

Cálculo III

Lista 10 - Teorema de Green

Use o Teorema de Green para calcular a integral de linha ao longo da curva dada, com orientação positiva.

1. $\oint_C ye^x dx + 2e^x dy$, C é o retângulo com vértices $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(3, 4)$ e $(0, 4)$
Resposta: $4(e^3 - 1)$
2. $\oint_C (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$, C é o triângulo com vértices $(0, 0)$, $(2, 1)$ e $(0, 1)$ Resposta: 0
3. $\oint_C (y + e^{\sqrt{x}}) dx + (2x + \cos y^2) dy$, C é o limite da região englobada pelas parábolas $y = x^2$ e $x = y^2$
Resposta: $\frac{1}{3}$
4. $\oint_C \cos y dx + x^2 \sin y dy$, C é o retângulo com vértices $(0, 0)$, $(5, 0)$, $(5, 2)$ e $(0, 2)$
Resposta: **FAZER**
5. $\oint_C y^3 dx - x^3 dy$, C é o círculo $x^2 + y^2 = 4$
Resposta: -24π
6. $\oint_C xe^{-2x} dx + (x^4 + 2x^2y^2) dy$, C é o limite da região entre os círculos $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 4$
Resposta: **FAZER**

Use o Teorema de Green para calcular $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, verificando a orientação da curva antes de aplicar o teorema.

7. $\mathbf{F}(x, y) = \langle y \cos x - xy \sin x, xy + x \cos x \rangle$,
 C é o triângulo de $(0, 0)$ a $(0, 4)$ a $(2, 0)$ a $(0, 0)$
Resposta: $-\frac{16}{3}$
8. $\mathbf{F}(x, y) = \langle e^{-x} + y^2, e^{-y} + x^2 \rangle$, C consiste no arco da curva $y = \cos x$ de $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ a $(\frac{\pi}{2}, 0)$ e no seguimento de reta de $(\frac{\pi}{2}, 0)$ a $(-\frac{\pi}{2}, 0)$
Resposta: $\frac{\pi}{2}$
9. $\mathbf{F}(x, y) = \langle y - \cos y, x \sin y \rangle$,
 C é o círculo $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$ orientado no sentido horário
Resposta: 4π
10. $\mathbf{F}(x, y) = \langle \sqrt{x^2 + 1}, \arctan x \rangle$,
 C é o triângulo de $(0, 0)$ a $(1, 1)$ a $(0, 1)$ a $(0, 0)$
Resposta: $\frac{\pi - 2 \ln(2)}{4}$

Referência

STEWART, James. Cálculo: volume 2. 8ª ed. São Paulo, SP: Cengage Learning, 2016. ISBN 9788522125845.