

基于主成分分析的神经网络算法对期权价格预测研究

骆 桦,刘 兴

(浙江理工大学理学院,杭州 310018)

摘 要:采用基于主成分分析的神经网络算法对华夏上证 50ETF 期权价格进行预测,并使用期权数据验证该方法的有效性。比较传统 Black-Scholes 期权定价、单个 BP 神经网络算法和基于主成分分析的 BP 神经网络算法对期权价格的预测精度,结果表明:基于主成分分析的 BP 神经网络算法预测精度最高,传统的 Black-Scholes 期权定价方法其预测精度最低。

关键词:期权价格;Black-Scholes 期权定价;主成分分析;BP 神经网络

中图分类号: F830.91

文献标志码: A

文章编号: 1673-3851 (2017) 01-0122-05

0 引 言

金融市场中的期权是重要的金融衍生品,期权交易始于 18 世纪后期的美国和欧洲市场,1973 年芝加哥期权交易所进行标准化合约的买卖后,期权得到迅猛发展。期权又被称作选择权,是指在未来一定期限内可以买卖某种资产的权利,期权的买方向卖方支付一定的期权费,拥有在未来一段时间或者特定时期以事先约定好的价格向卖方买入或者卖出一定数量的标的资产的权利。期权价格变动影响着市场中投资者的利益,因此预测期权价格非常重要。2015 年 2 月 9 日,中国大陆市场诞生了唯一一只可交易期权——华夏上证 50ETF 期权,研究该期权的价格变动对中国市场的投资者来说具有重要意义。

常用的期权价格预测方法有时间序列、BP 神经网络等。时间序列方法中典型模型是 ARMA 模型^[1]。李干琼等^[2]利用时间序列模型对农产品市场价格进行短期预测,模型预测误差为 10%;马保忠等^[3]利用时间序列分析对黄金期货价格进行拟合;尹珏^[4]利用 ARIMA 模型对股票市盈率分析并预测。由于时间序列模型是一种线性模型,而期权价格呈现非线性,因此利用时间序列分析来研究期权

价格有一定的缺陷。BP(back propagation)神经网络是一种按照误差逆传播算法训练的多层前馈网络,能够学习和储存大量的输入-输出模式映射关系,在对各种随机数据的拟合和预测上有着广泛的应用。董莹等^[5]利用 BP 神经网络来预测标准普尔 500 指数期权;韦德民等^[6]在 Black-Scholes 期权定价公式基础上构建神经网络,对中国市场上的权证价格进行研究;王启敢等^[7]通过实证表明,人工神经网络在我国权证市场上的定价效果优于 Black-Scholes 期权定价方法;Laboissiere 等^[8]利用人工神经网络以及相关性分析来预测公司的股票价格。尽管很多研究表明利用 BP 神经网络算法能提高精度,但是大多没有考虑输入输出变量的设计。

本文提出了一种基于主成分分析的 BP 神经网络算法来研究期权价格变动。构建 BP 神经网络的重点在于输入输出变量的设计,本文对期权价格预测研究时,先对输入变量进行主成分分析,得到贡献率较大的变量作为 BP 神经网络的输入变量,这样可减少输入变量的维数,优化神经网络结构,进而提高预测精度。本文以 50ETF 期权价格为实证分析验证该方法的可行性,同时比较传统 Black-Scholes 期权定价方法、单个 BP 神经网络算法和基于主成

收稿日期: 2016-05-10 网络出版日期: 2017-01-03

基金项目: 国家自然科学基金项目(11401532)

作者简介: 骆 桦(1962-),男,浙江诸暨人,副教授,硕士,主要从事金融数学和数理统计方面的研究。

分分析的 BP 神经网络算法 3 种方法的期权价格预测精度,以验证本文所提出算法的有效性。

1 实验数据来源及输入输出变量设计

本文选择中国大陆市场唯一上市可交易的期权——上证 50ETF 期权作为研究对象。该期权合约标的是华夏上证 50ETF(代码为 510050),合约的履约方式为欧式,合约的到期月份为当月、下月及最近的两个季月,合约的最后交易日和行权日为合约到期月份的第 4 个星期三。本文以看涨期权为例,选择 50ETF 购 6 月 2.50(代码为 10000464)及其标的资产自 2015 年 11 月 5 日到 2016 年 3 月 17 日的每日收盘价为样本数据(数据来源于 WIND 资讯),该数据分别包含 90 个交易日数据,其中前 80 个交易日的日期记为样本内数据,后 10 个记为样本外数据。50ETF 购 6 月 2.50 指的是 2016 年 6 月 22 日交割,执行价为 2.50 的看涨期权。50ETF 购 6 月 2.50 每日收盘价格序列如图 1 所示。

