$$f(x) = (|x+1|+1)e^{\frac{1}{x}}$$

DOMINIO

$x \neq 0 \rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

SEGNO

LA FUNZIONE È SEMPRE POSITIVA

ASINTOTI

PER $x \to +\infty$

$$f(x) = (x+1+1)\left(1+\left(\frac{1}{x}\right)+o\left(\frac{1}{x}\right)\right) =$$

$$= (x+2)\left(1+\frac{1}{x}+o\left(\frac{1}{x}\right)\right) =$$

$$= x+1+2+o(1) = x+3+o(1)$$

PER $x \to -\infty$

$$f(x) = (-x-\cancel{x+1})\left(1+\frac{1}{x}+o\left(\frac{1}{x}\right)\right) =$$

$$= (-x)\left(1 + \frac{1}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)\right) = -x - 1 + o(1)$$

quindi gli asintoti a $\pm\infty$ sono

$y = x+3$ e $y = -x-1$

Inoltre

$$\lim_{x \to 0^-} \overbrace{(|x+1|+1)}^{\to 0} \underbrace{e^{\overset{\to -\infty}{\frac{1}{x}}}}_{\to 0} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} \overbrace{(|x+1|+1)}^{\to 2} \underbrace{e^{\overset{\to +\infty}{\frac{1}{x}}}}_{\to +\infty} = +\infty$$

MONOTONIA

Per $x \in D$ e $x > -1$

$$f'_+(x) = (x+2)' e^{\frac{1}{x}} + (x+2)\left(e^{\frac{1}{x}}\right)' =$$

$$= e^{\frac{1}{x}} + (x+2) e^{\frac{1}{x}} \cdot -\frac{1}{x^2} =$$

$$= e^{\frac{1}{x}}\left(1 - \frac{(x+2)}{x^2}\right) = e^{\frac{1}{x}}\left(\frac{x^2-x-2}{x^2}\right) =$$

$$= \frac{e}{x^2}(x^2 - x - 2) = \frac{e}{x^2}(x+1)(x-2)$$

$$f_1'(x) \geq 0 \to (x+1) \geq 0 \to x \geq -1$$

$$(x-2) \geq 0 \to x \geq 2$$

		-1		0		2	
$(x+1)$			$+ + +$		$+ + +$		$+ + +$
$(x-2)$			$- - -$		$- - -$		$+ + +$
$f_1'(x)$			$- - -$		$- - -$		$+ + +$

$$x \geq 2$$

per $x \in D$: $x < -1$

$$f'(x) = (-x)' e^{\frac{1}{x}} + (-x)\left(e^{\frac{1}{x}}\right)'$$

$$= -e^{\frac{1}{x}} + \frac{-x e^{\frac{1}{x}}}{-x^2} = -e^{\frac{1}{x}} + \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x} =$$

$$= \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x}(-x+1)$$

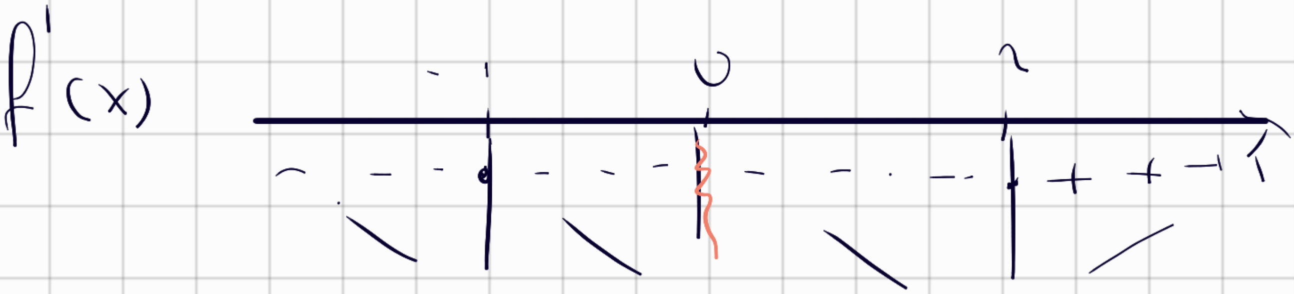
$$f'(x) \quad -x+1 \geq 0 \quad -x \geq -1 \to x \leq 1$$

$f_-(x) \geq 0 \rightarrow \ldots$

$$\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x} \geq 0 \rightarrow x \geq 0$$

