EE15
Comunicação de Dados

Aula 10-11:
ANÁLISE DE SINAIS
SÉRIES DE FOURIER

Definições

- Análise:
  Quebra ou decomposição de uma estrutura complexa em elementos ou partes mais simples, facilitando o seu entendimento.

- Sinusoides:
  São os sinais (periódicos) mais simples encontrados na natureza. São “elementos construtivos”.
  É possível mostrar que qualquer sinal (em princípio) pode ser construído a partir de uma soma de sinusoides apropriadas:

$$\begin{pmatrix}\text{SINAL}\\ \text{QUALQUER}\end{pmatrix} = \sum \text{SINUSÓIDES\_APROPRIADOS}$$

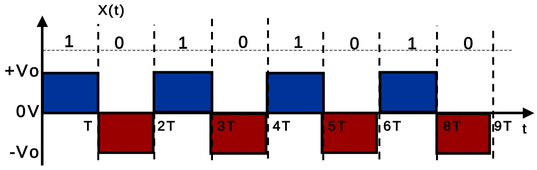
- Sinusoides:
  Senos e cosenos com amplitudes e freqüências variadas.

$$\begin{pmatrix}\text{SINAIS}\\ \text{DIFERENTES}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{CONJUNTOS}\\ \text{DIFERENTES}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{SENOS\_E\_COSENOS}\\ \text{COM\_AMPLITUDES\_E}\\ \text{FREQ.\_ESPECIFICAS}\end{pmatrix}$$

$$X(t) = A_1\cos(2\pi f_1 t) + B_1\,\text{sen}(2\pi f_1 t) + A_2\cos(2\pi f_2 t) + B_2\,\text{sen}(2\pi f_2 t)$$

- Dado um sinal x(t), para construí-lo perfeitamente (a partir de sinusóides) são necessários infinitos termos na somatória. Ou seja, para construir perfeitamente, um sinal x(t) é necessário combinar um número infinito de sinusoides.

- Exemplo 2: Sinal digital RZ bipolar (“0”= -Vo, “1”= +Vo), onde “T”=tempo de um bit.



Possível recontruir esse sinal somando-se um grande número de sinusoides apropriadas.

Para o sinal tem-se:

$$X(t) = \frac{4Vo}{\pi}\cos(2\pi f_0 t) + \frac{4Vo}{3\pi}\text{sen}(6\pi f_0 t) + \frac{4Vo}{5\pi}\cos(10\pi f_0 t) + \dots\dots\dots$$

$$\boxed{X(t) = \frac{4Vo}{k\pi}\text{sen}(2k\pi f_0 t) + \dots\dots}$$

k=número inteiro, positivo e impar.

- Os termos da série (sinusoides) são sempre decrescentes em Amplitude e crescentes em Freqüência.

- Na equação:
  fo = freqüência fundamental do sinal
  fo=1/(2T)

IDEIAS BÁSICAS

- Somando-se a infinitos termos, chegas-e a um sinal que é idêntico a X(t).
- Somando-se um grande número de termos (mas não infinitos), chega-se a um sinal que se parece bastante com X(t), embora não seja idêntico.
- Somando-se um pequeno número de termos, chega-se a um sinal que é apenas uma aproximação de X(t).

CONCLUSÃO

- Quanto maior o número de termos incluídos, melhor será a aproximação.

A PERGUNTA QUE FICA

- Dado um sinal qualquer X(t), como determinar quais sinusóides devem ser somadas para formá-lo?
- Deve-se resolver uma equação integral, que pela sua vez está dividida em duas partes:

$$A_k = \frac{1}{T}\int_T X(t)\cos(k\omega_0 t)dt \qquad \boxed{\omega_0 = 2\pi f_0}$$

$$B_k = \frac{1}{T}\int_T X(t)\,\mathrm{sen}(k\omega_0 t)dt$$

- A_k amplitude da cosenóide que possui freqüência kf_0
- B_k amplitude da senóide que possui freqüência kf_0

- Uma vez determinadas A_k e B_k, pode-se construir o sinal X(t) somando-se as senóides e/ou cosenóides correspondentes:

$$\boxed{X(t) = a_0 + 2\sum_{k=1}^{+\infty} A_k \cos(k\omega_0 t) + 2\sum_{k=1}^{+\infty} B_k\,\mathrm{sen}(k\omega_0 t)} \longrightarrow \boxed{\text{EQUAÇÃO DE SÍNTESE}}$$

- Onde

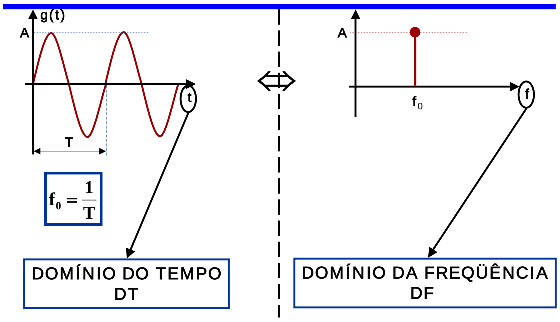
$$\boxed{a_k = \frac{1}{T}\int_T X(t)dt} \longrightarrow \boxed{\text{Área líquida do sinal (Nível constante, valor médio do sinal)}}$$

ESPECTRO

- É o CONJUNTO de sinusóides que forma o sinal, juntamente com as freqüências associadas.

DOMÍNIO DO TEMPO E DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA

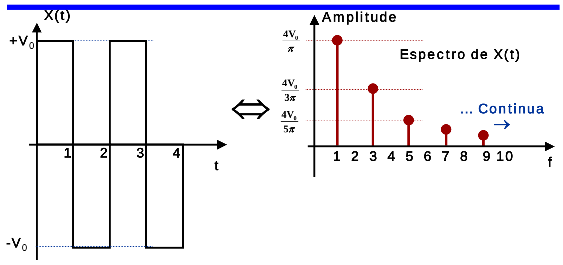
- Uma sinusóide é uma unicamente determinada pela sua freqüência e pela sua amplitude (a fase não é considerada). Assim, conhecendo-se ***f*** e ***A***, conhece-se tudo a respeito dessa sinusóide.
- Uma maneira econômica e útil de representação de uma sinusóide, consiste em relacionar a sua amplitude com a sua freqüência, representando a tal sinusóide no Domínio da Freqüência **Simplificado**.
- Diz-se simplificado porque a fase será desconsiderada.



- A idéia fundamental é usar o mesmo princípio para sinais quaisquer.
  Considerando que:
  SINAL = $\sum$SINUSÓIDES   SINUSÓIDE → A, f

CONCLUSÕES:

- É possível, então representar o ESPECTRO de um sinal (ou conjunto de sinusóides que o formam) no Domínio da Freqüência.
- Para isso, basta relacionar a amplitude com a respectiva freqüência de cada sinusóide que compõe o sinal em questão.
- Assim, é possível estudar um sinal no DT, avaliando a sua evolução temporal, ou no DF, avaliando o ESPECTRO do mesmo.



- Todas as freqüências serão múltiplas inteiras da freqüência fundamental do sinal f_0.

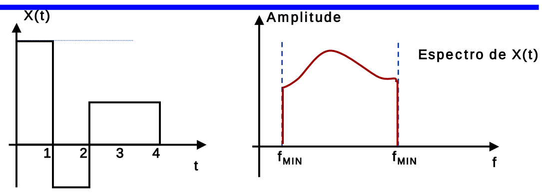
LARGURA DE BANDA

BANDA= faixa, trecho

- Largura de banda de um sinal é a diferença entre a maior e menor freqüência presentes no espectro do mesmo.

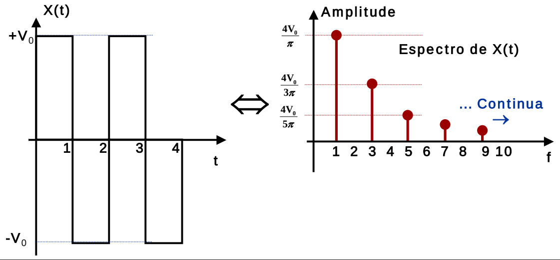
$$\boxed{BW = f_{MAX} - f_{MIN}}$$

BW= Band Width
Normalmente em Hertz

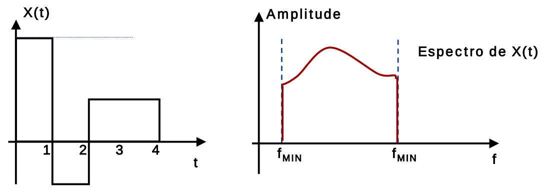


OBSERVAÇÕES:

1. Para sinais periódicos o Espectro é discreto: formado por sinusóides com freqüências múltiplas da freqüência fundamental f_o. Tem-se um espectro de linhas.

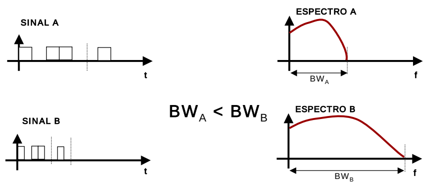


2. Para sinais não-periódicos (sinal qualquer) o Espectro é contínuo: o sinal é constituído por sinusóides de todas as freqüências possíveis dentro da largura de banda do sinal.



SINAL DE BANDA LARGA

- Sinal composto de um grande número de sinusóides, especialmente em alta freqüência.
- Quanto mais variações possuir o sinal, mais largo será o espectro (banda larga).



ESPECTRO E LARGURA DE BANDA

- Existe uma correspondência direta entre o sinal no DT e su espectro (representado no DF).

Alterações no SINAL no DT	Alterações no Espectro no DF
Comprimir um SINAL no DT	Expandir o Espectro no DF
Expandir um SINAL no DT	Comprimir o Espectro no DF

- Mas por que?

APLICAÇÕES DA ANÁLISE DE FOURIER

- Avaliação quantitativa das atenuações e distorções produzidas pelo meio de transmissão (canal de comunicação), nos sinais portadores da INFO.
- Avaliação da capacidade de Transmissão de INFO de um Canal de comunicação.
- Utlzação em esquemas de compressão de imagens/som (JPEG, MPEG, MP3, etc.).