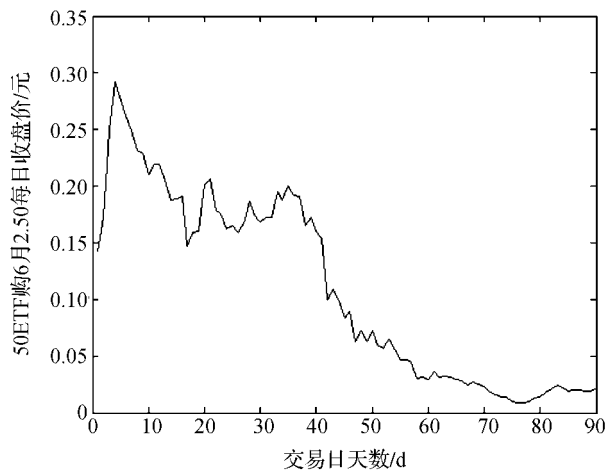


图1 50ETF 购 6 月 2.50 每日收盘价格

50ETF 购 6 月 2.50 的每日收盘价作为神经网络的输出变量。考虑各影响因素以及滞后效应,本文选择以下变量作为神经网络输入变量:期权标的资产分别滞后 1、2、3、4、5d 的价格、执行价格、资产价格 5d 波动率和上海银行间同业拆放利率 Shibor 1 年,共 8 个变量。这 8 个变量自 2015 年 11 月 5 日到 2016 年 3 月 17 日的数据来源于 WIND 资讯。

2 建立基于主成分分析的 BP 神经网络算法的期权价格模型

2.1 基于主成分分析的 BP 神经网络算法

主成分分析^[9]是一种统计方法,通过正交变换将一组可能存在相关性的变量转换为一组线性不相

关的变量,转换后的这组变量称为主成分。在实际问题中,总体 X 的协方差矩阵 Σ 通常未知,需要由样本进行估计。设 x_1, x_2, \dots, x_n 为取自总体 X 的样本,每个样本有 p 个指标,则样本 x_i 可以表示为 p 维向量,即:

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})^T \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

其中元素 x_{ij} ($j = 1, 2, \dots, p$) 表示描述该样本的一个指标。样本表示为 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 。记样本协方差矩阵 S 为:

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^T = (s_{ij})_{p \times p},$$

其中 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 。将样本协方差矩阵 S 作为总体 X 的协方差矩阵 Σ 的估计。

设 $\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_p \geq 0$ 为 S 的 p 个特征值, $\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_p$ 为相应的正交单位向量,于是样本 x_i 可产生 p 个新指标(即成分)组成的新样本 $y_i = (\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_p)^T \cdot x_i^T$ 。

新样本 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$, 其第 i 列 Y_i 表示第 i 个成分的所有观测值。设 $C_{i/n}$ 为第 i 个成分 Y_i 在所有成分的贡献率, $\sum C_{i/n}$ 为前 i 个成分在所有成分的累积贡献率,计算公式是 $C_{i/n} = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^p \lambda_j}$,

$\sum C_{i/n} = \sum_{k=1}^i \lambda_k / \sum_{j=1}^p \lambda_j$, 当累积贡献率大于设定值 85% 时,前 i 个成分称为主成分,这时得到的所有主成分对应的变量作为 BP 神经网络的输入变量。

BP 神经网络算法^[10]由信号的正向传播和误差的反向传播两个阶段组成。在正向传播过程中,信号从输入层输入,经过隐含层处理之后从输出层输出。如果从输出层输出的结果跟预期结果误差大,则转入反向传播过程,将输出结果误差按照一定形式沿着网络反向传播,并且按照误差函数的负梯度方向不断修正各层的连接权值以及阈值,直至输出误差达到精度要求,从而实现神经网络中的大量的输入输出的非线性映射。

