7) SIA $B = \{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ UNA BASE DI V_0^3.

$\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$

$\overrightarrow{OB} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$

$\overrightarrow{OC} = -\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$.

TROVARE LE CORDINATE DI

$\overrightarrow{OD_1} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{OD_2} = \overrightarrow{OB} - 7\overrightarrow{OC}$

$$\boxed{\overrightarrow{OD_1}} = 2\vec{i} - 3\vec{k} - (2\vec{j} + 3\vec{k}) - 2(-\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) =$$

$$= 2\vec{i} - 3\vec{k} - \cancel{2\vec{j}} - 3\vec{k} + 2\vec{i} + \cancel{2\vec{j}} + \cancel{2\vec{k}} =$$

$$\boxed{= 4\vec{i} - 4\vec{k}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{OD_2}} = 2\vec{j} + 3\vec{k} - 7(-\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}) =$$

$$= 2\vec{j} + 3\vec{k} + 7\vec{i} + 7\vec{j} + 7\vec{k} =$$

$$\boxed{= 7\vec{i} + 9\vec{j} + 10\vec{k}}$$

---

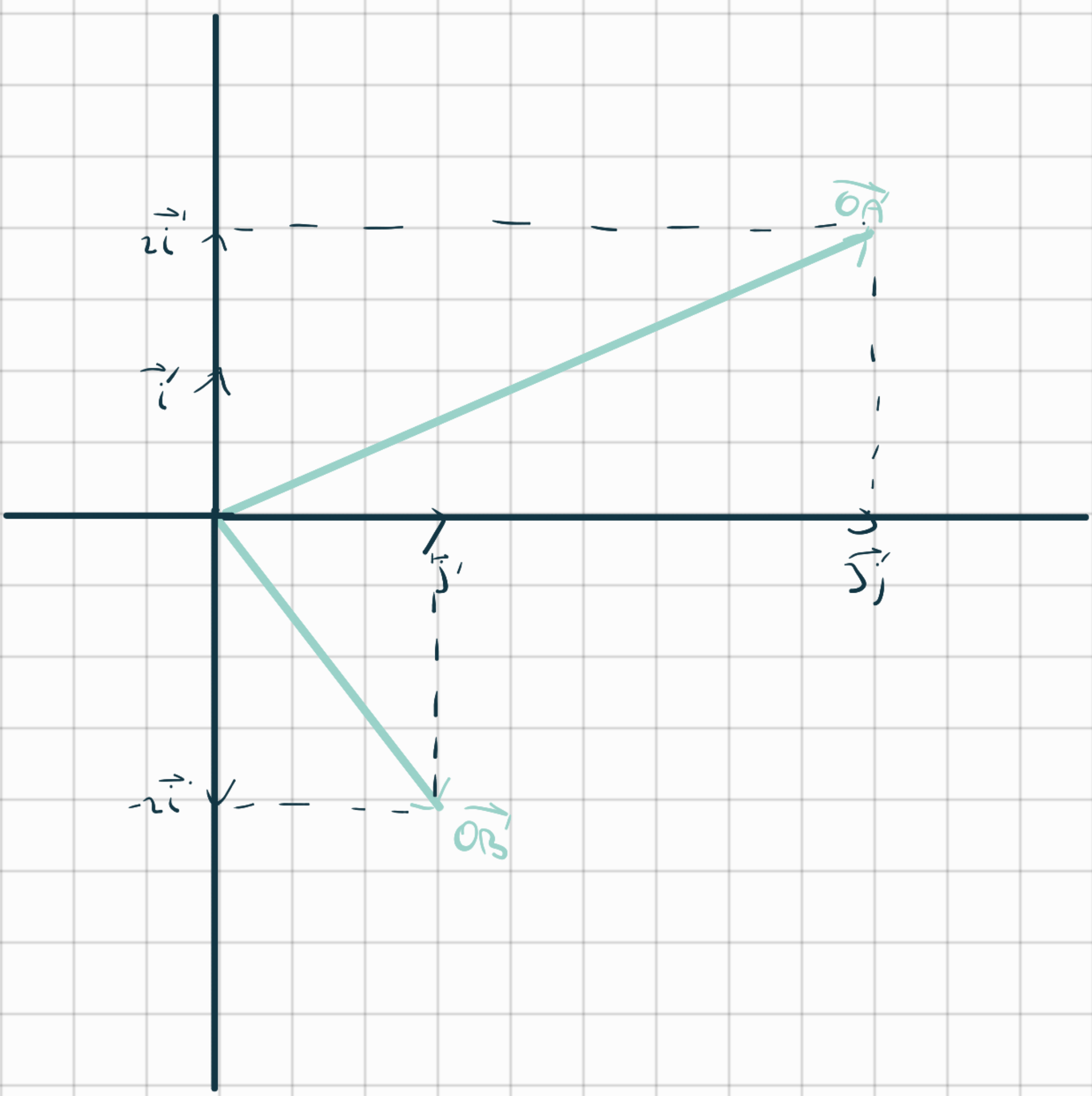
8) SIA $B = \{\vec{i}, \vec{j}\}$ UNA BASE DI V^2

$\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$

$\vec{OB} = -2\vec{i} + \vec{j}$

VERIFICA CHE $\vec{OA}$ E $\vec{OB}$ NON SONO PROPORZIONALI, E TROVA LE COORDINATE DI $\vec{OC} = \vec{i} + \vec{j}$ RISPETTO ALLA BASE.

