# Conjuntos Numéricos

Professor: Fernando Tosini

## Objetivos

- Compreender a formação de  cada conjunto numérico;

- Identificar suas propriedades;

# Conjuntos Numéricos

São conjuntos, onde seus elementos são números.

## Principais Conjuntos Numéricos

- Conjuntos dos Números Naturais;
- Conjuntos dos Números Inteiros;
- Conjuntos dos Números Racionais;
- Conjuntos dos Números Irracionais;
- Conjuntos dos Números Reais;
- Conjuntos dos Números Complexos;

# Conjuntos dos Números Naturais (IN)

É um conjunto composto por números inteiros positivos.

$$IN = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\} = \{x \in IN \,/\, x \geq 0\}$$

**Subconjuntos:**

$$IN^{*} = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots, n\} = IN - \{0\}$$

$$IN_{pares} = \{0,\ 2,\ 4,\ 6,\ \ldots, 2n\} = \{x \in IN \,/\, x = 2n, \forall\ n \in IN\}$$

$$IN_{impares} = \{1,\ 3,\ 5, \ldots, 2n+1\} = \{x \in IN \,/\, x = 2n+1, \forall\ n \in IN\}$$

$$IN_{primos} = \{2,\ 3,\ 5,\ 7, 11, 13\ldots\}$$

Note que: $IN_{pares} \cup IN_{impares} = IN$

**Propriedade:** Se $\{m, n\} \in IN$, então: $\begin{cases} m+n \in IN \\ m \cdot n \in IN \end{cases}$

# Conjuntos dos Números Inteiros (Z)

É um conjunto composto por números inteiros positivos e negativos.

$$Z = \{\ldots -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\}$$

**Subconjuntos:**

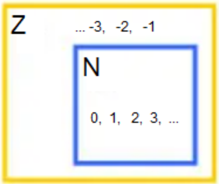
$$Z^* = \{\ldots -3,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\} = Z - \{0\} = \{x \in Z \ / \ x \neq 0\}$$

$$Z_+ = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\} = \{x \in Z \ / \ x \geq 0\} = IN$$

$$Z_-^* = \{\ldots -3, -2, -1\} = \{x \in Z \ / \ x < 0\}$$

**Propriedades:**

- $IN \subset Z$




- Se $\{m, n\} \in Z$ , então: $\begin{cases} m + n \in Z \\ m - n \in Z \\ m \cdot n \in Z \end{cases}$

UNO+plus | UNOCHAPECÓ

# Conjuntos dos Números Racionais (Q)

É um conjunto composto pelos números que podem ser representados na forma de **fração** entre dois números inteiros. Simbolicamente, temos:

$$Q = \left\{ x \,/\, x = \frac{a}{b},\ com\ \{a, b\} \in Z\ e\ b \neq 0 \right\}$$

Exemplos:

- $2,\ pois,\ 2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \ldots = \frac{-10}{-5} = \ldots$
- $-3,\ pois,\ -3 = \frac{-3}{1} = \frac{-6}{2} = \frac{9}{-3} = \ldots = \frac{-30}{10} = \ldots$
- $0,\ pois,\ 0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \frac{0}{3} = \ldots = \frac{0}{-5} = \ldots$
- $0,3333\ldots,\ pois,\ 0,3333\ldots = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \ldots = \frac{-30}{-90} = \ldots$
- $0,25,\ pois,\ 0,25 = \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{8}{32} = \ldots = \frac{-1}{-4} = \ldots$
- $\sqrt{36},\ pois,\ 6 = \frac{6}{1} = \frac{12}{2} = \frac{18}{3} = \ldots = \frac{-24}{-4} = \ldots$

