

2.9 Adiabatiske prosesser [LHL 15.3; YF 19.8]

(23)

Fra sist: $\delta Q = 0 \Rightarrow 0 = dU + \delta W$ (1. lov)

Antar reversibelt arbeid og ideell gass:

$$\delta W = p \cdot dV = nRT \, dV/V$$

Fra s. 20: $nR = C_p - C_v$

Fra s. 19: $dU = C_v \, dT$

$$\Rightarrow 0 = C_v \, dT + (C_p - C_v) T \, \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} = - \left(\frac{C_p}{C_v} - 1 \right) \frac{dV}{V}$$

Vi definerer adiabatkonstanten $\gamma = C_p/C_v$ ($\gamma > 1$)
og integrerer på begge sider:

$$\ln T = -(\gamma - 1) \ln V + \text{konst.}$$

$$\Rightarrow \ln \{ T \cdot V^{\gamma-1} \} = \text{konst.}$$

$$\Rightarrow T \cdot V^{\gamma-1} \text{ er konstant langs en adiabat}$$

Med $T = pV/nR = pV \cdot \text{konst.}$ får vi

$$pV \cdot V^{\gamma-1} = pV^{\gamma} \text{ er konst. langs adiabat}$$

Med $V = nRT/p = \text{konst.} \cdot T/p$ får vi

$$p \cdot (T/p)^{\gamma} = \text{konst.}$$

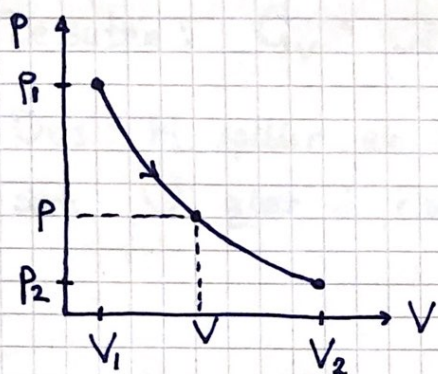
$$\text{dvs } p \cdot T^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \text{ er konst. langs adiabat}$$

Adiabat : $p V^{\gamma} = \text{konst.} ; \gamma > 1$

Isoterm : $p V = \text{konst.}$

\Rightarrow Adiabater er brattere enn isotermer i pV -diagram.

Arbeid ved adiabatisk utvidelse :



Ettersom $Q=0$, ber vi finne

$$W = -\Delta U = -C_V \Delta T$$

$$\text{med } \Delta T = T_2 - T_1.$$

Langs adiabatan er $p V^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$,
 dvs $p(V) = p_1 V_1^{\gamma} V^{-\gamma}$ evt. $p(V) = p_2 V_2^{\gamma} V^{-\gamma}$

Dermed:

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = p_1 V_1^{\gamma} \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dV \\ &= p_1 V_1^{\gamma} \cdot (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}) / (1-\gamma) \\ &= (p_1 V_1 - p_2 V_2) / (\gamma - 1) \end{aligned}$$

som kan omskrives:

$$p_1 V_1 - p_2 V_2 = nR(T_1 - T_2) = -nR\Delta T$$

$$\gamma - 1 = (C_p - C_v) / C_v = nR / C_v$$

$$\Rightarrow W = -C_v \Delta T = -\Delta U ; \quad \text{OK!}$$

2.10 Entalpi [LHL 17.6]

(25)

$$H = U + pV$$

H = systemets entalpi (tilstandsfunksjon)

$$\Rightarrow C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = \left(\frac{dU + p dV}{dT} \right)_p = \left(\frac{d(U + pV)}{dT} \right)_p = \left(\frac{dH}{dT} \right)_p$$

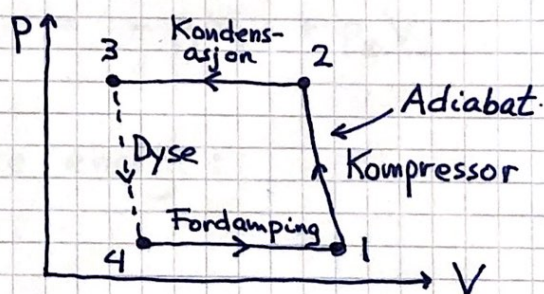
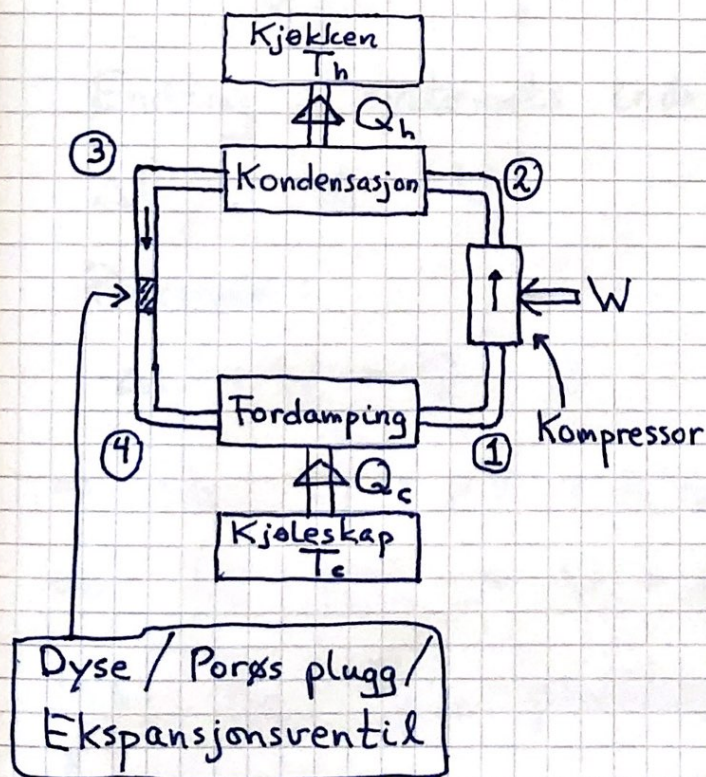
Dessuten: $C_v = \left(\frac{dU}{dT} \right)_v$

