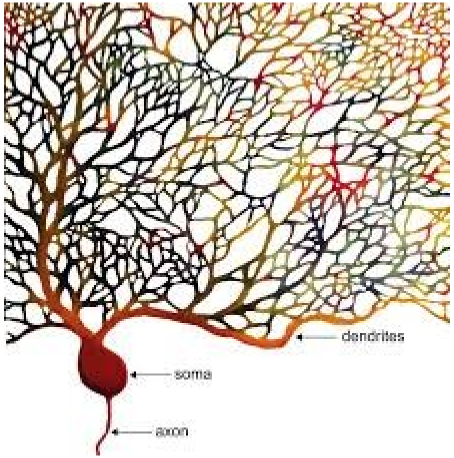


Teoría del Cable

La matemática de los cilindros en los que la corriente fluye por el centro y por los lados (también llamados conductores centrales o cables eléctricos) existe desde hace muchos años y se remonta al primer cable transatlántico utilizado para transmitir telegrafía.

Una de las formas geométricas más simples a las que se aproximan algunas partes de una neurona es un cilindro. El cilindro tiene un núcleo conductor rodeado por una capa exterior o membrana que tiene propiedades eléctricas diferentes a las de su núcleo. Muchas de las simplificaciones que haremos serán para permitir que partes de una neurona, como su axón o partes de sus dendritas, se representen mediante tales cilindros.

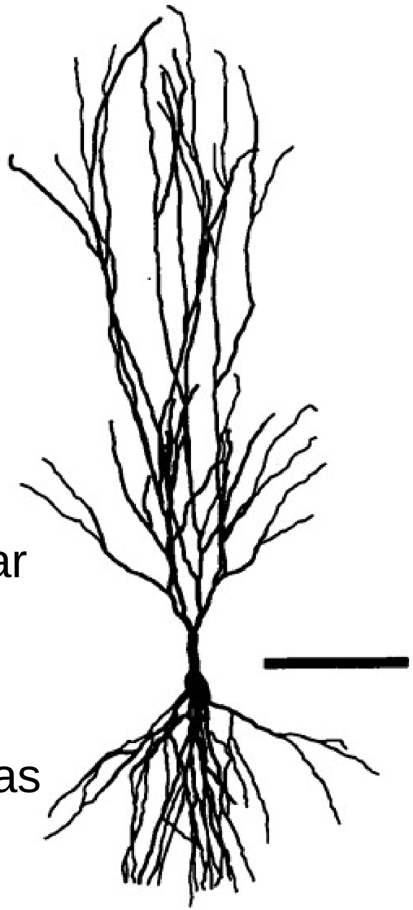
(Johnston, 2016)

Teoría del Cable

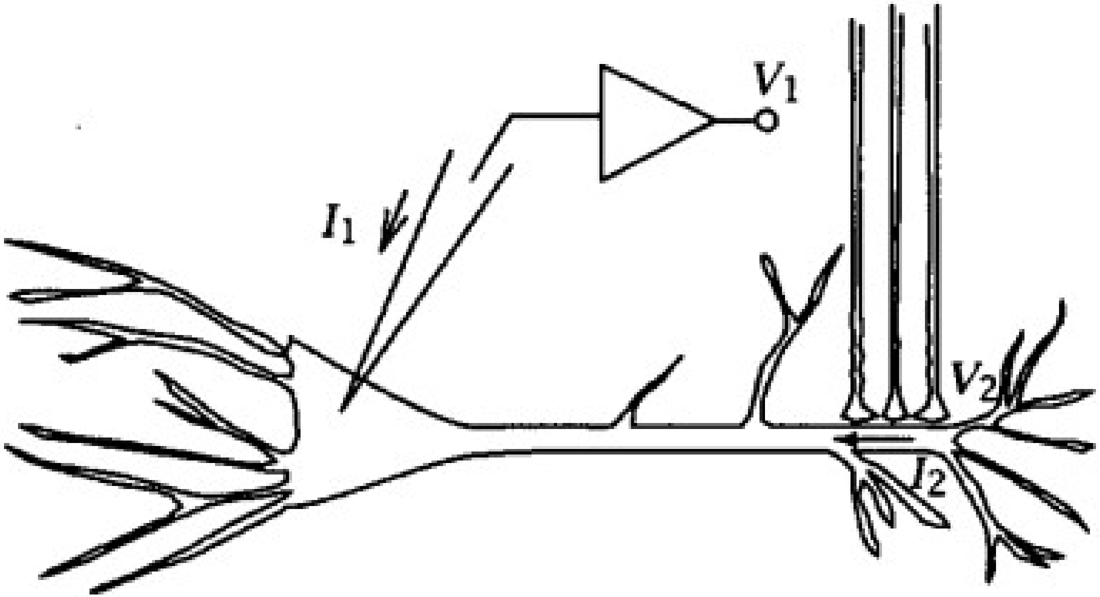
- La teoría del cable lse utiliza para investigar la propagación electrotónica pasiva de las señales eléctricas en las dendritas.