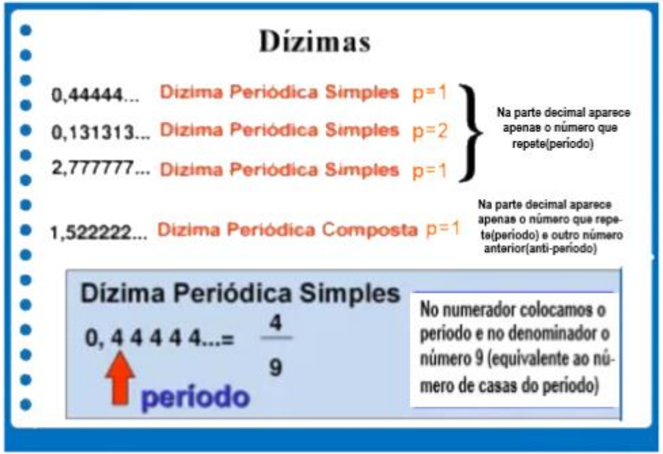
UNO plus | UNOCHAPECÓ

## Subconjuntos:

Racionais não nulos: $Q^{*} = \{x \in Q \, / \, x \neq 0\}$

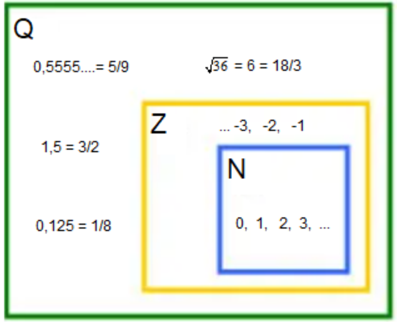
Racionais positivos: $Q_{+}^{*} = \{x \in Q \, / \, x > 0\}$

Racionais não positivos: $Q_{-} = \{x \in Q \, / \, x \leq 0\}$




## Propriedades:

- $Z \subset Q$




- Se $\{p, q\} \in Q$, então: $\begin{cases} p \pm q \in Q \\ p \cdot q \in Q \\ p \div q \in Q, \; com \; q \neq 0 \end{cases}$

# Conjuntos dos Números Irracionais (Q' ou I)

É um conjunto composto pelos números que **não** podem ser representados na forma de **fração** entre dois números inteiros. Simbolicamente, temos:

$$Q' = \left\{ x / x \neq \frac{a}{b},\ com\ \{a,b\} \in Z\ e\ b \neq 0 \right\} = \{x / x\ é\ dízima\ não\ periódica\}$$

Exemplos:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \bullet \sqrt{2} = 1,4142\ldots \\ \bullet \sqrt{5} = 2,2360\ldots \end{array}\right\} Raízes\ não\ extas \\ \bullet\, \pi = 3,14159265\ldots \\ \bullet\, e = 2,718281\ldots \\ \bullet\, \varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,61803\ldots \end{array}\right\} Dízimas\ não\ periódicas$$

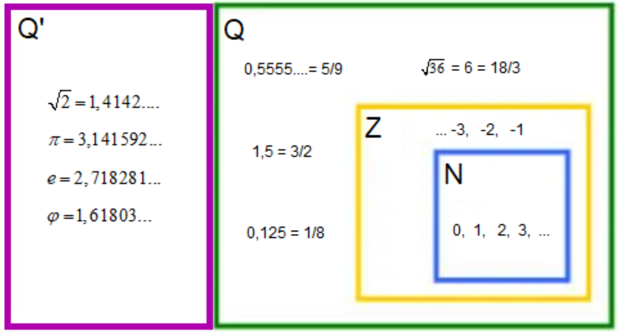
UNO+plus | UNOCHAPECÓ

## Propriedades:

- O conjunto dos irracionais é um conjunto a parte;

- Toda raiz **não exata** é um número irracional;

- Se $p \in Q \; e \; m \in Q'$, então: $\begin{cases} p \pm m \in Q' \\ p \cdot m \in Q' \\ p \div m \in Q' \end{cases}$




## Exemplos:

a) $\underset{Racional}{1} + \underbrace{3{,}141592...}_{Irracional} = \underbrace{4{,}141592....}_{Irracional}$

b) $\underset{Racional}{1} - \underbrace{3{,}141592...}_{Irracional} = \underbrace{-2{,}141592....}_{Irracional}$

