determine la combinación de producción óptima para los 10 días.
14.54 mesas
58.18 sillas
- b. ¿Cuál es el total de ingresos por ventas?
\$4872.73
- c. ¿qué pasaría el precio unitario de una silla se reduce en un 10%?
Eso implicaría que $\Delta_{cx2} = -5$, lo cual está en el rango permisible y por tanto la solución óptima sería la misma. El nuevo Z sería $4872.73 + (-5) \cdot 58.18 = \4581.81
- d. ¿Qué pasaría si el precio de unitario de una mesa fuera \$150?
Eso implicaría que $\Delta_{cx2} = 15$, lo cual está en el rango permisible y por tanto la solución óptima sería la misma. El nuevo Z sería $4872.73 + (15) \cdot 14.54 = \5090.9
- e. ¿Qué pasaría si sólo se pudieran tener 3 carpinteros durante los 10 días?
Eso implicaría que $\Delta_{b1} = -80$ lo cual está en el rango permisible. Entonces la solución óptima cambiaría y los ingresos totales serían $Z_{nuevo} = 4872.73 + 15.2273(-80) = 3654.54$

PROBLEMA 3. ELECTRA [Modificado de Taha, 2012]

Electra produce cuatro tipos de motores eléctricos, cada uno en una línea de ensamble distinta. Las capacidades respectivas de las líneas son 500, 500, 800 y 750 motores por día. El motor tipo 1 utiliza 8 unidades de un determinado componente electrónico; el motor tipo 2 utiliza 5 unidades; el motor tipo 3 utiliza 4 unidades, y el motor tipo 4 utiliza 6 unidades. El proveedor del componente puede surtir 8000 piezas por día. Los precios de venta de los tipos de motor respectivos son \$60, \$40, \$25 y \$30.

- a. Determine la combinación óptima de producción diaria.
500 motores tipo 1
500 motores tipo 2
375 motores tipo 3
0 motores tipo 4
- b. ¿A cuánto ascienden los ingresos por ventas?
\$ 59375
- c. El programa de producción actual satisface las necesidades de Electra. Sin embargo, debido a la competencia, es posible que Electra tenga que reducir el precio del motor tipo 2. ¿Cuál es la reducción máxima que puede efectuarse sin que cambie el programa de producción actual?
Se puede reducir máximo en \$8.75
- d. ¿Qué pasaría si Electra reduce en 25% el precio del motor tipo 3?
Eso implicaría $\Delta_{cx3} = -6.25$ lo cual no está en el lado permitido. Por ello tocaría cambiar el modelo y volver a solucionarlo
- e. ¿Qué pasaría si Electra reduce en 10% el precio del motor tipo 2?
Eso implicaría $\Delta_{cx2} = -4$ lo cual está en el rango permitido. Por tanto la solución óptima sería la misma y la función objetivo $Z_{nuevo} = 59375 + (-4)*500 = 57375$
- f. ¿Qué pasaría si se pudiera aumentar en 120 unidades la capacidad de la línea 2?
Como $\Delta_{b2} = 120$ está dentro del rango permitido, la solución óptima cambiaría y el $Z_{nuevo} = 59375 + 120*8.75 = 60425$
- g. ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por aumentar una unidad de capacidad de ensamblaje de cada línea?
\$10 por una unidad de capacidad adicional de la línea 1
\$8.75 por una unidad de capacidad adicional de la línea 2
\$0 por unidad adicional de capacidad de la línea 3
\$0 por unidad adicional de capacidad de la línea 4
- h. Actualmente el motor tipo 4 ya no se produce. ¿Qué tanto debe incrementarse su precio para incluirlo en el programa de producción?
Debería aumentarse en más de \$7.5

PROBLEMA 4. MTV STEEL COMPANY [Modificado de Mathur]

MTV Steel Company produce tres tamaños de tubos: A, B y C, que son vendidos, respectivamente en \$10, \$12 y \$9 por pie. Para fabricar cada pie del tubo A se requieren 0.5 minutos de tiempo de procesamiento sobre un tipo particular de máquina de modelado. Cada pie de tubo B requiere 0.45 minutos y cada pie del tubo C requiere 0.6 minutos. Después de la producción, cada pie de tubo, sin importar el tipo, requiere 1 onza de material de soldar. El costo total se estima en \$3, \$4 y \$4 por pie de los tubos A, B, y C respectivamente.