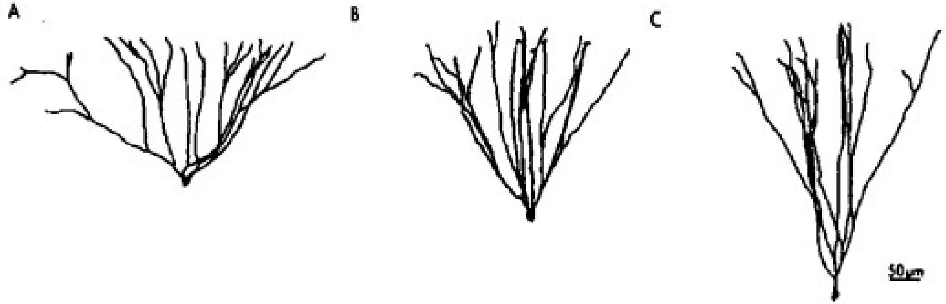
- El término electrotónico se usa para describir señales eléctricas pasivas, es decir, señales (corriente o voltaje) que no están influenciadas por las propiedades dependientes del voltaje de la membrana.

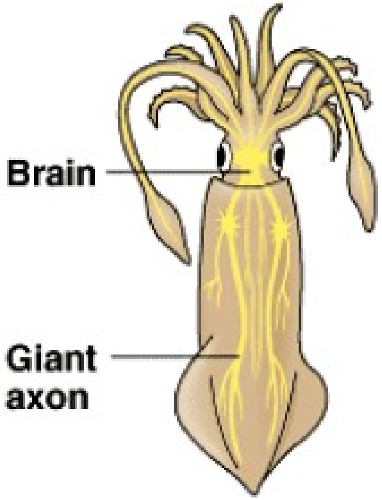
- Las propiedades del cable en general son ecuaciones que se pueden aplicar a varias situaciones físicas diferentes. Si aplicamos esta teoría a cables infinitos y semi-infinitos, el modelo es particularmente aplicable a axones largos. Por otro lado, si aplicamos la teoría a cables finitos y a cables finitos con soma agrupado, esta situación representará la aplicación de la teoría a las dendritas.



