INE5403

Fundamentos de Matemática Discreta para a Computação

Prof. Daniel S. Freitas

UFSC - CTC - INE

8.1) Linguagens

8.2) Máquinas de Estado Finito

LINGUAGENS & COMPUTADORES

- Para mandar um computador realizar uma tarefa:
  - devemos transmitir conjunto preciso de instruções passo a passo.

LINGUAGENS & COMPUTADORES

- Para mandar um computador realizar uma tarefa:
  - devemos transmitir conjunto preciso de instruções passo a passo.
- Que linguagem usamos para esta comunicação?

LINGUAGENS & COMPUTADORES

- Para mandar um computador realizar uma tarefa:
  - devemos transmitir conjunto preciso de instruções passo a passo.
- Que linguagem usamos para esta comunicação?
- No início: apenas linguagem de máquina.
  - Trabalhosa, desajeitada, fácil de errar.

LINGUAGENS & COMPUTADORES

- Para mandar um computador realizar uma tarefa:
  - devemos transmitir conjunto preciso de instruções passo a passo.
- Que linguagem usamos para esta comunicação?
- No início: apenas linguagem de máquina.
  - Trabalhosa, desajeitada, fácil de errar.
- Linguagem de programação “ideal”:
  - linguagem natural (inglês, português,...)

Linguagens & Computadores

- Teoria de Linguagens Formais em CC:
  - Modelos matemáticos das linguagens naturais.
    - Objetivo: linguagens formais para a comunicação com o computador.

LINGUAGENS & COMPUTADORES

- Teoria de Linguagens Formais em CC:
  - Modelos matemáticos das linguagens naturais.
    - Objetivo: linguagens formais para a comunicação com o computador.
- Este capítulo:
  - Noções elementares de linguagens formais.
  - Noções de Máquinas de Estados Finitos
    - modelo matemático abstrato de um computador
    - capaz de reconhecer elementos de uma linguagem formal

Expressões regulares

- Expressão regular (ER) (sobre A):
  - string com elems de A e com: $(\, , \,) \, , \, \vee, \, *, \, \Lambda$

EXPRESSÕES REGULARES

- Expressão regular (ER) (sobre $\boldsymbol{A}$):
  - string com elems de $\boldsymbol{A}$ e com: $(\,,\,)\,,\,\vee,\,*,\,\boldsymbol{\Lambda}$
  - de acordo com com a seguinte definição:
    - ER1: o símbolo $\boldsymbol{\Lambda}$ é uma expressão regular
    - ER2: $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A}$ é uma expressão regular
    - ER3: se $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$ já são ERs, então $\boldsymbol{\alpha\beta}$ é ER
    - ER4: se $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$ já são ERs, então $\boldsymbol{\alpha} \vee \boldsymbol{\beta}$ é ER
    - ER5: se $\boldsymbol{\alpha}$ é ER, então $(\boldsymbol{\alpha})^*$ é ER

Expressões regulares

- **Exemplo 1/3:** Expressões regulares sobre $A = \{0, 1\}$:
  - $0^*(0 \vee 1)^*$

EXPRESSÕES REGULARES

- **Exemplo 1/3:** Expressões regulares sobre $A = \{0, 1\}$:
  - $0^*(0 \vee 1)^*$
    - 0 e 1 são ERs (ER2)
    - $0 \vee 1$ é ER (ER4)

EXPRESSÕES REGULARES

- **Exemplo 1/3:** Expressões regulares sobre $A = \{0, 1\}$:
  - $0^*(0 \vee 1)^*$
    - 0 e 1 são ERs (ER2)
    - $0 \vee 1$ é ER (ER4)
    - 0^* e $(0 \vee 1)^*$ são ERs (ER5)
    - $0^*(0 \vee 1)^*$ é ER (ER3)

EXPRESSÕES REGULARES

- **Exemplo 2/3:** Expressões regulares sobre $A = \{0, 1\}$:
  - $00^*(0 \vee 1)^*1$
    - 0, 1 e $0^*(0 \vee 1)^*$ são todos ERs
    - $00^*(0 \vee 1)^*1$ deve ser regular (ER3 duas vezes)

