TUGAS INDIVIDU

Disusun Oleh:

1. William Alvin Lidjaja 5002231139

Dosen Pengampu:

Raden Aurelius Andhika Viadinugroho, S.Si., M.Sc.
19990309 202406 1001

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN ANALITIKA DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA

2025

DAFTAR ISI

TUGAS INDIVIDU

Soal No 1

Soal

Sebuah perusahaan tekstil mempunyai 10 mesin jahit otomatis. Setiap mesin bekerja secara otomatis setelah dilakukan pengaturan. Diketahui:

- Waktu pengaturan mesin jahit mengikuti distribusi Eksponensial dengan mean 10 menit.
- Waktu penggunaan mesin jahit mengikuti distribusi Eksponensial dengan mean 40 menit.
- Perusahaan merekrut beberapa operator mesin jahit, dengan setiap operator dibayar sebanyak Rp 160.000 per jam.
- Jika mesin jahit rusak, maka perusahaan harus membayar Rp 600.000 per jam.

Tentukan banyaknya operator yang harus direkrut oleh perusahaan agar total biaya yang dihabiskan seminimum mungkin.

Jawaban

Diketahui:

- Jumlah mesin: $N = 10$.
- Waktu operasi mesin mengikuti distribusi eksponensial dengan mean 40 menit $\Rightarrow$ laju kerusakan per mesin:
$$\lambda = \frac{1}{40/60} = 1.5 \text{ per jam.}$$
- Waktu pengaturan mesin mengikuti distribusi eksponensial dengan mean 10 menit $\Rightarrow$ laju service per operator:
$$\mu = \frac{1}{10/60} = 6 \text{ per jam.}$$
- Upah operator: Rp 160.000 per jam.
- Biaya mesin rusak (downtime): Rp 600.000 per jam.

Model Markov Birth–Death

Misalkan i adalah jumlah mesin sedang down. Tingkat kelahiran (mesin rusak bertambah 1):

$$\lambda_i = (N - i)\lambda, \quad i = 0, 1, \ldots, N.$$

Tingkat kematian (mesin selesai diperbaiki):

$$\mu_i = \min(i, s)\mu, \quad s = \text{jumlah operator.}$$

Probabilitas stasioner:

$$\pi_0 = \left[1 + \sum_{i=1}^{N} \prod_{j=0}^{i-1} \frac{\lambda_j}{\mu_{j+1}}\right]^{-1}, \quad \pi_i = \pi_0 \prod_{j=0}^{i-1} \frac{\lambda_j}{\mu_{j+1}}.$$

Ekspektasi mesin rusak:

$$E[I] = \sum_{i=0}^{N} i\pi_i.$$

Total biaya per jam:

$$\text{Cost}(s) = s \cdot 160{,}000 + E[I] \cdot 600{,}000.$$

Perhitungan Numerik

Kasus $s = 1$

$$\mu_i = 6, 6, 6, \ldots$$

Rasio:

$$\frac{\lambda_0}{\mu_1} = \frac{15}{6} = 2.5, \quad \frac{\lambda_1}{\mu_2} = \frac{13.5}{6} = 2.25, \ldots$$

Hasil:

$$\pi_0 \approx 0.032, \qquad E[I] \approx 6.02$$

Biaya:

$$C(1) = 160{,}000 + 600{,}000(6.02) \approx 3{,}772{,}000$$

Kasus $s = 2$

$$\mu_i = 6, 12, 12, 12, \ldots$$

Rasio:

$$\frac{\lambda_0}{6} = 2.5, \quad \frac{\lambda_1}{12} = 1.125, \ldots$$

Hasil:

$$\pi_0 \approx 0.143, \qquad E[I] \approx 3.17$$

Biaya:

$$C(2) = 320{,}000 + 600{,}000(3.17) \approx 2{,}219{,}522$$

Kasus $s = 3$

$$\mu_i = 6, 12, 18, 18, 18, \ldots$$

Hasil:

$$\pi_0 \approx 0.0985, \qquad E[I] \approx 2.26$$

Biaya:

$$C(3) = 480{,}000 + 600{,}000(2.26) \approx 1{,}835{,}552$$

Kasus $s = 4$

$$\mu_i = 6, 12, 18, 24, 24, \ldots$$

Hasil:

$$\pi_0 \approx 0.095, \qquad E[I] \approx 2.05$$

Biaya:

$$C(4) = 640{,}000 + 600{,}000(2.05) \approx 1{,}870{,}152$$

Kasus $s = 5$

$$\mu_i = 6, 12, 18, 24, 30, 30, \ldots$$

Hasil:

$$\pi_0 \approx 0.107, \qquad E[I] \approx 2.01$$

Biaya:

$$C(5) = 800{,}000 + 600{,}000(2.01) \approx 2{,}004{,}757$$

Hasil Numerik

Berikut ekspektasi mesin rusak dan total biaya untuk beberapa jumlah operator:

# Operator s	E[down]	Upah Operator (Rp/jam)	Biaya Downtime (Rp/jam)	Total (Rp/jam)
1	6.02	160.000	3.612.738	3.772.738
2	3.17	320.000	1.899.522	2.219.522
3	2.26	480.000	1.355.552	1.835.552
4	2.05	640.000	1.230.152	1.870.152
5	2.01	800.000	1.204.757	2.004.757

Dari tabel terlihat bahwa total biaya $C(S)$ minimum tercapai pada $s = 3$ operator.

Kesimpulan

$$\boxed{\text{Perusahaan sebaiknya merekrut 3 operator agar total biaya minimum.}}$$

Soal No 2

Soal

Diberikan inisiasi nilai sebagai berikut:

$$X_0 = 9, \qquad a = 14, \qquad c = 6, \qquad m = 25.$$

(a) Menggunakan metode *mixed congruential generator*, bangkitkan bilangan acak berdasarkan inisiasi nilai di atas.

(b) Lakukan uji kerandoman dengan:

- Uji frekuensi (chi-square),
- Uji autokorelasi (lag 1).

Jawaban

(a) Penggunaan Mixed Congruential Generator

Rumus LCG bercampur:

$$X_{n+1} \equiv (aX_n + c) \pmod{m}, \qquad U_n = \frac{X_n}{m}.$$

Dengan parameter yang diberikan, kita hitung berurutan:

$$X_{n+1} = (14X_n + 6) \bmod 25.$$

Mulai dari $X_0 = 9$ diperoleh (hitung hingga satu siklus kembali ke nilai awal):

$$\begin{aligned}
X_0 &= 9 \\
X_1 &= (14 \cdot 9 + 6) \bmod 25 = 132 \bmod 25 = 7 \\
X_2 &= (14 \cdot 7 + 6) \bmod 25 = 104 \bmod 25 = 4 \\
X_3 &= (14 \cdot 4 + 6) \bmod 25 = 62 \bmod 25 = 12 \\
X_4 &= (14 \cdot 12 + 6) \bmod 25 = 174 \bmod 25 = 24 \\
X_5 &= (14 \cdot 24 + 6) \bmod 25 = 342 \bmod 25 = 17 \\
X_6 &= (14 \cdot 17 + 6) \bmod 25 = 244 \bmod 25 = 19 \\
X_7 &= (14 \cdot 19 + 6) \bmod 25 = 272 \bmod 25 = 22 \\
X_8 &= (14 \cdot 22 + 6) \bmod 25 = 314 \bmod 25 = 14 \\
X_9 &= (14 \cdot 14 + 6) \bmod 25 = 202 \bmod 25 = 2 \\
X_{10} &= (14 \cdot 2 + 6) \bmod 25 = 34 \bmod 25 = 9 = X_0.
\end{aligned}$$

Sehingga siklus lengkap berisi 10 nilai unik (periode = 10):

$$X = (9,\ 7,\ 4,\ 12,\ 24,\ 17,\ 19,\ 22,\ 14,\ 2),$$

dan bilangan *uniform* yang dihasilkan adalah

$$U_n = \frac{X_n}{25} = (0.36,\ 0.28,\ 0.16,\ 0.48,\ 0.96,\ 0.68,\ 0.76,\ 0.88,\ 0.56,\ 0.08).$$

(b) Uji Kerandoman

Kita lakukan dua uji: uji frekuensi (chi-square) dengan $k = 5$ interval sama panjang, dan uji autokorelasi lag 1.

