

# Álgebra Linear e Geometria Analítica

## Lista de Exercícios 2

### Vetores no $\mathbb{R}^2$ e no $\mathbb{R}^3$

#### Exercícios básicos

- Dados os vetores  $\vec{u} = (5, -2)$ ,  $\vec{v} = (2, -3)$  e  $\vec{w} = (-1, -4)$ , calcule:
  - $\vec{u} + 2\vec{v}$
  - $2\vec{w} - 3\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{u}$
  - $\vec{v} - 3(\vec{w} - 2\vec{u})$
- Dados os vetores  $\vec{u} = (3, -1)$  e  $\vec{v} = (-1, 2)$ , determine o vetor  $\vec{w}$  tal que
  - $3\vec{w} - (2\vec{v} - \vec{u}) = 2(4\vec{w} - 3\vec{u})$
  - $4(\vec{u} - \vec{v}) + \frac{1}{3}\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{w}$
- Determine os números  $k_1$  e  $k_2$  tais que  $\vec{w} = k_1\vec{u} + k_2\vec{v}$ , sendo
  - $\vec{u} = (2, -4)$ ,  $\vec{v} = (-5, 1)$ ,  $\vec{w} = (-12, 6)$
  - $\vec{u} = (1, 2)$ ,  $\vec{v} = (4, -2)$ ,  $\vec{w} = (-1, 8)$
- Dados os pontos  $A(-1, 3)$ ,  $B(0, 1)$  e  $C(2, -1)$ , determine  $D$  tal que  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA}$ .
- Sendo  $A(-2, 3)$  e  $B(6, -3)$  extremidades de um segmento, determine
  - os pontos  $C$ ,  $D$  e  $E$  que dividem o segmento  $AB$  em quatro partes congruentes
  - os pontos  $F$  e  $G$  que dividem o segmento  $AB$  em três partes congruentes
- Os pontos  $A(1, -1)$ ,  $B(5, 1)$  e  $C(6, 4)$  são vértices de um paralelogramo. Determine o quarto vértice de cada um dos três paralelogramos possíveis de serem formados.
- Dados os pontos  $A(2, -3, 1)$  e  $B(4, 5, -2)$ , determine  $P$  tal que  $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PB}$ .
- Sendo  $A(2, -5, 3)$  e  $B(7, 3, -1)$  vértices consecutivos de um paralelogramo  $ABCD$  e sendo  $M(4, -3, 3)$  o ponto de interseção das diagonais, determine os vértices  $C$  e  $D$ .
- Determine  $m$  e  $n$  de modo que os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  sejam colineares, sendo
  - $\vec{u} = (4, 1, -3)$  e  $\vec{v} = (6, m, n)$
  - $\vec{u} = (m + 1, 3, 1)$  e  $\vec{v} = (4, 2, 2n - 1)$
- Verifique se são colineares os pontos
  - $A(-1, -5, 0)$ ,  $B(2, 1, 3)$ ,  $C(-2, -7, -1)$
  - $A(2, 1, -1)$ ,  $B(3, -1, 0)$ ,  $C(1, 0, 4)$

## Exercícios complementares

11. Determine a extremidade do segmento que representa o vetor  $\vec{v} = (2, -5)$ , sabendo que sua origem é o ponto  $(-1, 3)$ .

12. Sejam os pontos  $A(-5, 1)$  e  $B(1, 3)$ . Determine o vetor  $\vec{v}$  tal que

a)  $B = A + 2\vec{v}$

b)  $A = B + 3\vec{v}$

13. Dados os pontos  $A(-1, 3)$ ,  $B(2, 5)$ ,  $C(3, -1)$  e  $O(0, 0)$ , calcule:

a)  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{AB}$

b)  $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{BC}$

c)  $3\overrightarrow{BA} - 4\overrightarrow{CB}$

14. Dados os pontos  $A(1, 1, 2)$ ,  $B(2, 3, -1)$  e  $C(-1, 1, 4)$ , calcule

a)  $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CA}$

b)  $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$

15. Determine o vetor  $\vec{v}$  sabendo que  $(3, 7, 1) + 2\vec{v} = (6, 10, 4) - \vec{v}$ .

16. Dados os vetores  $\vec{u} = (1, -2, 2)$  e  $\vec{v} = (1, 0, -3)$ , determine o vetor  $\vec{w}$  tal que

a)  $\vec{w} - 2\vec{v} - 3\vec{u} = 5\vec{w} - 2\vec{u}$

b)  $3(\vec{u} + \vec{v}) - \vec{w} = \frac{1}{3}\vec{u} - \frac{2}{3}\vec{w}$

17. Dados os pontos  $A(-1, 2, 3)$  e  $B(4, -2, 0)$ , determine  $P$  tal que  $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{AB}$ .

18. Calcule  $x$  e  $y$  de modo que sejam colineares os pontos  $A(3, 1, -2)$ ,  $B(1, 5, 1)$ ,  $C(x, y, 7)$

## Respostas

1. a)  $(9, -8)$    b)  $(-\frac{11}{2}, 0)$    c)  $(35, -3)$    2. a)  $\vec{w} = (\frac{23}{5}, -\frac{11}{5})$    b)  $\vec{w} = (-\frac{15}{2}, \frac{15}{2})$

3. a)  $k_1 = -1, k_2 = 2$    b)  $k_1 = 3, k_2 = -1$    4.  $D(3, -3)$

5. a)  $C(0, \frac{3}{2}), D(2, 0), E(4, -\frac{3}{2})$    b)  $F(\frac{2}{3}, 1), G(\frac{10}{3}, -1)$

6.  $(2, 2), (0, -4)$  e  $(10, 6)$    7.  $P(3, 1, -\frac{1}{2})$    8.  $C(6, -1, 3)$  e  $D(1, -9, 7)$

9. a)  $m = \frac{3}{2}$  e  $n = -\frac{9}{2}$    b)  $m = 5$  e  $n = \frac{5}{6}$    10. a) Sim   b) Não

11.  $(1, -2)$    12. a)  $\vec{v} = (3, 1)$    b)  $\vec{v} = (-2, -\frac{2}{3})$    13. a)  $(-4, 1)$    b)  $(2, 5)$    c)  $(-5, -30)$

14. a)  $(5, 2, -7)$    b)  $(-4, -4, 8)$    15.  $\vec{v} = (1, 1, 1)$

16. a)  $\vec{w} = (-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, 1)$    b)  $\vec{w} = (17, -16, -11)$

17.  $P(14, -10, -6)$    18.  $x = -3, y = 13$