Universidad del Istmo de Guatemala
Facultad de Ingenieria
Ing. en Sistemas
Informatica 1
Prof. Ernesto Rodriguez - erodriguez@unis.edu.gt

Resolucion del Examen Parcial #1

Gustavo Sosa
William Madrid

Ejercicio #1: Induccion (20%)

1. $\forall\ n \geq 1.\ 2 * n$ es par

   Caso base
   $n = 1$
   $2(1)$ es par
   R: 2 es par

   Caso inductivo
   $2 * n$ es par, hipotesis indutiva
   $n = n + 1$
   $2(n + 1)$ es par
   $2n + 2$ es par
   Por hipotesis inductiva 2n es par y 2 es par
   R: 2 es par

2. $\forall\ n \geq 4.\ 2^n < n!$, donde $n! = 1 * 2 * 3 * ... * (n - 1) * n$

   Caso base
   $n = 4$
   $2^4 < 1 * 2 * 3 * 4$
   R: $16 < 24$

   Caso inductivo
   $n = n + 1$
   hipotesis inductiva
   $\forall\ n \geq 4.\ 2^n < n!$
   $2^n + 1 < (n + 1)!$
   $2^n * 2 < n!(n + 1)$
   $2[2^n < n!](n + 1) =>$ Ej: $2 * 2^5 < 5!$ $64 < 720$
   hipotesis inductiva
   $2 \leq (n + 1)$
   $1 \leq n$

$n \geq 4 => n \geq 1$

Ejercicio #2: Induccion (60%)

1. La funcion factorial($n!$) en donde $n! = 1 \otimes 2 \otimes 3 \otimes ... * (n-1) \otimes n$

   $$n! := \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ (x!) \otimes (\sigma(x)) & \text{si } n = \sigma(x) \end{cases}$$

2. La funcion resta($-$) en donde:

   - $a \ominus b = 0$ si $a \leq b$
   - $a \ominus b = a - b$ de lo contrario

   $$a \ominus b := \begin{cases} 0 & \text{si } a \leq b \\ a & \text{si } b = 0 \\ \sigma(a-b) & \text{si } a = \sigma(x) \wedge a > b \end{cases}$$

3. La funcion sumatoria $\sum_i^n$ en donde $\sum_i^n = i \oplus (i \oplus 1) \oplus ... \oplus (n-1) \oplus n$. En ontras palabras suma los numeros empezamos por i y terminamos en n.

   $$\sum_i^n := \begin{cases} n & \text{si } n = i \\ \sum_i^x \oplus \sigma(x) & \text{si } n = \sigma(x) \end{cases}$$

4. La funcion exponente a^b en donde $a^b = a \otimes a \otimes a$...(b veces)

   $$a^b := \begin{cases} 1 & \text{si } b = 0 \\ 0 & \text{si } a = 0 \\ a \otimes a & \text{si } b = \sigma(i) \end{cases}$$

Ejercicio #3: Induccion (20%)

A continuación se presenta la definición de la suma y multiplicación de números unarios:

$$a \oplus b := \begin{cases} a & \text{si } b = 1 \\ b & \text{si } a = 1 \\ 1 \oplus (x \oplus b) & \text{si } a = \sigma(x) \end{cases} \qquad a \otimes b := \begin{cases} 0 & \text{si } a = o \vee b = 0 \\ a & \text{si } b = 1 \\ b & \text{si } a = 1 \\ 1 \oplus (x \otimes b) & \text{si } a = \sigma(x) \end{cases}$$

Demostrar utilizando induccion que: $2 \otimes a = a \oplus a$. Puede utilizar una definicion alterna (pero equivalente) de la suma o multiplicacion si lo desea. Recuerde de indicar claramente el caso base, el caso inductivo, la hipotesis inductiva y cada paso de la demostracion.

Caso base
$a = 0$
$2 \otimes 0 = 0 \oplus 0$
$b \otimes 0 = 0$
$0 = 0$

Caso inductivo

$a = \sigma(x)$
hipotesis inductiva $= 2 \otimes x = x \otimes x$
$b = \sigma(\sigma(0))$
$a = \sigma(x)$
$\sigma(\sigma(0)) \otimes \sigma(x) = \sigma(x) \oplus \sigma(x)$
$a_1 = \sigma(i) = b$
$i = \sigma(0)$
$b_1 = \sigma(x) = a$
$\sigma(x) \oplus (\sigma(0) \otimes \sigma(x)) = \sigma(x \oplus \sigma(x))$
$a_2 = \sigma(j)$
$j = 0$
$b_2 = \sigma(x) = a$

$\sigma(x) \oplus \sigma(x) \oplus (0 \otimes \sigma(x)) = \sigma(x \oplus \sigma(x))$
$\sigma(x) \oplus \sigma(x) \oplus 0 = \sigma(x \oplus \sigma(x))$
$\sigma(x \oplus \sigma(x)) = \sigma(x \oplus \sigma(x))$

$k = x \oplus \sigma(x)$
$\sigma(k) = \sigma(k)$