

William Andrés Gómez
Juan Manuel Bermúdez

PRUEBAS DE HIPOTESIS

Quiz#3

Problems: 2.5 2.8 2.9 2.20 2.22 2.26 2.30 2.31 2.32 2.33 2.35

#2.5 Considere el resultado siguiente:

Test de $\mu=30$ vs $\mu \neq 30$

La desviación estándar asumida=1.2

$N=16$

Mean=31.2000

SE_Mean=0.3000

CI=0.95

Z=?

P=?

```
> qnorm(0.975)
```

```
Z= 1.959964
```

```
> pvalue <- 2*(1-pnorm(qnorm(0.975)))
```

```
> pvalue
```

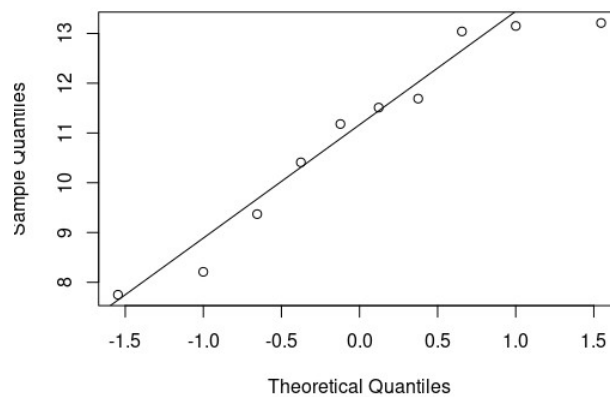
```
P= 0.05
```

#2.8 Considere la siguiente muestra de datos:

[9.37, 13.04, 11.69, 8.21, 11.18, 10.41, 13.15, 11.51, 13.21, 7.75]

Se puede asumir que estos datos son de una muestra con distribución Normal.

Normal Q-Q Plot



Se puede asumir que los datos tienen distribución normal, a pesar de que no se encuentran completamente sobre la recta. Pero apesar de ser pocos datos tienen una distribución aproximadamente normal.

¿Existe evidencia para soportar que la Media de la población es 10?

```
datos <- c(9.37, 13.04, 11.69, 8.21, 11.18, 10.41, 13.15, 11.51, 13.21, 7.75)
```

```
qqnorm(datos)
```

```
qqline(datos)
```

```
n=length((datos))
qt(0.95,n-1)
t.test(datos, mu=10)
```

```
> qt(0.95,n-1)
[1] 1.833113
> t.test(datos, mu=10)
One Sample t-test
```

```
data: datos
t = 1.5102, df = 9, p-value = 0.1653
alternative hypothesis: true mean is not equal to 10
95 percent confidence interval:
 9.525956 12.378044
sample estimates:
mean of x
 10.952
```

R//: Ya que la estadística $t=1,51$ es menor que el punto crítico $t_c=1,833$, entonces no podemos rechazar la hipótesis nula. De la misma forma que el pvalue de 0,165 es mucho mayor que $\alpha=0,05$. En conclusión, no hay evidencia suficiente para afirmar que la media de los datos sea igual a 10

#2.9 Un programa de computador ha producido el siguiente resultado para una prueba de hipotesis:

Diferencia en la media de las muestras: 2.35
Grados de libertad= 18
SE de la diferencia de las medias muestrales=?
Test estadístico: $t_0 = 2.01$
P-value=0.0298

- a)
- b) Prueba Bilateral
- c) Como el Pvalue es menor que α , se rechaza la hipotesis nula.

#2.20 La duración de una bebida carbonatada es de interes. 10 botellas son seleccionadas aleatoriamente y testeadas, obteniendo los siguientes resultados.
Days=[108, 124, 124, 106, 115, 138, 163, 159, 134, 139]

- a) Nos gustaría demostrar que la vida media excede los 120 días. Establezca una hipotesis para investigar esta afirmación.
 $H_0: \mu \leq 120$
 $H_1: \mu > 120$

- b) Pruebe la hipotesis utilizando $\alpha=0.01$. Cuales son sus conclusiones.

```
> days=c(108, 124, 124, 106, 115, 138, 163, 159, 134, 139)
> t.test(days,mu=120,alternative=c("greater"), conf.level=0.99)
estadistica: t = 1.7798
p-value = 0.05441
> qt(0.99,9)
```

2.821438

Debido a que el valor crítico 2,82 es mayor que la estadística 1,77 no se puede rechazar la hipótesis nula. Por tanto no hay evidencia suficiente para afirmar que la media excede los 120 días.

c) Encuentre el P-value para el test

El p-value fue de 0,05441 > $\alpha=0,01$

Como el p-value no es menor que α no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula.