$\mathcal{B}' = \{ \vec{OA}', \vec{OB}' \}$



• $\vec{OA}$ E $\vec{OB}$ NON SONO PROPORZIONALI, DATO CHE NON SONO MULTIPLI UNO DELL'ALTRO se) $\mathcal{B} = \{2\vec{i} + 3\vec{j}, -2\vec{i} + \vec{j}\}$

Allora

$$\vec{OC} = \frac{\vec{i}}{2\vec{i}+3\vec{j}} + \frac{\vec{j}}{-2\vec{i}+\vec{j}}$$

---

9) Sia $\mathcal{B} = \{\vec{i}, \vec{j}\}$ una base di V_O^2, e considera i vettori

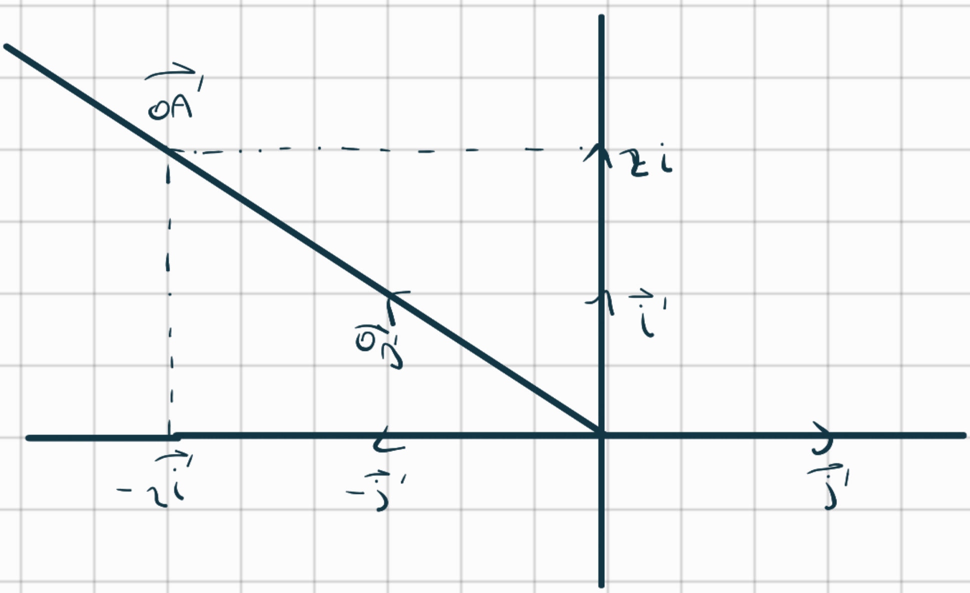
$$\vec{OA_a} = 2\vec{i} + a\vec{j}, \quad \vec{OB} = \vec{i} - \vec{j}$$

dove $a \in \mathbb{R}$

(i) Trova per quali valori di a i due vettori non sono proporzionali

(ii) Calcola le cordinate di $\vec{OC} = \vec{i} + 2\vec{j}$ rispetto alla base $\mathcal{B}_a = \{\vec{OA_a}, \vec{OB}\}$ per i valori di a trovati in (i)

(i)



I due vettori non sono proporzionali

per $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

15) FISSATO $RA(O, \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$ NELLO SPAZIO, TROVA L'EQUAZIONE PARAMETRICA DELLA RETTA r PASSANTE PER I PUNTI

$$P_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ e \\ \sqrt{2} \end{vmatrix}, \quad P_2 = \begin{vmatrix} -1 \\ 3e \\ 2\sqrt{2}+\sqrt{3} \end{vmatrix}$$

VERIFICARE SE

$$P_3 = \begin{vmatrix} 3 \\ -e \\ -\sqrt{3} \end{vmatrix} \in r$$

$$r: \overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP_0} + t \cdot \overrightarrow{OQ}$$

CON $P_0 = P_1$

E

$$\overrightarrow{OQ'} = \overrightarrow{OP'_2} - \overrightarrow{OP'_1} = l\vec{i}' + m\vec{j}' + n\vec{k}'$$

OR A

$$\overrightarrow{OP'_0} = \overrightarrow{OP'_1} = 1 \cdot \vec{i}' + e \cdot \vec{j}' + \sqrt{2} \cdot \vec{k}' = \begin{vmatrix} 1 \\ e \\ \sqrt{2} \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OQ'} = \begin{vmatrix} -1 \\ 3e \\ 2\sqrt{2}+\sqrt{3} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 \\ e \\ \sqrt{2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 \\ 2e \\ \sqrt{2}-\sqrt{3} \end{vmatrix}$$