由于 3 层 BP 神经网络就可以以任意精度逼近连续函数,因此本文采用 3 层 BP 神经网络,包含输入层、隐含层和输出层。设计 BP 神经网络时,首先需对输入变量和输出变量进行归一化处理,归一化公式如下:

$$x_{\text{new}} = 2 \frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} - 1,$$

其中: x_i 、 x_{new} 分别是样本数据值和归一化处理后样本数据值, x_{\min} 、 x_{\max} 分别为样本数据的最小值与最大

值。其次输入层到隐含层的传递函数设置为 tansig , 即双曲正切函数: $\text{tansig}(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1$ 。隐含层到输出层的传递函数为 purelin , 即 $\text{purelin}(x) = x$ 。

2.2 基于主成分分析的 BP 神经网络算法的期权价格模型的建立与结果

模型变量包括期权标的资产价格分别滞后 1、

2、3、4、5 d 值, 执行价格、资产价格 5 日波动率以及上海银行间同业拆放利率 Shibor 1 年, 共 8 个变量。首先对这 8 个变量做主成分分析, 将 8 个变量所包含的样本数据进行归一化处理后, 得到它们对应的特征值为: 0.0061、1.9000、0.6391、0.6288、1.0062、1.3185、1.2965、1.2048。将这些特征值排序并计算贡献率, 结果见表 1。

表 1 输入变量贡献率结果表

特征值	1.9000	1.3185	1.2965	1.2048	1.0062	0.6391	0.6288	0.0061
贡献率	0.2375	0.1648	0.1621	0.1506	0.1258	0.0799	0.0786	0.0008

计算得前 6 个特征值对应的贡献率累计达到 92.07%, 因此主成分有 6 个。对应于 BP 神经网络的输入变量设计上, 本文选择表 1 中前 6 个特征值对应的变量为输入变量, 即期权标的资产价格分别滞后 2、3、5d 值, 执行价格、资产价格 5 日波动率以及上海银行间同业拆放利率 Shibor 1 年, 共 6 个输入变量。

利用这 6 个输入变量数据构造 BP 神经网络, 训练参数如下: 输入层到隐含层的传递函数为 tansig , 隐含层到输出层的传递函数为 purelin ; 动量项系数为 0.3, 最大学习次数为 5000, 学习速率为 0.25; 网络输出与真实值之间的误差采用均方误差。初始权值和阈值为 $(-1, 1)$ 之间服从均匀分布的随机数, 通过多次试验确定隐含层的神经元个数为 5 个。基于主成分分析所构建的 BP 神经网络结构为 6-5-1。

图 2 是基于主成分分析的 BP 神经网络输出值与实际值的比较结果, 从图中可以看出输出值与实际值的误差较小, 这说明所构建的 BP 神经网络效果良好。利用构建好的 BP 神经网络结构可预测出后 10 个交易日的期权价格, 结果见表 3。

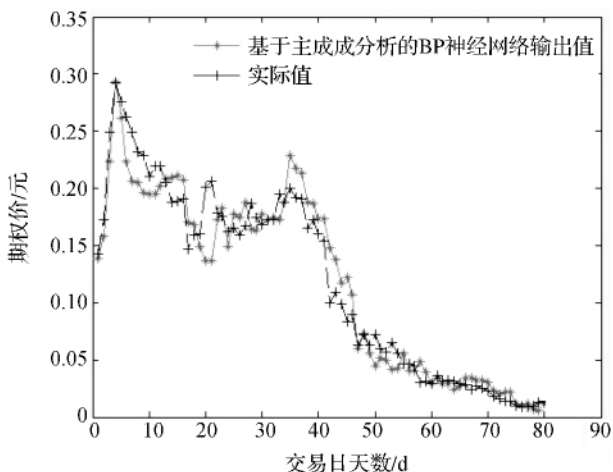


图 2 基于主成分分析的 BP 神经网络输出值与实际值比较

3 与两种传统期权价格预测模型比较

3.1 Black-Scholes 期权定价

利用 Black-Scholes 随机微分方程^[11] 得到的期权定价公式是一个连续时间的金融衍生品的定价模型。由于金融衍生品价格满足 Black-Scholes 微分方程:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} + \frac{\partial f}{\partial S} \times rS_t = rf \quad (1)$$

