

# OBLIG 4

## FYS-MEK 1110 VÅR 2022

---

Versjon 09.03.2022, ACL

Du finner frister for innlevering av obliger på Canvas. For å få obligen godkjent, må du vise at du har gjort et ordentlig forsøk på alle oppgavene, og du må **begrunne og forklare** hvordan du har tenkt (f.eks. bruker  $v(t) = v_0 + at$  fordi akselerasjonen  $a$  er konstant). Fem av seks oblig-poeng må være oppnådd for å gå opp til avsluttende eksamen. En L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-mal og info om krav til selve oblig-innleveringen finner du på [semestersiden](#), kravene er også oppsummert her:

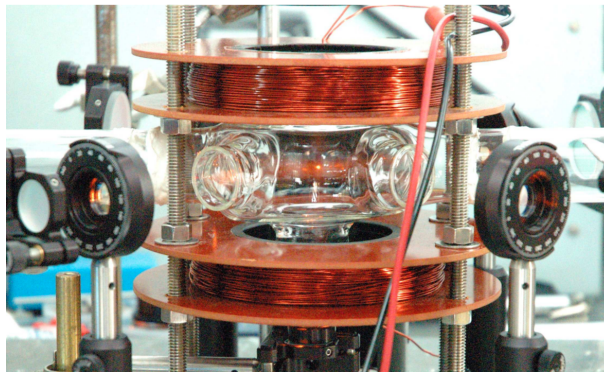
1. Oppgaven skal leveres som én fil og i pdf-format. Det er lov å skanne inn håndskrevne ark så lenge disse er lesbare.
2. Kode kan leveres som egen Python- eller Matlab-fil, men alle figurer, all diskusjon og all besvarelse av oppgaven skal inn i pdf-hovedfilen. Legg inn koden enten som et bilde i pdf-filen, eller bruk "listings"-pakken (se L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-malen på semestersiden, lenke over).
3. Besvarelsen bør inneholde alt som trengs for at den som retter skal kunne se at du har skjønt stoffet:
  - (a) før oppgavene på en oversiktlig måte i den rekkefølgen de står oppgitt i
  - (b) inkluder alle relevante plott og figurer med riktige akser og enheter
  - (c) forklar og kommenter resultatene
4. Det er lov å samarbeide og levere en **fellesbesvarelse for inntil tre studenter**. Det forutsetter at alle bidrar til besvarelsen i sin helhet. Grupper som har samarbeidet må tydeliggjøre hvem som har bidratt og leverer bare **én besvarelse** (som en gruppe, ikke flere identiske besvarelser). Dersom du ønsker å levere en fellesbesvarelse i en gruppe med inntil tre studenter, se instruksjoner i Canvas.

Lykke til med obligen!

# Fange atomer

I dette prosjektet skal vi bruke en enkel modell for hvordan vi kan fange og kjøle ned atomer. Med dagens teknologi kan vi kjøle ned atomer til rundt  $10^{-9}$  K, som er veldig nær den kaldest mulige temperaturen på  $-273.15^\circ\text{C}$ . Man vil typisk både fange og kjøle ned atomet slik at vi kan studere det i detalj. Motivasjonen til dette kommer fra kvantefysikk, ettersom enkelte eksotiske fenomener kun kan studeres ved veldig lave temperaturer. For eksempel vil eksperimenter med Bose-Einstein-kondensater være basert på lignende teknikker som det vi studerer i denne obligen. Kvantedatamaskiner kan også baseres på bruken av kalde atomer.

Vi skal nå studere en magneto-optisk felle (engelsk: "magneto-optical trap", MOT), som vist i figur 1. Detaljerte beregninger av vekselvirkningene (potensialet) i fellen er utenfor pensum i FYS-MEK1110, ettersom det krever kvantemekaniske beregninger. Vi vil likevel introdusere en forenklet modell som beskriver hovedtrekkene i prosessen.



Figur 1: Illustrasjon av en MOT. Atomene samles i sentrum av glassbeholderen. En laser kommer inn fra sidene og et magnetisk felt blir generert av spolene.