QUINDI

$$r: \begin{cases} x = x_0 + t \cdot l = 1 + t \cdot (-2) = 1 - 2t \\ y = y_0 + t \cdot m = e + t \cdot (2e) = e(1+2t) \\ z = z_0 + t \cdot n = \sqrt{2} + t \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \end{cases}$$

$$r: \begin{cases} 1 - 2t \\ e(1+2t) \\ \sqrt{2} + \sqrt{2}t - \sqrt{3}t \end{cases}$$

PROVA

$\cancel{x} = 1 - 2t \qquad t = 0 \Rightarrow t = 0$

$$\begin{cases} x = x = 1 - 2t \\ \cancel{e} = y = \cancel{e} + 2et \\ \sqrt{2} = z = \cancel{\sqrt{2}} + (\sqrt{2}-\sqrt{3})t \end{cases} , \quad \begin{cases} 2t = 0 \rightarrow t = 0 \\ 2et = 0 \rightarrow t = 0 \\ (\sqrt{2}-\sqrt{3})t = 0 \rightarrow t = 0 \end{cases}$$

$P_3 \in r$?

$$\begin{cases} 3 = x = 1 - 2t \\ -e = y = e + 2et \\ -\sqrt{3} = z = \sqrt{2} + (\sqrt{2}-\sqrt{3})t \end{cases} \quad \begin{cases} 2t = -2 \rightarrow t = -1 \\ 2et = 2e \rightarrow t = 1 \\ (\sqrt{2}-\sqrt{3})t = \sqrt{2}+\sqrt{3} \end{cases}$$

$P_3 \notin r$

---

16) DATO $R_A(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ NELLO SPAZIO, TROVARE L'EQ DELLA RETTA PASSANTE PER

$P_1 = \begin{vmatrix} -1 \\ \pi \\ 0 \end{vmatrix}$, $P_2 = \begin{vmatrix} 7 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{vmatrix}$

$r : \overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP_0} - \overrightarrow{OQ}$

con $P_0 = P_1$

e

$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP_2'} - \overrightarrow{OP_1'} = l\vec{i} + m\vec{j} + n\vec{k}$

Ora

$$\overrightarrow{OP_0'} = \overrightarrow{OP_1'} = -1\,\vec{i}' + \pi\,\vec{j}' + 0\cdot\vec{k}' = \begin{vmatrix} -1 \\ \pi \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OQ'} = \begin{vmatrix} 7 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -1 \\ \pi \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 \\ \sqrt{2}-\pi \\ 1 \end{vmatrix}$$

Quindi

$$r: \begin{cases} x = x_0 + t\cdot l = -1 + t\cdot 8 \\ y = y_0 + t\cdot m = \pi + t\cdot(\sqrt{2}-\pi) \\ z = z_0 + t\cdot n = 0 + t\,(1) \end{cases}$$

$$r: \begin{cases} -1 + 8t \\ \pi + (\sqrt{2}-\pi)\cdot t \\ t \end{cases}$$

Prova

$$\begin{cases} 7 = x = -1 + 8t \rightarrow -8t = -1 - 7 \rightarrow t = 1 \\ \sqrt{2} = y = \pi + (\sqrt{2}-\pi)\cdot t \rightarrow -(\cancel{\sqrt{2}-\pi})t = \cancel{\pi - \sqrt{2}} \rightarrow t = 1 \\ 1 = t \end{cases}$$

Ok

OK

1.7) FISSATO $R_A(O, \vec{j}, \vec{i})$ NEL PIANO, CONSIDERA LE RETTE

$$r_0 : \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_1 : \begin{cases} x = -1+t' \\ y = -1+2t' \end{cases}$$

DIMOSTRA CHE r_0 E r_1 SI INTERSECANO, E TROVA IL PUNTO DI INTERSEZIONE.

$$\begin{cases} 3t - t' = -1 - 1 \\ t - 2t' = -1 - 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3t - t' = -2 \\ t - 2t' = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t' = 2 + 3t \\ t - 4 - 6t = -3 \end{cases} \Rightarrow -5t = 1 \Rightarrow t = -\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow t' = 2 + 3\left(-\frac{1}{5}\right) = 2 - \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\begin{cases} t = -\frac{1}{5} \\ t' = \frac{7}{5} \end{cases}$$

QUINDI LE COORDINATE DEL PUNTO DI INTERSEZIONE SONO

$$\begin{vmatrix} 1+3\left(-\frac{1}{5}\right) \\ 2\cdot-\frac{1}{5} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2}{5} \\ \frac{9}{5} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -1+\frac{7}{5} \\ -1+2\left(\frac{7}{5}\right) \end{pmatrix}$$

PER CUI

$$\overrightarrow{OX} = \frac{2}{5}\vec{i} + \frac{9}{5}\vec{j}$$