

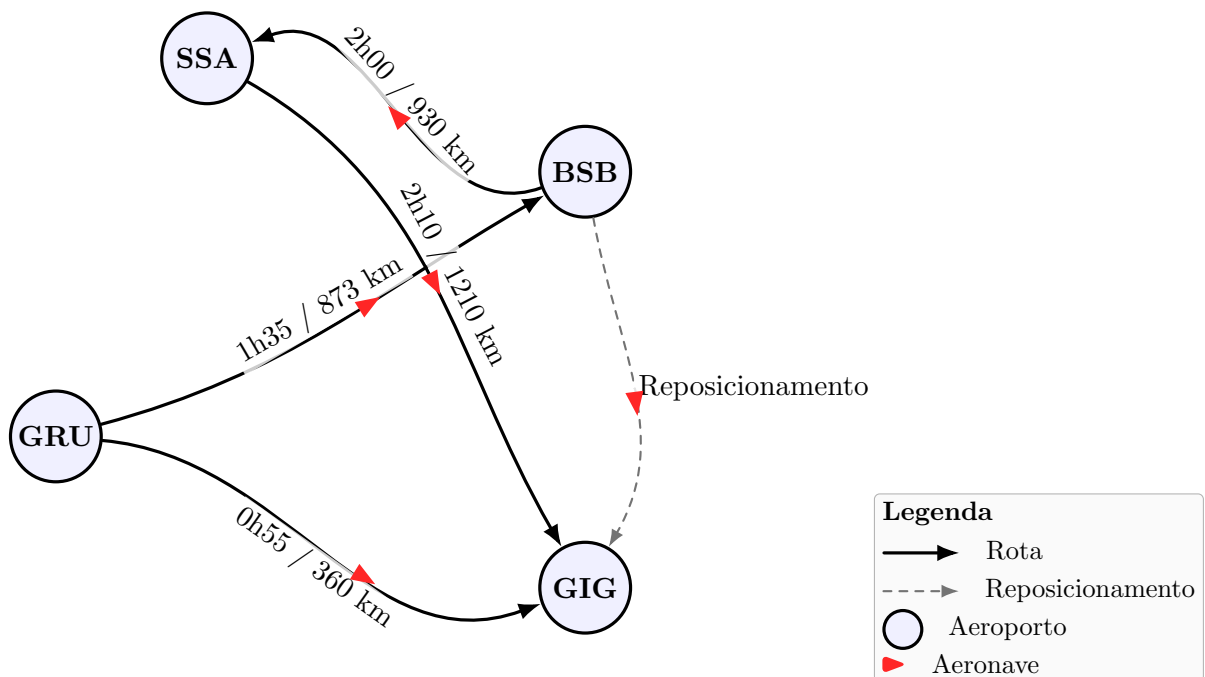
# Alocação de Aeronaves para Atendimento da Demanda de Voos no Território Nacional

*PSI3472 – Conceção e Implementação de Sistemas Eletrônicos Inteligentes*

William Liaw (11834011)

## 1. Formulação do Problema

Considera-se o problema de planejar a operação de uma frota de aeronaves para atender à demanda de voos nacionais, conhecendo-se antecipadamente as demandas por rota e faixa horária de partida, as características das rotas e a capacidade das aeronaves.



### Conjuntos

- $A$ : conjunto de aeronaves.
- $R$ : conjunto de rotas (origem-destino).
- $T$ : conjunto de janelas de tempo discretizadas para partida.
- $F$ : conjunto de pernas de voo possíveis, com rota e horário  $(r, t)$ .

## Parâmetros

- $d_{r,t}$ : demanda de passageiros na rota  $r$  e faixa  $t$ .
- $cap_a$ : capacidade da aeronave  $a$ .
- $dur_r$ : duração do voo na rota  $r$ .
- $turn$ : tempo de solo (*turnaround*) entre dois voos consecutivos.
- $c^{unm}$ ,  $c^{op}$ : custos de demanda não atendida (*unmet*) e operação.

## Variáveis de Decisão

- $x_{a,f} \in \{0, 1\}$ : 1 se a aeronave  $a$  realiza a perna  $f \in F$ .
- $u_{r,t} \geq 0$ : demanda não atendida na rota  $r$  e faixa  $t$ .

