

1ª Lista de Exercícios

Questão 1 (valor: 14, cada item de (a) á (e) vale 02, e (f) vale 04) Considerando as

matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$, calcule:

- a) $A - 3B$ b) $|AB|$ c) $A \otimes B$
d) $A \oplus B$ e) B^{-1} e mostre que $BB^{-1} = I$

f) Pesquise sobre o produto de Khatri-Rao e calcule $A \mid \otimes B$

Questão 2 (valor: 16, cada item vale 04) Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} 9 & -5 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$. Responda:

- a) Verifique se A é positiva definida e escreva sua forma quadrática.
b) Determine seus autovalores e autovetores (normalizados).
c) Escreva a decomposição espectral dessa matriz.
d) Determine os autovalores e autovetores (normalizados) da inversa dessa matriz.

Questão 3 (valor: 30, cada item vale 06) Numa exploração agrícola da Bélgica registraram-se os valores de 5 variáveis meteorológicas ao longo 11 anos agrícolas na década de 1920. As cinco variáveis são: x_1 = precipitação total em Novembro e Dezembro (mm); x_2 = temperatura média em Julho (°C); x_3 = precipitação total em Julho (mm); x_4 = radiação em Julho (mm de álcool); x_5 = rendimento médio de colheita (quintais/hectare). Os valores observados foram:

Campanha	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1920-21	87.9	19.6	101.0	1661	28.37
1921-22	89.9	15.2	90.1	968	23.77
1922-23	153.0	19.7	56.6	1353	26.04
1923-24	132.1	17.0	91.0	1293	25.74
1924-25	88.8	18.3	93.7	1153	26.68
1925-26	200.0	17.8	106.9	1286	24.29
1926-27	117.7	17.8	65.5	1204	28.00
1927-28	109.0	18.3	41.8	1400	28.37
1928-29	156.1	17.8	57.4	1222	24.96
1929-30	181.5	16.8	140.6	902	21.66
1930-31	181.4	17.0	74.3	1150	24.37

- Construa o vetor de médias amostrais, a matriz de variâncias e covariâncias amostrais, a matriz de correlação amostral e o gráfico das correlações amostrais. Realize o teste de hipótese para identificar quais correlações são significativas (com 5% de significância). Interprete os resultados obtidos.
- Determine para cada variável a sua respectiva variável padronizada. Verifique se a matriz de variâncias e covariâncias amostral das variáveis padronizadas é igual a matriz de correlação amostral das variáveis originais.
- Construa diagramas de dispersão comparando as variáveis duas a duas. Compare os resultados obtidos nesses diagramas com a matriz de variâncias e covariância e a matriz de correlação.
- Avalie se cada variável tem distribuição normal de probabilidade (considere 5% de significância).
- Avalie se o conjunto de variáveis tem distribuição normal de probabilidade multivariada (considere 5% de significância).

Questão 4 (valor = 18, cada item vale 09) Para cada uma das funções de densidade de probabilidade conjunta a seguir apresente o vetor de médias e a matriz de variâncias e covariância e o valor da correlação entre as duas variáveis do vetor aleatório bi-dimensional. Além disso, responda se em cada caso as duas variáveis X e Y podem ser consideradas independentes.

- $f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \exp\left\{\frac{-1}{2}[(x-1)^2 + (y-2)^2]\right\}$
- $f(x, y) = \frac{1}{2,4} \exp\left\{\frac{-1}{0,72}\left[\frac{x^2}{4} - 8,8xy + y^2\right]\right\}$

Questão 5 (valor = 22) Para os dados abaixo provenientes de um delineamento inteiramente ao acaso, e assumindo que o conjunto de variáveis respostas tem distribuição normal de probabilidade multivariada e homocedasticidade da matriz de variâncias e covariâncias, construa a MANOVA e interprete os resultados obtidos usando alfa igual a 0,05. Sendo que:

Fator: Sexo, com níveis: macho e fêmea

Variável 1 (X1): Comprimento

Variável 2 (X2): Largura

Variável 3 (X3): Peso

Fêmea			Macho		
Comprimento	Largura	Peso	Comprimento	Largura	Peso
98	81	38	93	74	37
103	84	38	94	78	35
103	86	42	95	80	35
105	86	42	100	84	39
109	88	44	102	85	38
123	92	50	106	80	37
123	90	46	104	83	39
133	99	51	106	83	36
133	102	51	107	82	38
133	102	51	112	89	40
134	100	48	113	88	40
136	102	49	110	86	40
138	98	54	116	90	40
138	95	51	117	90	41
141	105	53	117	91	40

147	108	57	119	93	41
149	107	55	120	89	40
153	107	56	120	93	44
155	115	63	121	95	42
155	117	60	125	93	45
158	115	62	127	96	45
159	118	63	128	95	45
162	124	61	131	95	46
177	132	67	130	106	47