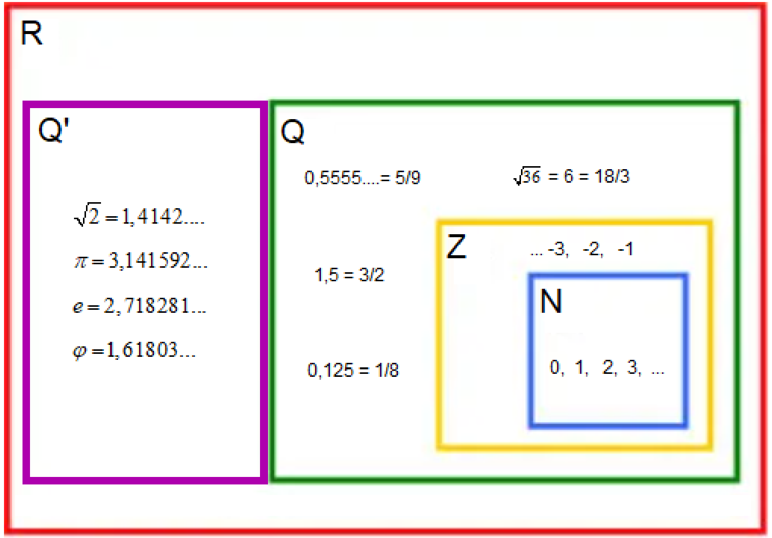
c) $\underset{Racional}{2} \cdot \underset{Irracional}{\sqrt{2}} = \underset{Irracional}{\sqrt{12}}$

d) $\underset{Racional}{12} \div \underset{Irracional}{\sqrt{6}} = \dfrac{12}{\sqrt{6}} \cdot \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \underset{Irracional}{2\sqrt{6}}$

# Conjuntos dos Números Reais (IR)

É um conjunto composto pela união dos conjuntos Q e Q’, isto é:

$$R = Q \cup Q'$$



## Subconjuntos:

Conjunto dos números reais não-nulos: $R^{*} = \{x \in R / x \neq 0\}$

Conjunto dos números reais não-negativos: $R_{+} = \{x \in R / x \geq 0\}$

Conjunto dos números reais positivos: $R_{+}^{*} = \{x \in R / x > 0\}$

Conjunto dos números reais não-positivos. $R = \{x \in R / x < 0\}$

Conjunto dos números reais negativos. $R_{-}^{*} = \{x \in R / x < 0\}$

UNO+plus | UNOCHAPECÓ

# Conjuntos dos Números Complexos ( $\mathbb{C}$ )

É um conjunto formado por números com uma **parte real** e outra **imaginária**, isto é:

$$\alpha \pm \beta i \quad com \quad \beta \neq 0$$

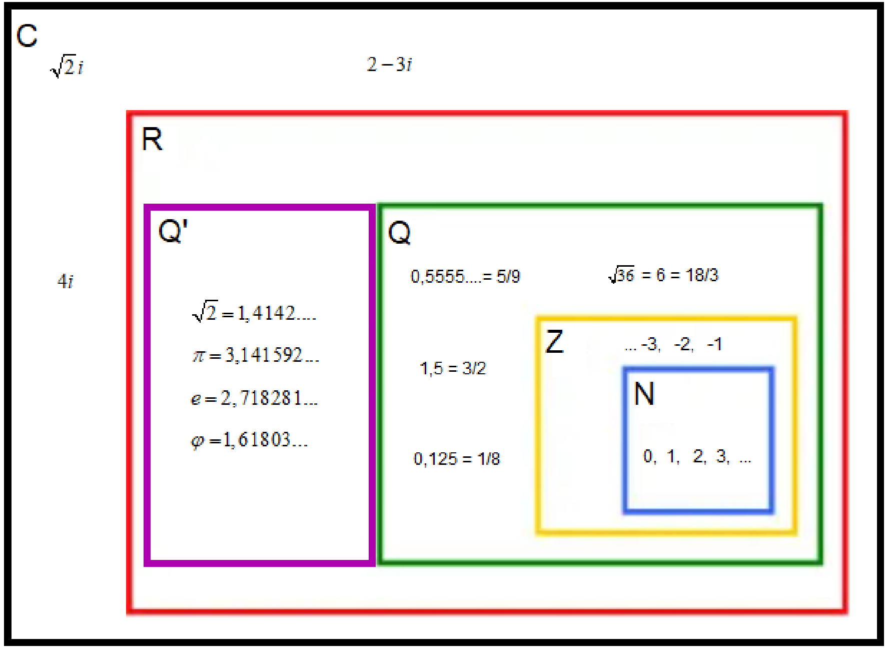
Esse conjunto é composto pelos conjuntos dos **números reais**, mais as raízes com índice **par de número negativo**.