sempre decrescente se $x \in D$ e $x < -1$

Quindi



Decrescente $(-\infty, 0) \cup (0, 2]$

Crescente $[2, +\infty)$

Minimi e massimi

$x = 2$ è di minimo relativo

$$f(2) = 4\sqrt{e} \simeq 4\sqrt{2{,}71} \simeq 4 \cdot 1{,}64 \simeq 6{,}59$$

Non ci sono punti di massimo e minimo assoluto

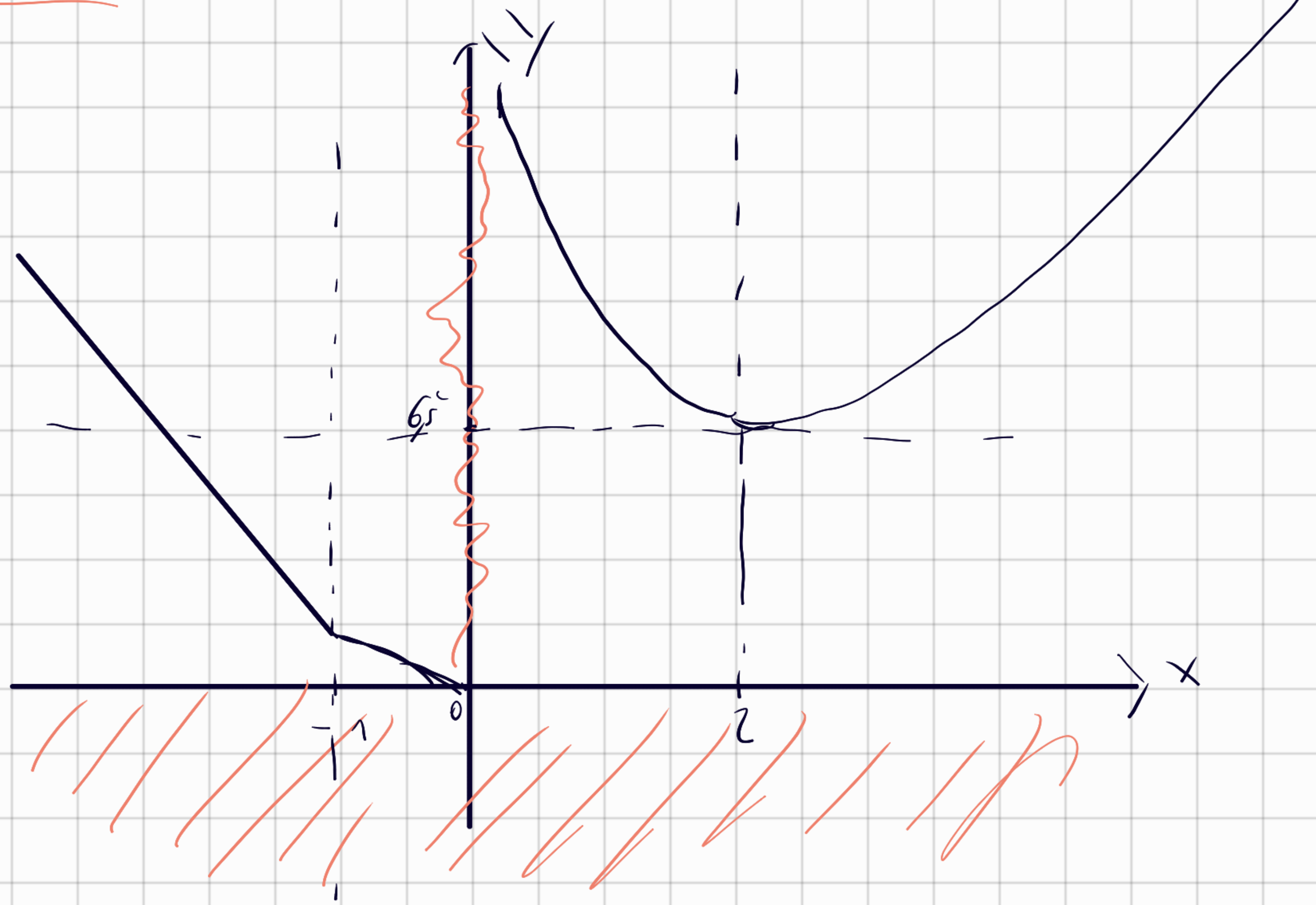
Punti di non derivabilità

$$f'(-1) = 2 \cdot \frac{e^{-1}}{\ldots} = -2e^{-1}$$

$$f'_+(-1) = 0(-3)\frac{e^{-1}}{1} = 0 \quad \#$$

$x = -1$ è un punto di non derivabilità

Grafico



$$f(x) = e^{-2x^2} + 1 - |x|$$

Dominio

$D = \mathbb{R}$

ASINTOTI

per $x \to \pm\infty$

$$f(x) = 1 - |x| + o(1)$$

Quindi gli asintoti per $\pm\infty$ sono

$$y = 1 - x \quad e \quad y = 1 + x$$

MONOTONIA

per $x > 0$

$$f'_+(x) = \left(e^{-2x^2} + 1 - x\right)' = -4x \cdot e^{-2x^2} - 1$$

$f'(x) \geq 0 \to$ è sempre negativa per $x > 0$

per $x < 0$

$$f'_-(x) = \left(e^{-2x^2} + 1 + x\right)' = -4x \cdot e^{-2x^2} + 1$$

$f'(x) \geq 0 \to$ è sempre positiva per $x < 0$

QUINDI

$$\begin{array}{c|cccccccccccccc} & & & & & & & 0 & & & & & & \\ f'(x) & + & + & + & + & + & + & \phi & - & - & - & - & - & - \end{array}$$

CRESCENTE $(-\infty, 0)$, DECRESCENTE IN $(0, +\infty)$

MASSIMI E MINIMI

$$f(0) = e^{0} + 1 = 2$$

QUINDI $x = 0$ È UN PUNTO DI MASSIMO RELATIVO

NON CI SONO PUNTI DI MASSIMO E MINIMO ASSOLUTI

PUNTI DI NON DERIVABILITÀ

$$f'_{-}(0) = -1$$

$$f'_{+}(0) = +1$$

QUINDI $x = 0$ È UN PUNTO DI NON DERIVABILITÀ

CONVESSITÀ / CONCAVITÀ

$$f''_-(x) = f''_+(x) = \left(-4x e^{-2x^2} \pm 1\right)' =$$

$$= -4 \cdot \left(\left((x)' \cdot e^{-2x^2} + x \cdot \left(e^{-2x^2}\right)'\right)\right) =$$

$$= -4\left(e^{-2x^2} - 4x^2 \cdot e^{-2x^2} \right) =$$

$$= -4 e^{-2x^2}\left(1 - 4x^2 \right) =$$

$$= 4 e^{-2x^2}\left(4x^2 - 1\right)$$

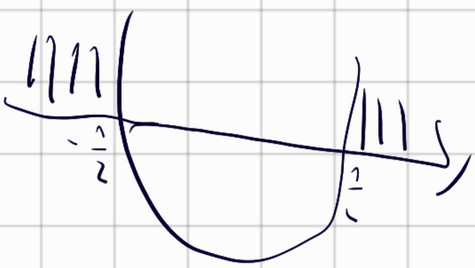
$$f''(x) \geq 0 \rightarrow 4e^{-2x^2}\left(4x^2 - 1\right)$$

$\downarrow$

$4 \geq 0 \rightarrow$ sempre

$e^{-2x^2} \geq 0 \rightarrow$ sempre

$4x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow \quad x^2 \geq \frac{1}{4} \rightarrow x \leq -\frac{1}{2} \cup x \geq \frac{1}{2}$



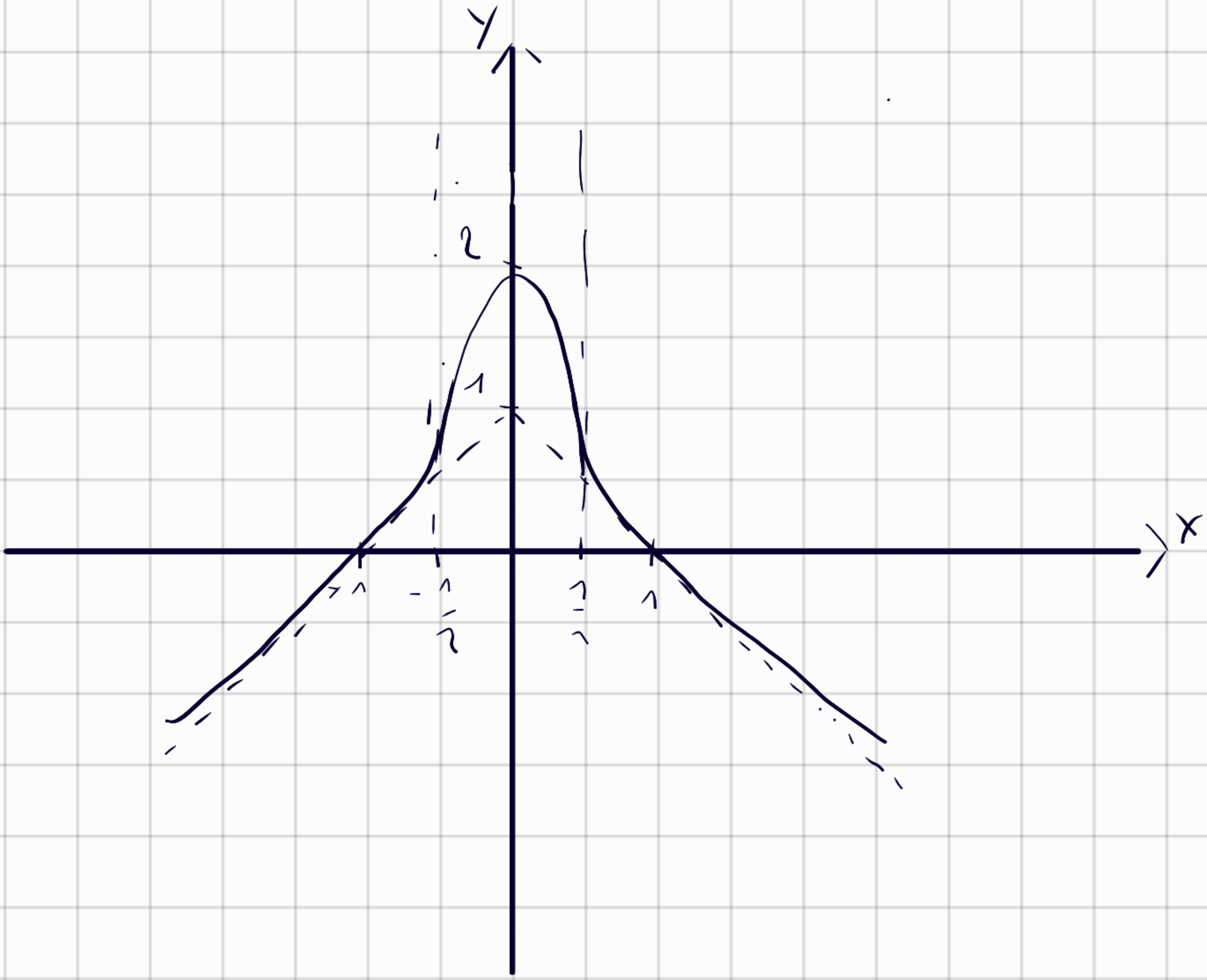
$f''(x)$ è convessa in $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ e $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$

è concava in $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

FLESSI

$x = -\frac{1}{2}$ e $x = \frac{1}{2}$ sono punti di flesso

GRAFICO



$$f(x) = \frac{2|x|^3}{x^2-4}$$

$$f(-x) = \frac{2\cdot|-x|^3}{(-x^2)-4} = \frac{2x^3}{x^2-4} = f(x)$$

Dominio → la funzione è pari

$$x^2 - 4 \neq 0 \rightarrow x \neq \pm 2$$

$$D = (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$$

oppure...