## Função Objetivo

$$\min \sum_{r,t} c^{unm} u_{r,t} + \sum_{a,f} c^{op} x_{a,f} \quad (1)$$

## Possíveis Restrições

### Atendimento de demanda:

$$\sum_{a: f \mapsto (r,t)} cap_a x_{a,f} + u_{r,t} \geq d_{r,t} \quad (2)$$

**Sequenciamento de voos por aeronave:** uma aeronave não pode executar voos sobrepostos no tempo e o aeroporto de chegada deve coincidir com o de decolagem seguinte.

**Bases e pernoite:** cada aeronave inicia e termina no aeroporto designado como base.

**Compatibilidade:** aeronave adequada à rota e aeroporto.

## 2. Encaminhamentos de Solução

Diversas técnicas podem ser empregadas no problema de alocação de aeronaves (Programação Linear Inteira, heurísticas construtivas ou métodos híbridos). Entretanto, devido ao grande espaço de busca e à necessidade de soluções rápidas e operacionais, opta-se nesta etapa pelo uso de **Algoritmos Genéticos (AG)**.

Em cada iteração, os AG trabalham com uma **população** de soluções (cromossomos). Neste trabalho, define-se um tamanho máximo de população  $P$  (tipicamente  $20 \leq P \leq 100$ ), ou seja, serão avaliados até  $P$  genótipos por geração.

## Genótipo e Fenótipo

**Genótipo** é a codificação abstrata da solução. Cada cromossomo é composto por genes da forma:

$$g_i = (a_k, r_j, t_m),$$

indicando que a aeronave  $a_k$  executa a rota  $r_j$  na faixa de tempo  $t_m$ .

A sequência de genes referente a uma aeronave define sua programação ao longo do dia. O número de genes por cromossomo depende do total de voos planejados.

**Fenótipo** é a interpretação operacional do genótipo: um cronograma de voos viável, obtido aplicando-se regras de conexão espacial (pouso=próxima decolagem), conexão temporal (respeito ao *turnaround*) e cálculo de demanda atendida. Penalizações são aplicadas caso haja atrasos, violações ou demanda não atendida.

### Exemplo Simplificado

Suponha 2 aeronaves ( $a_1, a_2$ ), 3 rotas ( $r_1$ : GRU-BSB,  $r_2$ : BSB-GIG,  $r_3$ : GRU-POA) e duas faixas de tempo ( $t_1, t_2$ ). Um genótipo possível é:

$$\text{Cromossomo} = [(a_1, r_1, t_1), (a_1, r_2, t_2), (a_2, r_3, t_1)]$$

A interpretação fenotípica indica:

- $a_1$  decola de GRU para BSB em  $t_1$  e depois segue de BSB para GIG em  $t_2$ ;
- $a_2$  realiza GRU-POA em  $t_1$ ;
- verifica-se se os horários e aeroportos são consistentes e se a demanda das rotas foi atendida.

## 3. Dados Necessários

Para a aplicação do algoritmo genético, é necessário definir um conjunto mínimo de dados operacionais. A seguir apresentam-se tais dados acompanhados de exemplos numéricos realistas, de modo a tornar o problema bem definido e passível de implementação.

### Rotas e parâmetros operacionais

Cada rota é caracterizada por um par origem–destino, distância aproximada, tempo de voo e eventuais restrições de operação (slot, horário de fechamento de aeroporto ou pista incompatível). Um exemplo simplificado é apresentado na Tabela 1.

Além disso, define-se uma matriz  $d_{r,t}$  com a demanda prevista de passageiros por rota e faixa de horário. Por exemplo:

Rota	Origem–Destino	Distância (km)	Tempo de Voo (min)
$r_1$	GRU → BSB	873	95
$r_2$	BSB → GIG	933	100
$r_3$	GRU → POA	852	90
$r_4$	GIG → SSA	1 213	120

Table 1: Exemplo de rotas e tempos de voo.

$$d_{r,t} = \begin{cases} 120 & \text{para } (r_1, t_1) \\ 80 & \text{para } (r_1, t_2) \\ 150 & \text{para } (r_2, t_1) \\ \vdots & \end{cases}$$

### Frota de aeronaves

Cada aeronave é descrita por capacidade de passageiros, aeroporto de base, alcance e tempo mínimo de solo (turnaround). Exemplo:

Aeronave	Tipo	Capacidade	Base	Turnaround (min)
$a_1$	Airbus A320	174	GRU	40
$a_2$	Boeing 737-800	186	BSB	45
$a_3$	Embraer E195	118	GIG	35

Table 2: Exemplo de frota e características.