#2.22 El tiempo para reparar un instrumento electrónico es una variable aleatoria distribuida de forma normal. EL tiempo de reparación para 16 instrumentos seleccionados aleatoriamente es:

Hours=[159, 224, 222, 149, 280, 379, 362, 260, 101, 179, 168, 485, 212, 264, 250, 170]

a) Te gustaría saber si el tiempo medio de reparación excede 225 horas. Establezca una hipótesis apropiada para investigar esta afirmación.

$H_0: \mu \leq 225$

$H_1: \mu > 225$

b) Pruebe la hipótesis con $\alpha=0.05$, Cuales sons sus conclusiones.

Hours=c(159, 224, 222, 149, 280, 379, 362, 260, 101, 179, 168, 485, 212, 264, 250, 170)

$n=\text{length}(\text{Hours})$

$t.\text{test}(\text{Hours}, \mu=225, \text{alternative}=\text{c}(\text{"greater"}))$

$qt(0.95, n-1)$

$> t.\text{test}(\text{Hours}, \mu=225, \text{alternative}=\text{c}(\text{"greater"}))$

One Sample t-test

data: Hours

$t = 0.66852, df = 15, p\text{-value} = 0.257$

alternative hypothesis: true mean is greater than 225

95 percent confidence interval:

198.2321 Inf

sample estimates:

mean of x

241.5

$> qt(0.95, n-1)$

[1] 1.75305

Ya que la estadística $t=0,668$ es menor que el punto crítico $t_c=1,75$, no cae en la región de rechazo y no se puede rechazar la hipótesis nula. Entonces se puede decir que no hay suficiente evidencia para afirmar que la media de horas sea mayor a 225

c) Encuentre un P-value para la prueba

El p-value es = 0,257 el cual no es menor a $\alpha=0.05$ y por tanto no es posible rechazar la hipótesis nula. Es decir, la media no es mayor a 225, o al menos con la muestra que tenemos no hay suficiente evidencia para demostrarlo

#2.26 Los siguientes son los tiempos de combustión de dos tipos de bengalas químicas. Los ingenieros están interesados tanto en la media como en la varianza de los tiempos de combustión.

a) Pruebe la hipótesis de que las dos varianzas son iguales. Utilice $\alpha=0.05$

H_0 : Cociente de varianzas igual a 1

H_1 : Cociente de varianzas diferente a 1

```
TypeI=c(65, 81, 57, 66, 82, 82, 67, 59, 75, 70)
```

```
TypeII=c(64, 71, 83, 59, 65, 56, 69, 74, 82, 79)
```

```
var.test(TypeI, TypeII)
```

```
> var.test(TypeI, TypeII)
```

F test to compare two variances

data: TypeI and TypeII

$F = 0.97822$, num df = 9, denom df = 9, p-value = 0.9744

alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1

95 percent confidence interval:

0.2429752 3.9382952

sample estimates:

ratio of variances

0.9782168

```
> qf(0.975,n-1,n-1)
```

```
[1] 4.025994
```

```
> qf(0.025,n-1,n-1)
```

```
[1] 0.2483859
```

De esta prueba obtenemos una estadística $F=0.978$. Si observamos los puntos críticos calculados para la distribución F, podemos ver que son (0.248 , 4.0259), ya que la estadística F esta dentro del intervalo de los puntos críticos, NO podemos rechazar la hipótesis nula, y por ende las varianzas SI SON IGUALES.

b) En base al resultado anterior, pruebe la hipótesis de que los tiempos de combustión de los 2 tipos de bengalas son iguales. Utilice $\alpha=0.05$. ¿Cuál es el P-value para este test?

