Relatório dos experimentos sobre circuito RC e circuito RL

[1] Rafael Mendonça Borges, [2] Walter Francisco dos Santos Filho, [3] William Makoto Hakamada

[123] Departamento de Física, Universidade Estadual de Londrina, 86.057-970, Londrina, Paraná, Brasil.

26 de setembro de 2019

Este relatório busca encontrar e observar relações em circuitos de corrente alternada quando na presença de dispositivos eletrônicos que garantem a existência de um certa reatância. Dessa forma, três práticas foram realizadas coletando dados de tensão e diferença de tempo entre um resistor de teste e um dispositivo de prova em diferentes frequências para um resistor, um capacitor e um indutor. Os resultados encontrados foram razoáveis e diferem levemente do esperado medido diretamente, levando à hipótese de uma limitação instrumental. Ademais, os valores característicos obtidos de cada prática pelo método gráfico foram: $R = (73,28 \pm 0,99)\Omega$, $C = (11,95 \pm 0,11)\mu F$ e $L = (20,30 \pm 1,33)mH$.

---

1 Introdução

De fato, ainda nos dias de hoje, o rádio é muito presente na vida das pessoas que o usa como fonte de informação e entretenimento. Além disso, o rádio também fora, outrora, o principal meio de comunicação em tempos de guerra, a saber, na Segunda Guerra Mundial. Dada tamanha importância, uma de suas principais propriedades é a forma de distinguir e selecionar faixas de frequências desejáveis feitas através de filtros.

Os filtros citados acima estão intimamente ligados à reatância de um circuito de corrente alternada determinada através de característica de elementos do circuito e da frequência angular de oscilação estabelecida pela fonte, itens importantíssimos durante a sincronização.

A fim de notar as relações existentes entre a reatância e propriedades do circuito, estará incluso no relatório uma abordagem teórica buscando estabelecer algumas definições do que será estudado, seguido de uma análise prática em busca de alguns parâmetros a serem comparados com a medição direta.

2 Métodos

2.1 Modelo Teórico

É denominado um circuito de corrente alternada qualquer circuito que esteja submetido a uma fonte cuja diferença de potencial varie conforme uma função senoidal do tempo:

$$V = V_0 cos(\omega t). \tag{1}$$

Onde V é a ddp em um tempo t, V_0 é a máxima diferença de potencial, ou amplitude, e ω é a frequência angular de oscilação.

Um tal circuito é percorrido por uma corrente elétrica que também varia senoidalmente conforme a seguinte equação:

$$i = i_0 cos(\omega t). \tag{2}$$

Onde i_0 se trata da corrente máxima.

Considere inicialmente um circuito constituído por uma fonte de corrente alternada e um resistor. Levando em conta a equação (2) e a definição da resistência R, temos que a ddp no resistor é dada por:

$$V_R = Ri \rightarrow V_R = Ri_0 cos(\omega t) \tag{3}$$

$$V_R = V_{R_0} cos(\omega t) \tag{4}$$

Onde V_{R_0} é a ddp máxima no resistor.

Dando um passo adiante, considere agora um capacitor de capacitância C no lugar do resistor. Uma vez que a ddp no capacitor V_c depende de sua carga acumulada, uma boa proposta é usar sua definição e desenvolver algebricamente o conceito de carga para obter uma expressão conveniente da seguinte maneira:

$$V_c = \frac{q}{C} \rightarrow V_c = \frac{1}{C}\int \frac{dq}{dt}dt \rightarrow$$

$$V_c = \frac{1}{C}\int_0^t i_0 cos(\omega t)dt \rightarrow V_c = \frac{1}{\omega C} i_0 sen(\omega t)$$

$$\rightarrow V_c = \frac{1}{\omega C} i_0 cos(\omega t - \frac{\pi}{2}). \tag{5}$$

Observe que a ddp máxima do capacitor será dada por:

$$V_{c_0} = \frac{i_0}{\omega C}. \tag{6}$$

Então, a partir de (5) e (6) é possível escrever:

$$Vc = V_{c_o} cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \tag{7}$$

Duas conclusões podem ser feitas com base em (7). A primeira delas é o atraso de fase de V_c em relação a V que é de $\frac{\pi}{2} rad$. A segunda conclusão é uma analogia da equação (5) com a equação (3), sendo conveniente chamar o termo $X_c = \frac{1}{\omega C}$ de reatância capacitiva um vez que ele se comporta como um resistor no circuito capacitivo.

