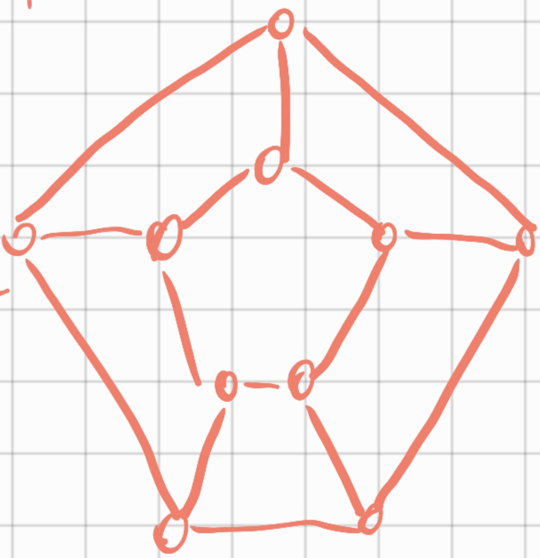
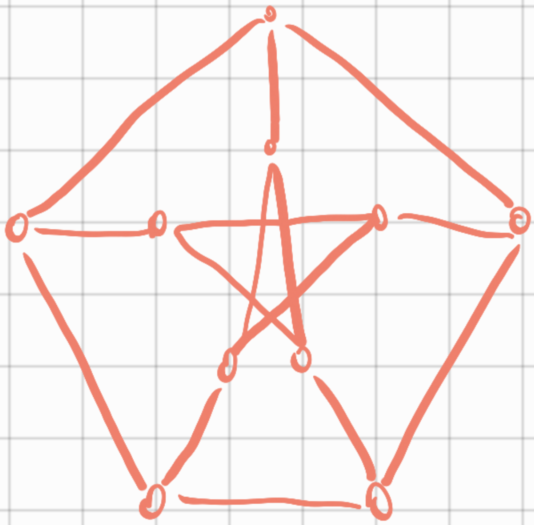
1 GRAFI

G =



H =



Sono isomorfi?

No, perché G ha cicli di lunghezza 4, mentre H no

Sia $G = ([10]^3, E)$ dove

$\{(a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3)\} \in E$

$$|\{i\in[3] : a_i \neq b_i\}| = 1$$

$$\forall (a_1,a_2,a_3),(b_1,b_2,b_3) \in [10]^3$$

È possibile colorare G con 30 colori?

Sappiamo dalla teoria che

$$\chi(G) \le \max_{v\in V}(d(v))+1$$

Quindi è possibile colorare con

$$\max_{v\in V}(d(v))+1 \quad \text{colori.}$$

Sia $v=(a_1,a_2,a_3)\in[10]^3$. Allora

$$d(v) = |\{u\in V : \{u,v\}\in E\}|$$

$$= |\{(b_1,b_2,b_3)\in[10]^3 : \{(a_1,a_2,a_3),(b_1,b_2,b_3)\}\in E\}|$$

$$= |\{(b_1,b_2,b_3)\in[10]^3 : |\{i\in[3] : a_i=b_i\}|=2\}|$$

$$= |\{(b_1,b_2,b_3)\in[10]^3 : b_1\neq a_1, b_2=a_2, b_3=a_3\}\cup$$

$\{(b_1,b_2,b_3)\in[10]^3 : b_1=a_1, b_2\neq a_2, b_3=a_3\}\cup$

$\{(b_1,b_2,b_3)\in[10]^3 : b_1=a_1, b_2=a_2, b_3\neq a_3\}|$

$=|\{(b_1,b_2,b_3)\in[10]^3 : b_1\neq a_1, b_2=a_2, b_3=a_3\}|+$

$|\{(b_1,b_2,b_3)\in[10]^3 : b_1=a_1, b_2\neq a_2, b_3=a_3\}|+$

$|\{(b_1,b_2,b_3)\in[10]^3 : b_1=a_1, b_2=a_2, b_3\neq a_3\}|$

$=9+9+9=27$

QUINDI $d(v)=27$. MA v È QUALSIASI $\Rightarrow d(u)=27 \quad \forall u\in V$.

PERTANTO

$$\max_{u\in V}\{d(u)\}+1=27+1=28$$

QUINDI $\chi(G)\le 28 \Rightarrow G$ È COLORABILE CON 28 COLORI

È NON CON 30

Sia $G=(V,E)$ un grafo bipartito

dove: $V = A \cup B$, A e B sono

indipendenti, definito ponendo

$A \stackrel{def}{=} \binom{[n]}{2}$ $\quad$ $B \stackrel{def}{=} \binom{[n]}{3}$

($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 5$), e dove

$\{x,y\} \in E \iff x \subseteq y$

$\forall x \in A$ e $\forall y \in B$, decidere

se $\exists$ un accoppiamento di

A in B

Sappiamo dalla teoria che

$d(x) \geq d(y)$ $\quad \Rightarrow \exists$ un accoppiam.

$\forall x \in A$ e $\forall y \in B$ $\quad$ di A in B

- Sia $x \in A \Rightarrow x \subseteq [n]$ e $|x| = 2$

Quindi

$$d(x) = |\{y \in B : \{x, y\} \in E\}|$$

$$= |\{y \in B : |y| = 3, \; y \supseteq x\}|$$

$$= n - 2$$

- Sia $y \in B \Rightarrow y \subseteq [n]$ e $|y| = 3$.

Quindi

$$d(y) = |\{x \in A : \{x, y\} \in E\}|$$

$$= |\{x \in [n] : |x| = 2, \; x \subseteq y\}|$$

$$= |\{x \subseteq y : |x| = 2\}|$$

$$= \binom{3}{2} = 3$$

$n \geq 5$

Pertanto $d(x) = n-2 \geq 3 = d(y)$

$\forall\, x \in A$ e $\forall\, y \in B \Rightarrow$ esiste

un accoppiamento di A in B