EXPRESSÕES REGULARES

- **Exemplo 3/3:** Expressões regulares sobre $A = \{0, 1\}$:
  - $(01)^*(01 \vee 1^*)$
    - 01 é ER (ER3)
    - como 1^* é regular, $(01 \vee 1^*)$ é regular (ER4)

EXPRESSÕES REGULARES

- **Exemplo 3/3:** Expressões regulares sobre $A = \{0, 1\}$:
  - $(01)^*(01 \vee 1^*)$
    - 01 é ER (ER3)
    - como 1^* é regular, $(01 \vee 1^*)$ é regular (ER4)
    - $(01)^*$ é regular (ER5)
    - $(01)^*(01 \vee 1^*)$ é regular (ER3)

LINGUAGENS

- S^*: todas as strings finitas de elementos de S
- Se $S =$ conjunto de "palavras", então:
  - S^*: "todas as possíveis sentenças com elementos de S"
- Mas: estas "sentenças" podem não ter sentido...

LINGUAGENS

- Linguagem: especificação completa de:

1. conjunto S com todas as "palavras" da linguagem
2. subconjunto de S^* com "sentenças bem construídas"

   (vai depender muito da linguagem sendo construída)

3. quais "sentenças bem construídas" possuem sentido e qual é este sentido

EXEMPLOS DE LINGUAGEM (1/2)

- Suponha que S consiste das palavras do português:
  - “sentença bem construída”: regras da gramática portuguesa

EXEMPLOS DE LINGUAGEM (1/2)

- Suponha que S consiste das palavras do português:
  - “sentença bem construída”: regras da gramática portuguesa
  - significado: construção + significado das palavras

EXEMPLOS DE LINGUAGEM (1/2)

- **Exemplo 4:** "Para a Europa Tarso Inácio viajar foi."
  - é uma string em S^*
  - mas não uma "sentença bem construída":
    - arranjo de substantivos e verbos é ilegal

EXEMPLOS DE LINGUAGEM (1/2)

- **Exemplo 5:** “Sons azuis silenciosos repousam de pernas cruzadas embaixo do topo da montanha.”
  - “sentença bem construída”
  - mas completamente sem sentido

Exemplos de linguagem (2/2)

- Agora seja S: inteiros & $+, -, \times, \div, (,)$
  - "bem construídas": strings que representam expressões algébricas de forma não ambígua
- Sentenças "bem construídas" nesta linguagem:
  - $((3-2)+(4\times 7))\div 9$
  - $(7-(8-(9-10)))$

EXEMPLOS DE LINGUAGEM (2/2)

- Agora seja S: inteiros & $+, -, \times, \div, (,)$
  - "bem construídas": strings que representam expressões algébricas de forma não ambígua
- Sentenças "bem construídas" nesta linguagem:
  - $((3 - 2) + (4 \times 7)) \div 9$
  - $(7 - (8 - (9 - 10)))$
- Algumas "mal construídas":
  - $(2 - 3)) + 4$
  - $4 - 3 - 2$
  - $)2 + (3-) \times 4$

EXEMPLOS DE LINGUAGEM (2/2)

- S: inteiros & $+, -, \times, \div, (,)$
  - Neste caso, todas as expressões bem construídas possuem significado (menos com divisão por zero).

EXEMPLOS DE LINGUAGEM (2/2)

- $\boldsymbol{S}$: inteiros & $+, -, \times, \div, (,)$
  - Neste caso, todas as expressões bem construídas possuem significado (menos com divisão por zero).
  - Significado: racional que a expressão representa.
    - O significado de $\mathbf{((2-1)\div 3)+(4\times 6)}$ é $\mathbf{73/3}$
    - $\mathbf{2+(3\div 0)}$ e $\mathbf{(4+2)-(0\div 0)}$ não têm sentido

LINGUAGENS

- Especificação da construção adequada das sentenças: sintaxe de uma linguagem.

LINGUAGENS

- Especificação da construção adequada das sentenças: sintaxe de uma linguagem.

- Especificação do significado das sentenças: semântica de uma linguagem.

LINGUAGENS DE PROGRAMAÇÃO

- Exemplos de linguagens fundamentais na CC: linguagens de programação.
  - C, C++, Java, LISP, Prolog, etc.
- Ensinar a programar: ensinar a sintaxe de uma linguagem.