Fazendo o mesmo processo para um circuito indutivo usando o conceito de fem auto-induzida, temos:

$$V_L = L\frac{di}{dt} \rightarrow V_L = L\frac{d}{dt}[i_0 cos(\omega t)] \rightarrow$$

$$V_L = -\omega L i_0 sen(\omega t)$$

$$\rightarrow V_L = \omega L i_0 cos(\omega t + \frac{\pi}{2}). \tag{8}$$

$$V_L = V_{L_0} cos(\omega t + \frac{\pi}{2}). \tag{9}$$

Em que V_{L_0} é a ddp máxima no indutor.

Sendo assim, a equação (9) nos indica que a fase de V_L está adiantada $\frac{\pi}{2} rad$ em relação a V e, também fazendo analogia com a equação (3), a partir de (8) definimos $X_L = \omega L$ como sendo a reatância indutiva do circuito. [1]

2.2 Métodos Experimentais

Para os experimentos de circuito resistivo, capacivo e indutivo, todos em corrente alternada, foram utilizados os equipamentos mostrados na figura 1:

Figura 1: Foto dos equipamentos usados nos experimentos, onde para a realização, foi necessário um gerador de frequência, que tem como objetivo alterar a frequência de oscilação; um capacitor; indutor; resistência e um osciloscópio que mostra em sua tela a voltagem da onda no eixo y, e o tempo que passa a corrente no eixo x.

Esses equipamentos estão ligados um ao outro, para que formem um circuito resistivo, capacitivo ou indutivo, cujo capacitor na teoria tem um valor de capacitância de $15\mu F$, o indutor uma indutância de $20mH$ e a resistência 100Ω. O gerador teve sua frequência variada de $200Hz$ até $2000Hz$ em intervalos de $200Hz$ e seu erro foi aproximado para 0,5% do valor da leitura. Assim com o osciloscópio mediu-se a tensão pico a pico entre os terminais do resistor e depois entre os terminais do capacitor ou indutor, afim de se mensurar a reatância capacitiva ou indutiva rescpectivamente, depedendo da prática que está sendo realizada.

3 Resultados e Discussão

Por uma dificuldade encontrada com os equipamentos, os dados para as práticas sobre curcuito resistivo e capacitivo foram adquiridos em conjunto com outras bancadas do laboratório.

3.1 Circuito Resistivo

Dados Coletados:

$f(Hz)$	$V_{rt} \pm 0,05(V)$	$V_{rp} \pm 0,25(V)$	$\Delta t \pm 0,05(ms)$
202 ± 1	0,15	0,70	0,00
406 ± 2	0,16	1,00	0,00
606 ± 3	0,16	1,20	0,00
809 ± 4	0,16	1,20	0,00
1016 ± 5	0,16	1,20	0,00
1205 ± 6	0,16	1,25	0,00
1400 ± 7	0,16	1,25	0,00
1603 ± 8	0,16	1,25	0,00
1804 ± 9	0,16	1,25	0,00
2009 ± 10	0,16	1,25	0,00

Tabela 1: Relação entre as frequências, controladas pelo gerador de frequências; as tensões, mensuradas pelo osciloscópio; e a diferença de tempo entre as ondas, também mensurado pelo osciloscópio; onde V_{rt} é a tensão no resistor teste de 10Ω e V_{rp} é a tensão no resistor de interesse.

A partir da análise desses dados, temos:

$i \pm 5(mA)$	$R(\Omega)$	$\omega(Hz)$	$\Delta\varphi(rad)$
15	$46,67 \pm 22,80$	$1268,58 \pm 6,39$	$0,00 \pm 0,06$
16	$62,50 \pm 25,01$	$2549,68 \pm 12,75$	$0,00 \pm 0,13$
16	$75,00 \pm 28,17$	$3805,68 \pm 19,03$	$0,00 \pm 0,19$
16	$75,00 \pm 28,17$	$5080,52 \pm 25,40$	$0,00 \pm 0,25$
16	$75,00 \pm 28,17$	$6380,48 \pm 31,90$	$0,00 \pm 0,32$
16	$78,13 \pm 28,99$	$7567,40 \pm 37,84$	$0,00 \pm 0,38$
16	$78,13 \pm 28,99$	$8792,00 \pm 43,96$	$0,00 \pm 0,44$
16	$78,13 \pm 28,99$	$10066,84 \pm 50,33$	$0,00 \pm 0,50$
16	$78,13 \pm 28,99$	$11329,12 \pm 56,65$	$0,00 \pm 0,57$
16	$78,13 \pm 28,99$	$12616,52 \pm 63,08$	$0,00 \pm 0,63$