Exemplos:

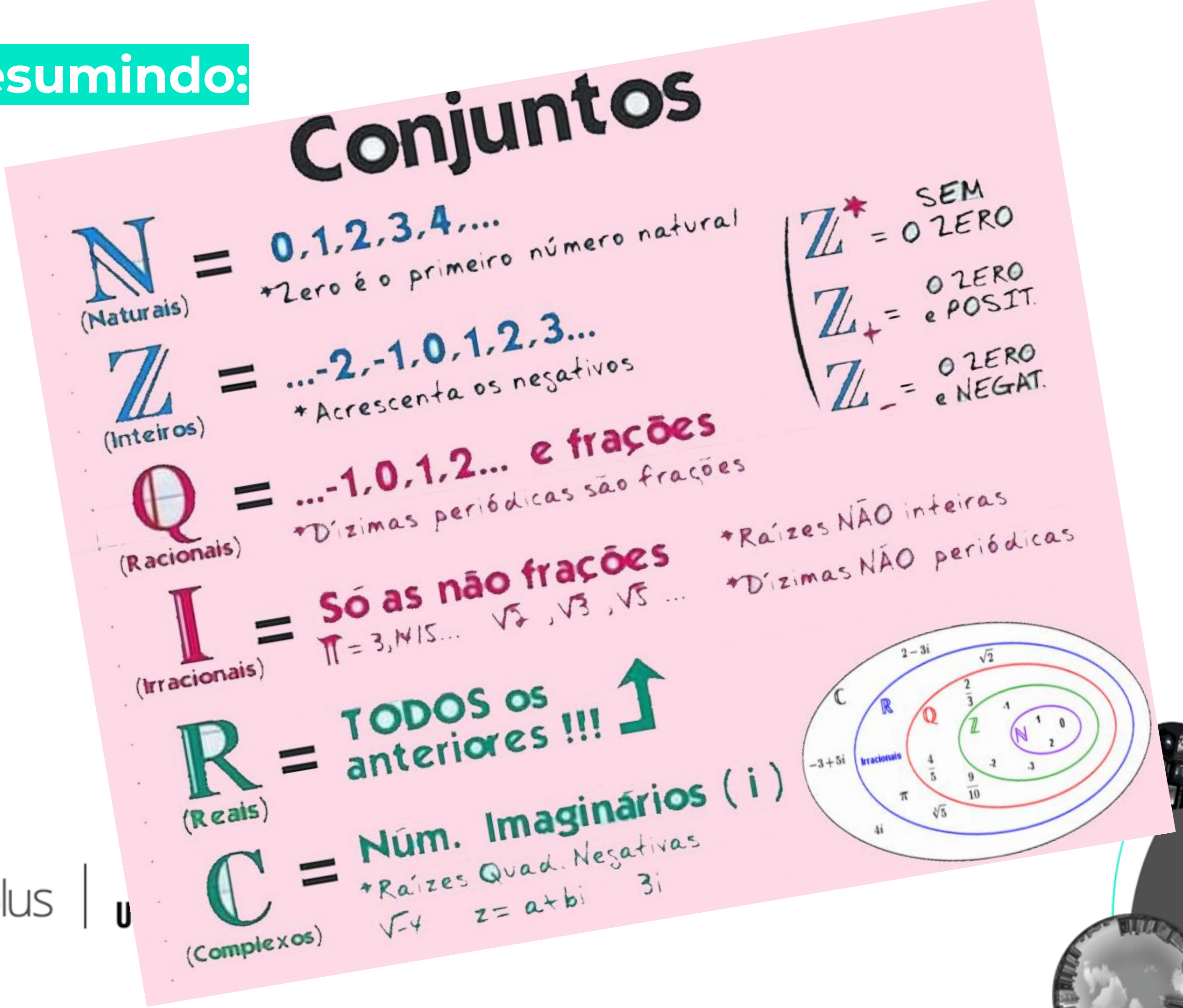
$$\left.\begin{array}{l}
\sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-1)} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i \\
\sqrt{-5} = \sqrt{5 \cdot (-1)} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{5}\, i \\
2 + 3i \\
-1 - 5i
\end{array}\right\} onde,\ i = \sqrt{-1}\ é\ a\ \ unidade\ imaginária$$

