

Taller 1

Problema: Suponga que un dispositivo solo puede almacenar únicamente los cuatro primeros dígitos decimales de cada número real, y trunca los restantes (esto es redondeo inferior). Calcule el error de redondeo si se quiere almacenar el número 536.78.

Solucion: En la actualidad, los computadores resultan ser una herramienta muy útil para resolver problemas mediante métodos numéricos porque logran ejecutar una gran cantidad de cálculos matemáticos iterativos que se aproximan lo suficiente a la respuesta real. Sin embargo, los computadores también tienen sus limitaciones técnicas que deben ser consideradas al momento de estimar el error asociado a un resultado obtenido. La primera limitación que tiene un computador es que puede usar a lo sumo 16 dígitos para representar un número, esto quiere decir que habrá una gran cantidad de números que serán representados de manera inexacta y así mismo serán las operaciones aritméticas que se hagan con ellos. A medida que aumente el número de operaciones que se hagan, aumentará también el error relativo asociado al resultado.

En ese orden de ideas, el objetivo de este primer problema será calcular el error relativo y el error absoluto asociado simplemente a la representación de un número real con 4 cifras decimales utilizando el método de truncamiento. Para esto, usaremos la función `round()` del software computacional R pasándole como primer parámetro el número el número real en cuestión y luego el número de cifras decimales que queremos que tenga el número: `round(536.78, 1)`. De esta forma el número que obtenemos es 536.8. Ahora el siguiente paso es calcular su error absoluto que es la diferencia entre el valor de la medida y el valor tomado como exacto, para lo cual planteamos la siguiente ecuación:

$$\varepsilon = |x - \tilde{x}|$$

Siendo x el número truncado y \tilde{x} el número original.

El resultado obtenido es: 0.02, lo que quiere decir que el error absoluto fue del 2%.

Problema: Utilizando el teorema de Taylor hallar la aproximación de $e^{0.5}$ con cinco cifras significativas.

Solucion: El teorema de Taylor permite obtener una representación de una función usando un polinomio y una expresión para estimar el error de truncamiento. De esta forma se pueden obtener valores aproximados de la función en un punto específico acotando el error de acuerdo a nuestro nivel de tolerancia.

La función que queremos aproximar es e^x en el punto $x=0.5$ y para esto hacemos uso de la función `taylor()` y le enviamos como parámetros la función, el punto en el cual se hará la expansión y el orden del polinomio. El resultado obtenido serán los coeficientes del polinomio de Taylor que luego serán usados en la función `polyval()` para evaluar el polinomio en el punto $x=0.5$. Finalmente usamos la función `round()` para limitar la respuesta a solo 5 decimales. El resultado obtenido para $e^{0.5}$ es 1.6484 con el polinomio de Taylor.

Problema: Evaluar el valor de un polinomio es una tarea que involucra para la máquina realizar un número de operaciones la cual debe ser mínimas. Como se puede evaluar el siguiente polinomio con el número mínimo de multiplicaciones:

Solución: