OBLIG 5
FYS-MEK 1110 VÅR 2022

Versjon 31.03.2022, ACL

Du finner frister for innlevering av obliger på Canvas. For å få obligen godkjent, må du vise at du har gjort et ordentlig forsøk på alle oppgavene, og du må ***begrunne og forklare*** *hvordan du har tenkt (f.eks. bruker $v(t) = v_0 + at$ fordi akselerasjonen a er konstant). Fem av seks oblig-poeng må være oppnådd for å gå opp til avsluttende eksamen. En LaTeX-mal og info om krav til selve oblig-innleveringen finner du på semestersiden, kravene er også oppsummert her:*

1. *Oppgaven skal leveres som én fil og i pdf-format. Det er lov å skanne inn håndskrevne ark så lenge disse er lesbare.*

2. *Kode kan leveres som egen Python- eller Matlab-fil, men alle figurer, all diskusjon og all besvarelse av oppgaven skal inn i pdf-hovedfilen. Legg inn koden enten som et bilde i pdf-filen, eller bruk ´´listings"-pakken (se LaTeX-malen på semestersiden, lenke over).*

3. *Besvarelsen bør inneholde alt som trengs for at den som retter skal kunne se at du har skjønt stoffet:*

   (a) *før oppgavene på en oversiktlig måte i den rekkefølgen de står oppgitt i*

   (b) *inkluder alle relevante plott og figurer med riktige akser og enheter*

   (c) *forklar og kommenter resultatene*

4. *Det er lov å samarbeide og levere en* ***fellesbesvarelse for inntil tre studenter****. Det forutsetter at alle bidrar til besvarelsen i sin helhet. Grupper som har samarbeidet må tydeliggjøre hvem som har bidratt og leverer bare* ***én besvarelse*** *(som en gruppe, ikke flere identiske besvarelser). Dersom du ønsker å levere en fellesbesvarelse i en gruppe med inntil tre studenter, se instruksjoner i Canvas.*

Lykke til med obligen!

En ball som spretter

I dette prosjektet skal vi studere en ball som spretter på et jevnt, horisontalt gulv. Vi skal kun se på én kollisjon mellom ballen og gulvet, men vi vil bruke forskjellige modeller for vekselvirkningen under kollisjonen.

Både ballen og gulvet vil deformeres under kollisjonen, men du kan anta at denne deformasjonen er liten. Det betyr at kreftene fra gulvet på ballen kun vil virke i et enkelt punkt gjennom hele kollisjonen.

Ballen vil gli langs gulvet i løpet av kollisjonen. Den dynamiske friksjonskoeffisienten mellom ballen og gulvet er μ. Vi ser bort fra luftmotstand. Ballen har masse m og radius R, og vi antar at ballen kan tilnærmes som et stivt legeme. Treghetsmomentet for et kuleskall er gitt ved $I = \frac{2}{3}mR^2$. Tyngdeakselerasjonen er som vanlig g.

Du kaster nå ballen fra en høyde h med en utgangshastighet som *kun* har en horisontal komponent, og du kaster ballen slik at den *ikke* roterer. Så faller ballen, og hastigheten til massesenteret ved en tid t_0 rett før kollisjonen med gulvet er gitt ved $\vec{v}(t_0) = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j}$. Her er v_{0x} positiv og v_{0y} er negativ. (Vi definerer altså positiv x-retning til høyre, og positiv y-retning oppover i et vanlig høyrehånds koordinatsystem).

(a) Tegn et frilegemediagram for ballen mens den er i kontakt med gulvet. Identifiser kreftene.

La oss først anta at normalkraften fra gulvet på ballen er konstant, og med størrelse N_0. Vi bruker denne antagelsen i oppgave **b** til og med **f**.

(b) Finn den vertikale komponenten av hastigheten, $v_y(t)$, og den vertikale posisjonen, $y(t)$, for ballen idet den er i kontakt med gulvet. Uttrykk svaret ved hjelp av v_{0y}, R, N_0, m, og g.

(c) Hvor lang tid tar det fra øyeblikket ballen først kommer i kontakt med gulvet til øyeblikket hvor den vertikale hastighetskomponenten endrer retning? Vis at tiden t_c, som er tiden ballen er i kontakt med gulvet, kan uttrykkes som:

$$t_c = -\frac{2v_{0y}m}{N_0 - mg}. \tag{1}$$

(Husk at v_{0y} er negativ.)

(d) Finn den horisontale komponenten til ballens hastighet som funksjon av tid, $v_x(t)$, mens ballen er i kontakt med gulvet. Hva er den horisontale hastighetskomponenten, v_{1x}, ved en tid t_1 rett etter kollisjonen?

(e) Finn vinkelhastigheten som en funksjon av tid, $\omega(t)$, i tillegg til vinkelhastigheten, ω_1, til ballen ved tiden t_1 rett etter kollisjonen. Selv om både gulvet og ballen deformeres under kollisjonen kan du anta at deformasjoen er liten slik at avstanden fra massesenteret til gulvet er tilnærmet konstant lik radien til ballen under hele kollisjonen. Om du vil kan du sjekke hvor god denne tilnærmingen ved hjelp av den numeriske løsningen du skal lage i (i) (men dette er ikke nødvendig for oppgaven).

(f) Er ballens mekaniske energi bevart under kollisjonen? Spretter den tilbake til samme høyde h etter kollisjonen? Begrunn svarene dine og diskuter energibalansen gjennom kollisjonen.

I resten av deloppgavene vil vi anta at kraften fra gulvet på ballen kan beskrives som

$$N = k(R - y)^{3/2} \tag{2}$$

når ballen er i kontakt med gulvet, altså når $y < R$, hvor y er posisjonen til massesenteret til ballen. Selv om ballen nå deformeres noe, antar vi at deformasjonen er så liten at vi fortsatt kan tilnærme ballen som et stivt legeme.

(g) Finn uttrykkene for akselerasjonskomponentene a_x og a_y til ballen når den er i kontakt med gulvet.

(h) Finn et uttrykk for vinkelakselerasjonen a_z til ballen når den er i kontakt med gulvet.

(i) Skriv et program som regner ut bevegelsen til ballens massesenter som en funksjon av tid. Bruk programmet ditt til å plotte bevegelsen og hastigheten til ballen som en funksjon av tid fra $t_0 = 0.0$ s til $t = 1.0$ s. Plott posisjonen og den lineære hastigheten til massesenteret, og også vinkelhastigheten. Ballen har radius $R = 0.15$ m og kastes fra en høyde $h = 1.0$ m med initialhastighet $v_{0x} = 3.0$ m/s. Vi bruker $k = 10 \cdot 10^3$ N/m for fjærkonstanten, den dynamiske friksjonskoeffisienten er $\mu = 0.30$, og ballens masse er $m = 1.0$ kg. Bruk tidssteg på $dt = 0.001$ s. Beskriv plottene og tolk resultatene.

(j) Er den numeriske beregningen din realistisk? Diskuter hva du kunne inkludert for å gjøre den mer realistisk.

Oblig 5 slutt.