FACET Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias

Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)

Dourados, 23 de Março de 2023.

Prof. Dr. Willian Isao Tokura Disciplina: Álgebra Elementar

Lista 2

Exercício 1.

Mostre que as seguintes proposições são tautologias.

a) $(p \to p) \ \vee (p \to \sim p)$

b) $(p \to q) \vee p \to q$

c) $p \vee (q \vee \sim p)$

d) $(p \to q) \to (p \wedge r \to q)$

e) $(p \to q) \to (p \wedge r \to q \wedge r)$

f) $(p \to q) \to (p \to q \vee r)$

Exercício 2.

Mostre que as seguintes proposições são contingentes.

a) $p \vee q \to p \wedge q$

b) $(q \to p) \to (p \to q)$

c) $(p \to (p \to q)) \to q$

d) $p \to (p \to q \wedge \sim q)$

Exercício 3.

Determinar quais das seguintes proposições são tautologias, contradições ou contingentes.

a) $p \to (\sim p \to q)$

b) $p \to (q \to (q \to p))$

c) $p \vee \sim q \to (p \to \sim q)$

d) $p \to (p \vee q) \vee r$

e) $\sim p \vee q \to (p \to q)$

f) $\sim p \vee \sim q \to (p \to q)$

Exercício 4.

Mostre que a proposição p **implica** a proposição q, ou seja, $p \Longrightarrow q$ em cada um dos seguintes casos

a) $p : \pi > 3; \quad q : \text{tg}\ (\frac{\pi}{4}) = 1$

b) $p : \text{sen}\ (\frac{\pi}{6}) = 1; \quad q : \sqrt{2} > \sqrt{3}$

c) p : ABCD é um losango; q : ABCD é um paralelogramo

d) p : O número inteiro x termina com o dígito 0; q : O número inteiro x é divisível por 5.

e) p : ABC é um triângulo; q : A soma dos ângulos internos de ABC é igual a 180 graus.

f) $p : \text{tg}\ (\frac{\pi}{6}) = \sqrt{3}; \quad q : \text{sen}\ (\frac{\pi}{6}) = sen(\frac{\pi}{3})$

Exercício 5.

Mostrar que

a) $(x = y \vee x < 4) \wedge x \geq 4 \Longrightarrow x = y$

b) $(x \neq 0 \to x = y) \wedge x \neq y \Longrightarrow x = 0$

Exercício 6.

Mostrar que as proposições p e q são equivalentes ($p \Longleftrightarrow q$) em cada um dos casos

a) $p : 1 + 3 = 4;\quad q : (1+3)^2 = 16$

b) $p : sen(0) = 1;\quad q : cos(0) = 0$

c) $p : 2^0 = 1\ ;\quad q : \pi < 4$

d) $p : x = y\ ;\quad q : x + z = y + z,\ x, y, z \in \mathbb{R}$

e) $p : x$ é par ; $q : x + 1$ é ímpar

f) $p : x \in \{a\};\quad q : x = a$

g) p : ABC é um triângulo retângulo em A; $q : a^2 = b^2 + c^2$