Uji Frekuensi

Bagi interval $[0, 1)$ menjadi $k = 5$ interval sama panjang:

$$I_1 = [0, 0.2),\ I_2 = [0.2, 0.4),\ I_3 = [0.4, 0.6),\ I_4 = [0.6, 0.8),\ I_5 = [0.8, 1.0).$$

Dengan $N = 10$ sampel, nilai yang jatuh pada tiap interval adalah:

Interval	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5
Jumlah teramati O_i	2	2	2	2	2

Nilai ekspektasi tiap sel: $E_i = N/k = 10/5 = 2$. Statistik chi-square:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 0.$$

Bandingkan dengan nilai kritik pada tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$ dan derajat bebas $k - 1 = 4$: $\chi^2_{0.05,4} \approx 9.488$. Karena $0 < 9.488$, kita tidak menolak hipotesis nol — data konsisten dengan sebarang uniform menurut uji frekuensi ini.

Uji Autokorelasi (lag 1)

Definisikan autokorelasi sampel lag 1:

$$r_1 = \frac{\sum_{i=2}^{N} (U_i - \bar{U})(U_{i-1} - \bar{U})}{\sum_{i=1}^{N} (U_i - \bar{U})^2},$$

dengan $\bar{U}$ adalah rata-rata sampel. Deret bilangan acak yang dihasilkan:

$$U = (0.36,\ 0.28,\ 0.16,\ 0.48,\ 0.96,\ 0.68,\ 0.76,\ 0.88,\ 0.56,\ 0.08).$$

Hitung jumlah seluruh nilai:

$$\sum_{i=1}^{10} U_i = 0.36 + 0.28 + 0.16 + 0.48 + 0.96 + 0.68 + 0.76 + 0.88 + 0.56 + 0.08 = 5.20.$$

Rata-rata sampel:

$$\bar{U} = \frac{\sum_{i=1}^{10} U_i}{10} = \frac{5.20}{10} = 0.52.$$

$$\bar{U} = 0.52, \qquad r_1 \approx 0.3843.$$

Di bawah hipotesis nol $(U_1, U_2, \dots)$, untuk N cukup besar, aproksimasi distribusi

$$r_1 \sim \mathcal{N}(0,\ 1/N).$$

Uji statistik standar:

$$Z = (r_1 - 0)/(1/\sqrt{N}) = r_1\sqrt{N} \approx 0.3843\sqrt{10} \approx 1.2153.$$

Pada uji autokorelasi lag 1 digunakan statistik

$$Z = r_1\sqrt{N}.$$

Karena pengujian dilakukan dua sisi dengan tingkat signifikansi

$$\alpha = 0.05,$$

maka masing-masing ekor memiliki peluang $\alpha/2 = 0.025$. Nilai kritis distribusi normal pada ekor 2.5% adalah

$$z_{0.025} = 1.96.$$

Aturan keputusan uji:

$$\text{Tolak } H_0 \quad \text{jika} \quad |Z| > 1.96.$$

Untuk data yang diberikan diperoleh

$$Z = 1.2153.$$

Karena

$$1.2153 < 1.96,$$

maka dinyatakan *gagal menolak* H_0, sehingga tidak terdapat bukti adanya autokorelasi lag 1.