Medición de una señal en el soma

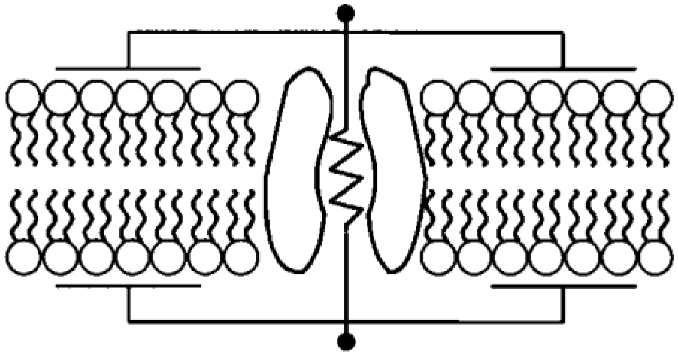




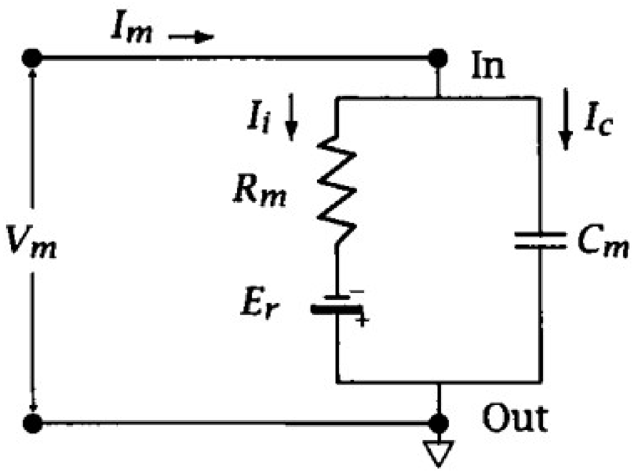


Circuito equivalente de la membrana celular

Biological membrane



Equivalent circuit representation

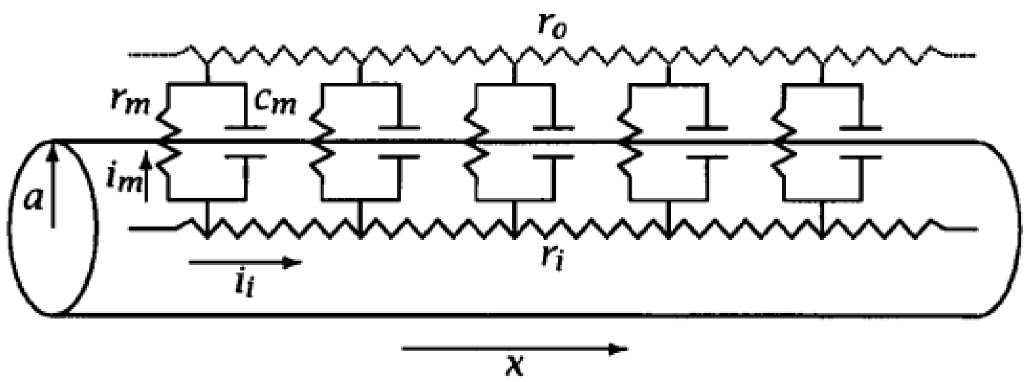


$$I_m = I_C + I_i \quad = \quad C_m \frac{dV_m}{dt} + \frac{(V_m - E_r)}{R_m}$$

$$= \quad C_m \frac{dV_m}{dt} + G_m (V_m - E_r).$$

(Johnston, 2016)

Corriente fluyendo a lo largo de un cilindro



Suposiciones

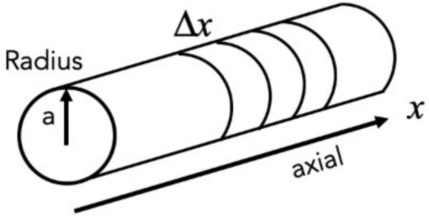
1. Los parámetros de la membrana son asumidos lineales y uniformes, esto es, r_m,r_i y r_c son constantes en cada parte de la membrana y no dependen del potencial de membrana.

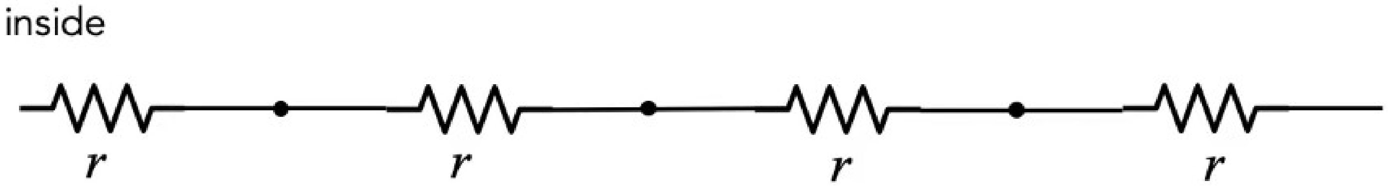
2. Asumimos que el flujo de corriente es a lo largo de la dimensión espacial x, es decir a lo largo del cable . La corriente radial es por lo tanto 0.

