

# Produtos Notáveis

Professor: Fernando Tosini

UNO<sup>+</sup>plus

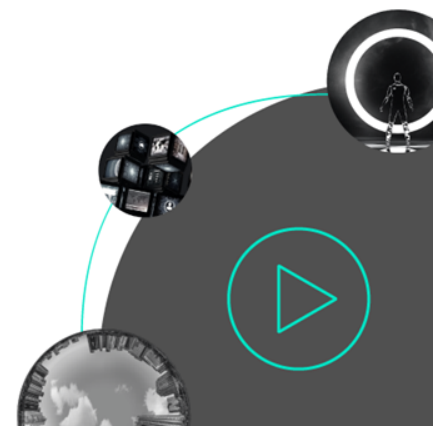
UNOCHAPECÓ





## Objetivo:

- Compreender o desenvolvimentos e aplicações dos principais produtos notáveis;



## O que são produtos notáveis?

- São produtos(multiplicações) entre fatores polinomiais.

## Onde são aplicados?

- Em cálculos algébricos de equações, funções, progressões, logaritmos, trigonometria, e entre outros assuntos.



## Porque estudar produtos notáveis?

- Porque o uso das técnicas, reduzem as passagens algébricas trabalhosas em meio aos cálculos.

Apresentaremos sete casos de produtos notáveis.

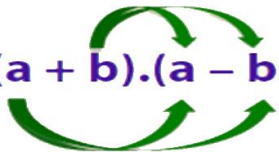


# Principais Produtos Notáveis

- 1 - Produto da soma pela diferença de dois termos.
- 2 - Quadrado da soma de dois termos.
- 3 - Quadrado da diferença de dois termos.
- 4 - Cubo da soma de dois termos.
- 5 - Cubo da diferença de dois termos.
- 6 - Produto entre dois binômios diferentes.
- 7 - Produto entre um binômio e um trinômio.



## Caso 1: Produto da Soma pela Diferença de Dois Termos


$$I- (a + b).(a - b) = a^2 - \cancel{a b} + \cancel{b a} - b^2$$

$$I- (a + b).(a - b) = a^2 - b^2$$

O Produto de uma soma por uma diferença resulta no quadrado do primeiro termo, menos o quadrado do segundo.



**Exemplo:** Calcule o valor dos seguintes produtos:

$$1) (3x + 2) \cdot (3x - 2)$$

$$= (3x)^2 - (2)^2$$

$$= 9x^2 - 4$$


$$2) (x^3 + 5y) \cdot (x^3 - 5y)$$

$$= (x^3)^2 - (5y)^2$$

$$= x^6 - 25y^2$$

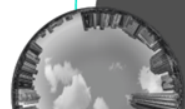


## Caso 2: Quadrado da Soma de Dois Termos

$$\text{II- } (a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + a \cdot b + b \cdot a + b^2$$


$$\text{II- } (a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

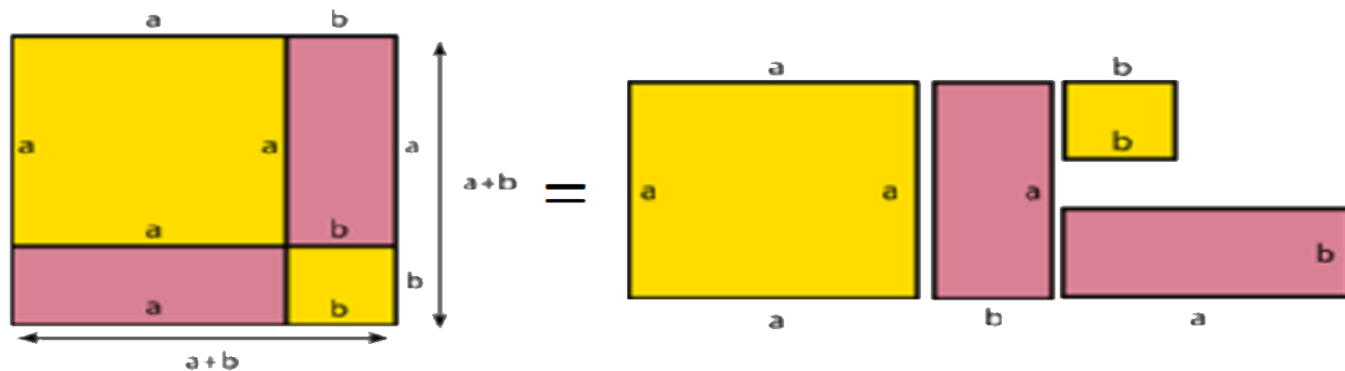
O Quadrado de uma soma, resulta no quadrado do primeiro mais duas vezes o primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo.