Para la siguiente semana, MTV Steel ha recibido pedidos excepcionalmente grandes que totalizan 2000 pies del tubo A, 4000 pies del tubo B y 5000 pies del tubo C, por tanto se deben producir exactamente esas cantidades. Como sólo se dispone de 40 horas de tiempo de máquina esta semana y sólo se tienen en inventario 5500 onzas de material de soldar, el departamento de producción no podrá satisfacer esta demanda, que requiere un total de 97 horas de tiempo de máquina y 11000 onzas de material de soldar. No se espera que continúe este alto nivel de demanda. En vez de expandir la capacidad de las instalaciones de producción, la gerencia de MTV Steel está considerando la compra de algunos de estos tubos a proveedores de Japón a un costo de entrega de \$6 por pie del tubo A, \$6 por pie del tubo B y \$7 por pie del tubo C. Estos diversos datos de resumen en la Tabla. Como gerente del departamento de producción, se le ha pedido hacer recomendaciones respecto a la cantidad de producción de cada tipo de tubo y la cantidad de compra a Japón para satisfacer la demanda y maximizar las ganancias de la compañía.

Datos para el problema de hacer o comprar de MTV Steel

TIPO	PRECIO DE VENTA (\$/ft)	DEMANDA (ft)	TIEMPO DE MÁQUINA (min/ft)	MATERIAL PARA SOLDAR (oz/ ft)	COSTO DE PRODUCCIÓN (\$/ft)	COSTO DE COMPRA (\$/ft)
A	10	2000	0.50	1	3	6
B	12	4000	0.45	1	4	6
C	9	5000	0.60	1	4	7
Cantidad disponible			40 hr	5500 oz		

- a. Indique cuál es el programa de producción óptimo por día.

Se debe:

	A	B	C
Producir	2000 pies	0 pies	2333.33 pies
Comprar	0 pies	4000 pies	2666.67 pies

- b. ¿Cuál es el beneficio obtenido?

Obteniendo un beneficio de \$55000

- c. ¿Cuánto es lo máximo que pagaría por 10 horas adicionales de trabajo de la máquina?

Piden un cambio de $\Delta t_1 = 600$ minutos y está permitido aumentar hasta en 700 minutos el lado derecho. Por tanto, se estaría dispuesto a pagar hasta $600 \times 5 = 3000$ \$ por esas 10 horas.

- d. ¿En cuánto debería aumentar el precio de venta de un pie de tubo B para que fuera rentable producirlo?

Debería aumentarse en más de \$0.25 por pie

PROBLEMA 5. REFINERÍAS [Tomado de Taha, 2012]

Tres refinerías con capacidades diarias de 6, 5 y 8 millones de galones, respectivamente, abastecen tres áreas de distribución con demandas diarias de 4, 8 y 7 millones de galones, respectivamente. La gasolina se transporta a las tres áreas de distribución a través de una red de oleoductos. El costo de transporte es de 10 centavos por 1000 galones por milla de oleoducto. La Tabla presenta la distancia en millas entre las refinerías y las áreas de distribución. La refinería 1 no está conectada al área de distribución 3.

Distancia en millas

		Área de distribución		
		1	2	3
Refinería	1	100	180	---
	2	300	100	80
	3	200	250	120

- a. Determine el programa de envíos óptimo en la red.

Se deben enviar los siguientes miles de galones de cada refinería a cada área de distribución:

		Área de distribución		
		1	2	3
Refinería	1	4000	2000	0
	2	0	5000	0
	3	0	1000	7000

- b. ¿Cuál es el costo total?
Con un costo total de 23500000 centavos
- c. ¿Qué pasaría si la demanda del área de distribución 2 fuera 9 millones de galones?
Eso implicaría $\Delta b_5 = 1000$ miles de galones, lo cual no es un cambio permisible. Por tanto, toca modificar el modelo y volverlo a solucionar
- d. ¿Qué pasaría si se pudiera aumentar en 600000 galones la capacidad de la refinería 2?
Eso implicaría $\Delta b_1 = 600$ miles de galones lo cual está en el rango permitido. Entonces la solución óptima cambiaría y el costo total sería $Z_{\text{nuevo}} = 23500000 + 600 \cdot (-1500) = \22600000

PROBLEMA 6. VIVIENDAS ERSTVILLE [Tomado de Taha, 2012]

La ciudad de Erstville enfrenta un grave recorte de presupuesto. Buscando una solución a largo plazo para mejorar la base tributaria, el consejo de la ciudad propone la demolición de un área de viviendas dentro de la ciudad, y su reemplazo con un moderno desarrollo. El proyecto implica dos fases: (1) demolición de casas populares para obtener el terreno para el nuevo desarrollo, y (2) construcción del nuevo desarrollo. A continuación, un resumen de la situación.