3. Asumimos por conveniencia que la resistencia extracelular, r_o, es 0.

(Johnston, 2016)

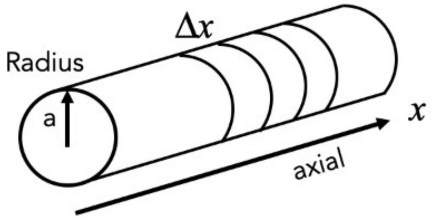
Modelo del cable

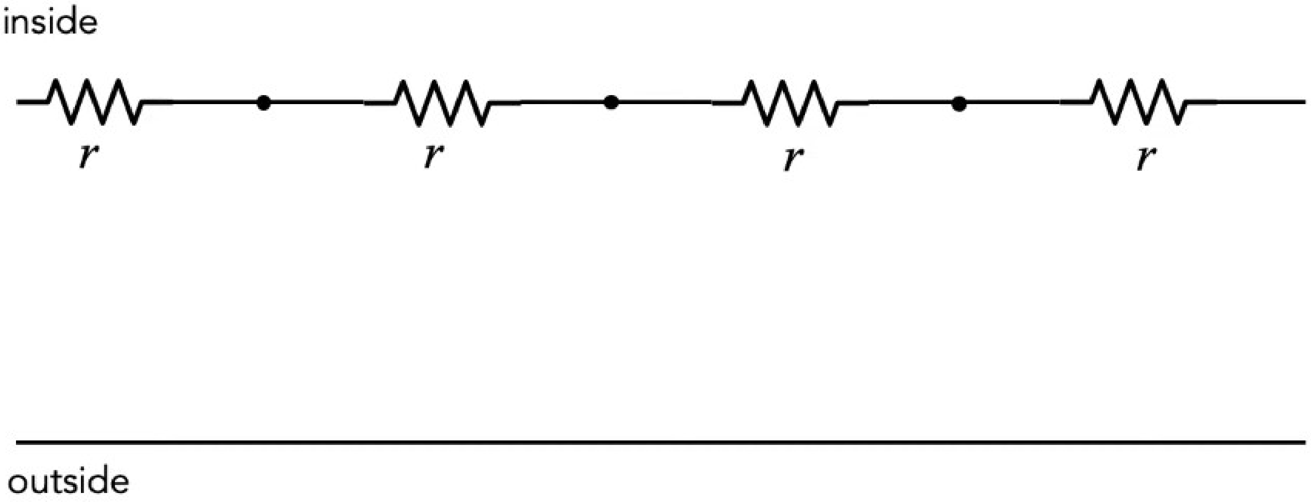




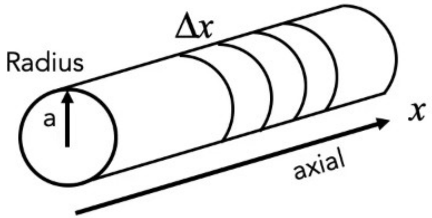
(Fee, 2018)

