UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPTO DE INFORMÁTICA E ESTATÍSTICA

INE5403-FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA DISCRETA PARA A COMPUTAÇÃO
PROF. DANIEL S. FREITAS

3 - INTRODUÇÃO À ANÁLISE COMBINATÓRIA

3.1) Arranjos e Combinações

3.2) O Princípio do Pombal

3.3) Relações de Recorrência

LISTA DE EXERCÍCIOS

Nos 3 exercícios a seguir, forneça os 4 primeiros termos e identifique a relação de recorrência dada como homogênea linear ou não. Se a relação for linear homogênea, forneça o seu grau:

1. *(Kolman5-seção 3.5-ex.1)* $a_n = 2.5a_{n-1}, \ a_1 = 4$
2. *(Kolman5-seção 3.5-ex.3)* $c_n = 2^n.c_{n-1}, \ c_1 = 3$
3. *(Kolman5-seção 3.5-ex.5)* $e_n = 5.e_{n-1} + 3, \ e_1 = 1$
4. *(Kolman5-seção 3.5-ex.7)* Seja $A = \{0, 1\}$. Forneça uma relação de recorrência para o número de strings de comprimento n em A^* que não contêm 01.
5. *(Kolman5-seção 3.5-ex.9)* No primeiro dia de cada mês o Sr. Martinez deposita R$100,00 em uma conta-poupança que paga 6% compostos mensalmente. Assumindo que nenhuma retirada é feita, forneça uma relação de recorrência para a quantidade total de dinheiro na conta ao final de n meses.
6. *(Kolman5-seção 3.5-ex.11)* Em um certo jogo, um marcador deve ser movido para a frente 2 ou 3 passos em um caminho linear. Seja c_n o número de modos diferentes em que um caminho de comprimento n pode ser coberto. Forneça uma relação de recorrência para c_n.

   Para os próximos 3 exercícios, use a técnica de backtracking para encontrar uma fórmula explícita para a seqüência definida pela relação de recorrência e condições iniciais dadas.

7. *(Kolman5-seção 3.5-ex.13)* $b_n = 5.b_{n-1} + 3, \ b_1 = 3$
8. *(Kolman5-seção 3.5-ex.15)* $d_n = -1.1d_{n-1}, \ d_1 = 5$
9. *(Kolman5-seção 3.5-ex.17)* $g_n = ng_{n-1}, \ g_1 = 6$

   Para os próximos 3 exercícios, resolva cada uma das relações de recorrência.

10. *(Kolman5-seção 3.5-ex.19)* $b_n = -3b_{n-1} - 2b_{n-2}, \ b_1 = -2, \ b_2 = 4$
11. *(Kolman5-seção 3.5-ex.21)* $d_n = 4d_{n-1} - 4d_{n-2}, \ d_1 = 1, \ d_2 = 7$
12. *(Kolman5-seção 3.5-ex.23)* $g_n = 2g_{n-1} - 2g_{n-2}, \ g_1 = 1, \ g_2 = 4$
13. *(Kolman5-seção 3.5-ex.31)* Para a seqüência de Fibonacci, prove que, para $n \geq 2$, $f_{n+1}^2 - f_n^2 = f_{n-1}f_{n+2}$.

    O Teorema visto em aula pode ser estendido para uma relação homogênea linear de grau k:

$a_n = r_1 a_{n-1} + r_2 a_{n-2} + \cdots + r_k a_{n-k}$.

Se a equação característica tem k raízes distintas $s_1, s_2, \ldots, s_k$, então $a_n = u_1 s_1^n + u_2 s_2^n + \cdots + u_k s_k^n$, onde $u_1, u_2, \ldots, u_k$ dependem das condições iniciais.

14. *(Kolman5-seção 3.5-ex.35)* Resolva a relação de recorrência $a_n = -2a_{n-1} + 2a_{n-2} + 4a_{n-3}$, $a_1 = 0$, $a_2 = 2$, $a_3 = 8$.