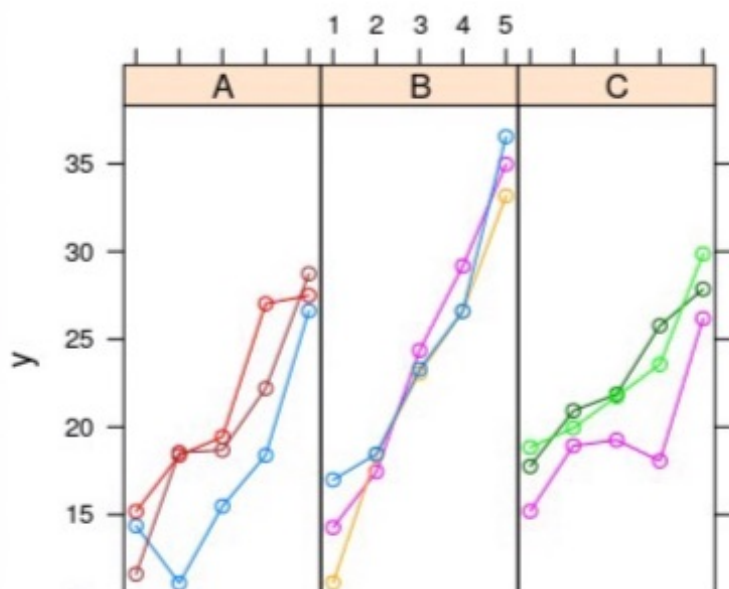
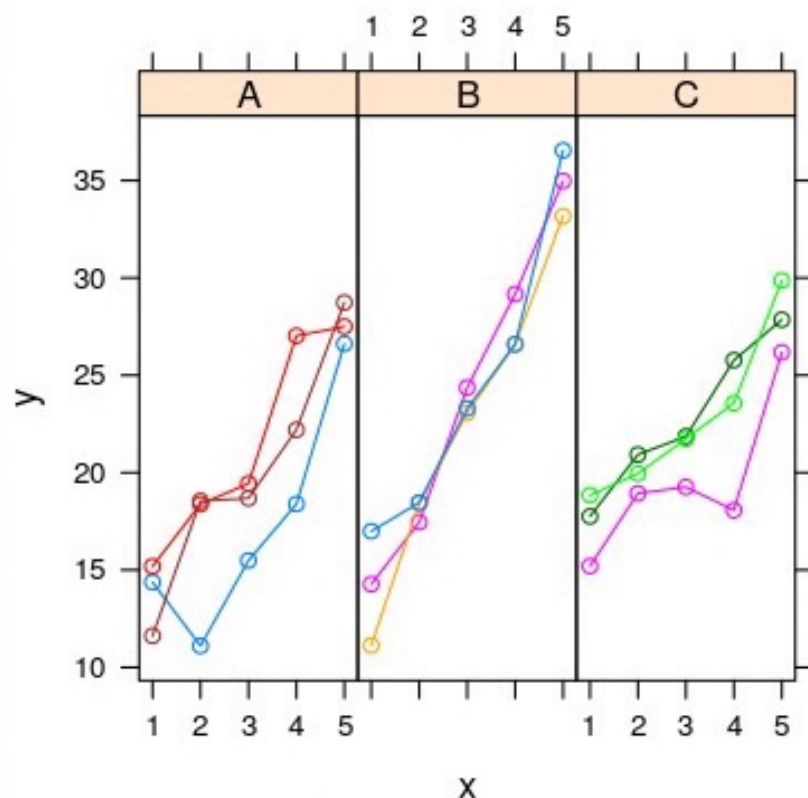


ATENÇÃO. O Moodle faz correção automaticamente. Considere que hajam  $n$  sentenças, das quais  $m$  estão corretas e o valor total da questão 1. O moodle considera que marcar  $k$  alternativas incorretas desconta  $k/(n - m)$  na pontuação acumulada em alternativas corretas. Portanto, evite "chutes". Caso não tenha total segurança se a afirmação é verdadeira, deixe-a em branco.

Considere os dados representados no gráficos a seguir referentes a um experimento que avaliou um fator qualitativo de 3 níveis (trt: A, B e C). Cada nível foi aplicado a 3 unidades experimentais (ue) que foram avaliadas ao longo do tempo 4 vezes (x: 1, 2, ...).





plot of chunk unnamed-chunk-2

Os dados estão organizados da seguinte maneira. Colunas indicam o tratamento, a unidade experimental, o tempo de avaliação e a resposta observada.

```
##      x ue trt      y
## 1  1  1  A 14.37558
## 2  2  1  A 11.10053
## 3  3  1  A 15.48573
## 4  4  1  A 18.39013
```

Os dados estão organizados da seguinte maneira. Colunas indicam o tratamento, a unidade experimental, o tempo de avaliação e a resposta observada.