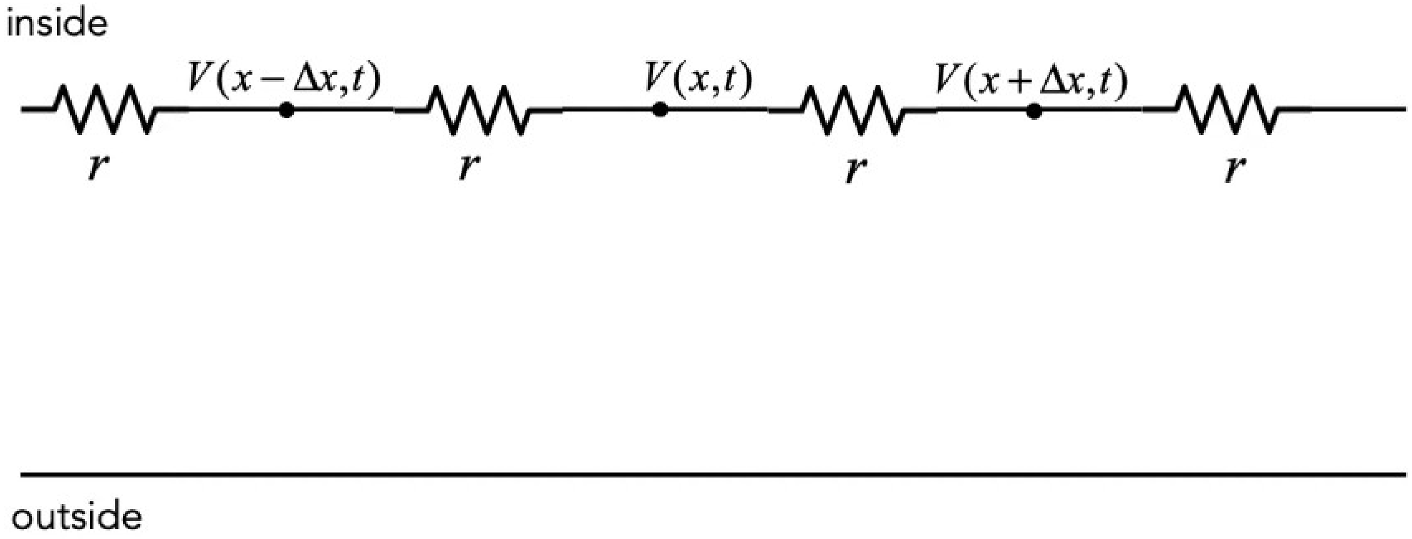
Modelo del cable



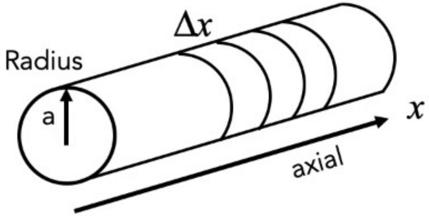


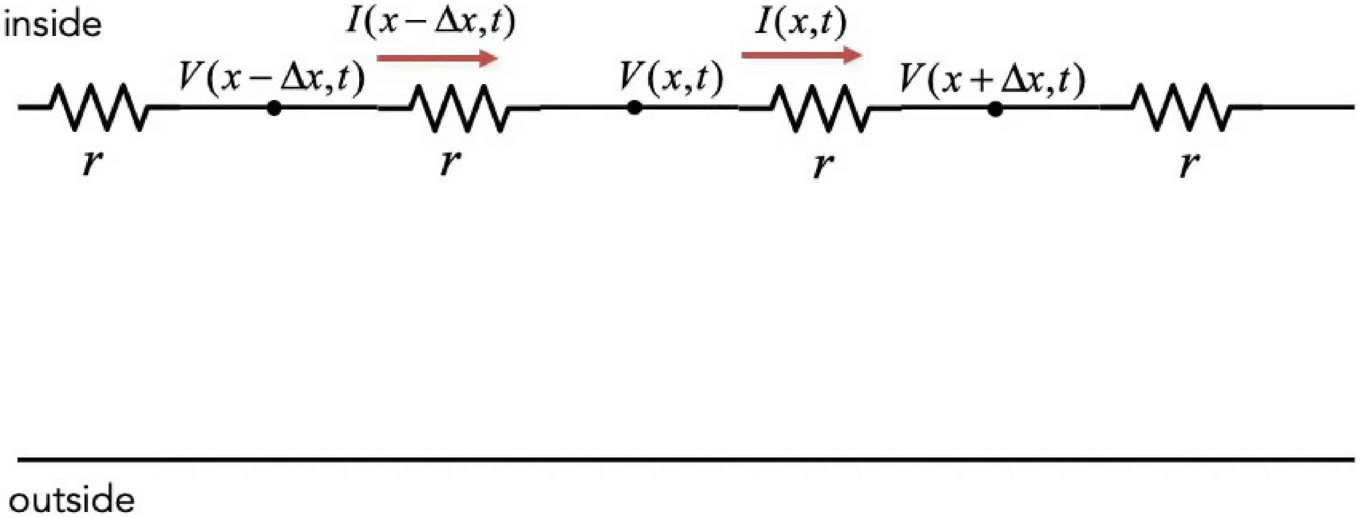
