

## 6 - RELAÇÕES DE ORDENAMENTO

6.1) Conjuntos Parcialmente Ordenados (Posets)

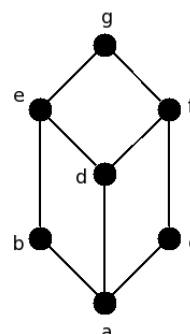
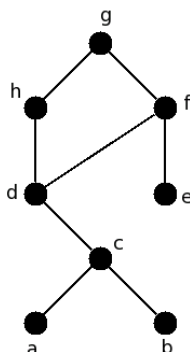
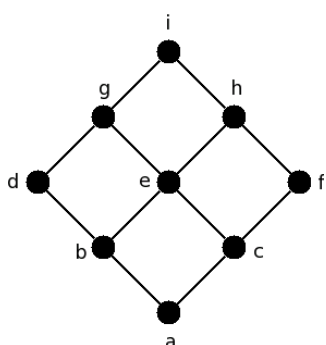
6.2) Extremos de Posets

### 6.3) Reticulados

6.4) Álgebras Booleanas Finitas

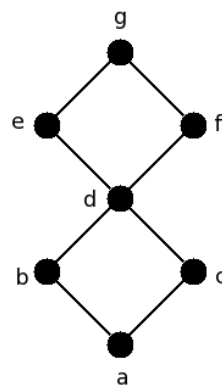
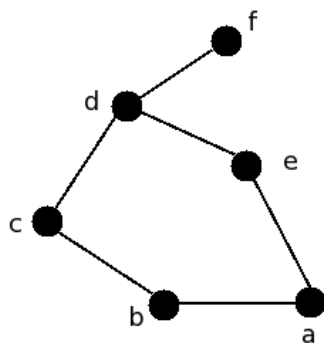
## LISTA DE EXERCÍCIOS

1. (Kolman5-seção 6.3-exs.1, 3 e 5) Determine se os diagramas de Hasse mostrados abaixo representam reticulados:



2. (Kolman5-seção 6.3-ex.7) Será que o poset  $A = \{2, 3, 6, 12, 24, 36, 72\}$ , sob a relação de divisibilidade, é um reticulado?
3. (Kolman5-seção 6.3-ex.9) Seja  $A$  o conjunto das matrizes  $2 \times 2$ , com  $M R N$  se e somente se  $m_{ij} \leq n_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq 2$ ,  $1 \leq j \leq 2$ . Determine se  $(A, R)$  é um reticulado.
4. (Kolman5-seção 6.3-ex.13) Seja  $L = P(S)$  o reticulado de todos os subconjuntos de um conjunto  $S$  sob a relação de inclusão. Seja  $T$  um subconjunto de  $S$ . Mostre que  $P(T)$  é um sub-reticulado de  $L$ .
5. (Kolman5-seção 6.3-ex.15) Mostre que um subconjunto de um poset linearmente ordenado é um sub-reticulado.
6. (Kolman5-seção 6.3-ex.17) Forneça os diagramas de Hasse de todos os reticulados não-isomórficos que possuem um, dois, três, quatro ou cinco elementos.
7. (Kolman5-seção 6.3-ex.27) Encontre o complemento de cada elemento em  $D_{42}$ .

8. (Kolman5-seção 6.3-exs.29 e 31) Determine se cada reticulado abaixo é distributivo, complementado, ou ambos.



9. (Kolman5-seção 6.3-ex.33) Seja  $L$  um reticulado limitado com pelo menos dois elementos. Mostre que nenhum elemento de  $L$  é o seu próprio complemento.