DIN00018 - CÁLCULO II - T01 (20022.1-2T1-2345)

DAME-UNIR, 1° SEMESTRE DE 2022
TERCEIRA GUIA DE ESTUDO

Primeiro grupo de fórmulas

(1) $D_x(u^n) = nu^{n-1}D_xu, \quad D_x(e^u) = e^uD_xu$
(2) $D_x(a^u) = a^u \ln aD_xu \quad D_x(\ln u) = \frac{1}{u}D_xu$
(3) $D_x(\sin u) = \cos uD_xu, \quad D_x(\cos u) = -\sin uD_xu$
(4) $D_x(\tan u) = \sec^2 uD_xu, \quad D_x(\cot u) = \sec^2 uD_xu$
(5) $D_x(\sec u) = \sec u \tan uD_xu \quad D_x(\csc u) = -\csc u \cot uD_xu$

Grupo 1 de Exercícios

(1) Uma caixa retangular de tal tamanho que seu comprimento cresce uma taxa de 3 cm / s, sua largura diminui a uma taxa de 2 cm / seg e sua altura a uma taxa de 1cm por segundo. Qual é a velocidade de variação de volume ($\frac{dV}{dt}$) no instante em que o comprimento é de 15 cm, a largura de 10 cm e a altura de 8cm?
(2) O raio da base de um cone circular reto aumenta a uma taxa de 2cm/seg e o raio da base de um cilindro circular reto inscrito nesse cone diminui a uma taxa de 1cm/seg. Calcule a rapidez com que o volume do cilindro varia quando seu raio é de 6cm, altura do cone de 25cm e raio do cone de 10cm.
(3) Uma função é chamada **homogênea de n-ésimo grau n** se satisfaz a equação $f(tx, tx) = t^nF(x, y)$ para todo t, onde n é um inteiro positivo e f tem derivadas parciais de segunda ordem contínuas.
   (a) Verifique se $f(x, y) = x^2y + 2xy^2 + 5y^3$ é homogênea de grau 3
   (b) Mostre que, se f é homogênea de n-ésimo grau n, então $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = nf(x, y)$ (Dica:Utilize a regra da cadeia para derivar $f(tx, ty)$ com relação a t.)
   (c) Se f é homogênea de n-ésimo grau n, mostre que $x^2\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y} + y^2\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = n(n-1)f(x, y)$
   (d) Se f é homogênea de n-ésimo grau n, mostre que $f_x(tx, ty) = t^{n-1}f_x(x, y)$
   (e) Se $w = f(x^2, x \sin y, x + y)$. Encontre $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$

Segundo grupo de fórmulas

(1) $D_x(\sinh u) = \cosh uD_xu$
(2) $D_x(\cosh u) = -\sinh uD_xu$
(3) $D_x(\tanh u) = \operatorname{sech}^2 uD_xu$
(4) $D_x(\coth u) = -\operatorname{csch}^2 uD_xu$
(5) $D_x(\operatorname{sech} u) = \operatorname{sech} u \tanh uD_xu$
(6) $D_x(\operatorname{csch} u) = -\operatorname{csch} u \coth uD_xu$

Grupo 2 de Exercícios

(1) Ache a derivada parcial indicada usando a regra da cadeia $u = \cosh \frac{u}{v}$; $x = 3r^2 s$; $y = 6se^r$; u_r, u_s

(2) Suponha que f seja uma função diferenciável de x e y e $u = f(x, y, z)$. Então se $x = \cosh v \cos w$, expresse $\frac{\partial u}{\partial v}$ em função de $\frac{\partial u}{\partial x}$ e $\frac{\partial u}{\partial y}$

Terceiro grupo de fórmulas

(1) $D_x(\arcsin u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} D_x u$

(2) $D_x(\arccos u) = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} D_x u$

(3) $D_x(\arctan u) = \frac{1}{1+u^2} D_x u$

(4) $D_x(\operatorname{arccot} u) = -\frac{1}{1+u^2} D_x u$

(5) $D_x(\operatorname{arcsec} u) = \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} D_x u$

(6) $D_x(\operatorname{arccsc} u) = -\frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} D_x u$

Grupo 3 de Exercícios

(1) Num instante dado, o comprimento de um cateto de um triâgulo retângulo é 10 cm e ele está crescendo a uma taxa de 1 cm/min e o comprimento do outro cateto é 12 cm o qual está decrescendo a uma taxa de 2cm/min. Ache a taxa de variação da medida do ângulo agudo oposto ao lado de 12 cm de comprimento, num dado instante.

(2) Os lados de um triângulo em certo instante mediram 60 cm, 40 cm e 70 cm . Sabendo-se que os dois primeiros crescem à razão de 1cm/sg. e 2 cm/seg, respectivamente, e o terceiro decresce a razão de 2 cm/sg , determine a velocidade de variação do ângulo formado pelos 2 primeiros lados, no instante considerado