Cálculo III

Lista 6 - Integrais triplas em coordenadas esféricas

Utilize coordenadas esféricas para calcular a integral dada.

1. $\iiint_B (x^2+y^2+z^2)^2\,dV$, B é a bola com centro na origem e raio 5 Resposta: $\frac{312500\pi}{7}$

2. $\iiint_E y^2z^2\,dV$, E está acima do cone $\phi=\frac{\pi}{3}$ e abaixo da esfera $\rho=1$ Resposta: $\frac{47\pi}{3360}$

3. $\iiint_E (x^2+y^2)\,dV$, E está entre as esferas $x^2+y^2+z^2=4$ e $x^2+y^2+z^2=9$ Resposta: $\frac{1688\pi}{15}$

4. $\iiint_H (9-x^2-y^2)\,dV$, H é o hemisfério sólido $x^2+y^2+z^2\leq 9$, $z\geq 0$ Resposta: $\frac{486\pi}{5}$

5. $\iiint_E xe^{x^2+y^2+z^2}\,dV$, E é a porção da bola unitária $x^2+y^2+z^2\leq 1$ que fica no primeiro octante Resposta: $\frac{\pi}{8}$

6. $\iiint_E \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dV$, E está acima do cone $z=\sqrt{x^2+y^2}$ e entre as esferas $x^2+y^2+z^2=1$ e $x^2+y^2+z^2=4$ Resposta: $\frac{15\pi(2-\sqrt{2})}{4}$

7. O volume da parte da bola $\rho\leq a$ que está entre os cones $\phi=\frac{\pi}{6}$ e $\phi=\frac{\pi}{3}$ Resposta: $\frac{(\sqrt{3}-1)\pi a^3}{3}$

Calcule a integral, transformando para coordenadas esféricas.

8. $\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} xy\,dz\,dy\,dx$ Resposta: $\frac{4\sqrt{2}-5}{15}$

9. $\int_{-a}^{a}\int_{-\sqrt{a^2-y^2}}^{\sqrt{a^2-y^2}}\int_{-\sqrt{a^2-x^2-y^2}}^{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} (x^2z+y^2z+z^3)\,dz\,dx\,dy$ Resposta: 0

10. $\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{2-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{2+\sqrt{4-x^2-y^2}} (x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}\,dz\,dx\,dy$ Resposta: $\frac{4096\pi}{21}$

Referência

STEWART, James. Cálculo: volume 2. 8ª ed. São Paulo, SP: Cengage Learning, 2016. ISBN 9788522125845.