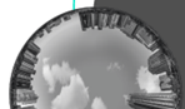


# Interpretação Geométrica: Quadrado da Soma


Calcule a área do quadrado e depois a área das figuras que o compõem.



$$(a + b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2$$



## Caso 3: Quadrado da Diferença de Dois Termos

$$\text{III- } (a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - a \cdot b - b \cdot a + b^2$$


$$\text{III- } (a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

O Quadrado de uma **diferença**, resulta no quadrado do **primeiro** menos duas vezes o **primeiro** pelo **segundo** mais o quadrado do **segundo**.



**Exemplo:** Calcule o valor dos seguintes produtos:

$$1) (2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot (3) + (3)^2$$

$$(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$2) (5x - 2)^2 = (5x)^2 - 2 \cdot (5x) \cdot (2) + (2)^2$$

$$(5x - 2)^2 = 25x^2 - 20x + 4$$



$$3) (\underbrace{x+y}_{\text{"1º"}} + \underbrace{z}_{\text{"2º"}})^2 = (x+y)^2 + 2.(x+y).(z) + (z)^2$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + 2.x.y + y^2 + 2.x.z + 2.y.z + z^2$$

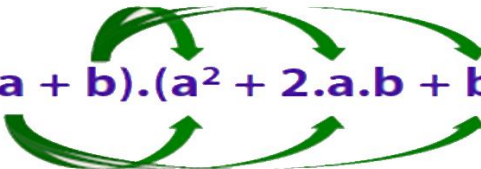
$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$



## Caso 4: Cubo da Soma de Dois Termos

+++++  
+++++  
+++++  
+++++  
+++++

$$\text{IV- } (a + b)^3 = (a + b) \cdot (a + b)^2$$

$$(a + b)^3 = (a + b) \cdot (a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2)$$


$$(a + b)^3 = a^3 + 2 \cdot a^2 \cdot b + a \cdot b^2 + b \cdot a^2 + 2 \cdot a \cdot b^2 + b^3$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3$$



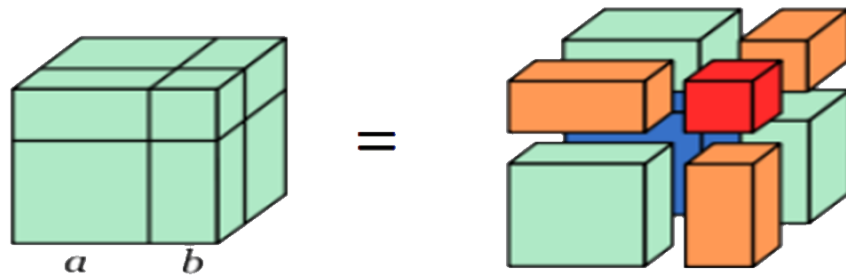
$$\text{IV- } (a + b)^3 = a^3 + 3.a^2.b + 3.a.b^2 + b^3$$

O cubo de uma soma , resulta no cubo do primeiro mais três vezes o quadrado do primeiro vezes o segundo mais três vezes o primeiro vezes o quadrado do segundo mais o cubo do segundo .



# Interpretação Geométrica: Cubo da Soma

Calcule o volume do cubo e depois o volume dos sólidos que o compõem.



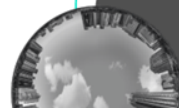
$$(a + b)^3 = a^3 + 3.a^2.b + 3.a.b^2 + b^3$$



## Caso 5: Cubo da Diferença de Dois Termos

$$V- (a - b)^3 = a^3 - 3.a^2.b + 3.a.b^2 - b^3$$

O cubo de uma diferença , resulta no cubo do primeiro menos três vezes o quadrado do primeiro vezes o segundo mais três vezes o primeiro vezes o quadrado do segundo menos o cubo do segundo .