Dvs: H spiller en tilsvarende rolle i isobare prosesser som U gjør i isokore prosesser.

2.11 Joule-Thomson-effekten [LHL 17.8]

Motivasjon: Kjøleskap, med kompressor. (Lab!)

Skisse:

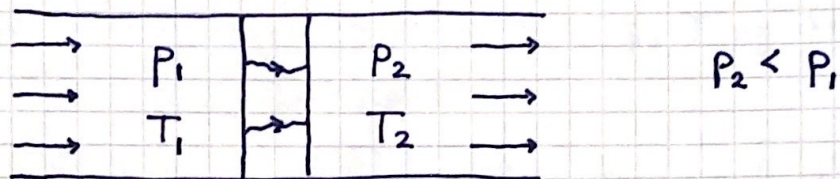


1, 2: Gass

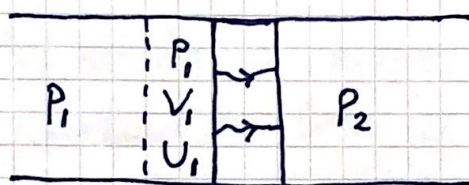
3, 4: Væske + gass

Kjølemediet presses gjennom dysen / ekspansjonsventilen. Sterkt irreversibel prosess med betydelig trykkfall.

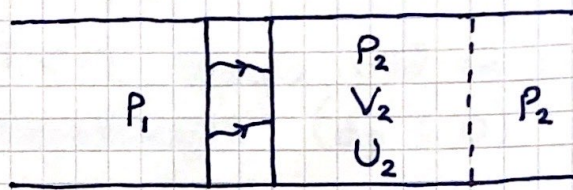
La oss fokusere på ekspansjonsventilen:



Vi antar adiabatisk prosess ($Q=0$) og følger en fluidmengde med volum V_1 som utvider seg til et volum V_2 ; det er nå systemet:



Før [③ : 25]



Etter [④ : 25]

Arbeid utført av systemet; på omgivelsene:

$$W = \int_{V_1}^0 P_1 dV + \int_0^{V_2} P_2 dV = -P_1 V_1 + P_2 V_2$$

Endring i systemets indre energi:

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

Dermed:

$$\Delta U + W = Q = 0$$

$$\Rightarrow U_2 - U_1 - P_1 V_1 + P_2 V_2 = 0$$

$$\Rightarrow U_2 + P_2 V_2 = U_1 + P_1 V_1$$

Dvs: $H_2 = H_1$, prosessen er isentalpisk
[og, pr en rimelig antagelse, adiabatisk]

Temperaturrendring:

(27)

Vi må i praksis ha avkjøling hvis kjøleskapet skal virke. De aktuelle tilstandsvariablene er her p , T og H , dvs $T = T(p, H)$. Dermed:

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H dp + \left(\frac{\partial T}{\partial H}\right)_p dH, \text{ som med } dH = 0 \text{ gir}$$

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H dp$$

Joule-Thomson-koeffisienten: $\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$

Vi ser da at avkjøling, $dT < 0$, oppnås ved en isentalpisk ($dH=0$) trykkreduksjon ($dp < 0$) når $\mu_{JT} > 0$.

Ideell gass fungerer ikke:

$$-1 = \underbrace{\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H}_{\mu_{JT}} \underbrace{\left(\frac{\partial p}{\partial H}\right)_T}_{C_p} \underbrace{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p}_{C_p} \quad [\text{Syklisk regel; PCH 1.6}]$$

$$\Rightarrow \mu_{JT} = -\frac{1}{C_p} \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T &= \left(\frac{\partial U(T)}{\partial p}\right)_T + \left(\frac{\partial}{\partial p} (p \cdot V(p, T))\right)_T \\ &= 0 + V + p \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{nRT}{p}\right) = -\frac{nRT}{p^2} = -\frac{V}{p}$$

$$\Rightarrow \mu_{JT} = V + p \cdot \left(-\frac{V}{p}\right) = 0 \quad \Rightarrow \underline{\Delta T = 0}$$

Bruker ikke ideell gass i praksis / på lab.