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$$

ASINTOTI

per $x \to +\infty$

$$f(x) = \frac{|x|^3 (2)}{x^2\left(1-\frac{4}{x^2}\right)} = 2|x|$$

quindi gli asintoti per $x \to \pm\infty$ sono:

$$y = \pm 2x$$

INDETERM.

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{2|x|^3}{x^2-4} = \frac{16}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{2|x|^3}{x^2-4} = +\infty$$

MONOTONIA

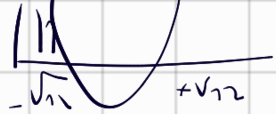
PER $x \geq 0$

$$f'(x) = \frac{(2x^3)'(x^2-4) - (2x^3)(x^2-4)'}{(x^2-4)^2} =$$

$$= \frac{6x^2(x^2-4) - (2x^3)(2x)}{(x^2-4)^2} =$$

$$= \frac{6x^4 - 24x^2 - 4x^4}{(x^2-4)^2} = \frac{2x^4 - 24x^2}{(x^2-4)^2} = \frac{2x^2(x^2-12)}{(x^2-4)^2}$$

$$f'(x) \geq 0 \rightarrow 2x^2 \geq 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

$\cdot\ x^2 - 12 \geq 0 \to x^2 \geq 12 \to$ 

$\hookrightarrow x \leq -\sqrt{12} \vee x \geq \sqrt{12}$

$\quad\quad ||$

$x \leq -2\sqrt{3} \vee x \geq 2\sqrt{3}$

$\cdot\ (x^2-4)^2 > 0 \to x \in D$

funzione pari

		$-2\sqrt{3}$		-2		0		2		$2\sqrt{3}$	
$2x^2$	$+$		$+$		$-$		$+$		$+$		$+$
x^2-12	$+$	$\bullet$	$-$		$-$		$-$		$-$	$\bullet$	$+$
$(x^2-4)^2$	$+$		$+$	0	$+$		$+$	0	$+$		$+$
$f'(x)$	$+$	$\bullet$	$-$	0	$-$	$\bullet$	$-$	0	$-$	$\bullet$	$+$

La funzione è crescente in $[2\sqrt{3}, +\infty)$ e

decrescente in $[0, 2) \cup (2, 2\sqrt{3}]$

massimo e minimo

$$f(0) = \frac{0}{-4} = 0$$

$x = 0$ punto di massimo relativo

$$f(2\sqrt{3}) = \frac{2(2\sqrt{3})^3}{(2\sqrt{3})^2 - 4} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{12 - 4} = \frac{48\sqrt{3}}{8} = 6\sqrt{3}$$

$x = \pm 2\sqrt{3}$ sono punti di minimo relativo

non ci sono punti di massimo o minimo assoluto

Concavità / convessità

per $x \geq 0$

$$f''(x) = \frac{\left(2x^2(x^2-12)\right)'(x^2-4)^2 - \left(2x^2(x^2-12)\right)\left((x^2-4)^2\right)'}{(x^2-4)^4} =$$

$$= \frac{(2x^4 - 24x^2)'(x^2-4)^2 - \left(2x^2(x^2-12)\right)\left(2(x^2-4)\cdot 2x\right)}{(x^2-4)^4} =$$

$$= \frac{(8x^3 - 48x)(x^2-4)^{\cancel{2}} - (2x^4 - 24x^2)\left(4x(\cancel{x^2-4})\right)}{(x^2-4)^{\cancel{4}\,3}} =$$

$$= \frac{\cancel{8x^5} - 32x^3 - 48x^3 + 192x - (\cancel{8x^5} - 96x^3)}{(x^2-4)^3} =$$

$$= \frac{(-32-48+96)x^3 + 192x}{(x^2-4)^3} = \frac{16x^3 + 192x}{(x^2-4)^3} =$$

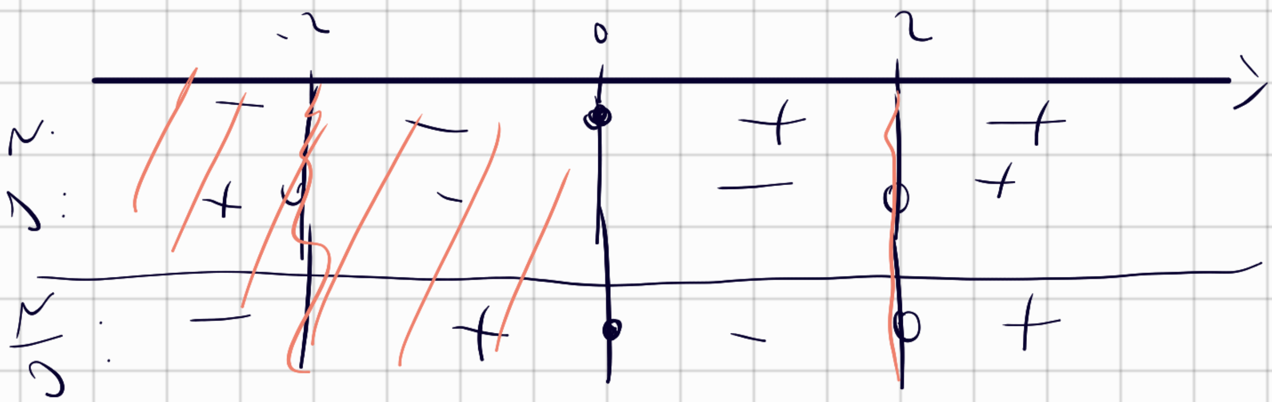
$$= \frac{16x(x^2+12)}{(x^2-4)^3}$$

ora

$f''(x) \geq 0 \rightarrow N1: \quad 16x \geq 0 \rightarrow x \geq 0$

$N2: \quad x^2+12 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq -12 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$

$D: \quad (x^2-4)^3 > 0 \rightarrow x^2-4 > 0 \rightarrow x < -2 \lor x > 2$



La funzione è convessa in $(2, +\infty)$ e

è concava in $[0, 2)$.

Punti di flesso

non ci sono punti di flesso

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x - x^2}}{1 - x}$$

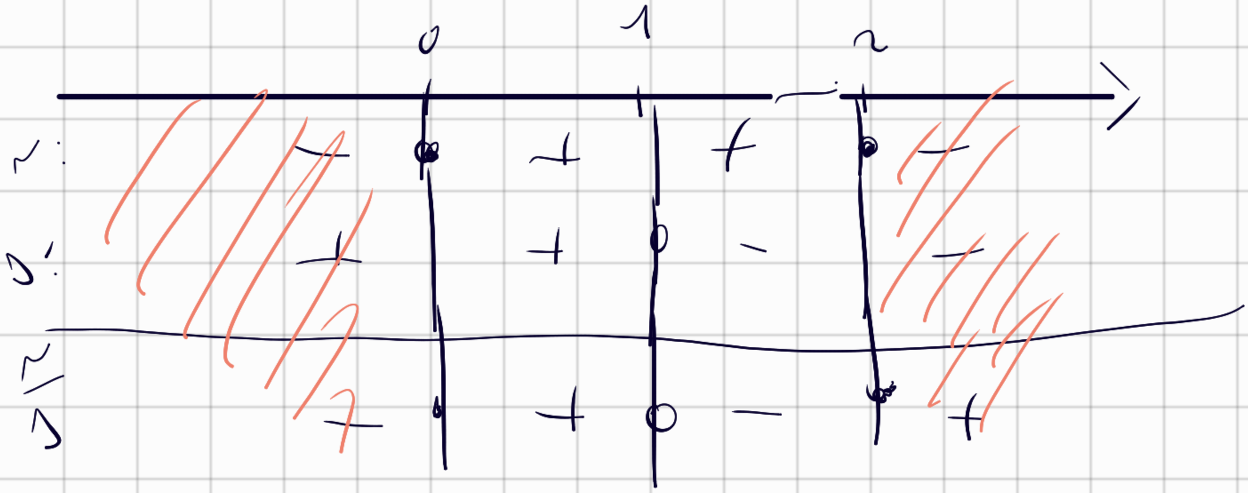
Dominio

$$\begin{cases} 1 - x \neq 0 \\ 2x - x^2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 1 \\ x(x-2) \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 1 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$D = [0,1) \cup (1,2]$$

