Una empresa que produce café, cuenta con dos plantas P y desea determinar cuántos kg producir mensualmente de café en cada planta, sobre un horizonte de T meses, con la posibilidad de almacenar café en inventario. Existe un costo de almacenamiento mensual por kg de café en cada planta h_p, y un costo por kg de producción por planta c_p. Se conocen además la demanda total en kg de cada mes d_t, el inventario inicial del producto en la planta 1 que es de 100kg y el inventario inicial de la planta 2 que es de 60kg. La capacidad de almacenamiento de la planta 1 es 220kg y la capacidad de almacenamiento de la planta 2 es 150kg. Además, se sabe que la capacidad de producción mensual de la planta 1 es 900kg y la de la planta 2 es 600kg. Formule un modelo que permita definir el programa de producción óptima.

h_p (\$/mes-kg)		c_p (\$/kg)	
Planta 1	Planta 2	Planta 1	Planta 2
0.90	0.80	5.30	5.40

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Demanda	355	357	833	1696	1081	1291	1589	937	799	284	1136	1094

Conjuntos

T Conjunto de meses
P Conjunto de plantas

Parámetros

h_p Costo mensual por kg de producto almacenado en la planta $p \in \mathbf{P}$
c_p Costo mensual por kg de producto producido en la planta $p \in \mathbf{P}$
d_t Demanda del mes $t \in \mathbf{T}$
g_p Inventario inicial en la planta $p \in \mathbf{P}$
cp_p Capacidad mensual de producción en la planta $p \in \mathbf{P}$
ca_p Capacidad mensual de almacenamiento en la planta $p \in \mathbf{P}$

Variables de decisión

x_{tp} Kilogramos de café a producir en la planta $p \in \mathbf{P}$ durante el mes $t \in \mathbf{T}$
y_{tp} Kilogramos de café a almacenar en la planta $p \in \mathbf{P}$ al final del mes $t \in \mathbf{T}$
w_{tp} Kilogramos de café a despachar desde la planta $p \in \mathbf{P}$ en el mes $t \in \mathbf{T}$

Función Objetivo

$$\text{Min: } \sum_{t\in\mathbf{T}}\sum_{p\in\mathbf{P}} h_p * y_{tp} + \sum_{t\in\mathbf{T}}\sum_{p\in\mathbf{P}} c_p * x_{tp}$$

Sujeto a:

$y_{1p} = g_p + x_{1p} - w_{1p} \qquad \forall p \in \mathbf{P}$
$y_{tp} = y_{t-1\,p} + x_{tp} - w_{tp} \qquad \forall p \in \mathbf{P}, t \in \mathbf{T} \mid t > 1$
$\sum_{p\in\mathbf{P}} w_{tp} = d_t \qquad \forall t \in \mathbf{T}$
$y_{tp} \leq ca_p \qquad \forall p \in \mathbf{P}, t \in \mathbf{T}$
$x_{tp} \leq cp_p \qquad \forall p \in \mathbf{P}, t \in \mathbf{T}$
$x_{tp} \geq 0 \qquad \forall p \in \mathbf{P}, t \in \mathbf{T}$
$y_{tp} \geq 0 \qquad \forall p \in \mathbf{P}, t \in \mathbf{T}$
$w_{tp} \geq 0 \qquad \forall p \in \mathbf{P}, t \in \mathbf{T}$

Se transporta alimento para gallinas por medio de camiones desde tres silos hasta cuatro granjas. Dado que algunos de los silos no pueden mandar los envíos directamente a algunas de las granjas existen algunas posibilidades de transbordo entre granjas. Las capacidades diarias de transporte, en miles de libras de alimento, se presentan en la tabla 1. Las capacidades de abastecimiento de alimento para entrar a los silos son 20, 20 y 200 miles de lb para los silos 1, 2 y 3 respectivamente. Y las demandas de alimento son 200, 10, 60 y 20 miles de lb para las granjas 1, 2, 3 y 4 respectivamente. Los costos de envío por mil libras de alimento se presentan en la tabla 2. Se desea minimizar los costos de transporte supliendo todo lo que se pueda de la demanda.

Tabla 1	**Destino**			
Origen	**Granja 1**	**Granja 2**	**Granja 3**	**Granja 4**
Silo 1	30	5	0	40
Silo 2	0	0	5	90
Silo 3	10	40	30	40
Granja 1	0	50	0	0
Granja 2	50	0	50	0
Granja 3	0	50	0	50
Granja 4	0	0	50	0

Tabla 2	**Destino**			
Origen	**Granja 1**	**Granja 2**	**Granja 3**	**Granja 4**
Silo 1	5	4		3
Silo 2			5	7
Silo 3	2	6	2	3
Granja 1		3		
Granja 2	5		10	
Granja 3		11		8
Granja 4			9	

Conjuntos

I Conjunto de nodos

Parámetros

c_{ij} Capacidad de transporte entre el nodo $i \in \mathbf{I}$ y el nodo $j \in \mathbf{I}$

a_i Disponibilidad de almacenamiento en el nodo $i \in \mathbf{I}$

d_i Demanda de abastecimiento en el nodo $i \in \mathbf{I}$

f_{ij} Costo de transporte entre el nodo $i \in \mathbf{I}$ y el nodo $j \in \mathbf{I}$

M Número muy grande

Variables de decisión

x_{ij} Miles de libras de alimento a enviar entre el nodo $i \in \mathbf{I}$ y el nodo $j \in \mathbf{I}$

y_i Miles de libras de alimento que se deja de enviar al nodo $i \in \mathbf{I}$

Función Objetivo

$$\text{Min: } \sum_{i \in \mathbf{I}} \sum_{j \in \mathbf{I}} f_{ij} * x_{ij} + \sum_{i \in \mathbf{I}} \mathbf{M}\, y_i$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in \mathbf{I}} x_{ij} \leq a_i \qquad \forall\, i \in \mathbf{I} \mid i \leq 4$$

$$x_{ij} \leq c_{ij} \qquad \forall\, i \in \mathbf{I}, j \in \mathbf{I}$$

$$\sum_{i \in \mathbf{I}} x_{ij} - \sum_{i \in \mathbf{I}} x_{ji} + y_j = d_j \qquad \forall\, j \in \mathbf{I} \mid j \geq 4$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \forall i \in \mathbf{I} \text{ y el nodo } j \in \mathbf{I}$$

$$y_i \geq 0 \qquad \forall\, i \in \mathbf{I}$$