作业1

一、分析下面算法，指出各算法的数据规模，基本语句及时间复杂度函数

（1）

sum=0;  
for(i=1;i<=n;i++)  
 sum+=i;

数据规模：n

基本语句：sum+=i;

时间复杂度函数：T(n)=n=O(n)

（2）

sum=0;  
for(i=1;i<=n;i\*=2)  
 sum+=i;

数据规模：n

基本语句：sum+=i;

时间复杂度函数：T(n)= ⌊log2n⌋+1=O(log2n)

（3）

sum=0;  
for(i=1;i\*i<=n;i++)  
 sum+=i;

数据规模：n

基本语句：sum+=i;

时间复杂度函数：T(n)= ⌊n1/2⌋=O(n1/2)

（4）

sum=0;  
for(i=0;i<n;i++)  
 for(j=0;j<i;j++)  
 a[i][j]=0;

数据规模：n

基本语句：a[i][j]=0;

时间复杂度函数：T(n)=n(n-1)/2=O(n2)

（5）

for(i=0;i<n;i++)  
 if(k==a[i])

return i;

return -1;

数据规模：n

基本语句：k==a[i]

时间复杂度函数：

最好情况（查找的数为序列首元素）：T(n)=1=O(1)；

最坏情况（查找的数为序列末元素或元素不在序列中）：T(n)=n=O(n)；

平均情况：pi = 1/n; ci = i，因此，T(n) = = 1/n(1+2+…+n)=(n+1)/2=O(n)

二、计算下面函数的渐近时间复杂度

（1）T(n)=2T(n-1)+1

T(n) = 2T(n-1)+1 = 2[2T(n-2)+1]+1 = 22T(n-2)+2+1

=22[2T(n-3)-1]+2+1 = 23T(n-3)+22+21+20

=…

=2(n-1)T(1)+2(n-2)+…+21+20

当T(1)=1时，上式有

T(n) = 2(n-1)+ 2(n-2)+…+21+20 = 2n-1 = O(2n)

（2）T(n)=2T(n/3)+n，当n=1时，T(n)=1

方法1（直接代入法）：

假设n=3k

T(n) = 2T(n/3)+n = 2[2T(n/32)+n/3]+n = 22T(n/32)+2n/3+n

=22[2T(n/33)+n/32]+2n/3+n = 23T(n/33)+22n/32+2n/3+n

=…

=2kT(n/3k)+2(k-1)n/3(k-1)+…+21n/31+20n/30

当T(n)=1时有

T(n) = 2kT(1)+ = 2k+ = 2k +n = 2k +3n

= 2k +3n = 3n-=3n-

考虑，将幂次换成以2为底的形式，即，因此有

由于，可得，即n阶数更高。因此有T(n)=O(n)

方法2（公式法）：

套用P22的公式：



得：

a = 2, b = 3, c = 2, k = 1

比较a和bk得a<bk

因此，T(n) = O(nk) = O(n)