SEGNO

$$f(x) \geq 0 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x - x^2} \geq 0 \\ 1 - x > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x < 1 \end{cases}$$



LA FUNZIONE È POSITIVA IN $(0,1)$ E NEGATIVA IN $(1,2)$, VALE ZERO IN $x=0$ E $x=2$

ASINTOTI

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{\sqrt{2x-x^2}}{1-x} = \frac{\sqrt{1}}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{2x-x^2}}{1-x} = \frac{\sqrt{1}}{0^-} = -\infty$$

Μονοτονία

$$f'(x) = \frac{\left(\sqrt{2x-x^2}\right)' \cdot (1-x) - \left(\sqrt{2x-x^2}\right)(1-x)'}{(1-x)^2} =$$

$$= \frac{\left(\dfrac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}}\right) \cdot (1-x) - \left(\sqrt{2x-x^2}\right)(-1)}{(1-x)^2} =$$

$$= \frac{\dfrac{\cancel{2}(1-x)(1-x)}{\cancel{2}\sqrt{2x-x^2}} + \sqrt{2x-x^2}}{(1-x)^2} =$$

$$= \frac{(1-x)(1-x) + 2x - x^2}{\sqrt{2x-x^2}\,(1-x)^2} =$$

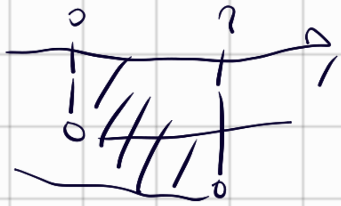
$$= \frac{1 - \cancel{2x} + \cancel{x^2} + \cancel{2x} - \cancel{x^2}}{(2x-x^2)^{\frac{1}{2}}(1-x)^2} = \frac{1}{(2x-x^2)^{\frac{1}{2}}(1-x)^2}$$

$f'(x) = \quad 1$

$f'(x) \geq 0 \rightarrow \dfrac{}{(2x-x^2)^{\frac{1}{2}}\,(1-x)^2} \geq 0$

$D_1: \sqrt{2x-x^2} > 0 \rightarrow 2x - x^2 \geq 0$

$x(2-x) > 0 \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 2 \end{cases}$



$0 < x < 2$

$D_2: (1-x)^2 > 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

La funzione è crescente in

$(0,1) \cup (1,2)$

Massimo e minimo

$f(0) = \dfrac{0}{1} = 0$

$x=0$ è un punto di minimo relativo

$f(2) = \dfrac{0}{-1} = 0$

$x=0$ è un punto di massimo relativo

CONCAVITÀ / CONVESSITÀ

$$f''(x) = \frac{\cancel{(4)'\left(\sqrt{2x-x^2}\cdot(x-1)^2\right)} - \left(\sqrt{2x-x^2}\cdot(x-1)^2\right)'}{(2x-x^2)\cdot(x-1)^4} =$$

$$= -\frac{\left(\sqrt{2x-x^2}\right)'\cdot(x-1)^2 + \sqrt{2x-x^2}\cdot\left((x-1)^2\right)'}{(2x-x^2)(x-1)^4} =$$

$$= -\frac{\frac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}}\cdot(x-1)^{\cancel{2}} + \sqrt{2x-x^2}\cdot\left(2\,\cancel{(x-1)}\right)}{(2x-x^2)(x-1)^{\cancel{4}\,3}} =$$

$$= -\frac{\frac{(1-x)(x-1)}{\sqrt{2x-x^2}} + \sqrt{2x-x^2}\cdot 2}{(2x-x^2)(x-1)^3} =$$

$$= -\frac{x-1-x^2+x+4x-2x^2}{(2x-x^2)^{\frac{3}{2}}(x-1)^3} =$$

$$= -\frac{6x-1-3x^2}{\ldots} = \frac{3x^2-6x+1}{\ldots}$$

$(2x-x^2)^{\frac{?}{2}}(x-1)^3 \qquad (2x-x^2)^{\frac{?}{2}}(x-1)$

$f''(x) \geq 0$ N: $3x^2-6x+1 \geq 0 \Rightarrow$

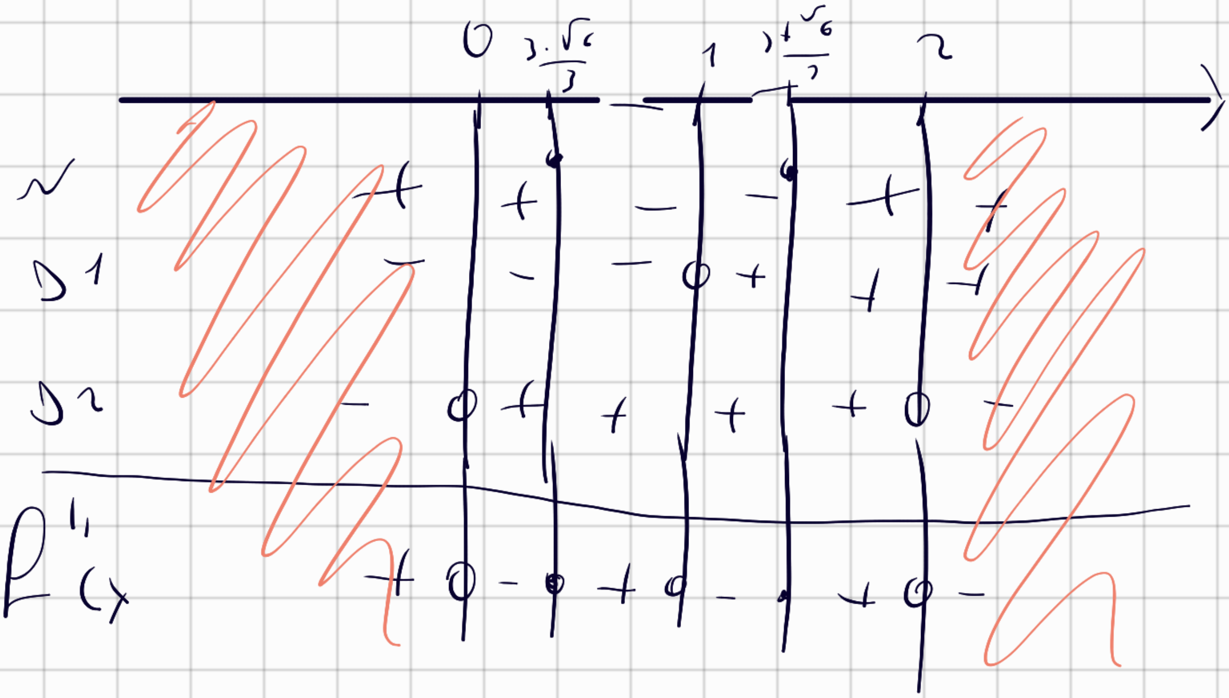
$$\Rightarrow 3\left(x-\frac{3-\sqrt{6}}{3}\right)\left(x-\frac{3+\sqrt{6}}{3}\right) \geq 0$$

$$\frac{3-\sqrt{6}}{3} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{6}}{3}$$

$D1: (x-1)^3 > 0 \Rightarrow x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$

$D2: (2x-x^2)^{\frac{3}{2}} > 0 \Rightarrow x^2-2x < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 < x < 2$



La funzione è convessa in

$\left[\frac{3-\sqrt{6}}{3}, 1\right) \cup \left[\frac{3+\sqrt{6}}{3}, 2\right)$ e