Tabela 2: Dados inferidos a partir da análise dos dados coletados; onde i é a corrente elétrica dada por: $i = V_{rt}/R_t$ e $R_t = 10\Omega$, R é a resistência do resistor de interesse dada por: $R = V_{rp}/i$, ω é a frequência angular dada por: $\omega = 2.\pi.f$, e $\Delta\varphi$ é a diferença de fase entre as ondas dada por: $\Delta\varphi = \omega.\Delta t$; cada um com sua respectiva propagação de erro associada.

Construindo um gráfico $R(\Omega)$ X $\omega(Hz)$ podemos verificar a dependência da resistência com a frequência angular.

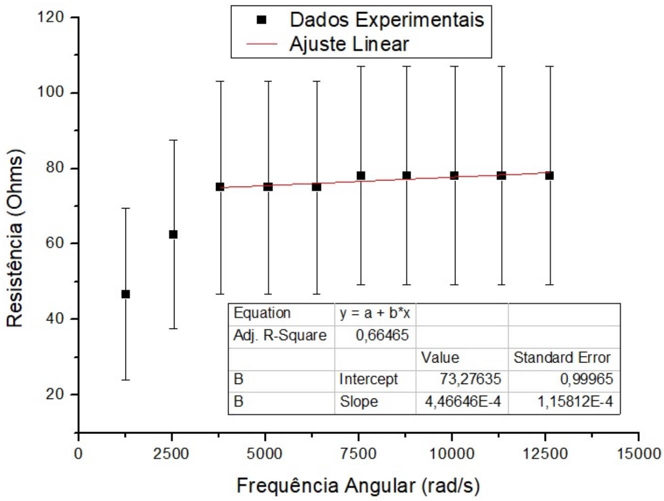

Figura 2: Gráfico da resistência (R) em função da frequência angular (ω), para o circuito resistivo.

Como apresentado no modelo teórico, a resistência não deveria depender da frequência angular, portanto ignorando os dois primeiros pontos e traçando a regreção linear, o coeficiente linear da reta, é equivalente ao valor da resistência do resistor de interesse. Portanto, o valor da resistência pelo método gráfico é de $73,28 \pm 0,99\Omega$.

3.2 Circuito Capacitivo

Dados Coletados:

$f(Hz)$	$V_{rt} \pm 0,1(V)$	$V_c(V)$	$\Delta t(ms)$
200 ± 1	0,4	$6,8 \pm 0,2$	$3,6 \pm 0,2$
401 ± 2	1,2	$4,0 \pm 0,2$	$1,8 \pm 0,2$
601 ± 3	1,2	$3,2 \pm 0,2$	$1,10 \pm 0,05$
802 ± 4	1,0	$2,0 \pm 0,1$	$0,60 \pm 0,05$
999 ± 5	1,1	$1,8 \pm 0,1$	$0,70 \pm 0,05$
1200 ± 6	1,1	$1,8 \pm 0,1$	$0,60 \pm 0,05$
1401 ± 7	1,1	$1,2 \pm 0,1$	$0,50 \pm 0,05$
1600 ± 8	1,1	$1,2 \pm 0,1$	$0,20 \pm 0,05$
1800 ± 9	1,1	$1,3 \pm 0,1$	$0,40 \pm 0,05$
2001 ± 10	1,0	$0,8 \pm 0,1$	$0,30 \pm 0,05$

Tabela 3: Relação entre as frequências, controladas pelo gerador de frequências; as tensões, mensuradas pelo osciloscópio; e a diferença de tempo entre as ondas, também mensurado pelo osciloscópio; onde V_{rt} é a tensão no resistor teste de 10Ω e V_c é a tensão no capacitor.