Modelo del cable



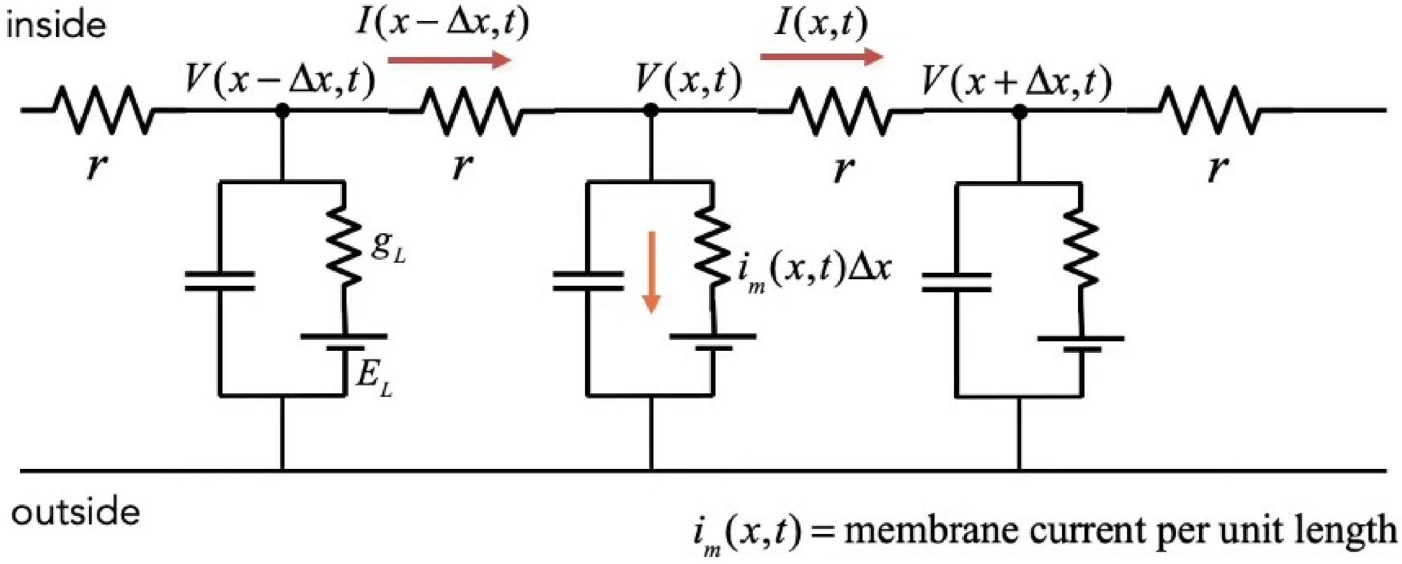


Modelo del cable





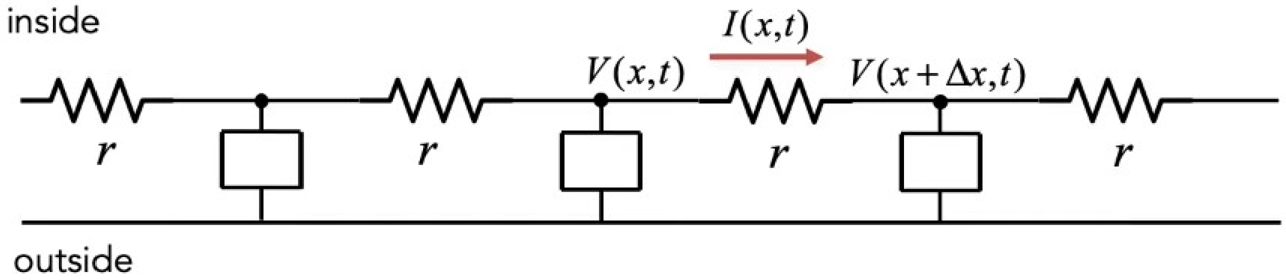
Modelo del cable



(Fee, 2018)