UNO+plus | UNOCHAPECÓ

Todo numero real é um numero complexo, isto é:



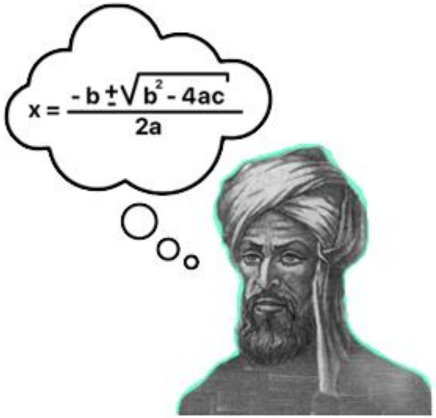
# Resumindo:


Conjuntos
N (Naturais) = 0,1,2,3,4,...
*Zero é o primeiro número natural
Z (Inteiros) = ...-2,-1,0,1,2,3...
* Acrescenta os negativos
Z* = SEM O ZERO
Z+ = O ZERO e POSIT.
Z- = O ZERO e NEGAT.
Q (Racionais) = ...-1,0,1,2... e frações
*Dízimas periódicas são frações
I (Irracionais) = Só as não frações
π = 3,1415... √2 , √3 , √5 ...
*Raízes NÃO inteiras
*Dízimas NÃO periódicas
R (Reais) = TODOS os anteriores !!!
C (Complexos) = Núm. Imaginários ( i )
*Raízes Quad. Negativas
√-4 z = a+bi 3i
C
R
Q
Z
N
Irracionais
2 - 3i
√2
2/3
-1
1
0
2
-3+5i
4/5
-2
-3
9/10
π
√5
4i

# Simbologia de Conjuntos

- $=$ Igual
- $\neq$ Diferente
- $>$ Maior que
- $<$ Menor que
- $\geq$ Maior ou igual
- $\leq$ Menor ou igual
- $\exists$ Existe
- $\nexists$ Não Existe
- $\cup$ União
- $\cap$ Interseção
- ✓ Check***
- $\in$ Pertence
- $\notin$ Não Pertence
- $\subset$ Está Contido
- $\supset$ Contém
- $\forall$ Para Todo
- $|$ Tal que
- $\emptyset$ Vazio
- $\Rightarrow$ Implica
- $\Leftrightarrow$ Se somemte se

**FÓRMULA DE BHASKARA**



# Exercícios resolvidos

1) Resolver as equações no universo dos **Reais.**

**a)** $2x^2 + 18 = 0$

Solução: $2x^2 + 18 = 0$

$2x^2 = -18$

$x^2 = \frac{-18}{2}$

$x^2 = -9$

$x = \pm\sqrt{-9}$

$\nexists$

Pois $x \in \mathbb{R}$. Logo $S = \emptyset$

**b)** $(3x-1)\cdot(2x^2-x-1)=0$

Solução: $(3x-1)\cdot(2x^2-x-1)=0$

Pela propriedade do Produto nulo, temos:

$3x-1=0$ ou $\underset{a}{2}x^2\underset{b}{-x}\underset{c}{-1}=0$

$x=1/3$

Aplicando Bhaskara.

