

## 3차시험 대체과제

기한 : 12월 24일 08시까지

답안은 하나의 완전한 글이 되어야 함. 불충분한 문장으로 작성된 답안지는 감점을 함.

문제 1. 교과서에 있는 벡터공간의 정의를 서술하라.

문제 2. 크기가  $m \times n$ 인 행렬  $A$ 에 대하여

$$\mathcal{N}(A) = \{X \in \mathbb{R}^n : AX = O\}$$

이라 정의하자. 이를  $A$ 의 핵공간이라고 한다.  $\mathcal{N}(A)$ 가  $\mathbb{R}^n$ 의 부분공간임을 보여라.

문제 3.  $\mathbb{R}^3$ 의 부분집합

$$\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$$

이  $\mathbb{R}^3$ 의 부분공간이 되는가? 부분공간이 아니라면 이유를 논증하라.

문제 4. 다음의 벡터들의  $\mathbb{R}^4$ 에서 일차독립 여부를 판정하라.

(a)  $(3, 4, 0, 1)$ ,  $(2, -1, 3, 5)$ ,  $(1, 6, -8, -2)$

(b)  $(1, 2, 3, 4)$ ,  $(2, 3, 4, 5)$ ,  $(3, 4, 5, 6)$ ,  $(4, 5, 6, 7)$

(c)  $(2, 0, 1, 0)$ ,  $(2, 0, 1, 1)$ ,  $(2, 0, 1, 2)$ ,  $(2, 0, 1, 3)$

문제 5. 벡터  $\mathbf{v}_1 = (1, 1, 0)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}_3 = (0, 1, 1)$ 이 일차독립인지 판정하라.

문제 6. 다음 벡터공간의 차원을 구하라. 그리고 그 이유를 설명하라.

(a) 3차 이하의 실계수 다항식의 집합  $P_3(\mathbb{R})$

(b) 3차 정사각행렬 가운데,  $A^T = A$ 인 행렬  $A$ 들의 집합

문제 7. 다음 행렬의 핵공간의 차원이 2차원임을 보이고, 핵공간의 기저를 찾아라.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

문제 8.  $\mathbb{R}^4$ 의 벡터  $(1, 1, 2, 3)$ ,  $(3, 4, -1, 2)$ ,  $(-1, -2, 5, 4)$ 으로 생성된 공간을  $W$ 라 하자.  $W$ 의 기저와 차원을 구하라.