Write programs (using Matlab or other software) to finish the exercises below.

For $f(t)=\begin{cases}\frac{1}{2}[1+\cos(t)], & 0\le|t|\le\pi \\ 0, & |t|>\pi\end{cases}$,

(1) Plot this signal and its frequency spectrum;

(2) When the sampling period satisfies $T=1$， $T=\pi/2$， $T=2$, respectively, please plot the sampling signal $f_p(n)$ and its frequency spectrum, respectively. Please give explanation of these results;

(3) Using lowpass filter with cutting frequency $\omega_c=2.4$ to reconstruct signal $f_r(t)$ from $f_p(n)$. When the sampling period satisfies $T=1$， $T=2$, respectively, please plot the reconstructed signal $f_r(t)$, and plot the absolute error between the reconstructed signal $f_r(t)$ and the original signal $f(t)$. Please analyze these results.

Matlab functions potentially used：

plot; subplot; axis; exp; cos; sinc; ones; length; stem; abs

参考材料：

连续时间信号傅立叶变换的数值计算

为了更好地体会 MATLAB 的数值计算功能，这里给出连续信号傅立叶变换的数值计算方法。方法的理论依据为：

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt=\lim_{\tau\to 0}\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(n\tau)e^{-j\omega n\tau}\tau \qquad （1）$$

对于一大类信号，当取τ足够小时，上式的近似情况可以满足实际需要。若信号$f(t)$是时限的，或当$|t|$大于某个给定值时，$f(t)$的值已经衰减得很厉害，可以近似地看成时限信号，则式（1）中的n取值就是有限的，设为N，有：

$$F(k)=\tau\sum_{n=-\infty}^{N-1}f(n\tau)e^{-j\omega_k n\tau},0\le k\le N-1 \qquad （2）$$

上式是对式（1）中的频率ω进行取样，通常：

$$\omega_k=\frac{2\pi}{N\tau}k \qquad （3）$$

采用 MATLAB 实现式（2）时，其要点是要正确生成$f(t)$的N个样本$f(n\tau)$的向量f及向量$e^{-j\omega_k n\tau}$，两向量的内积（即两矩阵相乘）的结果即完成式（2）的计算。

此外，还要注意取样间隔τ的确定。其依据是τ需小于奈奎斯特取样间隔。如果对于某个信号$f(t)$，它不是严格的带限信号，则可根据实际计算的精度要求来确定一个适当的频率ω_0为信号的带宽。