LINGUAGENS DE PROGRAMAÇÃO

- Exemplos de linguagens fundamentais na CC: linguagens de programação.
  - C, C++, Java, LISP, Prolog, etc.
- Ensinar a programar: ensinar a sintaxe de uma linguagem.
- Compiladores modernos detectam erros de sintaxe.
- A semântica de uma LP é muito mais difícil:
  - Significado de uma linha de programa:
    - “toda a seqüência de eventos que ocorrem no interior do computador como resultado da execução desta linha”...

LINGUAGENS

- Não veremos nada de semântica de linguagens.
- Lidaremos com a sintaxe de uma classe de linguagens:
  - as "Gramáticas com Estrutura de Frase":

LINGUAGENS

- Não veremos nada de semântica de linguagens.
- Lidaremos com a sintaxe de uma classe de linguagens:
  - as "Gramáticas com Estrutura de Frase":
    - insuficientes para linguagens naturais
    - complexas o suficiente para incluir maioria dos aspectos das linguagens de progr. em CC
    - mas simples de analisar: sintaxe determinada por regras de substituição

GRAMÁTICAS

- Gramática com Estrutura de Frase G:
  - quádrupla $(V, S, v_0, \mapsto)$
  - aonde:
    - V é um conjunto finito
    - S é um subconjunto de V
    - $v_0 \in V - S$
    - $\mapsto$ é uma relação finita sobre V^*

GRAMÁTICAS

- Gramática com Estrutura de Frase G: $(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{v_0}, \mapsto)$
  - S: conjunto das “palavras” permitidas na linguagem
  - V é S junto com outros símbolos
  - $v_0 \in V$ é um ponto de partida para a substituição
  - relação $\mapsto$ sobre V^*: substituições permitidas

GRAMÁTICAS

- Gramática com Estrutura de Frase G: $(V, S, v_0, \mapsto)$
  - S: conjunto das "palavras" permitidas na linguagem
  - V é S junto com outros símbolos
  - $v_0 \in V$ é um ponto de partida para a substituição
  - relação $\mapsto$ sobre V^*: substituições permitidas
    - se $w \mapsto w'$, podemos substituir w por w'
    - $w \mapsto w'$ é chamada de produção de G
    - nenhuma produção tem Λ como lado esquerdo

GRAMÁTICAS

- Podemos definir a relação de substituição $\Rightarrow$ sobre V^*
- $x \Rightarrow y$ significa:
  - $x = l \cdot w \cdot r$, $y = l \cdot w' \cdot r$ e $w \mapsto w'$
  - onde: l e r são strings arbitrárias em V^*

GRAMÁTICAS

- Podemos definir a relação de substituição $\Rightarrow$ sobre V^*
- $x \Rightarrow y$ significa:
  - $x = l \cdot w \cdot r$, $y = l \cdot w' \cdot r$ e $w \mapsto w'$
  - onde: l e r são strings arbitrárias em V^*
- "y resulta de x pelo uso de uma produção para substituir parte ou o todo de x"

GRAMÁTICAS

- $\Rightarrow^{\infty}$ é o fecho transitivo de $\Rightarrow$:
  - uma string w em S^* é uma sentença sintaticamente correta sse $v_0 \Rightarrow^{\infty} w$
- uma string w é “bem construída” se podemos ir de v_0 a w por meio de um nro finito de substituições

GRAMÁTICAS

- Seja $G = (V, S, v_0, \mapsto)$ uma gram. com estr. de frase:
  - S é o conjunto de símbolos terminais
  - $N = V - S$ é o conjunto de símbolos não-terminais
  - Note que: $V = S \cup N$

GRAMÁTICAS

- **Exemplo 6:** Sejam:
  - S ={Tarso, Dilma, viaja, corre, cuidadosa$^{\text{te}}$, veloz$^{\text{te}}$, frequente$^{\text{te}}$}
  - N ={sentença, substantivo, predicado, verbo, advérbio}
  - $v_0 =$ sentença
  - a relação $\mapsto$ sobre V^* descrita por:

    sentença $\mapsto$ substantivo predicado
    substantivo $\mapsto$ Tarso
    substantivo $\mapsto$ Dilma
    predicado $\mapsto$ verbo advérbio
    verbo $\mapsto$ viaja
    verbo $\mapsto$ corre
    advérbio $\mapsto$ cuidadosamente
    advérbio $\mapsto$ velozmente
    advérbio $\mapsto$ frequentemente

