

7 - ESTRUTURAS ALGÉBRICAS

7.1) Operações Binárias

7.2) Semigrupos

7.3) Produtos e Quocientes de Semigrupos

7.4) Grupos

7.5) Produtos e Quocientes de Grupos

LISTA DE EXERCÍCIOS

- (Kolman5-seção 9.1-exs.1, 3, 5 e 7) Em cada exercício abaixo, determine se a descrição dada para $*$ é uma definição válida de uma operação binária sobre o conjunto.
 - (1) $a * b$ é definida sobre \mathbb{R} como ab (multiplicação comum).
 - (3) $a * b$ é definida sobre \mathbb{Z}^+ como a^b .
 - (5) $a * b$ é definida sobre \mathbb{Z}^+ como $a - b$.
 - (7) $a * b$ é definida sobre \mathbb{R} como o maior número racional que é menor do que ab .
- (Kolman5-seção 9.1-exs.9 a 19) Em cada exercício abaixo, determine se a operação binária $*$ é comutativa e se ela é associativa sobre o conjunto.
 - (9) $a * b$ é definida sobre \mathbb{Z}^+ como $a + b + 2$.
 - (11) $a * b$ é definida sobre \mathbb{R} como $a \times |b|$.
 - (13) $a * b$ é definida sobre \mathbb{R} como o mínimo de a e b .
 - (15) $a * b$ é definida sobre \mathbb{R} como $ab/3$.
 - (17) $a * b$ é definida sobre um reticulado A como $a \vee b$.
 - (19) $a * b$ é definida sobre o conjunto dos números racionais como $a * b = \frac{a+b}{2}$.
- (Kolman5-seção 9.1-ex.21) Prove que é verdadeiro (ou falso) afirmar que a operação binária do exercício (19) possui a propriedade de idempotência.
- (Kolman5-seção 9.1-ex.23) Preencha a tabela a seguir de modo que a operação binária $*$ seja comutativa e possua a propriedade de idempotência.

$*$	a	b	c
a			c
b			
c	c		a

5. (Kolman5-seção 9.1-ex.25) Considerando a operação binária $*$, definida sobre o conjunto $A = \{a, b, c, d\}$ pela seguinte tabela:

$*$	a	b	c	d
a	a	c	b	d
b	d	a	b	c
c	c	d	a	a
d	d	b	a	c

compute:

- (a) $c * d$ e $d * c$
 - (b) $b * d$ e $d * b$
 - (c) $a * (b * c)$ e $(a * b) * c$
 - (d) A operação $*$ é comutativa? E associativa?
6. (Kolman5-seção 9.1-ex.27) Complete a tabela dada abaixo de modo que a operação binária $*$ seja associativa.

$*$	a	b	c	d
a	b	a	c	d
b	b	a	c	d
c				
d	d	c	c	d

7. (Kolman5-seção 9.1-ex.29) Seja um conjunto A com n elementos. Quantas operações binárias comutativas podem ser definidas sobre A ?
8. (Kolman5-seção 9.1-ex.30) Seja $A = \{a, b\}$.
- (a) Construa uma tabela para cada uma das 16 operações binárias que podem ser definidas sobre A .
 - (b) Usando as tabelas que você construiu, identifique as operações binárias sobre A que são comutativas.