H_0 : $\mu_1=\mu_2$

H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2$

```
> t.test(TypeI, TypeII, var.equal=TRUE)
```

Two Sample t-test

data: TypeI and TypeII

$t = 0.048008$, df = 18, p-value = 0.9622

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

95 percent confidence interval:

-8.552441 8.952441

sample estimates:

mean of x mean of y

70.4 70.2

```
> qt(0.975, n-1)
```

```
[1] 2.262157
```

Ya que la estadística $t=0.048$ esta dentro de la región de No rechazo, No se puede rechazar la hipótesis nula de que las medias son iguales. Y por tanto, existe suficiente evidencia para decir que las medias de ambas muestras SON IGUALES.

#2.30 Cubiertas plásticas para celular son fabricadas por un proceso de inyección en un molde. Se cree que el tiempo que la parte es dejada enfriar antes de ser retirada del molde puede influir en la calidad final del producto. Después de fabricadas las piezas son inspeccionadas y asignadas un valor entre 1 y 10 basado en su apariencia, donde 1 es completamente defectuoso y 10 es perfecta. Un experimento fue llevado a cabo utilizando 2 tiempos de enfriamiento 10 segundos y 20 segundos.

10_seconds=[1,2,1,3,5,1,5,2,3,5,3,6,5,3,2,1,6,8,2,3]

20_seconds=[7,8,5,9,5,8,6,4,6,7,6,9,5,7,4,6,8,5,8,7]

a) Existe evidencia que demuestre que entre más tiempo se deja enfriar la pieza , se resulta en menos defectos?. Utilice $\alpha=0.05$

*Primero hace test de varianzas:

Ho: Cociente de varianzas igual a 1

H1: Cociente de varianzas diferente a 1

```
> var.test(ten_seconds, twenty_seconds)
```

F test to compare two variances

data: ten_seconds and twenty_seconds

F = 1.7011, num df = 19, denom df = 19, p-value = 0.2559

alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1

95 percent confidence interval:

0.6733205 4.2977738

sample estimates:

ratio of variances

1.701111

```
> qf(0.975,n-1,n-1)
```

```
[1] 2.526451
```

```
> qf(0.025,n-1,n-1)
```

```
[1] 0.3958122
```

Como la estadística F cae dentro de la región de No rechazo, no rechazamos la Hipótesis nula y decimos que las varianzas SON IGUALES.

*Prueba de diferencia de medias

Ho: $\mu_1=\mu_2$

H1: $\mu_1 \neq \mu_2$

```
> t.test(ten_seconds, twenty_seconds, var.equal=TRUE)
```

Two Sample t-test

data: ten_seconds and twenty_seconds

```

t = -5.5696, df = 38, p-value = 2.217e-06
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -4.294935 -2.005065
sample estimates:
mean of x mean of y
   3.35    6.50
> qt(0.025, n-1)
[1] - 2.093024

```

Podemos ver que la estadística t es mucho menor que el punto crítico inferior. Por tanto rechazamos la hipótesis nula ya que existe suficiente evidencia para decir que las medias No son iguales. En otras palabras, las medias son diferentes. Esto quiere decir que en estas muestras si existe una diferencia estadísticamente significativa para decir que entre mayor tiempo se dejen las piezas enfriar, mejor sera su calidad.

b) Cual es el P-value para el test anterior?

El p-value = 2.217e-06 es mucho menor que $\alpha=0.05$. Por lo que rechazamos la hipótesis nula.

d) Revise la presuncion de Normalidad para este experimento.

#2.31 Observaciones de la uniformidad del gravado sobre silicona se evaluó en un experimento. Los datos son los siguientes.