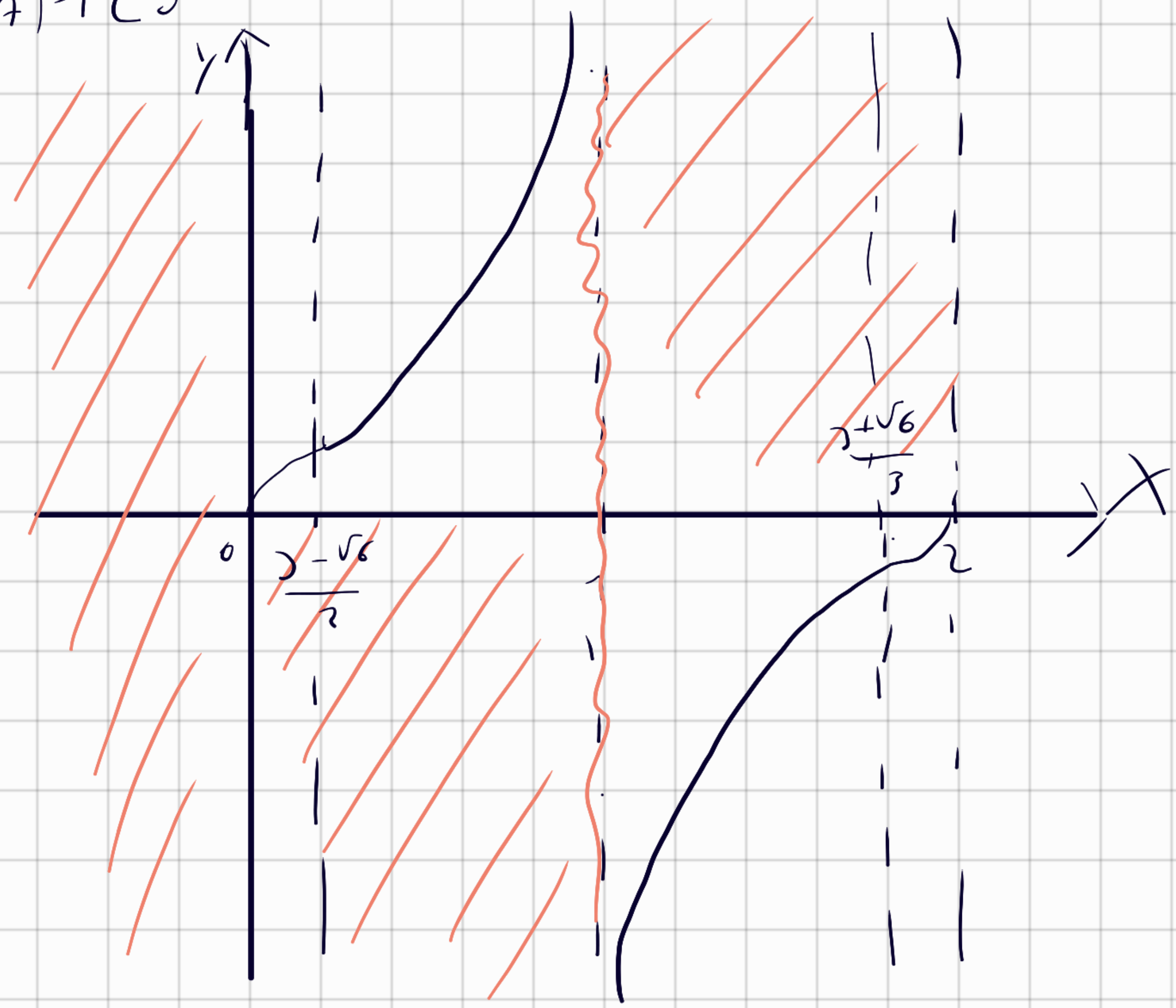
Concava in $\left(0, \frac{3-\sqrt{6}}{3}\right] \cup \left(1, \frac{3+\sqrt{6}}{3}\right]$

Punti di flesso

$x = \frac{3-\sqrt{6}}{3}$ e $x = \frac{3+\sqrt{6}}{3}$

sono punti di flesso

Grafico



$$f(x) = \frac{|x^2-4| - 4}{(x-2)^2}$$

Dominio

$(x-2)^2 \neq 0 \rightarrow x \neq 2$

$D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

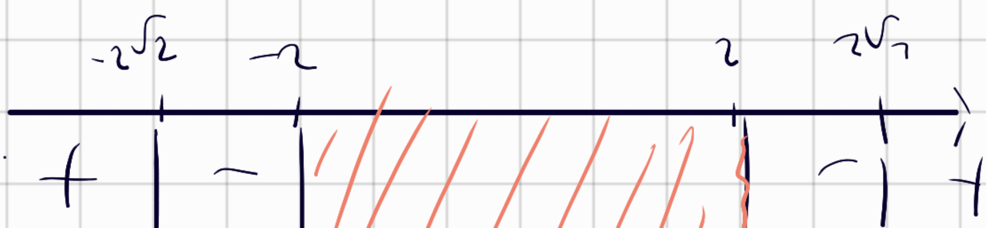
Segno $\qquad x^2 - 4 \geq 0 \rightarrow x \leq -2 \lor x \geq 2$

Si $x \in D$: $x \leq -2 \lor x \geq 2$

$$f(x) \geq 0 \rightarrow \frac{x^2-4-4}{(x-2)^2} \geq 0 \rightarrow \frac{x^2-8}{(x-2)^2} \geq 0$$

N: $x^2 \geq 8 \rightarrow x \leq -2\sqrt{2} \lor x \geq 2\sqrt{2}$

D: $(x-2)^2 > 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$



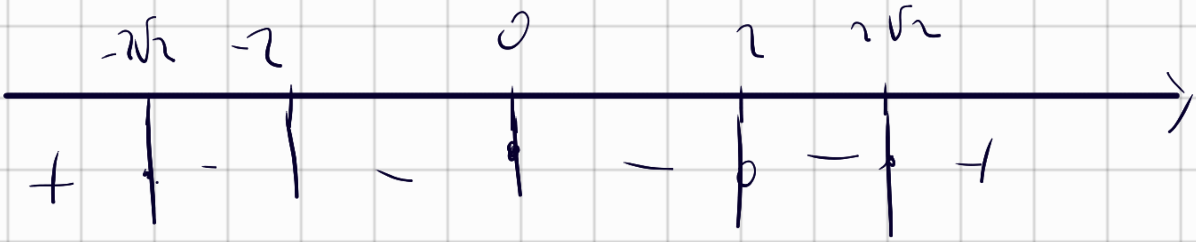
Si: $x < 0$

$$f(x) \geq 0 \rightarrow -\frac{x^2}{(x-2)^2} \geq 0 \rightarrow \frac{x^2}{(x-2)^2} < 0$$

$N: x^2 \leq 0 \rightarrow \nexists\, x \in \mathbb{R}$

$D: (x-2)^2 < 0 \rightarrow \forall\, x \in \mathbb{R}$

Quindi



La funzione è positiva in

$(-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$

È SI ANNULLA IN $X=0$ E $x=\pm 2\sqrt{2}$

ASINTOTI

PER $|X| \to +\infty$

$$f(x) = \frac{x^2+8}{(x-2)^2} = \frac{x^2+8}{x^2+4-4x} = \frac{\cancel{x^2}\left(1+\overbrace{\frac{8}{x^2}}^{\to 0}\right)}{\cancel{x^2}\left(1+\underbrace{\frac{4}{x^2}-\frac{4}{x}}_{\to 0}\right)} \to 1$$

QUINDI L'ASINTOTO A $\pm\infty$ È $Y=1$

INOLTRE

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{|x^2-4|-4}{(x-2)^2} = \frac{-4}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{|x^2-4|-4}{(x-2)^2} = \frac{-4}{0^+} = -\infty$$

MONOTONIA

$$f'(x) = \frac{(|x^2-4|-4)'(x-2)^2 - (|x^2-4|-4)((x-2)^2)'}{((x-2)^2)^2}$$

ora

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{(x^2-8)'(x-2)^2 - (x^2-8)((x-2)^2)'}{((x-2)^2)^2} & \text{se } x<-2 \vee x>2 \\[2ex] \dfrac{(-x^2)'(x-2)^2 - (-x^2)((x-2)^2)'}{((x-2)^2)^2} & \text{si } -2<x<2 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{2x(x-2)^{\cancel{2}} - (x^2-8)(2\cancel{(x-2)})}{(x-2)^{\cancel{4}\,3}} & \text{si } x\in(-\infty,-2)\cup(2,+\infty) \\[2ex] \dfrac{-2x(x-2)^{\cancel{2}} + x^2(2\cancel{(x-2)})}{(x-2)^{\cancel{4}\,3}} & \text{si } x\in(-2,2) \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{\cancel{2x^2}-4x-\cancel{2x^2}+16}{(x-2)^3} & \text{si } x\in(-\infty,-2)\cup(2,+\infty) \\[2ex] \dfrac{-\cancel{2x^2}+4x+\cancel{2x^2}}{} & \text{si } x\in(-2,2) \end{cases}$$

$$(x-2)^3$$

$$f'(x)\begin{cases} -\dfrac{4(x-4)}{(x-2)^3} & \text{si } x \in (-\infty,-2) \cup (2,+\infty) \\[2ex] \dfrac{4x}{(x-2)^3} & \text{si } x \in (-2,2) \end{cases}$$