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot2\cdot(-1)}}{2\cdot2}$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{4}$$

$$x=\frac{1\pm3}{4}$$

$x_1=\frac{1+3}{4}=1$

$x_2=\frac{1-3}{4}=-\frac{2^{:2}}{4_{:2}}=-\frac{1}{2}$

Logo, $S=\{-1/2,\ 1/3,\ 1\}$

UNO+ plus

2) Resolver a equação $2x^2 + 2x + 1 = 0$, no universo dos **Complexos.**

Solução: $\underset{a}{2}x^2 + \underset{b}{2}x + \underset{c}{1} = 0$

Aplicando Bhaskara

$$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{4}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4}\sqrt{-1}}{4}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2 \cdot i}{4}$$

$$x = -\frac{2^{\div 2}}{4_{\div 2}} \pm \frac{2^{\div 2}\, i}{4_{\div 2}}$$

$$x = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} i$$

logo, $S = \left\{ -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} i \right\}$

3) Resolver o sistema $\begin{cases} 4x - 9 \leq 2x + 3 \\ 5x + 3 > 4x + 5 \end{cases}$, no universo dos **inteiros.**

Solução: $\begin{cases} 4x - 9 \leq 2x + 3 \\ 5x + 3 > 4x + 5 \end{cases}$

$4x - 9 \leq 2x + 3$ e $5x + 3 > 4x + 5$

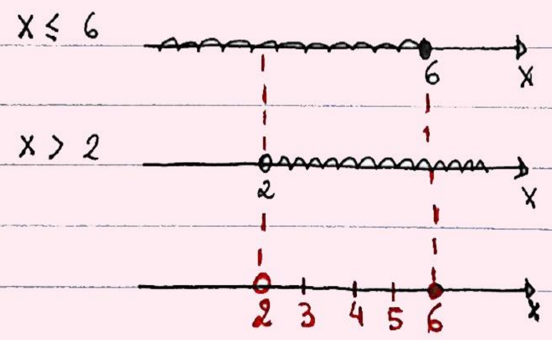
$4x - 2x \leq 3 + 9$ $\quad$ $5x - 4x > 5 - 3$

$2x \leq 12$ $\quad$ $x > 2$

$x \leq \frac{12}{2}$

$x \leq 6$

Fazendo analise nos Intervalos




logo, $S = \{3, 4, 5, 6\} = \{x \in \mathbb{Z} / 3 \leq x \leq 6\}$

UNO plus | UNOCHAPECÓ

4) Mostre que a dízima periódica 0,343434... , é um número **racional**.

Provando: Devemos mostrar que a dízima periódica é gerada por uma fração, isto é:

$0,343434\ldots = x$, onde $x$ é uma fração.

Note que a dízima possui um período $p = 2$, então, devemos multiplicá-la por 100, isto é:

$$\text{I} \quad 0,343434\ldots = x \quad \cdot 100$$

$$\text{II} \quad 34,343434\ldots = 100x$$

Fazendo II − I: $34 = 99x$

$$x = \frac{34}{99}$$

5) Mostre que a dízima periódica 2,52222...= $2,5\overline{2}$, é um número **racional**.

Provando: Devemos mostrar que a dízima periódica é gerada por uma fração, isto é:

$$2{,}522222\ldots = x, \text{ onde } x \text{ é uma fração.}$$

Note que a dízima periódica é composta, com período $p=1$.

