PRIMEIRA PROVA DE PROCESSOS ESTOCÁSTICOS (CE 211)

Prof. Benito Olivares 1º Sem./ 2019

1. Considere uma cadeia de nascimento e morte sobre os inteiros não-negativos e suponha que $p_0 = 1,\ p_x = p > 0$ e $q_x = q = 1 - p > 0$ para $x \geq 1$. Encontre a distribuição estacionária quando ela existir.

2. Verifique se os seguintes processos são fracamente estacionários (estacionários de segunda ordem):

a) $X(t) = tW(1/t),\ t \geq 0$, sendo W(·) um processo de Wiener.

a) $X(t) = \dfrac{W(t+h) - W(t)}{h},\ t \geq 0,\ h > 0$, sendo W(·) um Processo Wiener.

b) $X(t) = N(t+h) - N(t),\ t \geq 0, h > 0,$ sendo N(·) um Processo de Poisson.

3. Considere uma cadeia de Markov em {0, 1, 2, 3, 4}com matriz de transição

$$P = \begin{bmatrix} r_0 & p_0 & 0 & 0 & 0 \\ q_1 & 0 & p_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & r_2 & p_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 1/2 \end{bmatrix}$$

I. Assuma $r_0 = 1/2$. Encontre condições sobre as probabilidades desconhecidas para a cadeia ser <u>duplamente estocástica</u>.

a) Classifique os estados sob essas condições impostas.

b) Dê um exemplo prático que poderia ser modelado por essa cadeia (Seja criativo!).

c) Existe alguma distribuição estacionária? Caso afirmativo, encontre-a.

d) Quanto vale $P_0(T_0 = n),\ n \geq 1$?

e) Quanto vale $\rho_{xy} = P_x(T_y < \infty), x, y \in S$?

f) Podemos afirmar que o limite de P^n coincide com a distribuição estacionária? Justifique.

II. Imponha condições sobre as probabilidades desconhecidas para que os únicos estados recorrentes sejam 2 e 3.

a) Existe alguma distribuição estacionária? Caso afirmativo, encontre-a.

b) Existem probabilidades de absorção? Comente.

III. Que acontece com a cadeia se $p_0 = p_3 = 0$? Nesse caso existe distribuição estacionária?