EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN

MATHEMATISCH-
NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT
Fachbereich Geowissenschaften

Einführung in Matlab

Hausaufgaben 2

Prof. Dr. Christiane Zarfl, Dipl.-Inf. Willi Kappler, Prof. Dr. Olaf Cirpka

Grundwasserstand für einen Brunnen in Grundströmung

$$h(x,y) = C - I \cdot x + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot T} \cdot Q \cdot ln\left(\frac{r}{R}\right)$$

$$r = \sqrt{(x - x_b)^2 + (y - y_b)^2}$$

- C: Integrationskonstante (= 0 m)
- I: Hydraulischer Gradient ohne Brunnen (=1%)
- Q: Förderrate des Brunnens (Q = 1000 m^3/Tag)
- T: Transmissivität des Grundwasserleiters (= 5*10^{-3} m^2/s)
- r: Abstand zum Brunnen
- R: Reichweite des Brunnens (= 500 m)
- x_b, y_b: Koordinaten des Brunnens (-50,0)

Grundwasserstand

- Erstellen Sie einen Grundwassergleichenplan (Karte mit Höhenlinien des Grundwasserstandes `h(x,y)`)
- Hinweise
  - $\ln(0) = -\infty$; deshalb ersetzen Sie alle Brunnenabstände < Brunnenradius (10 cm) durch den Brunnenradius.
  - `daspect[1 1 1]` verhindert Verzerrung im Plot.

Pseudocode Grundwasserstand

1. Definiere alle Konstanten.
2. Erzeuge regelmäßiges Gitter von (x,y)-Werten.
3. Berechne Abstand aller Punkte zum Brunnen (Matrix **R**).
4. Setze $R(R < r\_Brunnen) = r\_Brunnen$.
5. Berechne Grundwasserpegel an allen Punkten (ergibt Matrix **H**).
6. Erzeuge Höhenlinien-Grafik h(x,y).

Particle Tracking durch ein Geschwindigkeitsfeld

- Verfolge ein Teilchen auf dem Weg durch ein Geschwindigkeitsfeld $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}\left(\mathbf{x}\left(t\right)\right)$, $\mathbf{x}$ und $\mathbf{v}$ sind Vektoren
- Geschwindigkeitsfeld: Brunnen plus Grundströmung

$$v_x(x,y) = \frac{T}{n \cdot m} I + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot n \cdot m} \cdot Q \cdot \left(\frac{x - x_b}{r^2}\right)$$
$$v_y(x,y) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot n \cdot m} Q \cdot \left(\frac{y - y_b}{r^2}\right)$$

  - m Mächtigkeit des Grundwasserleiters (=10 m)
  - n Porosität (25 %)

- Integration durch explizites Euler-Verfahren: $\mathbf{x}\left(t + \Delta t\right) = \mathbf{x}(t) + \Delta t \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}(t))$

EBERHARD KARLS UNIVERSITÄT TÜBINGEN

Particle Tracking

- Setzen Sie Teilchen am Brunnenrand des Brunnens (Brunnenradius = 10 cm) ein.
- Verfolgen Sie das Teilchen, bis 1 Jahr vergangen ist.
- Grafische Ausgabe ist erwünscht.
- Hinweis:
  - Eine feste Ortsschrittweite $\Delta x < r\_Brunnen$ statt fester Zeitschrittweite Δt beschleunigt die Berechnung.

Pseudocode Particle Tracking

```
Definiere Anzahl Teilchen n_part
und Einzelschrittweite dx=0.5*r_Brunnen

FOR i=1:n_part                    % Beginn Teilchenschleife
   alpha=2*pi*i/n_part;           % Verteile Teilchen
                                  % gleichmaessig auf Kreis
                                  % um Brunnen (Winkel)
   x=xb+cos(alpha)*r_Brunnen;     % Startpunkte der Partikel
   y=yb+sin(alpha)*r_Brunnen;
   x_traj=x; y_traj=y;            % Vektoren der
                                  % Trajektorien
   Initialisiere: t=0
   WHILE (t<t_end)                % Beginn Trajektorien-
                                  % schleife
     Berechne Abstand r zum Brunnen
     Berechne vx(x,y) und vy(x,y)
     Berechne Absolutgeschwindigkeit v=(vx^2+vy^2)^0.5
     Berechne Zeitschrittweite dt = dx/v
     Update: x=x+vx*dt; y=y+vy*dt; t=t+dt;
```