Primeiramente, devemos obter uma dízima periódica simples equivalente, isto é:

$$2{,}522222\ldots = \frac{25{,}22222\ldots}{10}$$

$$\quad\;\; = \frac{25 + 0{,}22222\ldots}{10}$$

$$\quad\;\; = \frac{25 + 2/9}{10}$$

$$\quad\;\; = \frac{\frac{25\cdot 9+2}{9}}{10} = \frac{227}{90}$$

**Sendo que:**

$$\text{I} \quad 0{,}22222\ldots = y \quad \cdot 10$$

$$\text{II} \quad 2{,}22222\ldots = 10y$$

$$\text{II} - \text{I} \quad 2 = 9y$$

$$y = \frac{2}{9}$$

# Exercícios

1) Assinale V(verdadeiro) e F(falso).

(a) ( ) $-4 \in N$

(b) ( ) $\frac{2}{3} \notin Z$

(c) ( ) $\frac{1}{3} \notin Q_+$

(d) ( ) $-2.1313... \in Q$

(e) ( ) $-8 \in R_+^*$

(f) ( ) $N \subset Z$

(g) ( ) $N \subset Q_+^*$

(h) ( ) $Z \subset Q$

(i) ( ) $R_+^* \supset Q_+$

(j) ( ) $N \subset Z \subset Q \subset R$

2) Resolver as equações no universo dos **Reais.**

**a)** $2x^2 - 50 = 0$

**b)** $(6x+3)\cdot(-x^2-5x-7)=0$

3) Resolver as equações no universo dos **Complexos.**

**a)** $x^2 - x - 6 = 0$

**b)** $(x^2+9)\cdot(x^2-2x+7)=0$

UNO plus | UNOCHAPECÓ

4) Resolver as equações no universo dos **irracionais.**

**a)** $2x^2 - 5x = 0$

**b)** $(x^3 + 16) \cdot (2x^2 + 2x - 1) = 0$

5) Resolver a equação $(x^2 - 9) \cdot (x^2 - 6x + 8) = 0$ , no universo dos **inteiros .**

6) Resolver a equação $(x^2 - 25) \cdot (x^2 - x - 6) \cdot )(x - 4) = 0$, no universo dos **naturais.**

7) Resolver o sistema $\begin{cases} 5x - 8 < x + 16 \\ 6x - 5 \leq 7x + 1 \end{cases}$ , no universo dos **inteiros.**

8) Resolver o sistema $\begin{cases} 5x + 6 \leq 2x + 24 \\ 2x - 1 \leq 3x + 2 \\ 3x - 3 > 2x - 1 \end{cases}$ , no universo dos **inteiros.**

9) Determine o valor de $x$, *com* $x \in \mathbb{Z}$, de modo que $x - 3 < 3x - 5 \leq 2x + 4$.

10) Mostre que a dízima periódica 0,77777... , é um número **racional**.

11) Mostre que a dízima periódica 1,343434... , é um número **racional**.

12) Mostre que a dízima periódica 5,42222... , é um número **racional**.

**Respostas:**

1) 2) a) $S=\{\pm 5\}$ b) $S=\{-1/2\}$ 3) a) $S=\{-2,\ 3\}$ b) $S=\{\pm 3i,\ 1\pm\sqrt{6}\,i\}$

4) a) $S=\{\}$ b) $S=\left\{-2\sqrt[3]{2},\ -\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ 5) $S=\{2,\ \pm 3,\ 4\}$ 6) $S=\{3,\ 4,\ 5\}$

7) $S=\{x\in\mathbb{Z}\ /\ -6\le x\le 5\}$ 8) $S=\{x\in\mathbb{Z}\ /\ 3\le x\le 6\}=\{3,4,5,6\}$ 9) $S=\{x\in\mathbb{Z}\ /\ 2\le x\le 9\}$

10) 7/9 11) 133/99 13) 244/45