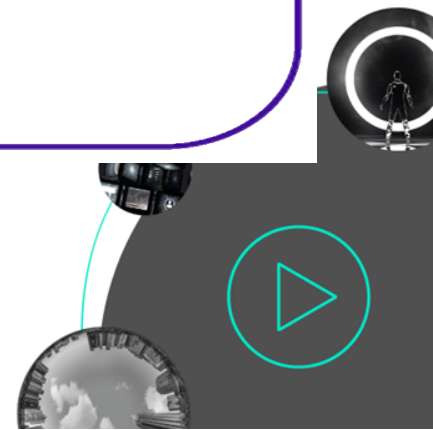







**Exemplo:** Calcule o valor da seguinte potência:

$$\begin{aligned}(2x + 3)^3 &= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot (3)^2 + (3)^3 \\ &= 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27\end{aligned}$$



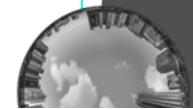
## Caso 6: Produto entre Binômios Diferentes

Propriedade distributiva


$$\text{VI- } (a + b) \cdot (a + c) = a^2 + a \cdot c + b \cdot a + b \cdot c$$

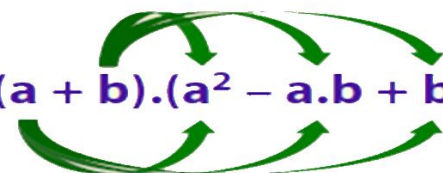
**Exemplo:** Calcule :

$$\begin{aligned}(x + 3y^3) \cdot (x + 2z) &= x \cdot x + x \cdot 2z + 3y^3 \cdot x + 3y^3 \cdot 2z \\ &= x^2 + 2xz + 3xy^3 + 6zy^3\end{aligned}$$



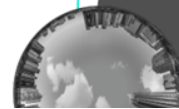
## Caso 7: Produto de Binômios por Trinômio

Propriedade distributiva


$$\text{VII- } (a + b).(a^2 - a.b + b^2) = \boxed{a^3} - \cancel{\boxed{a^2.b}} + \cancel{\boxed{a.b^2}} + \cancel{\boxed{b.a^2}} - \cancel{\boxed{a.b^2}} + \boxed{b^3}$$

$$\text{VII- } (a + b).(a^2 - a.b + b^2) = a^3 + b^3$$

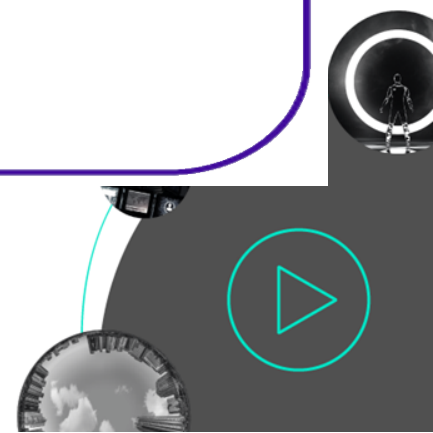
$$\text{VII- } (a - b).(a^2 + a.b + b^2) = a^3 - b^3$$





**Exemplo:** Calcule o valor dos seguintes produtos:

$$\begin{aligned} 1) (x + 3) \cdot (x^2 - 3x + 9) &= x \cdot x^2 - x \cdot 3x + x \cdot 9 + 3 \cdot x^2 - 3 \cdot 3x + 3 \cdot 9 \\ &= x^3 - 3x^2 + 9x + 3x^2 - 9x + 27 \\ &= x^3 + 27 \end{aligned}$$