Resolviendo el sistema

Ley de Ohm

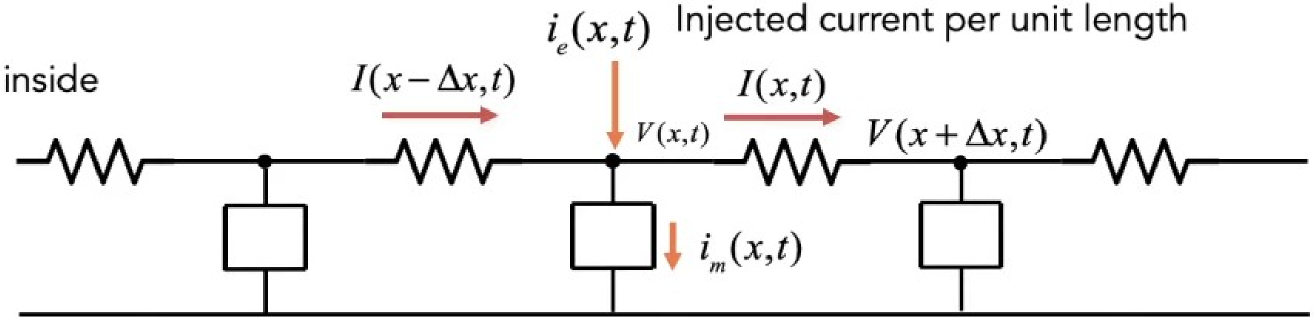


$$V(x,t) - V(x+\Delta x,t) = r\, I(x,t)$$

$$\frac{1}{\Delta x}\left[V(x,t) - V(x+\Delta x,t)\right] = \frac{r}{\Delta x} I(x,t)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -R_a\, I(x,t)$$

Ley de voltajes de Kirchoff



Kirchoff's law: sum of all currents out of each node must equal zero.

$$i_m(x,t)\,\Delta x \;-\; i_e(x,t)\,\Delta x \;+\; I(x,t) \;-\; I(x-\Delta x,t) \;=\; 0$$

$$i_m(x,t)-i_e(x,t)=-\frac{1}{\Delta x}\left[I(x,t)-I(x-\Delta x,t)\right]$$

$$i_m-i_e=-\frac{\partial I}{\partial x}(x,t)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -R_a I(x,t)$$

$$i_m - i_e = -\frac{\partial I}{\partial x}(x,t)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -R_a \frac{\partial I}{\partial x}(x,t)$$

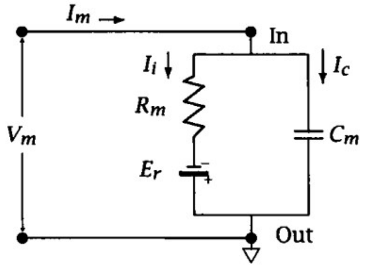
Ecuación del cable

$$\lambda^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}(x,t) = \tau_m \frac{\partial V}{\partial t}(x,t) + V(x,t) - \frac{1}{G_m} i_e(x,t)$$

$$\begin{aligned} I_m = I_C + I_i &= C_m \frac{dV_m}{dt} + \frac{(V_m - E_r)}{R_m} \\ &= C_m \frac{dV_m}{dt} + G_m (V_m - E_r). \end{aligned}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{r_m}{r_i}} = \sqrt{\frac{aR_m}{2R_i}}.$$

Equivalent circuit representation



(Fee, 2018)

(Johnston, 2016)

Velocidad de conducción

$$\frac{V_m(T,X)}{V_m(\infty,X)} = \frac{\frac{r_i I_0 \lambda}{4}\left[e^{-X}\operatorname{erfc}\left(\frac{X}{2\sqrt{T}} - \sqrt{T}\right) - e^{X}\operatorname{erfc}\left(\frac{X}{2\sqrt{T}} + \sqrt{T}\right)\right]}{\frac{r_i I_0 \lambda}{2} e^{-X}}$$

$$\theta = \frac{dx}{dt} = \frac{2\lambda}{\tau_m}.$$

$$\theta = \frac{2\lambda}{\tau_m} = \frac{2\sqrt{\frac{R_m a}{2 r_i}}}{R_m C_m} = \left(\frac{2a}{R_m R_i {C_m}^2}\right)^{1/2}.$$

$$\theta \propto \sqrt{a}$$

(Johnston, 2016)

Bibliografía

- Johnston, D. (2016). Foundations of Cellular Neurophysiology. The MIT Press.

- Fee, M. (2018). 6. Dendrites | Introduction to Neural Computation | Brain and Cognitive Sciences | MIT OpenCourseWare. Ocw.mit.edu. Retrieved 23 August 2022, from https://ocw.mit.edu/courses/9-40-introduction-to-neural-computation-spring-2018/resources/6/.

Integrantes:

-Juan Montes
-Nicolas Novoa
-William Gómez