再结合边界条件, 可以求出金融衍生品的价格。以欧式看涨期权为例, 其价格为:

$$f(t, S_t) = S_t \Phi(d_1) - Ke^{-r(T-t)} \Phi(d_2) \quad (2)$$

其中:

$$d_1 = \frac{\log \frac{S_t}{K} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t}.$$

在应用 Black-Scholes 微分方程计算金融衍生品的理论价格时, 本文作了如下假设: a) 金融衍生品的剩余期限 $T-t$ 的单位为年份; b) 所采用的无风险利率 r 为年利率; c) 基础资产收益率的标准差 σ 亦为年标准差, σ 的计算方法如下:

记 $u_i = \ln(S_i/S_{i-1}) = \ln S_i - \ln S_{i-1}$, 其中: u_i 是资产的对数收益, S_{i-1} 是资产昨天的价格, S_i 是资产今天的价格。由于 Black-Scholes 期权定价模型中假定资产价格的变动是连续的, 因此可以采用资产的对数收益, 资产的对数收益取平均数 \bar{u} , $\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i$, n 为观察值的数量, 那么资产收益率的年标准差可以表示为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} \times \sqrt{252}.$$

这里采用上海银行间同业拆放利率 Shibor 1 年的 60 日均值 3.2471% 作为无风险利率值, 由期权

合约标的资产的样本内数据计算得到收益率的年标准差 σ 为 0.3307。以 2016 年 3 月 3 日到 2016 年 3 月 10 日的合约标的资产价格,由式(2)通过计算可得后 10 个交易日的期权计算价格,结果见表 2。

表 2 基于 Black-Scholes 期权定价模型的 50EFT 购 6 月 2.50 的理论价格

日期	期权理论 价格 / 元	日期	期权理论 价格 / 元
2016-03-04	0.0325	2016-03-11	0.0293
2016-03-07	0.0311	2016-03-14	0.0279
2016-03-08	0.0307	2016-03-15	0.0274
2016-03-09	0.0302	2016-03-16	0.0270
2016-03-10	0.0297	2016-03-17	0.0265

3.2 单个 BP 神经网络期权价格预测

BP 神经网络的输入变量个数为 8 个,网络训练参数设置如下:输入层到隐含层的传递函数为 tansig,隐含层到输出层的传递函数为 purelin;动量项系数为 0.3,最大学习次数为 5000,学习速率为 0.25;网络输出与真实值之间的误差采用均方误差。初始权值和阈值为 $(-1,1)$ 之间的服从均匀分布的随机数,通过多次试验最终确定隐含层的神经元个数为 6 个。因此构建的 BP 神经网络结构为 8-6-1,由构建好的 BP 神经网络结构可预测出后 10 个交易日的期权价格,结果见表 3。

表 3 传统期权价格预测模型与基于主成分分析的 BP 神经网络预测模型结果比较

日期	Black-Scholes 期权理论 价格 / 元	单个 BP 神经网络 期权预 测价格 / 元	基于主成 分分析的 BP 神经网 络期权预 测价格 / 元	期权真 实价格 / 元
2016-03-04	0.0325	0.0186	0.0183	0.0182
2016-03-07	0.0311	0.0201	0.0203	0.0210
2016-03-08	0.0307	0.0223	0.0236	0.0243
2016-03-09	0.0302	0.0196	0.0210	0.0216
2016-03-10	0.0297	0.0172	0.0192	0.0187
2016-03-11	0.0293	0.0182	0.0214	0.0197
2016-03-14	0.0279	0.0156	0.0183	0.0198
2016-03-15	0.0274	0.0165	0.0184	0.0187
2016-03-16	0.0270	0.0158	0.0185	0.0194
2016-03-17	0.0265	0.0176	0.0212	0.0220

3.3 结果比较

表 3 是传统期权价格预测模型与基于主成分分析的 BP 神经网络期权价格预测模型结果比较,比较这 3 种方法的优劣性,优劣性由误差大小来判定,误差较小的方法较优。本文选取两种误差,一是均方误