Etch=c(5,34, 6,00, 5,97, 5,25, 6,65, 7,55, 7,35, 6,35, 4,76, 5,54, 5,44, 4,61, 5,98, 5,62, 4,39, 6,00, 7,25, 6,21, 4,98, 5,32)

b) Pruebe la hipotesis de que la varianza=1. Utilice $\alpha=0.05$. Cuales son sus conclusiones?

```

Ho: var=1
H1: var≠1
library(EnvStats)
gl<-length(Etch)-1
PHV<-varTest(Etch,alternative = "two.sided",sigma.squared=1)
# Valores cr?ticos
qchisq(0.025,gl)
qchisq(0.975,gl)
PHV$statistic
> qchisq(0.025,gl)
[1] 23.65432
> qchisq(0.975,gl)
[1] 58.12006
> PHV$statistic
Chi-Squared
 34243.78

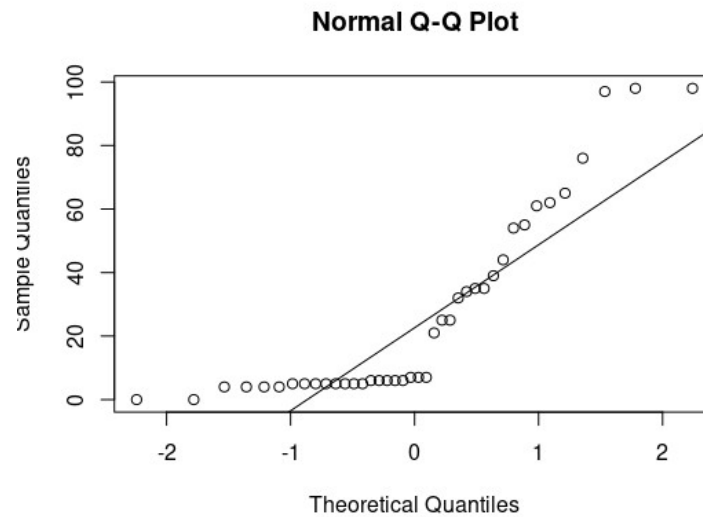
```

Dado que la estadística Chi=34243,78 cae en la zona de rechazo, Rechazamos la hipótesis nula de que la varianza de la muestra es igual a 1.

c) Discuta la suposición de Normalidad y el papel en este problema.

Ay un problema serio al asumir la normalidad en este caso, lo que hace que la prueba T no sea correcta. Como se observa a continuación, los datos no tienen distribución normal.

d) Revise la normalidad construyendo una grafica de probabilidad de normalidad. Cuales son sus conclusiones.



#2.32 El diametro de una bola de un rodamiento fue medido por 12 inspectores, cada uno usando 2 diferentes calibradores.

a) Existe una diferencia significativa entre las medias ? Utilice alfa=0.05

* Prueba para saber si las varianzas son iguales o diferentes:

Ho: Cociente de varianzas igual a 1

H1: Cociente de varianzas diferente a 1

caliper1=c(0.265, 0.265, 0.266, 0.267, 0.267, 0.265, 0.267, 0.267, 0.265, 0.268, 0.268, 0.265)

caliper2=c(0.264, 0.265, 0.264, 0.266, 0.267, 0.268, 0.264, 0.265, 0.265, 0.267, 0.268, 0.269)

var.test(caliper1, caliper2)

n=length((caliper2))

qf(0.975,n-1,n-1)

qf(0.025,n-1,n-1)

> var.test(caliper1, caliper2)

F test to compare two variances

data: caliper1 and caliper2

F = 0.47794, num df = 11, denom df = 11, p-value = 0.2364

alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1

95 percent confidence interval:

0.1375885 1.6602238

sample estimates:

ratio of variances

0.4779412

> n=length((caliper2))

> qf(0.975,n-1,n-1)

[1] 3.473699

```
> qf(0.025,n-1,n-1)
[1] 0.2878776
```

Como la estadística F cae dentro de la región de no rechazo, entonces no rechazamos la hipótesis nula y decimos que las varianzas SON IGUALES.

