

SIA R LA RELAZIONE SU \mathbb{Z} DEFINITA
PORENDO

$$mRn \iff \begin{matrix} m=n \\ \text{e} \\ m+n=5 \end{matrix}$$

$$\forall m, n \in \mathbb{Z}$$

EQUIVALENZA?

REFLESSIVA? SI

$$\text{SIA } n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n=n \Rightarrow nRn \Rightarrow \underline{\text{SI}}$$

SIMMETRICA? SI

SIAO $m, n \in \mathbb{Z}$ TALE CHE mRn

$$\left. \begin{array}{l} - \text{SE } m=n \Rightarrow n=m \Rightarrow nRm \\ - \text{SE } m+n=5 \Rightarrow n+m=5 \Rightarrow nRm \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\text{SI}}$$

TRANSITIVA? SI

SIAO $a, b, c \in \mathbb{Z}$ TALE CHE aRb e

bRc . ALLORA $a=b$ o $a+b=5$ e

$b=c$ o $b+c=5$.

$$- \text{SE } a=b \text{ e } b=c \Rightarrow a=c \Rightarrow aRc \Rightarrow \underline{\text{SI}}$$

$$-S_c \quad a=b \text{ e } b+c=s \Rightarrow a+c=s \Rightarrow aRc \Rightarrow \underline{a}$$

$$-S_c \quad a+b=s \text{ e } b=c \Rightarrow a+c=s \Rightarrow aRc \Rightarrow \underline{a}$$

$$-S_c \quad a+b=s \text{ e } a+c=s \Rightarrow a=s-b \text{ e } c=s-b \\ \Rightarrow a=c \Rightarrow aRc \Rightarrow \underline{a}$$

$\Rightarrow \underline{SI}$

Quindi è di EQUIVALENZA.

• Quali sono le classi di EQUIVALENZA?

$$[a]_R = \{b \in \mathbb{Z} : aRb\} = \{b \in \mathbb{Z} : \begin{matrix} a=b \\ a+b=s \end{matrix}\} =$$

$$= \{ \overset{b=a}{a}, \overset{b=a-s}{a-s} \} \quad \forall a \in \mathbb{Z}$$

Sia R la relazione su $\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})$

DEFINITA PONENDO

$$(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

$$\forall (a,b), (c,d) \in \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})$$

EQUIVALENZA?

• RIFLESSIVA? SI

$$S_1 \quad (a, b) \in \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\}) \Rightarrow a \cdot b = a \cdot b$$

$$\Rightarrow (a, b) R (a, b) \Rightarrow \underline{S_1}$$

SIMMETRICO ? S_1

$$S_1 \text{ AND } (a, b), (c, d) \in \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\}) \text{ THEN}$$

$$\text{CHÉ } (a, b) R (c, d) \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

$$\Rightarrow c \cdot b = d \cdot a \Rightarrow (c, d) R (a, b)$$

$$\Rightarrow \underline{S_1}$$

TRANSITIVO ? S_1

$$S_1 \text{ AND } (a, b), (c, d), (e, f) \in \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})$$

$$\text{THEN } \text{CHÉ } (a, b) R (c, d) \text{ E } (c, d) R (e, f) \Rightarrow$$

$$a \cdot d = b \cdot c \text{ E } c \cdot f = d \cdot e \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot d \cdot f = b \cdot c \cdot f \text{ E } b \cdot c \cdot f = b \cdot d \cdot e$$

$$\Rightarrow a \cdot d \cdot f = b \cdot d \cdot e \quad \text{AND } d \neq 0$$

$$\text{POICHÉ } d \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \Rightarrow a \cdot f = b \cdot e$$

$$\Rightarrow (a, b) R (f, e) \Rightarrow \underline{S_1}$$

È UN EQUIVALENZA