Soal No 3

Soal

Alsuhabi *et al.* (2022) melalui penelitiannya yang berjudul *"A superior extension for the Lomax distribution with application to Covid-19 infections real data"* mengembangkan distribusi *Extended odd Weibull Lomax* (EOWL) dengan CDF sebagai berikut.

$$F(x \mid \alpha, \beta, \theta, \lambda) = 1 - \left[1 + \beta\left(\left(1 + \frac{x}{\lambda}\right)^{\theta} - 1\right)^{\alpha}\right]^{-1/\beta}, \qquad x > 0,\ \alpha, \beta, \theta, \lambda > 0.$$

Dari penelitian ini, diperoleh hasil bahwa model dengan distribusi EOWL menghasilkan performa terbaik pada dataset Covid-19 pada negara Inggris, Amerika Serikat, dan Italia dibandingkan dengan model yang menggunakan distribusi lain.

(a) Dengan menggunakan metode *inverse transform*, dapatkan *random-variable generator* dari sebuah variabel acak X berdistribusi EOWL tersebut.

(b) Misalkan diberikan bilangan random berdistribusi uniform yaitu $R_1 = 0.472$ dan $R_2 = 0.196$. Menggunakan nilai $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\theta = 2$, dan $\lambda = 5$, tentukan bilangan random berdistribusi EOWL yang dihasilkan dari bilangan random uniform tersebut.

Jawaban

Untuk mendapatkan *random-variable generator* menggunakan metode *inverse transform*, mulai dengan

$$U = F(X), \qquad U \sim \text{Uniform}(0, 1).$$

Tuliskan ulang persamaan di atas sebagai

$$1 - U = \left[1 + \beta\left(\left(1 + \tfrac{X}{\lambda}\right)^{\theta} - 1\right)^{\alpha}\right]^{-1/\beta}.$$

Invert kedua ruas:

$$\left[1 + \beta\left(\left(1 + \tfrac{X}{\lambda}\right)^{\theta} - 1\right)^{\alpha}\right] = (1 - U)^{-\beta}.$$

Sehingga

$$\beta\left(\left(1 + \tfrac{X}{\lambda}\right)^{\theta} - 1\right)^{\alpha} = (1 - U)^{-\beta} - 1.$$

Bagi dengan β dan keluarkan pangkat α:

$$\left(1 + \tfrac{X}{\lambda}\right)^{\theta} - 1 = \left(\frac{(1 - U)^{-\beta} - 1}{\beta}\right)^{1/\alpha}.$$

Maka

$$1 + \tfrac{X}{\lambda} = \left[1 + \left(\frac{(1 - U)^{-\beta} - 1}{\beta}\right)^{1/\alpha}\right]^{1/\theta},$$

dan akhirnya

$$\boxed{X \;=\; \lambda\left\{\left[1+\left(\frac{(1-U)^{-\beta}-1}{\beta}\right)^{1/\alpha}\right]^{1/\theta}-1\right\}, \qquad U\sim \text{Uniform}(0,1).}$$

Ini adalah bentuk *inverse transform* generator untuk variabel acak X berdistribusi EOWL.

(b) Bilangan berdistribusi EOWL

Gunakan *inverse transform generator* untuk distribusi EOWL:

$$X=\lambda\left\{\left[1+\left(\frac{(1-U)^{-\beta}-1}{\beta}\right)^{1/\alpha}\right]^{1/\theta}-1\right\}.$$

Diberikan nilai parameter

$$\alpha=2, \qquad \beta=3, \qquad \theta=2, \qquad \lambda=5,$$

dan bilangan random uniform

$$R_1=0.472, \qquad R_2=0.196.$$

Untuk $U=R_1=0.472$:

$$X_1=5\left\{\left[1+\left(\frac{(1-0.472)^{-3}-1}{3}\right)^{1/2}\right]^{1/2}-1\right\}\approx 2.7293.$$

Untuk $U=R_2=0.196$:

$$X_2=5\left\{\left[1+\left(\frac{(1-0.196)^{-3}-1}{3}\right)^{1/2}\right]^{1/2}-1\right\}\approx 1.2350.$$