- Se pueden demoler 300 casas populares. Cada casa ocupa un lote de 0.25 acres. El costo de demoler una casa es de \$2000.
 - Los tamaños de los lotes para construir casas unifamiliares, dobles, triples y cuádruples son de 0.18, 0.28, 0.4 y 0.5 acres, respectivamente. Las calles, los espacios abiertos y el área para la instalación de servicios, ocupan 15% del área disponible.
 - En el nuevo desarrollo, la suma de las unidades triples y cuádruples deben ser al menos 25% del total de unidades. Las unidades sencillas deben ser al menos 20% de todas las unidades, y las unidades dobles deben ser al menos un 10% del total de unidades.
 - El impuesto por unidad aplicado a las unidades sencillas, dobles, triples y cuádruples es de \$1000, \$1900, \$2700 y \$3400, respectivamente.
 - El costo de construcción por unidad de las casas sencillas, dobles, triples y cuádruples es de \$50000, \$70000, \$130000 y \$160000, respectivamente. El financiamiento a través de un banco local está limitado a \$15 millones.
- a. ¿Cuántas unidades de cada tipo se deben construir para maximizar la recaudación de impuestos?
Se deben demoler 244.49 casas para construir 35.83 casas sencillas, 98.53 casas dobles y 44.79 casas triples.
- b. ¿A cuánto ascienden los impuestos recaudados?
Eso permitirá recaudar \$343965.15 en impuestos.
- c. ¿Qué pasaría si se construyera 1 casa cuádruple?
Que la función objetivo se reduciría en \$9.51
- d. ¿Qué pasaría si el presupuesto se pudiera aumentar en \$2'000000?
Como está en el rango permisible de cambio, la solución óptima cambiaría y la función objetivo sería $Z_{\text{nuevo}} = 343965.15 + 2000000 \cdot 0.02293 = \389827.17

PROBLEMA 7. BLUBBERMAID INC [Tomado de Mathur]

BlubberMaid Inc. Fabrica tres productos de caucho: Airtex (material esponjoso), Extendex (material elástico) y Resistex (material rígido). Los tres productos requieren los mismos tres polímeros químicos y una base. La cantidad de cada ingrediente usada por libra del producto final se muestra en la siguiente tabla:

Ingredientes usados en la producción de Airtex, Extendex y Resistex

Producto	Ingrediente (oz de ingrediente / lb de producto)			
	POLÍMERO A	POLÍMERO B	POLÍMERO C	BASE
Airtex	4	2	4	6
Extendex	3	2	2	9
Resistex	6	3	5	2

BlubberMaid, Inc. Tiene el compromiso de producir al menos 1000 libras de Airtex, 500 libras de Extendex y 400 libras de Resistex para la próxima semana, pero la gerencia de la compañía sabe que puede vender más de cada uno de los tres productos. Los inventarios actuales de los ingredientes son 500 libras del polímero A, 425 libras del polímero B, 650 libras de polímero C y 1100 libras de la base. Cada libra de Airtex produce a la compañía una ganancia de \$7, cada libra de Extendex una ganancia de \$7 y cada libra de Resistex una ganancia de \$6. Como gerente del departamento de producción, usted necesita determinar un plan de producción, óptimo para esta.

- a. ¿Cuánto se debe producir de cada tipo de caucho?

Se deben producir 1000 Lb de Airtex, 533.33 Lb de Extendex y 400 Lb de Resistex.

