

OBLIG 3

FYS-MEK 1110 VÅR 2022

Versjon 24.02.2022, ACL.

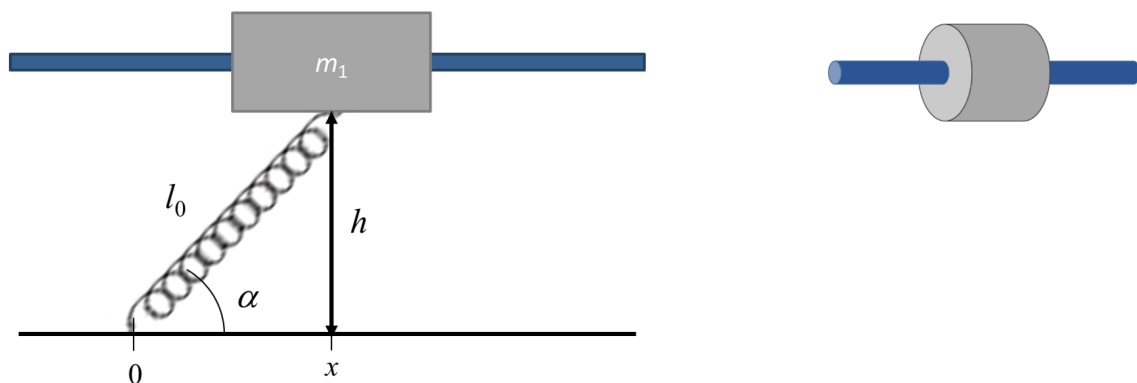
Du finner frister for innlevering av obliger på Canvas. For å få obligen godkjent, må du vise at du har gjort et ordentlig forsøk på alle oppgavene, og du må **begrunne og forklare** hvordan du har tenkt (f.eks. bruker $v(t) = v_0 + at$ fordi akselerasjonen a er konstant). Fem av seks oblig-poeng må være oppnådd for å gå opp til avsluttende eksamen. En L^AT_EX-mal og info om krav til selve oblig-innleveringen finner du på [semestersiden](#), kravene er også oppsummert her:

1. Oppgaven skal leveres som én fil og i pdf-format. Det er lov å skanne inn håndskrevne ark så lenge disse er lesbare.
2. Kode kan leveres som egen Python- eller Matlab-fil, men alle figurer, all diskusjon og all besvarelse av oppgaven skal inn i pdf-hovedfilen. Legg inn koden enten som et bilde i pdf-filen, eller bruk "listings"-pakken (se L^AT_EX-malen på semestersiden, lenke over).
3. Besvarelsen bør inneholde alt som trengs for at den som retter skal kunne se at du har skjønt stoffet:
 - (a) før oppgavene på en oversiktlig måte i den rekkefølgen de står oppgitt i
 - (b) inkluder alle relevante plott og figurer med riktige akser og enheter
 - (c) forklar og kommenter resultatene
4. Det er lov å samarbeide og levere en **fellesbesvarelse for inntil tre studenter**. Det forutsetter at alle bidrar til besvarelsen i sin helhet. Grupper som har samarbeidet må tydeliggjøre hvem som har bidratt og leverer bare **én besvarelse** (som en gruppe, ikke flere identiske besvarelser). Dersom du ønsker å levere en fellesbesvarelse i en gruppe med inntil tre studenter, se instruksjoner i Canvas.

Lykke til med obligen!

Metallsylinderen og fjæren

I dette prosjektet skal vi se på en metallsylinder med masse $m = 5 \text{ kg}$ som har et hull i midten og er satt på en metallstang. Sylinderen glir horisontalt langs stangen. I tillegg er det festet en fjær til sylinderen med fjærkonstant $k = 500 \text{ N/m}$. Når fjæren ikke er strukket eller komprimert har den en lengde $l_0 = 0.5 \text{ m}$. Fjæren er igjen festet til et bord plassert under metallsylinderen og stangen som vist i figur 1. Høyden mellom bordet og festepunktet til fjæren på sylinderen er $h = 0.3 \text{ m}$. Vi starter med å anta at det ikke er noe friksjon eller luftmotstand.



Figur 1: Illustrasjon av en metallsylinder som er tredd inn på en stang. En fjær er festet til sylinderen og et bord under metallsylinderen og stangen.

- (a) Hva er den horisontale posisjonen til sylinderen når fjæren er i sin likevektslengde $l_0 = 0.5 \text{ m}$? Definer $x = 0 \text{ m}$ til å være punktet fjæren er festet til bordet, som vist i figur 1.
- (b) Hva er lengden l til fjæren for enhver gitt posisjon x til sylinderen?
- (c) Tegn et frilegemediagram for sylinderen.
- (d) Vis at den horisontale kraftkomponenten fra fjæren på sylinderen er:

$$F_x = -kx \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right). \quad (1)$$

- (e) Plott den horisontale fjærkraften som en funksjon av posisjonen til sylinderen fra $x = -0.75 \text{ m}$ til $x = +0.75 \text{ m}$. Ut fra plottet, forklar hvordan du forventer at sylinderen vil bevege seg.
- (f) Du drar sylinderen til en startposisjon $x_1 = 0.6 \text{ m}$ og slipper den uten å gi noen initiell hastighet (du dytter ikke på sylinderen, bare slipper den). Skriv et program som løser bevegelsesligningene numerisk ved bruk av Euler-Cromer-metoden, og

plott posisjon og hastighet til sylindren for de første 10 sekundene av bevegelsen. Beskriv og forklar bevegelsen.

- (g) Kjør koden på nytt, men denne gangen med startposisjon $x_1 = 0.65$ m. Plott posisjon og hastighet som en funksjon av tid for de første 10 sekundene av bevegelsen. Beskriv sylindrens bevegelse og bruk energi-argumenter for å forklare bevegelsen.

- (h) Vis at den vertikale komponenten av fjærkraften kan skrives som:

$$F_y = -kh \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right) \quad (2)$$

- (i) Hva er normalkraften N som virker på sylindren fra stangen når fjæren er i sin likevektslengde l_0 ?

- (j) Vis at normalkraften $N(x)$ som funksjon av posisjonen x fra stangen på sylindren er:

$$N(x) = kh \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + h^2}} \right) + mg. \quad (3)$$

Diskuter også *retningen* til normalkraften.

Vi vil nå bruke en mer realistisk modell som også inkluderer friksjon. Ved å bruke polerte og oljete overflater får vi en dynamisk friksjonskoeffisient på bare $\mu_d = 0.05$.

- (k) Modifiser koden din til å også inneholde friksjon. Bruk startposisjon $x = 0.75$ m og plott posisjon og hastighet som en funksjon av tid. Forklar bevegelsen.
- (l) Lag en ny figur der du plotter kinetisk energi mot posisjon for de første 10 sekundene. Forklar hva du ser.
- (m) Hvor er systemets likevektspunkter? Karakteriser hver av dem som stabilt eller ustabilt.

DEN SISTE DELOPPGAVEN ER FRIVILLIG, OG IKKE NØDVENDIG FOR Å FÅ GODKJENT OBLIGEN.

- (n) Finn arbeidet gjort på sylindren mens den beveger seg fra $x = 0$ m til likevektspunktet $x = 0.4$ m. Du kan bruke Python-funksjonen 'trapz' eller programmere din egen funksjon for numerisk integrering.