GRAMÁTICAS

- **Exemplo 6 (cont.):**
  - S contém todas as palavras permitidas na linguagem
  - N contém palavras que descrevem partes da sentença
    - mas que não estão contidas realmente na linguagem
  - Afirmamos que a sentença $w =$"Dilma viaja frequentemente" é sintaticamente correta nesta linguagem.

GRAMÁTICAS

- **Exemplo 6 (cont.):**
  - S contém todas as palavras permitidas na linguagem
  - N contém palavras que descrevem partes da sentença
    - mas que não estão contidas realmente na linguagem
  - Afirmamos que a sentença $w =$"Dilma viaja frequentemente" é sintaticamente correta nesta linguagem.
  - **Prova:** seja a seguinte seqüência de strings em V^*:

    sentença
    substantivo predicado
    Dilma predicado
    Dilma verbo advérbio
    Dilma viaja advérbio
    Dilma viaja frequentemente

GRAMÁTICAS

- cada uma destas strings segue da anterior pelo uso de uma produção
- ou: cada string está relacionada à seguinte pela relação "$\Rightarrow$"

GRAMÁTICAS

- cada uma destas strings segue da anterior pelo uso de uma produção
- ou: cada string está relacionada à seguinte pela relação “$\Rightarrow$”
- de modo que sentença $\Rightarrow^{\infty}$ w
  - logo, w é sintaticamente correta, pois v_0 é “sentença”

GRAMÁTICAS

- cada uma destas strings segue da anterior pelo uso de uma produção
- ou: cada string está relacionada à seguinte pela relação “$\Rightarrow$”
- de modo que sentença $\Rightarrow^{\infty}$ $\boldsymbol{w}$
  - logo, $\boldsymbol{w}$ é sintaticamente correta, pois $\boldsymbol{v_0}$ é “sentença”
- note que “sintaxe correta” se refere simplesmente ao processo pelo qual uma sentença é formada (nada mais!).

GRAMÁTICAS

- A seqüência de substituições que produz uma sentença válida é a sua derivação.
- Uma derivação não é única.

GRAMÁTICAS

- A seqüência de substituições que produz uma sentença válida é a sua derivação.

- Uma derivação não é única.

- **Exemplo 7:** a seguinte derivação também produz o w do ex. 6:

exemplo 6	exemplo 7
sentença	sentença
substantivo predicado	substantivo predicado
Dilma predicado	substantivo verbo advérbio
Dilma verbo advérbio	substantivo verbo frequentemente
Dilma viaja advérbio	substantivo viaja frequentemente
Dilma viaja frequentemente	Dilma viaja frequentemente

GRAMÁTICAS & LINGUAGENS

- $L(G)$: linguagem de G
  - conjunto de todas as sentenças bem construídas que podem ser produzidas usando uma gramática G

GRAMÁTICAS & LINGUAGENS

- $L(G)$: linguagem de G
  - conjunto de todas as sentenças bem construídas que podem ser produzidas usando uma gramática G
- **Exemplo:** Linguagem da gramática do ex. 6 (/7):
  - “sublinguagem” simples do português
  - contém exatamente 12 sentenças
  - “Tarso corre velozmente” pertence à linguagem $L(G)$ desta gramática
  - mas: “Dilma frequentemente viaja” não pertence a $L(G)$

GRAMÁTICAS & LINGUAGENS

- Muitas gramáticas com estrutura de frase (G.E.F.s) diferentes podem produzir a mesma linguagem.
  - Logo: uma gramática não pode ser reconstruída a partir de sua linguagem.