Hasil:

$$X_1\approx 2.7293, \qquad X_2\approx 1.2350.$$

Jadi dua bilangan acak yang berdistribusi EOWL yang dihasilkan dari R_1 dan R_2 adalah sekitar

$$\boxed{X_1\approx 2.7293, \qquad X_2\approx 1.2350.}$$

Soal No 4

Soal

Dealer mobil hybrid, yang mampu menempuh 25 km untuk setiap liter bensin, dari pabrikan di Jepang. Namun, dealer tidak pernah mengetahui secara pasti berapa bulan yang dibutuhkan untuk menerima pesanan setelah dilakukan. Ini bisa memakan waktu 1, 2, atau 3 bulan, dengan probabilitas sebagai berikut:

Waktu kedatangan (bulan)	**Probabilitas**
1	0.40
2	0.35
3	0.25

dengan permintaan per bulan diberikan oleh distribusi berikut.

Permintaan per bulan	**Probabilitas**
1	0.10
2	0.20
3	0.20
4	0.40
5	0.10

Dealer memesan ketika jumlah mobil tersisa di tempat parkir turun ke tingkat tertentu. Untuk menentukan tingkat mobil yang tepat untuk digunakan sebagai indikator kapan harus memesan, dealer perlu mengetahui berapa banyak mobil yang akan diminta selama waktu yang dibutuhkan untuk menerima pesanan. Simulasikan permintaan untuk 15 pesanan dan hitung jumlah rata-rata mobil yang diminta selama waktu yang dibutuhkan untuk menerima pesanan. Pada tingkat stok mobil berapa dealer harus melakukan pemesanan?

Baris ⇓ / Kolom ⇒	(1–5)	(6–10)	(11–15)	(16–20)	(21–25)	(26–30)	(31–35)	(36–40)
1	88347	17286	78607	56395	57187	49184	28747	93067
2	57140	14727	84858	96891	08337	06006	76040	43189
3	74686	19219	00336	86883	08091	96975	99600	41765
4	68013	47831	62237	74722	43311	60190	71402	49379
5	57477	01083	54076	77307	26245	59383	27506	11435
6	89127	45794	03047	73555	87278	87625	39942	55841
7	26519	83872	10046	49016	05970	01984	35931	85044
8	48045	49132	75138	25685	41636	70667	40490	52848
9	22531	68140	13975	65441	93559	31206	83363	07989
10	84887	87900	00791	61499	53797	61331	80790	71516
11	72047	48575	21528	54526	84353	33201	68711	62002
12	19645	36289	93465	20199	19112	70685	93244	71864
13	46884	63010	30571	82783	56243	42667	26171	49649
14	92289	01728	65175	30663	96081	86740	29708	46615
15	87133	26124	14968	11719	39303	58438	45386	19563
16	66738	11287	19905	20395	79462	98550	44596	01662
17	56636	04443	52824	99026	11819	76162	30298	92028
18	42224	86999	72902	99394	64085	21825	24947	33337
19	14389	30953	45220	41383	09655	31034	68660	54083
20	17048	11974	16576	51277	39785	19552	26973	80023
21	97337	79867	34371	53896	45620	24155	86855	34738

Catatan:

1. Untuk waktu datangnya pesanan setelah order gunakan bilangan random yang diperoleh dari soal nomor 1.
2. Untuk permintaan per bulan gunakan tabel berikut (dari kiri ke kanan) adalah tabel di atas.

Jawaban

Distribusi waktu kedatangan (lead time):

$$P(L = 1) = 0.40, \quad P(L = 2) = 0.35, \quad P(L = 3) = 0.25.$$

Distribusi permintaan per bulan:

$$\begin{aligned} &P(D = 1) = 0.10, \quad P(D = 2) = 0.20, \\ &P(D = 3) = 0.20, \quad P(D = 4) = 0.40, \quad P(D = 5) = 0.10. \end{aligned}$$

Simulasi dilakukan untuk 15 pesanan. Bilangan acak untuk lead time diambil dari tabel angka acak kolom pertama baris 1–15. Permintaan per bulan dibangkitkan dari tabel angka acak yang sama dengan membaca dari kiri ke kanan sesuai instruksi soal.

Tabel hasil simulasi ditunjukkan berikut.