A partir da análise desses dados, temos:

$i \pm 10(mA)$	$X_C(\Omega)$	$\omega(Hz)$	$\Delta\varphi(rad)$
40	173 ± 43	1257 ± 6	$4,5 \pm 0,3$
120	34 ± 3	2520 ± 13	$4,5 \pm 0,5$
120	27 ± 3	3776 ± 19	$4,2 \pm 0,2$
100	20 ± 2	5039 ± 25	$3,0 \pm 0,2$
110	16 ± 2	6277 ± 31	$4,4 \pm 0,3$
110	16 ± 2	7540 ± 38	$4,5 \pm 0,4$
110	11 ± 1	8803 ± 44	$4,4 \pm 0,4$
110	11 ± 1	10053 ± 50	$2,0 \pm 0,5$
110	12 ± 1	11310 ± 57	$4,5 \pm 0,6$
100	8 ± 1	12573 ± 63	$3,8 \pm 0,6$

Tabela 4: Dados inferidos a partir da análise dos dados coletados; onde i é a corrente elétrica dada por: $i = V_{rt}/R_t$ e $R_t = 10\Omega$, X_C é a reatância capacitiva dada por: $X_C = V_c/i$, ω é a frequência angular dada por: $\omega = 2.\pi.f$, e $\Delta\varphi$ é a diferença de fase entre as ondas dada por: $\Delta\varphi = \omega.\Delta t$; cada um com sua respectiva propagação de erro associada.

Construindo um gráfico $X_C(\Omega)$ X $[1/\omega](s)$ podemos verificar a dependência da reatância capacitiva com a frequência angular.

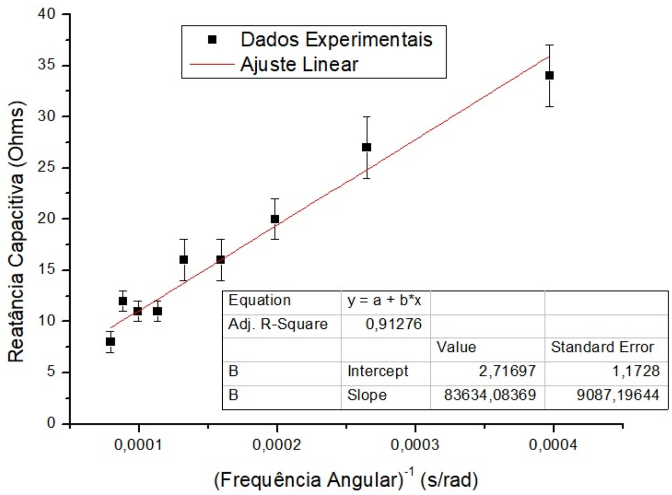

Figura 3: Gráfico da reatância capacitiva (X_C) em função de ($1/\omega$), para o circuito capacitivo.

Como apresentado no modelo teórico, a reatância capacitiva deveria depender da frequência angular de acordo com a relação:

$$X_C = \frac{1}{\omega.C}$$

onde C é a capacitância do capacitor. Traçando a regreção linear, o coeficiente angular da reta, é equivalente ao valor de $1/C$, pois:

$$C = \frac{1}{\omega.X_C} \text{ e } b = \omega.X_C$$

onde b é o coeficiente angular da reta de ajuste. Portanto, o valor da capacitância do capacitor pelo método gráfico é de $(11,95 \pm 0,11)\mu F$.

3.3 Circuito Indutivo

Dados Coletados:

$f(Hz)$	$V_{rt}(mV)$	$V_L(V)$	$\Delta t \pm 0,02(ms)$
2000 ± 10	110 ± 6	$2,50 \pm 0,06$	0,10
1804 ± 9	120 ± 6	$2,50 \pm 0,06$	0,10
1596 ± 8	150 ± 13	$2,8 \pm 0,2$	0,12
1400 ± 7	175 ± 13	$2,4 \pm 0,2$	0,12
1198 ± 6	180 ± 13	$2,3 \pm 0,2$	0,16
1004 ± 5	200 ± 13	$2,1 \pm 0,2$	0,20

Tabela 5: Relação entre as frequências, controladas pelo gerador de frequências; as tensões, mensuradas pelo osciloscópio; e a diferença de tempo entre as ondas, também mensurado pelo osciloscópio; onde V_{rt} é a tensão no resistor teste de 10Ω e V_L é a tensão no resistor de interesse.

