Processamento Digital de Sinais - Solucionário

Karla Félix
Levi Lima
Olga Leão
William Silva

10 de maio de 2019

2.1. Para cada um dos sistemas a seguir abaixo, determine se ele é (1) estável, (2) causal, (3) linear, (4) invariante no tempo e (5) sem memória:

c) $T(x[n]) = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k]$

1. Para
$$|x[n]| \leq B_x < \infty$$
$$|y[n]| = \left|\sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k]\right| = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} |x[k]|$$
Somatório finito de uma entrada finita resulta uma resposta finita. Portanto o sistema é **estável**.

2. O sistema é **não causal** pois ele necessita de valores futuros.

3. Seja
$$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} (x_1[k] + x_2[k]) = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_1[k] + \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x_2[k]$$
$$= T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\}$$
.
Portanto o sistema é **linear**.

4. Seja
$$T\{x_1[n-n_1]\} = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k-n_1] = \sum_{k=n+n_1-n_0}^{n+n_1+n_0} x[k] = y[n-n_1]$$
Logo o sistema é **invariante no tempo**.

5. O sistema é **com memória**, pois necessita dos valores anteriores.

d) $T(x[n]) = x[n - n_0]$

1. Para

$$|x[n]| \leq B_x < \infty$$

$$|y[n]| = |x[n - n_0]|$$

Como $x[n]$ é limitado, e $y[n]$ será limitado pelo mesmo valor, portanto $y[n]$ é **estável**.

2. O sistema é **causal** pois depende apenas dos valores passados.

3. Seja

$$\begin{aligned} T\{x_1[n] + x_2[n]\} &= x_1[n - n_0] + x_1[n - n_0] = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} \\ &= T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} \end{aligned}$$

Portanto o sistema é **linear**.

4. Seja

$$T\{x[n - n_1]\} = x[n - n_1 - n_0] = y[n - n_1]$$

Logo o sistema é **invariante no tempo**.

5. O sistema é **com memória**, pois necessita dos valores passados.

2.10. Determine a saída de um sistema LIT se a resposta ao impulso h[n] e a entrada x[n] forem as seguintes:

a) $x[n] = u[n]$ e $h[n] = a^n u[-n - 1]$, com $a > 1$.

$$x[n] * h[n] = h[n] * x[n] =$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a^k u[-k - 1] u[n - k]$$

Para $n \leq -1$:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} a^n = \sum_{k=n}^{\infty} \left(\frac{1}{a}\right)^k = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{a}\right)^{k-n} = a^n \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{a}\right)^k = \frac{a^n}{1 - a^{-1}}$$

Para $n > -1$:

Analogamente:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{-1} a^n = \frac{a^{-1}}{1 - a^{-1}}$$

b) $x[n] = u[n-4]$ e $h[n] = 2^n u[-n-1]$.

$$y[n] = x[n] * h[n] = h[n] * x[n] =$$
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2^k u[-k-1]u[n-k-4]$$

Para $n > 3$ (como vimos no caso anterior):

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{-1} 2^k = \left(\frac{2^{-1}}{1-2^{-1}}\right) = \left(\frac{0.5}{0.5}\right) = 1$$

Para $n \leq 3$:

Analogamente:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n-4} 2^k = \left(\frac{2^{n-4}}{1-2^{-1}}\right) = 2^{n-3} = \left(\frac{2^n}{8}\right)$$

c) $x[n] = u[n]$ e $h[n] = u[-n]2^{n-1}$.

$$y[n] = x[n] * h[n] = h[n] * x[n] =$$
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2^{k-1} u[-k]u[n-k]$$

Para $n > 0$:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{0} 2^{k-1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-2^{-1}}\right) = 1$$

Para $n \leq 0$:

Analogamente:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} 2^{k-1} = \frac{1}{2}\left(\frac{2^n}{1-2^{-1}}\right) = 2^n$$

2.23. Para cada um dos seguintes sistemas, determine se o sistema é (1) estável, (2) causal, (3) linear e (4) invariante no tempo.

a) $T\{x[n]\} = (cos\pi n)x[n]$

1. Seja
$$|x[n]| \leq B_x < \infty$$
Como
$$|cos\pi n| \leq 1$$
o sistema é **estável** pois ao multiplicar dois resultados limitados a saída é uma resposta limitada.

2. O sistema é **causal** pois necessita apenas dos valores presentes.

3. Seja
$$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = cos[\pi n](x_1[n] + x_2[n]) = cos\pi n x_1[n] + cos\pi n x_2[n]$$
$$= T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\}$$
Portanto o sistema é **linear**.

4. Seja
$$T\{x[n-n_0]\} = cosn\pi x[n-n_0] = y[n-n_0] = cos(n-n_0)\pi x[n-n_0]$$
Como deslocar a entrada no tempo não desloca a saída, o sistema é **variante no tempo**.

b) $T\{x[n]\} = (cos\pi n)x[n]$

1. Seja
$$|x[n]| \leq B_x < \infty$$
Como
$$|y[n]| = \left|x[n^2]\right|$$
então o sistema é **estável**.

2. O sistema é **causal** pois necessita dos valores futuros.

3. Seja
$$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = x_1[n^2] + x_2[n^2] =$$
$$= T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\}$$
Portanto o sistema é **linear**.

4. Seja

$$T\{x[n-1]\} = x[(n-1)^2]$$

e

$$y[n-1] = x[n^2-1]$$

$$T\{x[n-1]\} \neq y[n-1]$$

Portanto o sistema é **variante no tempo**.

c) $T\{x[n]\} = x[n]\sum_{k=0}^{\infty}\delta[n-k]$

1. O sistema é **estável** pois ele é o produto de dois sinais limitados, reescrevendo o sistema, fica:

$$T\{x[n]\} = x[n]u[n]$$

2. O sistema é **causal** pois necessita apenas de valores do presente.

3. Seja

$$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = u[n](x_1[n] + x_2[n]) =$$
$$u[n]x_1[n] + u[n]x_2[n] = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\}$$

Portanto o sistema é **linear**.

4. Seja

$$T\{x[n-1]\} = u[n]x[n-1]$$

e

$$y[n-1] = u[n-1]x[n-1]$$

O sistema é **variante no tempo** pois

$$T\{x[n-1]\} \neq y[n-1]$$

2.75. Na Figura P2.75-1 são mostradas as relações entrada-saída dos sistemas A e B, enquanto a Figura P2.75-2 contém duas possíveis associações em cascata desses sistemas.

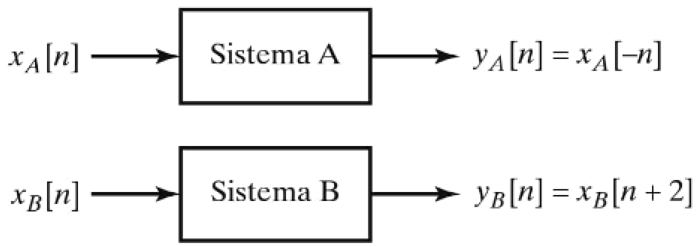

Figura P2.75-1

$$T_1\{x[n]\} = x[-n] \quad \text{e} \quad T_2\{x[n]\} = x[n+2]$$

Não pois as transformações na variável independente não são associativas e, dependendo da ordem, geram resultados diferentes.

Exemplo:

$$T_1\{T_2\{x[n]\}\} = T_1\{x[n+2]\} = x[-n-2]$$

$$T_2\{T_1\{x[n]\}\} = T_2\{x[-n]\} = x[-n+2]$$