##	x	ue	trt	y
## 1	1	1	A	14.37558
## 2	2	1	A	11.10053
## 3	3	1	A	15.48573
## 4	4	1	A	18.39013
## 5	5	1	A	26.61793
## 6	1	2	B	14.27262
## 7	2	2	B	17.45100
## 8	3	2	B	24.36286
## 9	4	2	B	29.16402
## 10	5	2	B	34.97444
## 11	1	3	C	17.75315
## 12	2	3	C	20.92788

A designação das unidades experimentais aos tratamentos foi conforme a próxima tabela.

##	trt	ue
## 1	A	1
## 6	B	2
## 11	C	3
## 16	A	4
## 21	B	5
## 26	C	6
## 31	A	7
## 36	B	8
## 41	C	9

## Resultado do ajuste

-----  
Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']

Formula:  $y \sim (1 + x \mid ue) + trt * x$

Data: da

↳ aleatório

REML criterion at convergence: 188.7

1, 126

Scaled residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-2.2060	-0.6297	0.0456	0.6139	1.7006

### Random effects:

Groups	Name	Variance	Std.Dev.	Corr
ue	(Intercept)	1.575555	1.25521	
	x	0.009637	0.09817	1.00
Residual		3.699853	1.92350	

Number of obs: 45, groups: ue, 9

### Fixed effects:

	Estimate	Std. Error	t value
(Intercept)	9.2601	1.3718	6.750
trtB	-0.8918	1.9400	-0.460
trtC	5.2794	1.9400	2.721
x	3.4309	0.3557	9.645
trtB:x	1.6569	0.5031	3.294
trtC:x	-1.0380	0.5031	-2.063

} Estimativa  
dos efeitos  
fixos

Correlation of Fixed Effects:

(Inter)	trtB	trtC	x	trtB:x
---------	------	------	---	--------

A designação das unidades experimentais aos tratamentos foi conforme a próxima tabela.

##	trt	ue
## 1	A	1
## 6	B	2
## 11	C	3
## 16	A	4
## 21	B	5
## 26	C	6
## 31	A	7
## 36	B	8
## 41	C	9

Com estes dados, ajustou-se um modelo de efeitos mistos especificado por:

$$\begin{aligned}y|b_0, b_1 &\sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2) \\ \mu &= X\beta + Z \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} &\sim \text{Normal} \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_0^2 & \sigma_{01} \\ \sigma_{01} & \sigma_1^2 \end{bmatrix} \right)\end{aligned}$$

em que  $X$  e  $Z$  descrevem o preditor considerando os termos de efeito fixo e aleatórios, respectivamente. Este modelo foi declarado na `lme4::lmer()` cujo resultado está a seguir. Usou-se o contraste tipo tratamento padrão do R na parte de efeitos fixos (`contr.treatment`).

Resultado do ajuste



Fixed effects:

	Estimate	Std. Error	t value
(Intercept)	9.2601	1.3718	6.750
trtB	-0.8918	1.9400	-0.460
trtC	5.2794	1.9400	2.721
x	3.4309	0.3557	9.645
trtB:x	1.6569	0.5031	3.294
trtC:x	-1.0380	0.5031	-2.063

Correlation of Fixed Effects:

	(Intr)	trtB	trtC	x	trtB:x
trtB	-0.707				
trtC	-0.707	0.500			
x	-0.674	0.477	0.477		
trtB:x	0.477	-0.674	-0.337	-0.707	
trtC:x	0.477	-0.337	-0.674	-0.707	0.500

convergence code: 0  
boundary (singular) fit: see ?isSingular

### Predições dos efeitos aleatórios

```
-----  
$ue  
  (Intercept)      x  
1 -1.4712933 -0.11506847  
2  0.2718434  0.02126061  
3  0.6959928  0.05443294  
4  1.1947657  0.09344150
```

-----

\$ue

	(Intercept)	x
1	-1.4712933	-0.11506847
2	0.2718434	0.02126061
3	0.6959928	0.05443294
4	1.1947657	0.09344150
5	-0.7033675	-0.05500971
6	0.6742715	0.05273414
7	0.2765276	0.02162696
8	0.4315241	0.03374910
9	-1.3702643	-0.10716708

Fixed effects:

	Estimate	Std. Error	t value
(Intercept)	9.2601	1.3718	6.750
trtB	-0.8918	1.9400	-0.460
trtC	5.2794	1.9400	2.721
x	3.4309	0.3557	9.645
trtB:x	1.6569	0.5031	3.294
trtC:x	-1.0380	0.5031	-2.063

modelo

→ predito

with conditional variances for "ue"

Com base no modelo ajustado e previsões fornecidos, assinale as sentenças verdadeiras.