**** Probamos si existe diferencia significativa entre las medias**

Ho: $\mu_1 = \mu_2$

H1: $\mu_1 \neq \mu_2$

```
t.test(caliper1, caliper2, var.equal=TRUE)
qt(0.975, n-1)
```

```
> t.test(caliper1, caliper2, var.equal=TRUE)
```

Two Sample t-test

data: caliper1 and caliper2

t = 0.40519, df = 22, p-value = 0.6893

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

95 percent confidence interval:

-0.001029568 0.001529568

sample estimates:

mean of x mean of y

0.26625 0.26600

```
> qt(0.975, n-1)
```

```
[1] 2.200985
```

La estadística $t=0,4051$ cae dentro de la región de No rechazo, por tanto no rechazamos Ho y decimos que con un 95% de confianza que las medias son iguales

b) Encuentre el P-value para el test anterior

p-value = 0.6893

Como el p-value no es menor que 0.05, no se rechaza la hipótesis nula y decimos que hay suficiente evidencia estadística para pensar que las medias SI son iguales.

#2.33 Un artículo de Neurología observó que los gemelos monocigóticos comparten numerosos rasgos físicos, fisiológicos y patológicos. Los investigadores midieron el puntaje de inteligencia de 10 parejas de gemelos. Los datos obtenidos son los siguientes.

a) La suposición de normalidad en la diferencia de puntajes es válida?

c) Encuentre un set de hipotiposis apropiados indicando que la media de puntajes no depende del orden de nacimiento.

Ho: $\mu_1 = \mu_2$

H1: $\mu_1 \neq \mu_2$

*Primero probamos la suposición de las Varianzas:

b1<-c(6.08, 6.22, 7.99, 7.44, 6.48, 7.99, 6.32, 7.60, 6.03, 7.52)

b2<-c(5.73, 5.80, 8.42, 6.84, 6.43, 8.76, 6.32, 7.62, 6.59, 7.67)


```
var.test(b1, b2)
n=length((b1))
qf(0.975,n-1,n-1)
qf(0.025,n-1,n-1)
```

Ho: Cociente de varianzas igual a 1

H1: Cociente de varianzas diferente a 1

```
> var.test(b1, b2)
```

F test to compare two variances

data: b1 and b2

F = 0.59148, num df = 9, denom df = 9, p-value = 0.4461

alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1

95 percent confidence interval:

0.1469164 2.3813137

sample estimates:

ratio of variances

0.5914846

```
> n=length((b1))
```

```
> qf(0.975,n-1,n-1)
```

```
[1] 4.025994
```

```
> qf(0.025,n-1,n-1)
```

```
[1] 0.2483859
```

Como la estadística $F=0,591$ esta dentro de la región de No rechazo dado por los dos cuantiles, No podemos rechazar la hipótesis nula, y por tanto decimos que las varianzas son IGUALES.

* Prueba de Hipotesis para diferencia de medias:

Ho: $\mu_1 = \mu_2$

H1: $\mu_1 \neq \mu_2$

```
t.test(b1, b2, var.equal=TRUE)
```

```
qt(0.975, n-1)
```

```
> t.test(b1, b2, var.equal=TRUE)
```

Two Sample t-test

data: b1 and b2

t = -0.12141, df = 18, p-value = 0.9047

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

95 percent confidence interval:

-0.933492 0.831492

sample estimates:

mean of x mean of y

6.967 7.018

```
> qt(0.975, n-1)
```

```
[1] 2.262157
```

Ya que la estadística $t=-0,124$, cae dentro de los puntos críticos, o en la región de no rechazo, entonces no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula. Por tanto las medias son iguales.

Esto significa que el orden de nacimiento no importa, ya que al tener la misma media, se demuestra que ambos gemelos tienen estadísticamente el mismo puntaje de inteligencia, con un 95% de confianza.

#2.35 Las deflexiones de temperatura para unos tubos de plástico ABS se esta estudiando. 2 muestras de 12 observaciones son preparadas utilizando 2 formulas diferentes y las deflexiones de temperatura son reportadas a continuación:

Formulation_1=c(206, 188, 205, 187, 193, 207, 185, 189, 192, 210, 194, 178)

Formulation_2=c(177, 197, 206, 201, 176, 185, 200, 197, 198, 188, 189, 203)

qqnorm(Formulation_1)

qqline(Formulation_1)

qqnorm(Formulation_2)

qqline(Formulation_2)

var.test(Formulation_1, Formulation_2)

n=length((Formulation_1))