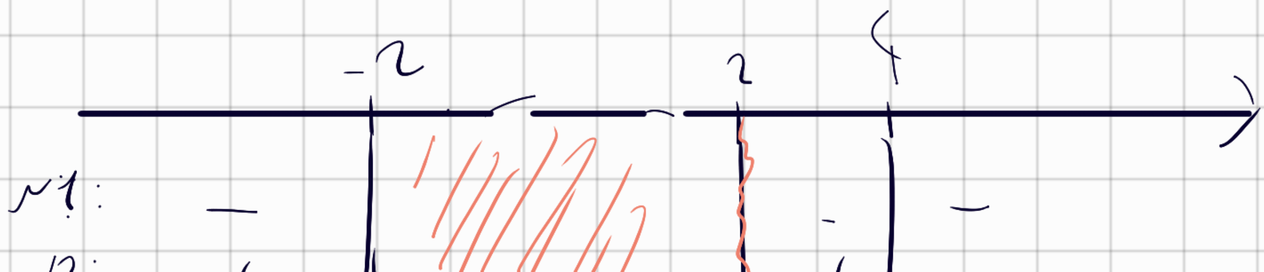
$$f'(x) \geq 0 \rightarrow \begin{cases} -\dfrac{4(x-4)}{(x-2)^3} \geq 0 & \text{si } x \in (-\infty,-2) \cup (2,+\infty) \\[2ex] \dfrac{4x}{(x-2)^3} \geq 0 & \text{si } x \in (-2,2 \end{cases}$$

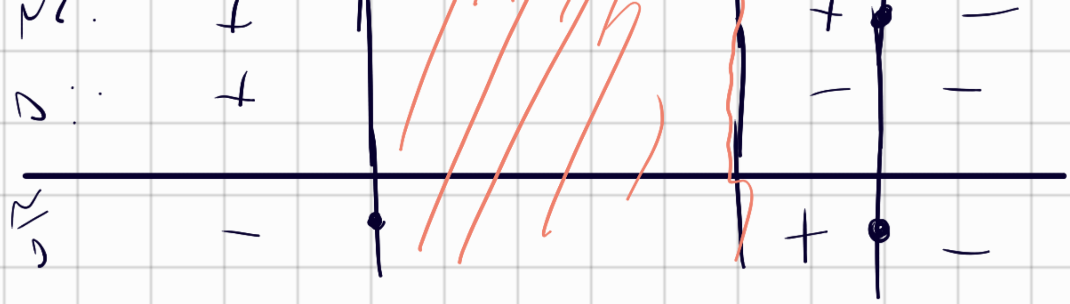
$$\frac{4(x-4)}{(x-2)^3} \leq 0 \rightarrow$$

$N1$: $4 \leq 0$ nada

$N2$: $x-4 \leq 0 \rightarrow x \leq 4$

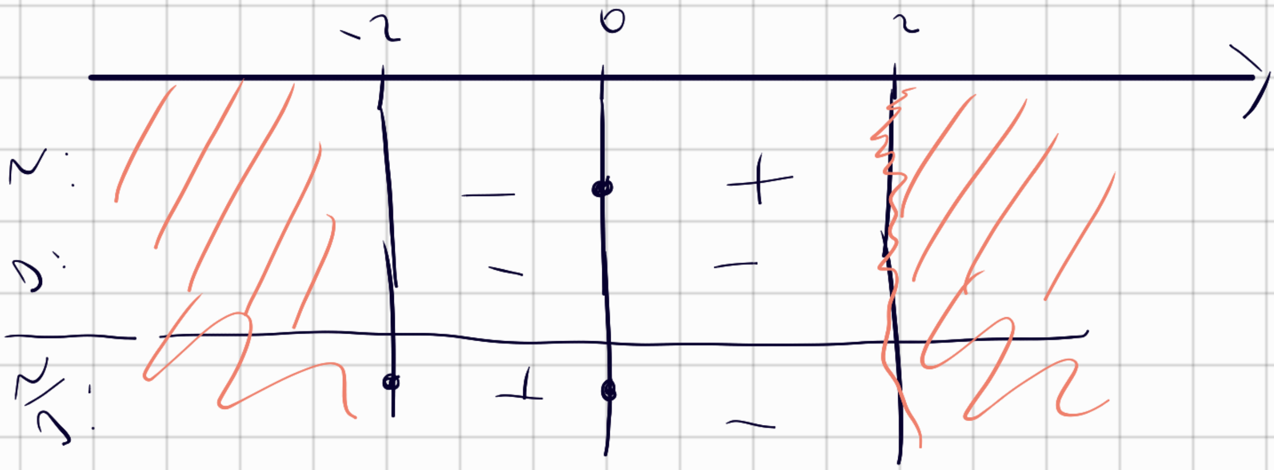
D: $(x-2)^3 < 0 \rightarrow x < 2$





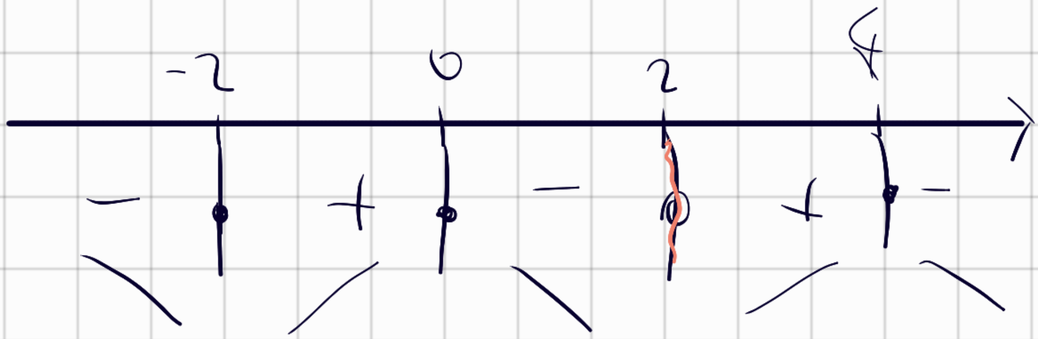
$$\frac{4x}{(x-2)^3} \geq 0 \rightarrow N: \; x \geq 0$$

$$D: \; (x-2)^3 > 0 \Rightarrow x > 2$$



Quindi

$f'(x) \geq 0 \rightarrow$



La funzione è crescente in $[-2,0]$ e $(2,4]$

e decrescente in $(-\infty,-2]$, $[0,2)$, $[4,+\infty)$

MASSIMI E MINIMI

$$f(-2) = \frac{4-4-4}{(-2-2)^2} = -\frac{4}{16} = -\frac{1}{4}$$

$$f(0) = \frac{4-4}{4} = 0$$

$$f(4) = \frac{16-4-4}{4-2} = \frac{8}{2} = 4$$

$x=-2$ è un punto di minimo relativo

$x=0$ è un punto di massimo relativo

$x=4$ è un punto di massimo assoluto

non ci sono punti di minimo assoluto

CONVESSITÀ / CONCAVITÀ

$$f''(x) = \begin{cases} -\dfrac{(4(x-4))'(x-2)^3 - (4(x-4))((x-2)^3)'}{(x-2)^6} & \text{se } x \in (-\infty,-2) \cup (2,+\infty) \\[2ex] \dfrac{(4x)'(x-2)^3 - (4x)((x-2)^3)'}{(x-2)^6} & \text{se } x \in (-2,2) \end{cases}$$

$$f''(x) = \begin{cases} -\dfrac{4\cdot(x-2)^{\cancel{3}\,1} - (4x-16)\cdot 3\cancel{(x-2)}^{\cancel{2}}}{(x-2)^{\cancel{6}\,4}} & \text{si } x \in (-\infty,-2)\cup(2,+\infty) \\[2ex] \dfrac{4\,(x-2)^{\cancel{3}\,1} - 4x\cdot 3\,\cancel{(x-2)}^{2}}{(x-2)^{\cancel{6}\,4}} & \text{si } x \in (-2,2) \end{cases}$$

$$f''(x) = \begin{cases} -\dfrac{4x-8-12x+48}{(x-2)^4} & \text{si } x \in (-\infty,-2)\cup(2,+\infty) \\[2ex] \dfrac{4x-8-12x}{(x-2)^4} & \text{si } x \in (-2,2) \end{cases}$$