- Árvore de derivação: outro método para a derivação de uma sentença em uma G.E.F.:
  - v_0 é a raiz da árvore
  - Vértices de nível 1: primeira substituição para v_0
  - Filhos de cada vértice: palavras que substituem o vértice

- Árvore de derivação:
  - Raiz da árvore: v_0
  - Vértices de nível 1: primeira substituição para v_0
  - Filhos de cada vértice: palavras que substituem o vértice

- Note que há várias seqüências de árvores possíveis.
  - Mas a árvore final é sempre a mesma.
    - Cf.: ex.6 *versus* ex. 7

- **Exemplo 8**: Seja a G.E.F. $G = (V, S, v_0, \mapsto)$ aonde:
  - $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$
  - e $\mapsto$ é a relação sobre V^* dada por:

    1. $v_0 \mapsto aw$ 2. $w \mapsto bbw$ 3. $w \mapsto c$

  - Para derivar uma sentença de $L(G)$:
    - realizar sucessivas substituições usando 1, 2 e 3
    - até eliminar todo símbolo que não seja a, b ou c (terminais)

GRAMÁTICAS & LINGUAGENS

- **Exemplo 8 (cont.)**: G.E.F. $G = (V, S, v_0, \mapsto)$ aonde:
  - $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$
  - $\mapsto$ é dada por: 1. $v_0 \mapsto aw$ 2. $w \mapsto bbw$ 3. $w \mapsto c$
  - Já que v_0 é o primeiro símbolo, temos que usar a produção (1):
    - o que resulta na string aw
  - Podemos agora usar (2) ou (3) sobre w.
  - Se usarmos a produção (2), o resultado conterá um w:
    - uma aplicação de (2) a aw produz ab^2w
    - usando (2) mais uma vez, obtemos: ab^4w

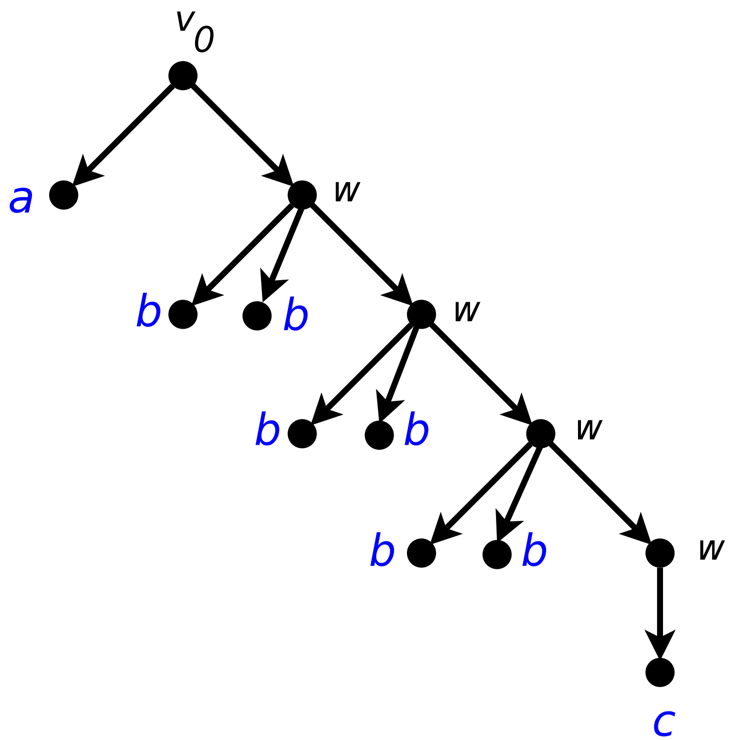
GRAMÁTICAS & LINGUAGENS

- **Exemplo 8 (cont.)**: G.E.F. $G = (V, S, v_0, \mapsto)$ aonde:
  - $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$
  - $\mapsto$ é dada por: 1. $v_0 \mapsto aw$ 2. $w \mapsto bbw$ 3. $w \mapsto c$

  - Podemos usar a produção (2) qualquer nro de vezes:
    - mas em algum momento teremos que usar (3) para eliminar w
  - Sempre que (3) for usada, só ficam símbolos terminais
    - e o processo termina

GRAMÁTICAS & LINGUAGENS

- **Exemplo 8 (cont.)**: G.E.F. $G = (V, S, v_0, \mapsto)$
  - Assim: $L(G)$ é o subconjunto de S^* que corresponde à expressão regular $a(bb)^*c$
  - Ex.: $ab^6c \in L(G)$ e a sua árvore de derivação é dada por:



