福州大学概率论与数理统计期末试卷A（2021年6月19日）

一．单项选择(每小题3分，共30分，请用铅笔在另一份答题卷选项框处涂黑，否则影响自动评分)

1．设A与B相互独立，则下列结论错误的是（　）

(A) $A,\overline{B}$独立　(B) $AB=\phi$　(C) $P(\overline{A}B)=P(\overline{A})P(B)$　(D) $\overline{A},\overline{B}$独立

2．若在区间(0,1)上随机地取两个数u,v，则关于x的一元二次方程$x^2-2vx+u=0$有正实根的概率是( )

（A）$\frac{1}{3}$　（B）$\frac{1}{2}$　（C）0　（D）1

3．设随机变量X的概率密度函数为$f_X(x),Y=-5X+1$，则Y的概率密度函数为（　）.

(A) $\frac{1}{5}f_X(\frac{1-y}{5})$　(B) $-\frac{1}{5}f_X(\frac{1-y}{5})$　(C) $-\frac{1}{5}f_X(\frac{y-1}{5})$　(D) $f_X(\frac{1-y}{5})$

4．已知离散型随机变量X的分布律为$P(X=k)=C\frac{\lambda^k}{k!}$ $(k=1,2,\cdots;\lambda>0$为常数)，则$C=$（　）

（A）$e^{-\lambda}$　（B）e^{λ}　（C）$\frac{1}{e^{\lambda}-1}$　（D）1

5．将一枚均匀硬币连续抛1000次，用切比雪夫不等式估计在1000次试验中出现正面的次数在400至600次之间的概率为( )

（A）大于0.975　（B）0.975　（C）小于0.975　（D）不小于0.975

6．设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}6x, & 0<x<y<1,\\ 0, & 其他\end{cases}$，则$P(X+Y>1)=$（　）

（A）0.5　（B）1　（C）0.25　（D）0.75

7．设随机变量序列$\{X_n\}$满足(　)，且每个随机变量X_i的数学期望存在$(i=1,2,\cdots)$，则$\{X_n\}$服从大数定律。

（A）同分布　（B）相互独立　（C）独立同分布　（D）两两不相关

8．设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是总体$N(\mu,\sigma^2)$的一个样本，$\overline{X}$和S^2分别为样本均值和样本方差，设$T=\overline{X}^2-\frac{1}{n}S^2$，则下列结论正确的是（　）

（A）T是μ的无偏估计量　（B）T是μ^2的无偏估计量

（C）T是σ的无偏估计量　（D）T是σ^2的无偏估计量

9．设随机变量$X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(0,1)$，X与Y相互独立，有4个结论(1) $X+Y\sim N(0,2)$ (2) $X^2\sim\chi^2(1)$，$Y^2\sim\chi^2(1)$ (3) $X^2+Y^2\sim\chi^2(1)$ (4) $\frac{X^2}{Y^2}\sim F(1,1)$分布，其中正确的结论个数有（　）

（A）1个　（B）2个　（C）3个　（D）4个

10．设二维随机变量(X,Y)服从正态分布$N(\mu,\mu,\sigma^2,\sigma^2,0)$，则$E(XY^2)$为( )

（A）μ　（B）σ^2　（C）$\mu(\sigma^2+\mu)$　（D）$\mu(\sigma^2+\mu^2)$

二、（8 分）某仓库有同样规格的产品六箱，其中三箱是甲厂生产的，两箱是乙厂生产的，一箱是丙厂生产的，且它们的次品率分别为 $\frac{1}{10},\frac{1}{15},\frac{1}{20}$，现从中任取一件产品，试求取的一件产品是正品的概率。

三、（8 分）在一个汽车站上，某路公共汽车每 5 分钟有一辆到达，而乘客在 5 分钟内任一时间

到达是等可能的，求在此车站的 10 位乘客中只有 1 位等待时间超过 4 分钟的概率。

四、（10 分）随机变量 X,Y 独立同分布，且均服从 $U(0,2)$，求 $Z=X+Y$ 的概率密度。

五、（10）随机变量 (X,Y) 的分布函数为 $F(x,y)=\begin{cases} x^2(1-e^{-y}), & 0<x<1, y>0 \\ 1-e^{-y}, & x>1, y>0 \\ 0, & 其他 \end{cases}$ 求解以下问题：

(1) 随机变量 (X,Y) 的联合概率密度 $f(x,y)$ (2) 关于 X,Y 的边缘概率密度，并判断 X,Y 的独立性.

六、（10 分）设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}$， $-\infty<x<+\infty$

(1) 求 X 的数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$； (2) 求 $cov(X,|X|)$，并问：X 与 $|X|$ 是否相关？

(3) 问：X 与 $|X|$ 是否相互独立？为什么？

七、（8 分）一盒同型号螺丝钉共 100 个，已知该型号的螺丝钉的重量是一个随机变量，期望值是 100g，标准差是 10g，求一盒螺丝钉的重量超过 10.2kg 的概率。（$\Phi(2)=0.9772$）

八、（10 分）（1）设总体 X 以等概率 θ^{-1} 取值 $1,2,\cdots$， θ，求未知参数 θ 的矩法估计量。

（2）总体 $\boldsymbol{X}$ 服从参数为 λ 的指数分布，其中 λ 为未知参数，且 $\lambda>0$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为 X 的一个样本，求未知参数 λ 的极大似然估计量。

九、（直接写出答案）（共 6 分）

（1）设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为 X 的一个样本，求总体均值 μ 的置信度为 $1-\alpha$ $(0<\alpha<1)$ 的置信区间长度。

（2）在假设检验中，为了同时减少犯第一类错误和第二类错误的概率，最好的方法是什么？

（3）请叙述随机变量 X 的分布函数的定义。