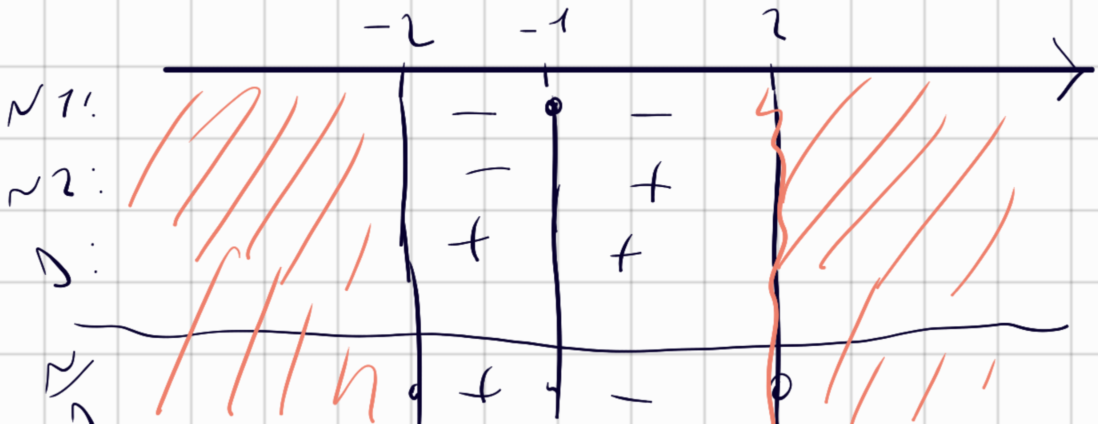
$$f''(x) = \begin{cases} -\dfrac{-8x+40}{(x-2)^4} & \text{si } x \in (-\infty,-2)\cup(2,+\infty) \\[2ex] \dfrac{-8x-8}{(x-2)^4} & \text{si } x \in (-2,2) \end{cases}$$

$$f''(x) = \begin{cases} 8(x-5) & \text{si } x \in (-\infty,-2)\cup(2,+\infty) \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{8(x-5)}{(x-2)^4} & \text{si } x \in (-\infty,-2) \cup (2,+\infty) \\[2ex] -\dfrac{8(x+1)}{(x-2)^4} & \text{si } x \in (-2,2) \end{cases}$$

$$\frac{8(x-5)}{(x-2)^4} \geq 0 \rightarrow \begin{array}{l} N: x-5 \geq 0 \rightarrow x \geq +5 \\ D: (x-2)^4 > 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \end{array}$$

$$-\frac{8(x+1)}{(x-2)^4} \geq 0 \rightarrow \begin{array}{l} N1: -8 \geq 0 \rightarrow \text{nada} \\ N2: x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1 \\ D: (x-2)^4 \geq 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \end{array}$$



QUINDI

LA FUNZIONE È CONVESSA TRA

$[-2,-1]$ E $[5,+\infty)$ E CONCAVA

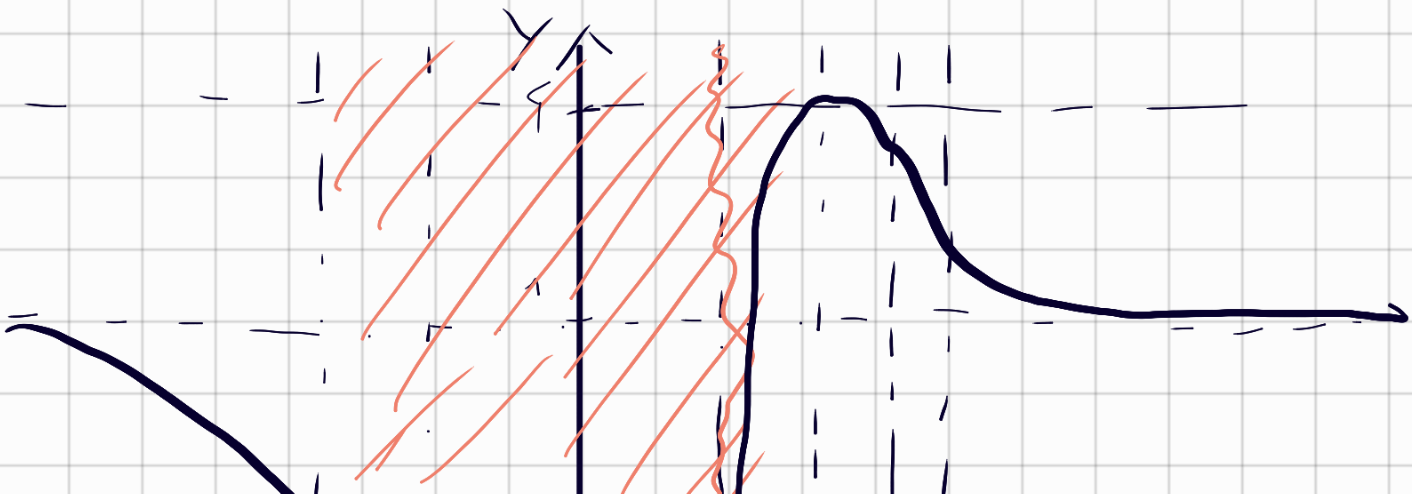
IN $(-\infty,-2]$, $[-1,2)$ E $(2,5]$

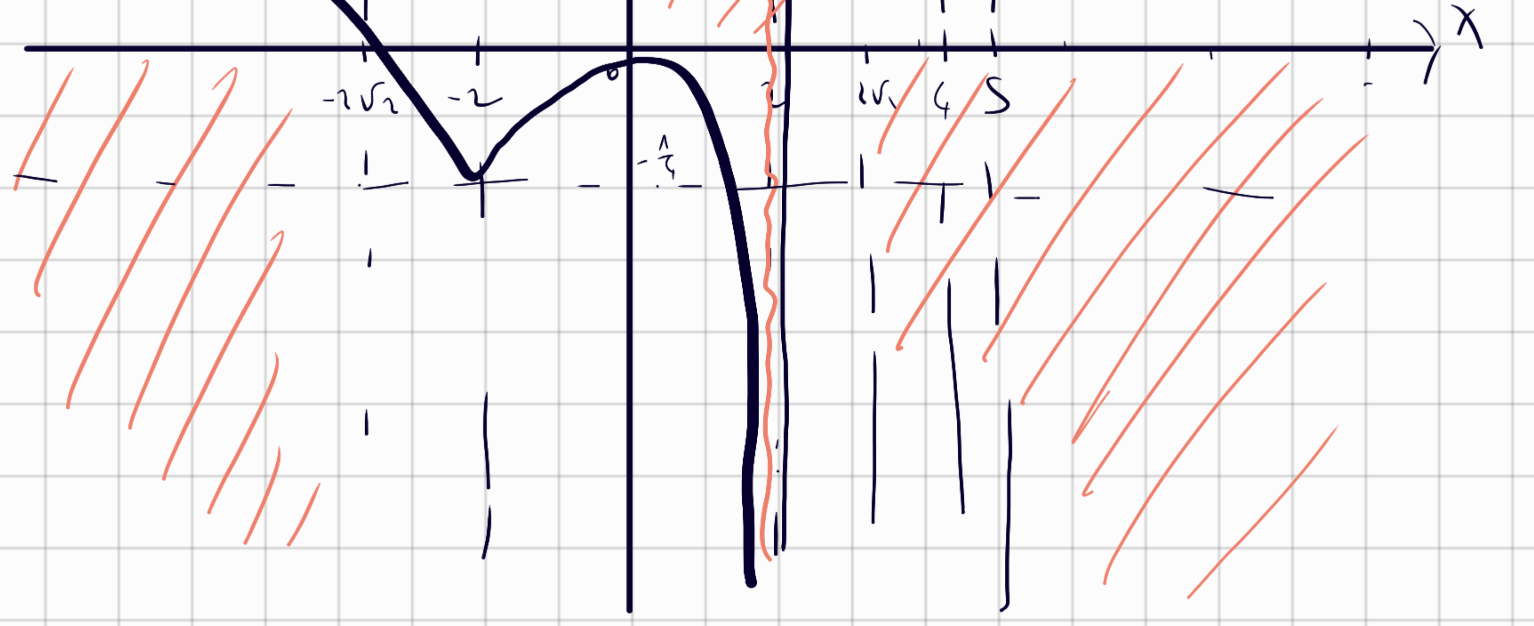
PUNTI DI FLESSO

, $X=-1$, $X=5$ SONO PUNTI DI

FLESSO

GRAFICO





$$f(x) = 2\log(x^2 - 2x + 2) - |x|$$

Dominio

$$x^2 - 2x + 2 > 0 \rightarrow \underbrace{x^2 - 2x + 1}\ + 1 > 0$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(1)}}{2} = 1$$