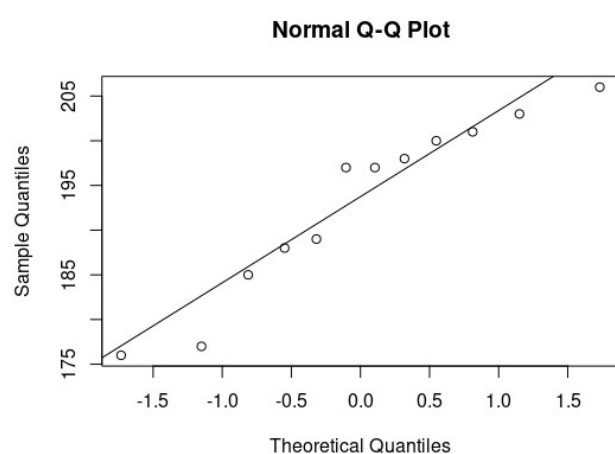
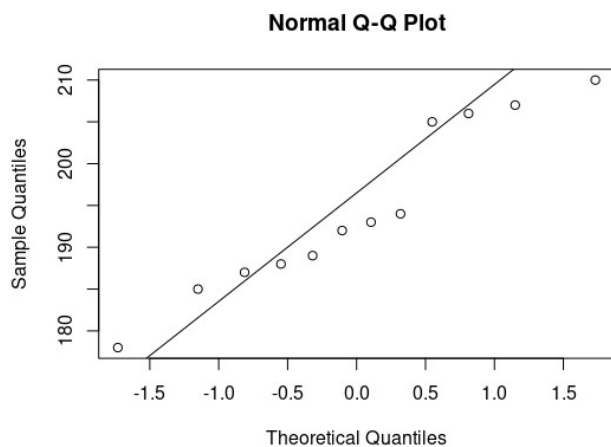
qf(0.975,n-1,n-1)

qf(0.025,n-1,n-1)

a) Construya graficas de normalidad para ambas muestras. Estas graficas soportan la suposicion de normalidad y varianzas iguales?

Formulation 1:

Formulation 2:



Se puede ver que para los pocos datos que se tienen, la presunción de normalidad no es completamente correcta, sin embargo los datos si tienden a tener una relación lineal.

```
> var.test(Formulation_1, Formulation_2)
```

Ho: Cociente de varianzas igual a 1

H1: Cociente de varianzas diferente a 1

F test to compare two variances

data: Formulation_1 and Formulation_2

F = 1.046, num df = 11, denom df = 11, p-value = 0.9419

alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1

95 percent confidence interval:

0.3011181 3.6334674

sample estimates:

ratio of variances

1.045994

```
> n=length((Formulation_1))
```

```
> qf(0.975,n-1,n-1)
[1] 3.473699
> qf(0.025,n-1,n-1)
[1] 0.2878776
```

Como la estadística $F=1,046$ cae dentro de la región de no rechazo, no rechazamos la hipótesis nula y decimos que las varianzas SON IGUALES

b) Los datos suportan la afirmación de que la media de deflexión de temperatura para la formula 1 excede a la formula 2?. Utilice $\alpha=0.05$

```
Ho:  $\mu_1 \leq \mu_2$ 
H1:  $\mu_1 > \mu_2$ 
t.test(Formulation_1, Formulation_2, var.equal=TRUE, c("greater"))
qt(0.975, n-1)
> t.test(Formulation_1, Formulation_2, var.equal=TRUE, c("greater"))
```

Two Sample t-test

```
data: Formulation_1 and Formulation_2
t = 0.34483, df = 22, p-value = 0.3667
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
-5.637883      Inf
sample estimates:
mean of x mean of y
194.5000 193.0833
> qt(0.975, n-1)
[1] 2.200985
```

Podemos ver la estadística $t=0,3448$ se encuentra dentro de la región de no rechazo, por lo tanto no hay evidencia suficiente para afirmar que la formula 1 exceda en la media a la formula 2.

c) Cual es el P-value?

P-value = 0.3667 . Lo cual nos dice igualmente que no podemos rechazar la hipótesis nula, ya que no es menor a 0.05