## Aplicações:

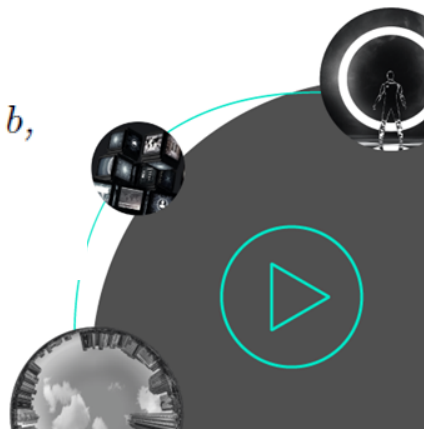
**Determine:**

1. Se  $x + \frac{1}{x} = 3$ , então, o valor de  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  é:

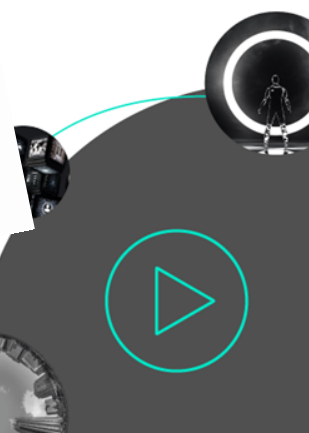
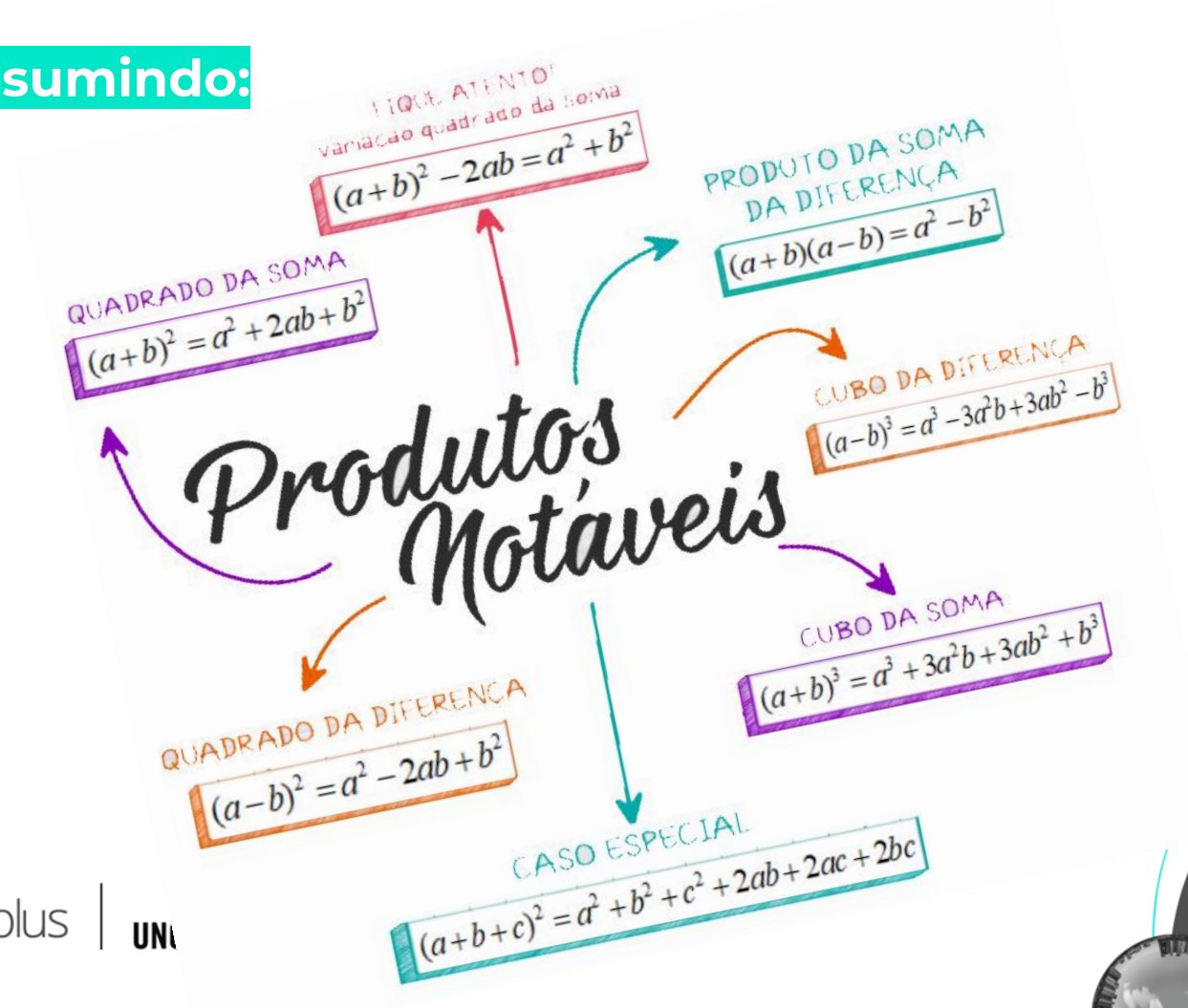
2. Se  $a + \frac{1}{a} = 5$ , o valor de  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  é:

3. Se  $m^2 + \frac{1}{m^2} = 18$ , então o valor de  $m - \frac{1}{m}$  é:

4. Se  $x, y, a$  e  $b$  são reais tais que  $\sqrt{x-y} = a$  e  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = b$ ,  
determine o valor de  $\sqrt{xy}$ .



