

輔仁大學 AI For Math

作者: 盧詠涵、簡偉恆

May 29, 2025

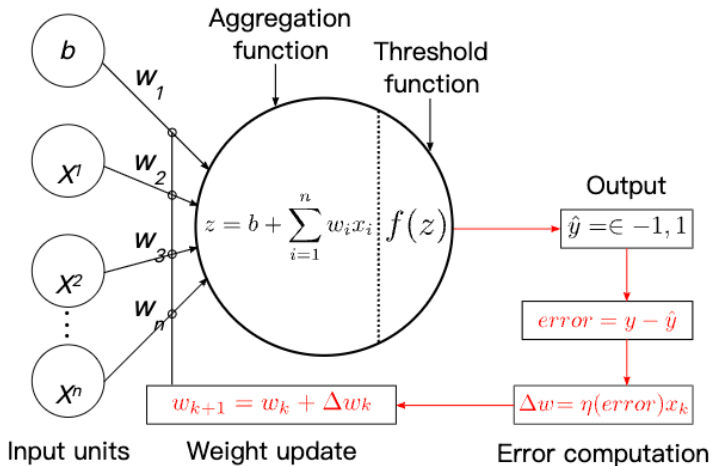
- ① 113 年學年度第二學期 AI for Math 系列演講
- ② 114 年 02 月 27 日潘老師講題：感知機 (The Perceptron)
- ③ 114 年 03 月 06 日潘老師講題：淺談 Adaptive Linear Neuron 和 Widrow-Hoff Learning
- ④ 114 年 03 月 20 日潘老師講題：The Basics of Multilayer Perceptron and Backpropagation
- ⑤ 114 年 03 月 27 日俞讚城老師講題：Introduction to Shannon Entropy and Cross Entropy
- ⑥ 114 年 04 月 17 日俞讚城老師講題：Introduction to Universal Approximation Theorems and Application in AI
- ⑦ 114 年 05 月 08 日嚴健彰老師講題：KAN: Kolmogorov-Arnold Networks

Perceptron 簡介

- 1958 年由 Frank Rosenblatt 提出
- 加入可更新權重和錯誤修正學習
- 解決線性可分二分類問題
- 三層結構：輸入 \rightarrow 隱藏 \rightarrow 輸出
- 核心：誤差更正 (error-correction)

Perceptron 結構

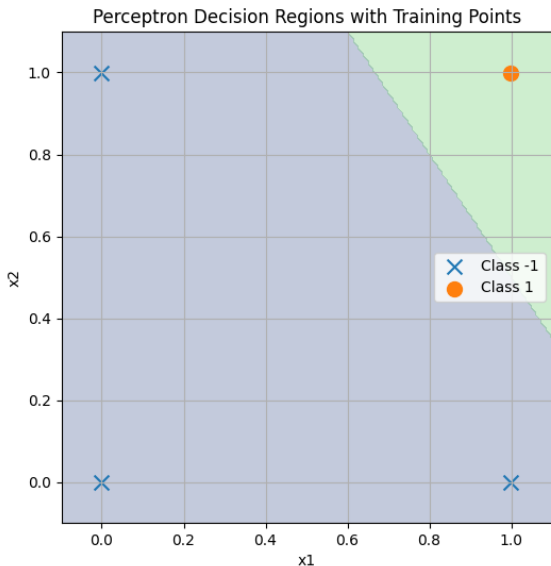
Perceptron training loop



Perceptron 的數學原理

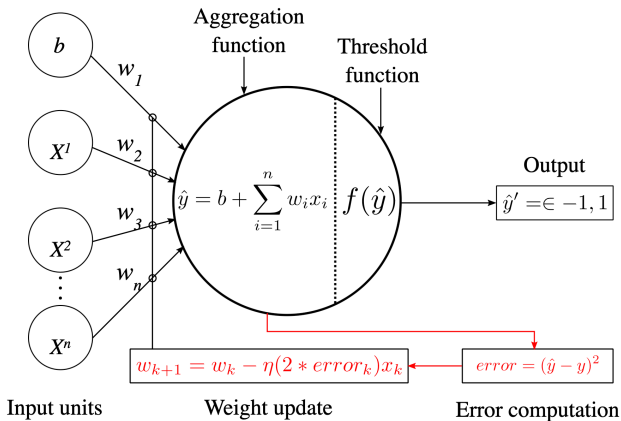
- 線性加權總和： $z = \sum_i w_i x_i + b$
- 階梯啟動函數： $\hat{y} = \text{sign}(z)$
- 更新規則： $w_i \leftarrow w_i + \eta(y - \hat{y})x_i$
- 收斂保證：線性可分時有效

Perceptron 示意圖



ADALINE 自適應線性神經元

ADALINE training loop



- 發明者：Widrow & Hoff (1959)
- 目標：最小化均方誤差 (MSE)
- 特點：線性輸出，連續可微
- 演算法：梯度下降 (Gradient Descent)
- 優勢：收斂穩定、更新平滑

ADALINE 數學形式

$$\hat{y} = \mathbf{w}^\top \mathbf{x} + b$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$w \leftarrow w - \eta(y - \hat{y})x$$

訓練演算法

- 計算加權和： \hat{y}
- 計算誤差： $(y - \hat{y})^2$
- 權重更新： $w \leftarrow w - \eta(y - \hat{y})x$

- 自適應濾波 (Adaptive Filtering)
- 噪音消除 (Noise Cancellation)
- 時序預測 (Time Series Prediction)
- 自動控制系統 (Control Systems)