$$\rightarrow (x-1)^2 + 1 > 0$$

$$\rightarrow (x-1)^2 > -1$$

$$\rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

Quindi

$$D = \mathbb{R}$$

Asintoti

PER $|x| \to +\infty$

$$f(x) = 2\log(x^2) - |x| = 4\log|x| - x + o(1)$$

QUINDI NON CI SONO ASINTOTI A $\pm\infty$

MONOTONIA

$$f'(x) = \left(2\log(x^2-2x+2)\right)' - (|x|)'$$

QUINDI

$$f'(x) = \begin{cases} 2 \cdot \dfrac{2x-2}{x^2-2x+2} - 1 & \text{SE } x > 0 \\ 2\,\dfrac{2x-2}{x^2-2x+2} + 1 & \text{SE } x < 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{4x-4-x^2+2x-2}{x^2-2x+2} & \text{SE } x > 0 \\ \dfrac{4x-4+x^2-2x+2}{} & \text{SE } x < 0 \end{cases}$$

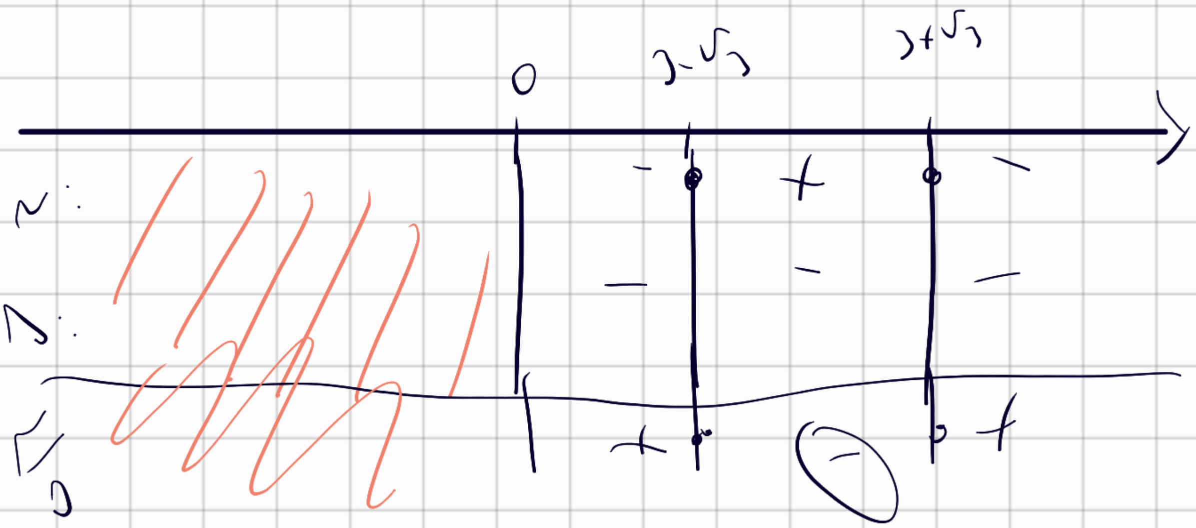
x^2-2x+2

$$f'(x)=\begin{cases} -\dfrac{x^2-6x+6}{x^2-2x+2} & \text{si } x>0 \\[2ex] \dfrac{x^2+2x-2}{x^2-2x+2} & \text{si } x<0 \end{cases}$$

$$-\frac{x^2-6x+6}{x^2-2x+2} \geq 0 \rightarrow \frac{x^2-6x+6}{x^2-2x+2} \leq 0$$

$\rightarrow$ N: $3-\sqrt{3} \leq x \leq 3+\sqrt{3}$

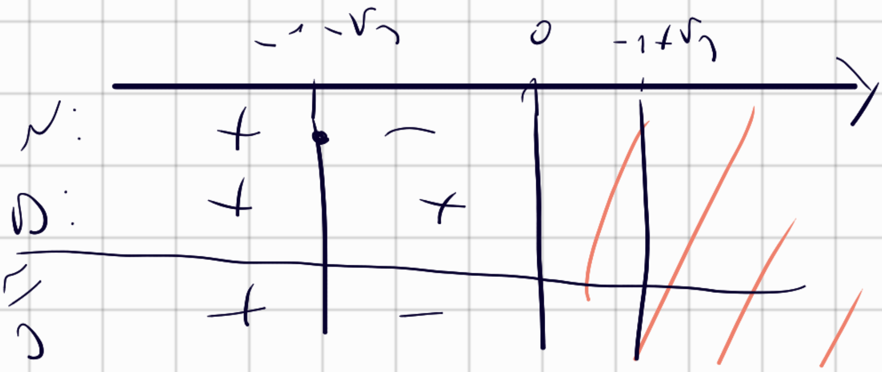
D: $x^2-2x+2<0 \quad \nexists x \in \mathbb{R}$



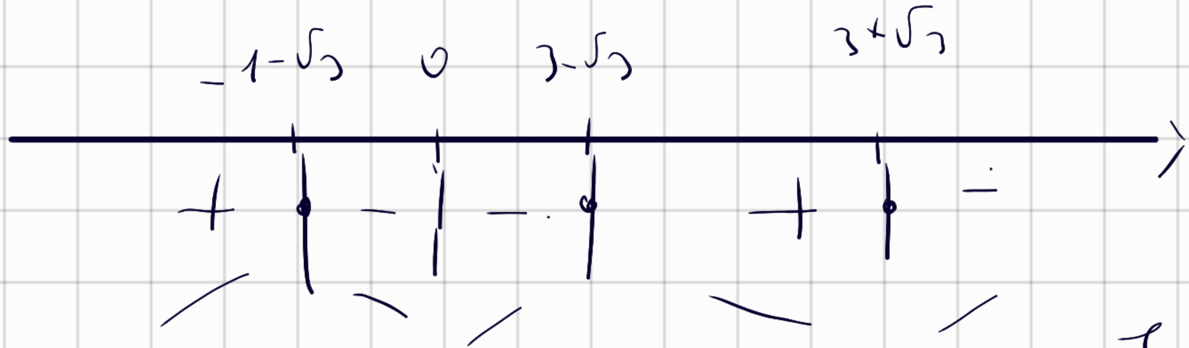
$$\frac{x^2+2x-2}{x^2-2x+2} \geq 0 \rightarrow N: x^2+2x-2 \geq 0$$

$$x \leq -1-\sqrt{3} \cup x \geq -1+\sqrt{3}$$

$$D: x^2-2x+2>0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$



QUINDI



LA FUNZIONE È CRESCENTE IN $(-\infty, -1-\sqrt{3}]$ E $[3-\sqrt{3}, 3+\sqrt{3}]$, È NEGATIVA IN $[-1-\sqrt{3}, 3-\sqrt{3}]$ E $[3+\sqrt{3}, +\infty)$

PUNTI DI NON DERIVABILITÀ

$f'(0) = -1$ E $f'(0) = 3$

$x = 0$ è un punto di non derivabilità

dove c'è un punto angoloso

Massimi e minimi

$f(-1-\sqrt{3}) \simeq -2{,}73$

$f(3+\sqrt{3}) \simeq 6{,}93$

$f(3-\sqrt{3}) \simeq 1{,}27$