## Resumindo:



## Exercícios

1. Calcule os quadrados.

a)  $(a^3b + ab^3)^2$

b)  $\left(x^3 - \frac{1}{2}\right)^2$

c)  $\left(\frac{x^2 + 1}{x + 8}\right)^2$

2. Calcule os produtos.

a)  $(x + 2) \cdot (x - 2)$

b)  $(5x + 1) \cdot (5x - 1)$

c)  $\left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)$

3. Calcule os cubos.

a)  $(x + 2)^3$

b)  $(2a - 3)^3$

4. Se  $x^2 + y^2 = 34$  e  $(x+y)^2 = 64$ , calcule o valor de  $6xy$ .

5. Sabendo que  $a^2 + b^2 = 52$  e  $ab = 24$ , calcule o valor de  $(a-b)^2$ .

6. Sabendo que  $x - \frac{1}{x} = 10$  (com  $x \neq 0$ ), o valor de  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  é:

a) 98

b) 100

c) 20

d) 102

7. Se  $\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$ , então quanto vale  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ?

a) 27.

b) 18.

c) 9.

d) 6.

e) 12.

8. O valor da expressão  $(a^{-1} + b^{-1})^{-2}$  é:

a)  $\frac{ab}{(a+b)^2}$ .

b)  $\frac{ab}{(a^2 + b^2)^2}$ .

c)  $a^2 + b^2$ .

d)  $\frac{a^2 b^2}{(a+b)^2}$ .





# Lista de Exercícios

Professor: Fernando Tosini

Tema: Produtos Notáveis

**Q1.** Desenvolva os produtos notáveis a seguir:

1.  $(2x + 3)^2$

2.  $(3x - 4)^2$

3.  $(7 - 2x)^2$

4.  $(2x + 10)^2$

5.  $(\frac{2}{3} - 5x)^2$

6.  $(\frac{3}{4}x + 2)^2$

9.  $(\frac{3x}{-2} - 7)^2$

10.  $(\frac{4}{5}x + \frac{2}{7})^2$

11.  $(\frac{2}{5}x - \frac{1}{9})^2$

12.  $(\frac{5}{8} - \frac{4}{9}x)^2$

13.  $(x - 0,3)^2$

14.  $(0,5x - 1,2)^2$

**Q3.** Desenvolva os produtos notáveis a seguir:

1.  $(x + y + 1)^2$

2.  $(2x - y + 3)^2$

3.  $(x + 2y - 4)^2$

4.  $(-3x + 2y + 5)^2$

5.  $(2x - \frac{y}{2} - 5)^2$

6.  $(-3x - 1 - 2y)^2$

7.  $(\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{4}{5})^2$

8.  $(\frac{2x}{-3} + \frac{4y}{5} + \frac{2}{3})^2$

**Q4.** Desenvolva os produtos notáveis a seguir:

1.  $(x + 2)^3$

5.  $(2x - \frac{1}{2})^3$

+++++  
+++++  
+++++  
+++++  
+++++



7.  $(-2x + 5)^2$

15.  $(x - 0, \overline{4})^2$

2.  $(2x - 1)^3$

6.  $(-3x - 1)^3$

8.  $(-3x - 4)^2$

16.  $(\frac{1}{0,3}x - 0, \overline{3})^2$

3.  $(3 - 2x)^3$

7.  $(\frac{x}{3} + \frac{4}{5})^3$

4.  $(-x + 5)^3$

8.  $(\frac{4x}{-3} + \frac{2}{-5})^3$

**Q2.** Desenvolva os produtos notáveis a seguir:

1.  $(x - 3)(x + 3)$

2.  $(3x - 4)(3x + 4)$

3.  $(5x - \frac{2}{3})(5x + \frac{2}{3})$

4.  $(4 - x)(x + 4)$

5.  $(-x - 2)(-x + 2)$

6.  $(\frac{1}{2}x - 5)(\frac{1}{2}x + 5)$

7.  $(-\frac{3}{-4}x + 7)(\frac{3}{-4}x + 7)$

8.  $(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}x)(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}x)$

