Lista de Exercicios.

Exercício 1

Cinco bolas são numeradas 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente. Seja a variável aleatória X denotando a soma dos números de duas bolas extraídas ao acaso, sem reposição.

(a) Encontre a tabela da distribuição dessa variável.

(b) Construa o gráfico de função de distribuição acumulada para essa variável.

(c) Achar média, a variância e o desvio padrão de X.

(d) Achar média e a variância para variável Y = 2X-1.

Exercício 2

Um lojista mantém extensos registros das vendas diárias de certo aparelho. A tabela a seguir fornece a distribuição de probabilidade da variável aleatória X número de aparelhos vendidos semanalmente:

x	p(x)
0	0,1
1	0,1
2	0,2
3	0,3
4	0,2
5	0,1

Supor que no início de uma semana há 6 aparelhos no estoque. Responda às seguintes questões:

(a) qual o valor esperado e a variância do estoque no final da semana?

(b) Qual a probabilidade de ficarem no máximo 3 aparelhos no estoque no final da semana.

Exercício 3.

O incremento no preço (em pontos) de um produto do mercado financeiro depois de uma negociação num mercado estável pode ser descrita como uma variável aleatória X com a seguinte distribuição:

x	-2	-1	0	1	2
p(x)	0,10	0,20	0,40	0,20	0,10

Supor que o preço desse produto é de 10 pontos antes da negociação. Responda às questões abaixo:

(a) calcule o valor esperado e a variância do preço desse produto após a negociação. (b) Qual a probabilidade do preço aumentar depois da negociação?

Exercício 4

Certo curso de treinamento aumenta a produtividade de uma população de funcionários em 50% dos casos. Se 10 funcionários quaisquer participam deste curso, calcule a probabilidade de:

(a) exatamente 7 funcionários aumentarem a produtividade.

(b) Não mais do que 8 funcionários aumentarem a produtividade.

(c) pelo menos 3 funcionários não aumentarem a produtividade.

Exercício 5

Suponha que a probabilidade de um casal ter um filho do sexo feminino seja 1/2.

(a) Se o casal planeja ter 4 filhos qual a probabilidade de ter exatamente 2 filhos do sexo feminino?

(b) Se o casal deseja ter pelo menos um filho do sexo feminino, com probabilidade maior do que 0,95, quantos filhos no mínimo precisa ter?

Exercício 6

O número de novos inadimplentes em um mês considera-se como uma variável aleatória com a distribuição de Poisson e com a média de 3 inadimplentes por mês.

(a) Qual é a probabilidade de que em um mês teremos no mínimo 3 inadimplentes?

(b) Se cada inadimplente significa um prejuízo em 10 mil reais. Qual prejuízo médio por um mês por causa de inadimplência?

Exercício 7

A probabilidade de um lançamento bem sucedido de foguete é igual a 0,8. Suponha que tentativas de lançamento sejam feitas até que tenham ocorrido 3 lançamentos bem sucedidos.

(a) Qual é a probabilidade de que exatamente 5 tentativas sejam necessárias?

(b) Qual é a probabilidade de que menos de 5 tentativas sejam necessárias?

(c) Qual é a distribuição de probabilidade da variável X: número de tentativas até a ocorrência do 3º sucesso?

Exercício 8.

Um jogador A paga R$5, 00 a B e lança um dado. Se sair face 3 ganha R$20, 00. Se sair faces 4, 5 e 6, perde. Se sair a face 1 ou 2 tem o direito de jogar novamente. Desta vez lança três moedas honestas. Se sair três caras, ganha R$50, 00. Se sair duas caras, recebe o dinheiro de volta. Nos demais casos, perde.

Seja X uma variável aleatória representando o lucro líquido do jogador A nesse jogo. Determine:

(a) a função de probabilidade de X.

(b) E(X) e Var(X).

Exercício 9.

Suponha que o número de compras online X por ano per capita seja uma variável aleatória com função de probabilidade dada por $P(X = k) = C2^{-k}$, $k = 1, \ldots, n$, em que n é um número natural finito e $c \in R$.

Encontre o valor da constante c e determine E(X).

Exercício 10.

Assume que a duração v.a. X, em minutos, de certo tipo de conversa ao telefone é uma variável aleatória com função densidade de probabilidade.

Exercício 11.

(*Walpole et al. E.4.84*). Assuma que a duração X, em minutos, de certo tipo de conversa ao telefone é uma variável aleatória com função densidade de probabilidade.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}e^{\frac{-x}{5}} & \text{, se } x > 0 \\ 0 & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

(a) Determine a duração média $E(X)$ desse tipo de conversa ao telefone.
(b) Determine a variância e o desvio padrão de X.
(c) Determine $E[(X + 5)^2]$.

Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} c(1 - x^2), & \text{se} \quad -1 < x < 1, \\ 0, & caso \quad contrário \end{cases}$$

(a) Qual o valor de c?
(b) Obtenha a função de distribuição acumulada de X.
(c) Calcule E(X) e V(X).

Exercício 12

Considere uma urna contendo 5 bolas pretas e 10 bolas vermelhas. Retire 2 bolas da urna sem reposição.
(a) Obtenha os resultados possíveis e as respectivas probabilidades,
(b) Calcule as probabilidades dos seguintes eventos:

(i) bola preta na primeira e segunda extrações;

(ii) bola preta na segunda extração;

(iii) bola vermelha na primeira extração.

Exercício 13

Um restaurante popular apresenta apenas dois tipos de refeições: salada completa ou um prato `a base de carne. 20% dos fregueses do sexo masculino preferem salada, 30% das mulheres escolhem carne, 75% dos fregueses são homens. Considere os seguintes eventos:

H: freguês é homem;

M: freguês é mulher;

A: freguês prefere salada;

B: freguês prefere carne.

Calcule $P(A|H)$, $P(B|M)$ e $P(M|A)$.

Exercício 14

Uma empresa produz circuitos integrados em três fábricas: A, B e C. A fábrica A produz 50% dos circuitos, enquanto B e C produzem 25% cada uma. As probabilidades de que um circuito integrado produzido por estas fábricas não funcione são 0,01; 0,04 e 0,03; respectivamente. Escolhido um circuito da produção conjunta das três fábricas, qual a probabilidade de que o mesmo não funcione?

Exercício 15

Suponha que o número médio de carros abandonados semanalmente em uma rodovia seja igual a 3. Calcule a probabilidade de que:

(a) Nenhum carro seja abandonado na semana que vem.

(b) Pelo menos dois carros sejam abandonados na semana que vem.

Exercício 16

A variável aleatória X ´e igual a 1 com probabilidade 1/3, 2 com probabilidade 1/2 e 25 com probabilidade 1/6. Calcule $E[X]$ e $V ar[X]$.

Exercício 17

Seja X uma variável aleatória binomial (n, p) com $n = 5$, $p = 1/3$. Calcule $E[X^2]$.

Exercício 18

Dois dados são lançados. Seja X a soma dos resultados. Calcule $E[X]$.

Exercícios 20

Considere o peso de um puma macho adulto como uma variável aleatória com distribuição Normal (μ, σ^2). Sabe-se que 33,0 % destes animais tem peso inferior a 82.8 kg e também que 0,4% tem peso superior a 98,25 kg. Calcule μ e σ.

Exercícios 21

Seja $X \sim$ Normal $(\mu, \sigma 2)$. Calcule as probabilidades dos seguintes intervalos:

$\{\mu - \sigma < X < \mu + \sigma\}$,

$\{\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma\}$,

$\{\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma\}$,

$\{-\infty < X < \mu\}$,

$\{\mu < X < \infty\}$;

$\{\mu - \sigma < X < \mu\}$,

$\{\mu < X < \mu + \sigma\}$,

$\{\mu - \sigma < X < \mu + 2\sigma\}$.

$\{\mu - 2\sigma < X < \mu + \sigma\}$.

Exercícios 22

Assumindo que X possui distribuição $N(\mu, \sigma^2)$, calcule:

a) $P(X \leq \mu + 2\sigma)$
b) b) $P(|X - \mu| \leq \sigma)$
c) c) o número a tal que $P(\mu - a\sigma \leq X \leq \mu + a\sigma) = 0.99$
d) d) o número a tal que $P(X > a) = 0.90$. Por simplicidade assuma primeiramente que $\mu = 1$ e $\sigma = \sqrt{2}$. Logo, determine as quantidades requeridas para μ e σ geral.

Exercícios 23

Seja T a v.a. contínua de distribuição exponencial de parâmetro 2 e seja X a v.a. discreta definida como:

$$X = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad 0 \leq T < 1 \\ 1 & \text{se} \quad 1 \leq T < 2 \\ 2 & \text{se} \quad 2 \leq T \end{cases} .$$

Determine a função de probabilidades de X.

Exercícios 24

Suponha que a duração de uma componente eletrônica possui distribuição exponencial de parâmetro $\lambda = 1$, calcule:

a) A probabilidade de que a duração seja menor a 10.
b) A probabilidade de que a duração esteja entre 5 e 15.
c) O valor t tal que a probabilidade de que a duração seja maior a t assume o valor 0.01.

Exercícios 25

Assuma que o tempo de duração X de uma consulta médica tenha distribuição exponencial com média de 10 minutos. Calcule a probabilidade dos seguintes eventos:

a) uma consulta demora 20 minutos no máximo;

b) uma consulta demora mais de 20 minutos;

c) uma consulta demora mais que o tempo médio.

Calcule a probabilidade do evento $\{X > E(X)\}$ para $X \sim Exp(\alpha)$, para todo $\alpha > 0$