Order	LeadTimeRandom	L (bulan)	Permintaan per bulan	Total permintaan
1	88347	3	2 , 4 , 4	10
2	57140	2	4 , 3	7
3	74686	3	3 , 1 , 4	8
4	68013	3	4 , 4 , 3	11
5	57477	2	4 , 2	6
6	89127	3	4 , 4 , 4	12
7	26519	1	2	2
8	48045	2	4 , 1	5
9	22531	1	4	4
10	84887	3	4 , 4 , 3	11
11	72047	3	4 , 3 , 3	10
12	19645	1	2	2
13	46884	2	3 , 4	7
14	92289	3	4 , 3 , 1	8
15	87133	3	4 , 4 , 2	10

Rata-rata total permintaan selama lead time adalah

$$\bar{X} = \frac{10 + 7 + 8 + 11 + 6 + 12 + 2 + 5 + 4 + 11 + 10 + 2 + 7 + 8 + 10}{15} = 6.7333.$$

Karena titik pemesanan (*reorder point*) biasanya diambil sebagai pembulatan ke atas dari rata-rata permintaan selama lead time, maka:

$$\text{Reorder point} = \lceil 6.7333 \rceil = 7.$$

Kesimpulan: Dealer harus melakukan pemesanan ketika stok mobil turun ke **7 unit**.

Soal No 5

Soal

Jawablah pertanyaan berikut.

(a) Jelaskan perbedaan antara *verifikasi* dan *validasi* dari suatu model simulasi.

(b) Suatu model simulasi *job shop* dikembangkan untuk menyelidiki aturan penjadwalan yang berbeda. Untuk memvalidasi model, aturan penjadwalan yang saat ini digunakan dimasukkan ke dalam model (sebagai input) dan output yang dihasilkan dibandingkan dengan perilaku sistem yang diamati. Dengan menelusuri catatan database tahun sebelumnya, diperkirakan jumlah rata-rata pekerjaan di toko adalah $\mu_0 = 23$ pada hari tertentu. Tujuh replikasi independen model dijalankan, masing-masing berdurasi 30 hari, dengan hasil rata-rata jumlah pekerjaan di toko sebagai berikut:

$$18.8,\ 22.0,\ 19.4,\ 22.4,\ 20.1,\ 21.2,\ 19.8.$$

Kembangkan dan lakukan uji statistik untuk mengevaluasi apakah output model konsisten dengan perilaku sistem. Gunakan tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$.

Jawaban

(a) Verifikasi dan Validsi Model

Definisi singkat

- **Verifikasi** adalah proses memastikan bahwa *model telah diimplementasikan dengan benar* sesuai spesifikasi dan desainnya — yaitu "membangun model dengan benar". Verifikasi berfokus pada kebenaran kode, logika, algoritma, dan prosedur pemodelan.
- **Validasi** adalah proses memastikan bahwa *model merepresentasikan dunia nyata dengan cukup akurat* untuk tujuan penggunaan — yaitu "membangun model yang benar". Validasi berfokus pada kecocokan keluaran model dengan fenomena atau data nyata.

Tujuan

- Verifikasi: menemukan dan memperbaiki kesalahan implementasi (bug), memastikan unit dan subsistem bekerja sesuai rancangan.
- Validasi: menilai apakah asumsi, struktur, dan parameter model cukup realistis sehingga hasil simulasi dapat dipercaya untuk pengambilan keputusan.

Contoh kegiatan

- Verifikasi:
  - Uji unit pada fungsi/komponen model.
  - Cross-check aliran logika (flowchart) terhadap kode.
  - Pemeriksaan konsistensi satuan, batas kasus sederhana (sanity checks).
  - Debugging, verifikasi numerik (mis. konservasi jumlah entitas jika semestinya konstan).
- Validasi:

- Perbandingan keluaran model dengan data observasi (historis) menggunakan uji statistik.
- Sensitivitas terhadap parameter utama dan uji scenari untuk melihat perilaku realistis.
- Expert review: ahli domain menilai apakah keluaran masuk akal.
- Face validation: pengguna/ahli memeriksa dinamika dan keluaran model secara kualitatif.