**Q5.** Desenvolva as expressões a seguir:

1.  $(x + 1)^2 + (x + 2)^2 + (x + 3)^2$

2.  $(2x - 1)^2 + (1 - 2x)^2 - (4x + 1)^2$

3.  $(x + 1)^3 - (x - 1)^3$

**Q6.** Desenvolva o produto:  $(x + a)(x + b)$ .

**Q7.** Desenvolva as expressões a seguir:

1.  $(x + 1)(x + 2)$

2.  $(x - 2)(x - 3)$

3.  $(x - 5)(x + 7)$



# GABARITO

**Q1.**

1.  $4x^2 + 12x + 9$
2.  $9x^2 - 24x + 16$
3.  $49 - 28x + 4x^2$
4.  $4x^2 + 40x + 100$
5.  $\frac{4}{9} - \frac{20}{3}x + 25x^2$
6.  $\frac{9}{16}x^2 + 3x + 4$
7.  $4x^2 - 20x + 25$
8.  $9x^2 + 24x + 16$
9.  $\frac{9}{4}x^2 + 21x + 49$

1.  $x^2 + y^2 + 1 + 2(xy + x + y)$
2.  $4x^2 + y^2 + 9 + 2(-2xy + 6x - 3y)$
3.  $x^2 + 4y^2 + 16 + 4(xy - 2x - 4y)$
4.  $9x^2 + 4y^2 + 25 + 2(-6xy - 15x + 10y)$
5.  $4x^2 + \frac{y^2}{4} + 25 + 2(-xy - 10x + \frac{5y}{2})$
6.  $9x^2 + 1 + 4y^2 + 2(3x + 6xy + 2y)$
7.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{16}{25} + 2(\frac{xy}{6} + \frac{4x}{15} + \frac{2y}{5})$
8.  $\frac{4x^2}{9} + \frac{16y^2}{25} + \frac{4}{9} + 2(-\frac{8xy}{15} - \frac{4x}{9} + \frac{8y}{15})$

**Q4.**

1.  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
2.  $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$
3.  $27 - 54x + 36x^2 - 8x^3$

$$10. \frac{16}{25}x^2 + \frac{16}{35}x + \frac{4}{49}$$

$$11. \frac{4}{25}x^2 - \frac{4}{45}x + \frac{1}{81}$$

$$12. \frac{25}{64} - \frac{5}{9}x + \frac{16}{81}$$

$$13. x^2 - 0,6x + 0,09$$

$$14. 0,25x^2 - 1,2x + 1,44$$

$$15. x^2 - 0,8x + 0,197530864$$

$$16. 9x^2 - 2x + 0,1$$

**Q2.**

$$1. x^2 - 9$$

$$2. 9x^2 - 16$$

$$3. 25x^2 - \frac{4}{9}$$

$$4. 16 - x^2$$

$$5. x^2 - 4$$

$$6. \frac{1}{4}x^2 - 25$$

$$7. -\frac{9}{16}x^2 + 49$$

$$8. \frac{1}{4} - \frac{9}{16}x^2$$

**Q3.**

$$4. -x^3 + 15x^2 - 75x + 125$$

$$5. 8x^3 - 6x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{8}$$

$$6. -27x^3 - 27x^2 - 9x - 1$$

$$7. \frac{x^3}{27} + \frac{9x^2}{5} + \frac{16x}{25} + \frac{64}{125}$$

$$8. -\frac{64x^3}{27} - \frac{32x^2}{15} - \frac{16x}{25} - \frac{8}{125}$$

**Q5.**

$$1. 3x^2 + 12x + 14$$

$$2. -8x^2 - 16x + 1$$

$$3. 6x^2 + 2$$

**Q6.**  $x^2 + (a + b)x + ab$

**Q7.**

$$1. x^2 + 3x + 2$$

$$2. x^2 - 5x + 6$$

$$3. x^2 + 2x - 14$$