### Custos e parâmetros de penalidade

Para fins de avaliação da função *fitness*, podem-se utilizar custos e penalidades indicativas, como:

- Custo de operação por hora de voo: R\$ 12 000 (A320), R\$ 10 500 (B737), R\$ 7 800 (E195);
- Penalidade por passageiro não transportado: R\$ 300;
- Penalidade por voo em atraso: R\$ 5 000;
- Custo de reposicionamento (ferry flight): proporcional ao tempo de voo, sem geração de receita.

## 4. Métricas de Avaliação

No contexto de algoritmos genéticos, cada solução candidata (fenótipo) deve ser quantificada por meio de uma função de *fitness*. Para isso, definem-se métricas que mensuram, de forma objetiva, a qualidade operacional da alocação de aeronaves. Tais métricas, como atendimento de demanda, atrasos, utilização da frota, voos de reposicionamento e custo total, são combinadas na função de *fitness*, que pode ser minimizada (custo total) ou maximizada (qualidade do serviço). Dessa forma, indivíduos com melhor desempenho nessas métricas são mais aptos a serem selecionados e reproduzidos nas próximas gerações do algoritmo.

### 1. Atendimento da Demanda

Avalia o percentual de passageiros transportados em relação à demanda solicitada:

$$\eta_{\text{dem}} = \frac{\sum_{r,t} \min(\text{capacidade ofertada}_{r,t}, d_{r,t})}{\sum_{r,t} d_{r,t}} \times 100\%$$

Exemplo: se a demanda total é de 500 passageiros e 460 são atendidos, então  $\eta_{\text{dem}} = 92\%$ .

### 2. Atrasos e Voos fora da Janela

Cada voo tem uma faixa de horário prevista ( $t_m$ ). Se a decolagem ocorre após a janela permitida, considera-se atraso:

$$\text{Atraso}_f = \max(0, \text{partida real}_f - \text{partida prevista}_f)$$

Métricas usadas:

- Atraso médio por voo atendido;
- Número de voos com atraso  $> 0$ .

Exemplo: 20 voos realizados, sendo 3 atrasados, com atrasos de 5, 8 e 12 minutos.  
 $\text{Atraso médio} = \frac{5+8+12}{20} = 1,25 \text{ min/voo}$ .

### 3. Utilização da Frota

Mede o quanto cada aeronave foi efetivamente usada em operação:

$$U_a = \frac{\text{Tempo em voo}_a}{\text{Tempo total disponível}_a} \times 100\%$$

Exemplo: aeronave  $a_1$  disponível por 12 horas com 7 horas de voo  $\Rightarrow U_{a_1} = 58,3\%$ .

Também é possível medir a taxa de tempo em solo:

$$S_a = 1 - U_a - \text{tempo ocioso não programado}$$

#### 4. Voos de Reposicionamento (*Ferry Flights*)

São voos sem passageiros usados apenas para reposicionar aeronaves. Mede-se:

$$N_{\text{ferry}} = \text{número total de voos sem passageiros}$$

e a distância total percorrida em reposicionamento:

$$D_{\text{ferry}} = \sum_{f \in \text{ferry}} \text{distância}_f$$

#### 5. Custo Total Operacional

Combina custos de voo, penalidades e reposicionamentos:

$$C_{\text{total}} = \sum_f C_f^{\text{op}} + \sum_{r,t} C^{\text{runm}} \cdot u_{r,t} + \sum_{f \in \text{ferry}} C_f^{\text{ferry}} + \sum_f C_f^{\text{atraso}}$$

Exemplo com valores hipotéticos:

- Custo de operação dos voos realizados: R\$ 320 000;
- 30 passageiros não atendidos ( $30 \times 300$ ): R\$ 9 000;
- 2 voos de reposicionamento: R\$ 12 000;
- Atrasos acumulados: R\$ 5 000;

$$C_{\text{total}} = 320\,000 + 9\,000 + 12\,000 + 5\,000 = \text{R\$ } 346\,000$$