Metode penilaian

- Verifikasi: debugging, unit test, code review, regresi test, pemeriksaan logika model.
- Validasi: goodness-of-fit, confidence interval untuk output, uji hipotesis, visual comparision (plot waktu nyata vs data), analisis residual, dan pengujian skenario.

Hubungan dan urutan

- Verifikasi biasanya dilakukan sebelum dan selama proses validasi: jika model tidak diverifikasi, hasil validasi tidak dapat dipercaya.
- Keduanya bersifat iteratif: hasil validasi dapat mengungkap asumsi yang salah sehingga diperlukan perubahan desain dan verifikasi ulang.

Contoh ringkas

- Jika output simulasi menunjukkan rata-rata antrean negatif, itu indikasi *verifikasi* (bug) — karena hasil tidak masuk akal.
- Jika output simulasi berbeda signifikan dari data historis meskipun tidak ada bug, itu indikasi masalah *validasi* (asumsi/parameter/model struktur kurang cocok).

Kesimpulan Verifikasi memastikan *implementasi* model benar; validasi memastikan *model* itu benar (cukup akurat) untuk mewakili sistem nyata. Keduanya diperlukan agar model simulasi dapat dipercaya dalam pengambilan keputusan.

(b) Uji Statistik untuk Validasi Model

Diketahui rata-rata jumlah pekerjaan nyata di toko (data historis) adalah

$$\mu_0 = 23.$$

Terdapat 7 replikasi independen dari simulasi, dengan rata-rata keluaran:

$$18.8,\ 22.0,\ 19.4,\ 22.4,\ 20.1,\ 21.2,\ 19.8.$$

Hipotesis

Kita ingin memeriksa apakah rata-rata output model konsisten dengan rata-rata sistem nyata.

$$H_0 : \mu = 23, \qquad H_1 : \mu \neq 23.$$

Uji dua sisi dengan tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$.

Statistik Ringkasan

Hitung rata-rata sampel:

$$\bar{x} = \frac{18.8 + 22.0 + 19.4 + 22.4 + 20.1 + 21.2 + 19.8}{7} = \frac{143.7}{7} \approx 20.5286.$$

Hitung simpangan baku sampel:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{7}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}.$$

Perhitungan:

$$(18.8 - 20.5286)^2 = 2.9927,$$
$$(22.0 - 20.5286)^2 = 2.1653,$$
$$(19.4 - 20.5286)^2 = 1.2770,$$
$$(22.4 - 20.5286)^2 = 3.5150,$$
$$(20.1 - 20.5286)^2 = 0.1835,$$
$$(21.2 - 20.5286)^2 = 0.4509,$$
$$(19.8 - 20.5286)^2 = 0.5319.$$

Jumlah kuadrat deviasi:

$$\sum(x_i - \bar{x})^2 = 11.1163.$$

Maka:

$$s = \sqrt{\frac{11.1163}{6}} \approx 1.3604.$$

Statistik Uji

Karena varians populasi tidak diketahui dan n kecil, digunakan uji-t:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{20.5286 - 23}{1.3604/\sqrt{7}} \approx \frac{-2.4714}{0.5143} \approx -4.806.$$

Nilai Kritis

Derajat bebas:

$$df = n - 1 = 6.$$

Untuk uji dua sisi dengan $\alpha = 0.05$:

$$t_{0.025,6} = 2.447.$$

Daerah tolak:

$$|t| > 2.447.$$

Keputusan

Nilai statistik:

$$|t| = 4.806 > 2.447.$$

Maka H_0 ditolak.

Kesimpulan

Pada tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$, terdapat bukti yang cukup untuk menyimpulkan bahwa

$$\mu \neq 23.$$

Dengan demikian, **output model simulasi tidak konsisten dengan perilaku sistem nyata**. Model tidak valid untuk aturan penjadwalan yang sedang diuji.