Escolha uma ou mais:

- ☒ a. A curva populacional estimada para o tratamento C é  $8.37 + 5.088x$ .
- ☒ b. A curva predita para a unidade experimental 7 é  $9.54 + 3.452x$ .
- ☒ c. A estimativa da variância do efeito aleatório de unidades experimentais no intercepto da reta foi **1.576**.
- ☒ d. O número total de parâmetros nesse modelo é **9**.

☒ e. O valor estimado populacional para o tratamento C no ponto  $x = 2$  é 19.325.

☒ f. A matrix  $X$  tem 6 colunas.

☒ g. A curva predita para a unidade experimental 4 é  $7.79 + 3.316x$ .

☒ h. O valor predito para a unidade experimental 9 em  $x = 3$  é 22.312.

☒ i. A matrix  $Z$  tem 2 colunas.

☒ j. A curva populacional estimada para o tratamento A é  $9.26 + 3.431x$ .

☒ k. O valor estimado populacional para o tratamento A no ponto  $x = 4$  é 17.793.

☒ l. A estimativa da variância do efeito aleatório de unidades experimentais na inclinação da reta foi 0.010.

☒ m. O valor predito para a unidade experimental 5 em  $x = 1$  é 13.921.

☒ n. A estimativa da variância residual foi 1.924.



## Labeta 2

1. O dataset `iris` é muito conhecido. Ele contém 4 variáveis quantitativas e uma variável qualitativa (`Species`) que é a espécie das flores. Que suposições devem ser feitas e/ou como os dados deveriam ter sido coletados para considerar que o efeito de `Species` é aleatório?
2. Considere a estrutura do dataset `iris` no qual as variáveis quantitativas são  $y_1, x_1, x_2$  e  $x_3$  e a variável qualitativa é  $G$  de 3 níveis, transcreva para fórmula a usar na `lme4::lmer()` o modelo

$$\begin{aligned}y_{ij}|b_{0i} &\sim \text{Normal}(\mu_{ij}, \sigma^2) \\ \mu_{ij} &= (\beta_0 + b_{0i}) + \beta_1 x_{1j} + \beta_2 x_{2j} \\ b_{0i} &\sim \text{Normal}(0, \sigma_0^2), \quad i \in \{1, 2, 3\}.\end{aligned}$$

1. O dataset `iris` é muito conhecido. Ele contém 4 variáveis quantitativas e uma variável qualitativa (`Species`) que é a espécie das flores. Que suposições devem ser feitas e/ou como os dados deveriam ter sido coletados para considerar que o efeito de `Species` é aleatório?

3. Ainda considerando o modelo anterior, quantas colunas tem a matriz  $X$  e  $Z$  e quantos parâmetros tem o modelo?
4. Considere agora o seguinte modelo

$$y_{ij}|b_{0i}, b_{1i}, b_{2i} \sim \text{Normal}(\mu_{ij}, \sigma^2)$$

$$\mu_{ij} = (\beta_0 + b_{0i}) + (\beta_1 + b_{1i})x_{1j} + (\beta_2 + b_{2i})x_{2j}$$

$$\begin{bmatrix} b_{0i} \\ b_{1i} \\ b_{2i} \end{bmatrix} \sim \text{Normal} \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_0^2 & \sigma_{01} & \sigma_{02} \\ \sigma_{01} & \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{02} & \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \right), \quad i \in \{1, 2, 3\}.$$

transcreva para fórmula a usar na `lme4::lmer()`.

5. Conforme o modelo anterior, quantas colunas tem a matriz  $X$  e  $Z$  e quantos parâmetros tem o modelo?
6. Como visto nos exemplos em sala de aula, o erro padrão da estimativa da média para um tratamento é maior no modelo de efeitos aleatórios que no modelo de efeitos fixos (mantidos em ambos os mesmos termos). No entanto, o contraste entre médias no modelo de efeitos aleatórios tem menor variância. Explique o porquê disso.
7. Para ajustar o modelo de efeitos aleatórios tem-se dois métodos: REML e ML. Qual a diferença entre eles e quando usar cada um?