差 MSD ,二是平均绝对误差 MAD ,它们的计算公式如下:

$$MSD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a}_i)^2,$$

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |a_i - \bar{a}_i|,$$

$$\text{其中 } \bar{a}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i.$$

通过计算,得到 3 种方法的误差见表 4。

表 4 3 种方法预测期权价格误差比较

误差类型	Black-Scholes 期权定价 / 元	单个 BP 神经 网络 / 元	基于主成分分 析的 BP 神经 网络 / 元
MSD	6.3569×10^{-6}	2.0309×10^{-6}	7.2560×10^{-7}
MAD	1.90×10^{-3}	1.10×10^{-3}	6.56×10^{-4}

从表 4 中可以看到:应用 Black-Scholes 期权定价模型得到的期权计算价格与实际值之间的误差较大,其均方误差 MSD 为 6.3569×10^{-6} ,平均绝对误差 MAD 为 1.90×10^{-3} ;通过构建单个 BP 神经网络算法以及基于主成分分析的 BP 神经网络算法来预测期权价格得到的预测值与实际值间的误差均较小;这三种方法中均方误差和平均绝对误差最小的是基于主成分分析的 BP 神经网络算法。可见基于主成分分析的 BP 神经网络算法对期权价格预测可行,且其预测精度最高。

4 结 语

本文提出基于主成分分析的 BP 神经网络算法对期权价格预测研究,利用主成分分析对 BP 神经网络中的输入变量进行优化,减少输入变量维数,降低神经网络结构复杂度,提高神经网络的预测精度。实验结果表明,利用单个 BP 神经网络算法对期权价格预测研究,其预测精度比传统的 Black-Scholes 期权定价方法高,而基于主成分分析的 BP 神经网络算法其预测精度比单个 BP 神经网络算法高。因此本文采用的基于主成分分析的 BP 神经网络算法对期权价格预测研究可行,且该方法的预测效果好。

参考文献:

- [1] Fuchs J J. On estimating the order of an ARMA process [J]. Automatica, 1987, 23(6): 779-782.
- [2] 李干琼,许世卫,李哲敏,等.农产品市场价格短期预测方法与模型研究:基于时间序列模型的预测[J]. 中国农

- 业大学学报,2011,16(2):172-178.
- [3] 马保忠,甄博倩. 基于时间序列分析的黄金期货价格预测模型的实证分析[J]. 商,2015(7):152.
- [4] 尹玥. 基于 ARIMA 模型的股票市盈率分析及预测[J]. 合作经济与科技,2015(2):36-37.
- [5] 董莹,乌日噶,齐淑华. 基于 BP 神经网络的期权定价模型[J]. 鲁东大学学报,2013,29(3):196-199.
- [6] 韦德民,薄晓旭. 基于人工神经网络的权证定价模型研究[J]. 市场经济与价格,2015(5):40-44.
- [7] 王启敢,张艳峰. 基于神经网络方法的期权定价研究[J]. 中南财经政法大学研究生学报,2009(5):49-53.
- [8] LABOISSIERE L A, FERNANDES R A S, LAGE G G. Maximum and minimum stock price forecasting of Brazilian power distribution companies based on artificial neural networks[J]. Applied Soft Computing,2015,35:66-74.
- [9] 何东,刘瑞叶. 基于主成分分析的神经网络动态集成风功率超短期预测[J]. 电力系统保护与控制,2013,41(4):50-54.
- [10] 王小川. MATLAB 神经网络 43 个案例分析[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2013:1-19.
- [11] BLACK F, SCHOLES M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy, 1973,81(3):637-659.

Study on Option Price Forecasting with Neural Network Algorithm Based on Principal Component Analysis

LUO Hua, LIU Xing

(School of Sciences, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Neural network algorithm based on principal component analysis was applied to forecast the option price of Chinese Shanghai 50 ETF, and the option data were used to verify the effectiveness of the proposed method. Besides, we compared prediction accuracy among traditional Black-Scholes option pricing, single BP neural network algorithm and the BP neural network algorithm based on principal component analysis. The results show that the BP neural network algorithm based on principal component analysis has the highest prediction accuracy, and traditional Black-Scholes option pricing method has the lowest prediction accuracy.

Key words: option price; Black-Scholes option pricing; principal component analysis; BP neural network

(责任编辑:康 锋)