Vi ser på systemet som én-dimensjonalt. Et atom beveger seg langs  $x$ -aksen med en kinetisk energi  $K = \frac{1}{2}mv^2$ . I området  $-x_0 < x < x_0$  er atomet i fellen og blir påvirket av et elektrisk felt. Vekselvirkningen med det magnetiske feltet gir et potensial  $U(x)$ , som vi modellerer slik:

$$U(x) = \begin{cases} U_0, & |x| \geq x_0 \\ U_0 \frac{|x|}{x_0}, & |x| < x_0 \end{cases} \quad (1)$$

- (a) Lag en skisse av  $U(x)$ . Finn likevektspunktene, og forklar hvorfor de er stabile eller ustabile. Diskuter atomets bevegelse dersom atomets totalenergi  $E$  er mindre eller større enn  $U_0$ .
- (b) Finn kraften  $F(x)$  som virker på atomet i magnetfeltet ved å bruke potensialet i områdene hvor  $\frac{dU}{dx}$  er vel-definert. Er denne kraften konservativ?
- (c) Gitt at et atom med masse  $m$  har hastighet  $v_0 = \sqrt{4U_0/m}$  ved  $x = 0$ , finn hastigheten til atomet ved  $x = x_0/2$  og  $x = 2x_0$ .

- (d) Gitt at et atom med masse  $m$  har hastighet  $v_0 = -\sqrt{4U_0/m}$  ved  $x = 0$ , finn hastigheten ved  $x = -x_0/2$  og  $x = -2x_0$ .

Vi antar at atomet er ladet og opplever en konstant elektrostatisk kraft  $F_0$ , som virker i positiv  $x$ -retning.

- (e) Hvis atomet har kinetisk energi  $K = 0$  J i  $x = 0$  m, hvor stor må  $F_0$  være for at atomet skal unnslippe?

Vi antar nå at atomet kun er påvirket av magnetfeltet. I tillegg sender vi fotoner med en gitt bølgelengde på atomet mens det er i fellen. Kraften på atomet grunnet kontinuerlig absorpsjon (og emisjon) av fotoner, kan skrives som

$$F = -\alpha v, \quad (2)$$

der  $v$  er hastigheten til atomet og  $\alpha$  er en konstant. Denne kraften virker også kun i området  $-x_0 < x < x_0$ .

- (f) Er kraften  $F$  konservativ? Begrunn svaret ditt.

Bevegelsesligningene for atomet kan gjøres om til å være dimensjonsløse, men vi går ikke inn på detaljene her. Videre i oppgaven skal bruke de dimensjonsløse verdiene  $U_0 = 150$ ,  $m = 23$ ,  $x_0 = 2$  og  $\alpha = 39.48$  for å beskrive bevegelsen med dimensjonsløs posisjon, tid og hastighet. I de følgende oppgavene skal du bruke numeriske løsninger for bevegelsesligningene for å besvare oppgavene.

- (g) Finn et uttrykk for atomets akselerasjon. Hvilke initialbetingelser trenger vi for å simulere bevegelsen?
- (h) Skriv et program som regner ut atomets posisjon  $x(t)$  som funksjon av tid, gitt uttrykket for akselerasjonen og initialbetingelsene fra forrige deloppgave.
- (i) Finn bevegelsen,  $x(t)$ , til et atom med hastighet  $v_0 = 8.0$  i posisjon  $x = -5$ . Beskriv bevegelsen og forklar hva som skjer.

**DE SISTE DELOPPGAVENE ER FRIVILLIGE, OG IKKE NØDVENDIG FOR Å FÅ GODKJENT OBLIGEN.**

- (j) Finn bevegelsen,  $x(t)$ , til et atom med hastighet  $v_0 = 10.0$  i  $x = -5$ . Beskriv bevegelsen og forklar hva som skjer.
- (k) Finn den maksimale initialhastigheten  $v_0$  atomet kan ha og fortsatt være fanget.