- b. ¿Cuál es la ganancia total?
\$13133.33.
- c. ¿Qué pasaría si la demanda de Airtex fuera 900 libras?
Eso implicaría una reducción de 100 en el lado derecho lo cual está permitido. Por tanto, cambiaría la solución óptima y las nuevas ganancias serían $Z_{nuevo} = 13133.33 + (-100) * (-2.3333) = \13366.67
- d. ¿Qué pasaría si la ganancia de Resistex fuera \$4 por libra?
Como una reducción de \$2 si es permitida entonces la solución óptima es la misma y las ganancias totales son $Z_{nuevo} = 13133.33 + (-2) * 400 = \12333.33
- e. ¿Cuántas onzas quedan disponibles de cada polímero?
Polímero A = 0
Polímero B = 2533.33 oz
Polímero C = 3333.33 oz

PROBLEMA 8. ALEACIONES

Se fabrican dos aleaciones A y B con cuatro metales (I, II, III y IV) de acuerdo con las siguientes especificaciones:

Aleación	Especificaciones de la composición de la aleación	Precio de venta (\$/tonelada)
A	Máximo 80% de I	200
	Máximo 30% de II	
	Entre 20% y 30% de III	
	Mínimo 50% de IV	
B	Mínimo 10% de I	300
	Entre 40% y 60% de II	
	Mínimo 30% de III	
	Máximo 70% de IV	

La demanda mínima de aleación A es 500 toneladas y de B 200 toneladas. La disponibilidad y costo por tonelada de cada metal es la siguiente:

	Metales			
	I	II	III	IV
Disponibilidad (toneladas)	1000	1500	800	2000
Precio compra (\$/tonelada)	30	40	50	25

Plantear un modelo matemático para maximizar las utilidades.

- a. Plantear el modelo matemático
- b. Resolver el modelo matemático por Solver
- c. Responder las siguientes preguntas solamente con base en el análisis de sensibilidad del Solver.

Preguntas adicionales	Respuesta
-----------------------	-----------

c.	¿Cuál es la utilidad total (coloque las unidades)?	\$694000																								
d.	¿Cuánto se debe producir de cada aleación (coloque las unidades)?	Aleación A: 500 toneladas Aleación B: 2333.33 toneladas																								
e.	¿Cuánto se utiliza de cada metal para cada aleación?	<table> <tr> <td>Metal I Aleación A</td><td>0</td><td>toneladas</td></tr> <tr> <td>Metal II Aleación A</td><td>0</td><td>Toneladas</td></tr> <tr> <td>Metal III Aleación A</td><td>100</td><td>Toneladas</td></tr> <tr> <td>Metal IV Aleación A</td><td>400</td><td>Toneladas</td></tr> <tr> <td>Metal I Aleación B</td><td>233.3333333</td><td>Toneladas</td></tr> <tr> <td>Metal II Aleación B</td><td>933.3333333</td><td>Toneladas</td></tr> <tr> <td>Metal III Aleación B</td><td>700</td><td>Toneladas</td></tr> <tr> <td>Metal IV Aleación B</td><td>466.6666667</td><td>toneladas</td></tr> </table>	Metal I Aleación A	0	toneladas	Metal II Aleación A	0	Toneladas	Metal III Aleación A	100	Toneladas	Metal IV Aleación A	400	Toneladas	Metal I Aleación B	233.3333333	Toneladas	Metal II Aleación B	933.3333333	Toneladas	Metal III Aleación B	700	Toneladas	Metal IV Aleación B	466.6666667	toneladas
Metal I Aleación A	0	toneladas																								
Metal II Aleación A	0	Toneladas																								
Metal III Aleación A	100	Toneladas																								
Metal IV Aleación A	400	Toneladas																								
Metal I Aleación B	233.3333333	Toneladas																								
Metal II Aleación B	933.3333333	Toneladas																								
Metal III Aleación B	700	Toneladas																								
Metal IV Aleación B	466.6666667	toneladas																								
f.	¿Cuánto sobra de cada metal? (coloque las unidades)	766.67 toneladas de metal I 566.67 toneladas de metal II 0 toneladas de metal III 1133.33 toneladas de metal IV																								
g.	¿Qué pasaría si se utilizara una tonelada de metal II para producir aleación A?	Que la función objetivo (utilidades) se reduciría en \$15																								
h.	Un proveedor le ofrece 200 toneladas de metal 3 por \$200000. ¿Valdría la pena comprar esas 200 toneladas por ese precio? Justifique su respuesta	No vale la pena porque si se tuvieran las 200 toneladas adicionales la función objetivo, es decir las utilidades, aumentarían en 200×870 es decir en \$174000 pero si esas 200 toneladas no costaran nada. Por lo tanto pagar \$200000 es más de lo que se podría ganar por tenerlas, así que no vale la pena.																								