A partir da análise desses dados, temos:

$i(mA)$	$X_L(\Omega)$	$\omega(Hz)$	$\Delta\varphi(rad)$
$11,0 \pm 0,6$	227 ± 14	12566 ± 63	$1,3 \pm 0,3$
$12,0 \pm 0,6$	208 ± 12	11335 ± 57	$1,1 \pm 0,2$
15 ± 1	183 ± 23	10028 ± 50	$1,2 \pm 0,2$
17 ± 1	137 ± 18	8796 ± 44	$1,1 \pm 0,2$
18 ± 1	128 ± 17	7527 ± 38	$1,2 \pm 0,2$
20 ± 1	105 ± 14	6308 ± 32	$1,3 \pm 0,1$

Tabela 6: Dados inferidos a partir da análise dos dados coletados; onde i é a corrente elétrica dada por: $i = V_{rt}/R_t$ e $R_t = 10\Omega$, X_L é a reatância indutiva dada por: $X_L = V_L/i$, ω é a frequência angular dada por: $\omega = 2.\pi.f$, e $\Delta\varphi$ é a diferença de fase entre as ondas dada por: $\Delta\varphi = \omega.\Delta t$; cada um com sua respectiva propagação de erro associada.

Construindo um gráfico $X_L(\Omega)$ X $\omega(Hz)$ podemos verificar a dependência da resistência com a frequência angular.

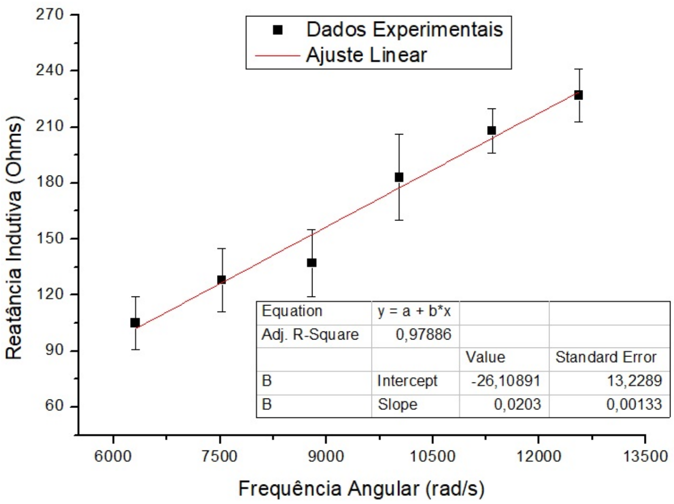

Figura 4: Gráfico da reatância indutiva (Ω) em função da frequência angular (ω), para o circuito indutivo.

Como apresentado no modelo teórico, a reatância indutiva deveria depender da frequência angular de acordo com a relação:

$$X_L = \omega.L$$

onde L é a indutância do indutor. Traçando a regreção linear, o coeficiente angular da reta, é equivalente ao valor de L, pois:

$$L = \frac{X_L}{\omega} \text{ e } b = \frac{X_L}{\omega}$$

onde b é o coeficiente angular da reta de ajuste. Portanto, o valor da indutância do indutor pelo método gráfico é de $(20,30 \pm 1,33)mH$.

4 Conclusão

Foi concluido que os valores teóricos estão próximos dos experimentais, sendo a capacitância teórica de $10\mu F$ e a experimental, encontrada através do método gráfico, foi de $(11,95{\pm}0,11)\mu F$. A indutância teória mensurada a partir de um multímetro foi de $34mH$ e a experimental, encontrada através do método gráfico, foi de $(20,30 \pm 1,33)mH$. Finalmente, a resistência teórica é de 100Ω e experimental, encontrada através do método gráfico, foi de $73,28 \pm 0,99\Omega$.

Essa diferença de valores se da por conta de erros experimentais e um mal funcionamento dos cabos utilizados, onde esses erros podem ser diminuidos se houver uma troca para cabos sem mal contato, e osciloscópios mais novos.

Referências

1. Toginho Filho,D. O., Laureto, E, Catálogo de Experimentos do Laboratório Integrado de Física Geral Departamento de Física - "Circuitos simples em corrente alternada Resistor, Capacitor e Indutor" - Universidade Estadual de Londrina, Março de 2009.