- **Exemplo 9**: Sejam $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$
  - e seja $\mapsto$ uma relação sobre V^* dada por:

    1. $v_0 \mapsto av_0b$ 2. $v_0b \mapsto bw$ 3. $abw \mapsto c$

  - Seja $G = (V, S, v_0, \mapsto)$ a G.E.F. correspondente.
  - Determinar a forma das sentenças admissíveis em $L(G)$.
- **Resposta:** $(\Rightarrow)$

- **Exemplo 9 (cont.)**: Sejam $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$

  1. $v_0 \mapsto av_0b$ 2. $v_0b \mapsto bw$ 3. $abw \mapsto c$

- **Resp.:**
  - Temos que usar a produção (1) primeiro.
  - Podemos continuar a usar (1) repetidamente,
    - mas eventualmente teremos que usar (2) para eliminar v_0.

- **Exemplo 9 (cont.)**: Sejam $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$

  1. $v_0 \mapsto av_0b$ 2. $v_0b \mapsto bw$ 3. $abw \mapsto c$

- **Resp.:**
  - Temos que usar a produção (1) primeiro.
  - Podemos continuar a usar (1) repetidamente,
    - mas eventualmente teremos que usar (2) para eliminar v_0.
  - Uso repetido de (1) leva à forma $a^n v_0 b^n$ (nro igual de a's e b's)

GRAMÁTICAS & LINGUAGENS

- **Exemplo 9 (cont.)**: Sejam $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$

  1. $v_0 \mapsto av_0b$ 2. $v_0b \mapsto bw$ 3. $abw \mapsto c$

- **Resp.:**
  - Temos que usar a produção (1) primeiro.
  - Podemos continuar a usar (1) repetidamente,
    - mas eventualmente teremos que usar (2) para eliminar v_0.
  - Uso repetido de (1) leva à forma $a^n v_0 b^n$ (nro igual de a's e b's)
  - No momento em que (2) é usada, vem: $a^m(abw)b^m$ $(m \geq 0)$

Gramáticas & Linguagens

- **Exemplo 9 (cont.)**: Sejam $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$

  1. $v_0 \mapsto av_0b$ 2. $v_0b \mapsto bw$ 3. $abw \mapsto c$

- **Resp.:**
  - Temos que usar a produção (1) primeiro.
  - Podemos continuar a usar (1) repetidamente,
    - mas eventualmente teremos que usar (2) para eliminar v_0.
  - Uso repetido de (1) leva à forma $a^n v_0 b^n$ (nro igual de a's e b's)
  - No momento em que (2) é usada, vem: $a^m(abw)b^m$ $(m \geq 0)$
    - aí a única opção é (3), removendo o símbolo não-terminal w

- **Exemplo 9 (cont.)**: Sejam $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$

  1. $v_0 \mapsto av_0b$ 2. $v_0b \mapsto bw$ 3. $abw \mapsto c$

- **Resp.:**
  - Temos que usar a produção (1) primeiro.
  - Podemos continuar a usar (1) repetidamente,
    - mas eventualmente teremos que usar (2) para eliminar v_0.
  - Uso repetido de (1) leva à forma $a^n v_0 b^n$ (nro igual de a's e b's)
  - No momento em que (2) é usada, vem: $a^m(abw)b^m \ (m \geq 0)$
    - aí a única opção é (3), removendo o símbolo não-terminal w
  - E as sentenças admissíveis $L(G)$ são: $w = a^n c b^n \ (n \geq 0)$ $\square$

- **Exemplo 9 (cont.)**: Sejam $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$

  1. $v_0 \mapsto a v_0 b$ 2. $v_0 b \mapsto bw$ 3. $abw \mapsto c$

- **Resp.:**
  - Temos que usar a produção (1) primeiro.
  - Podemos continuar a usar (1) repetidamente,
    - mas eventualmente teremos que usar (2) para eliminar v_0.
  - Uso repetido de (1) leva à forma $a^n v_0 b^n$ (nro igual de a's e b's)
  - No momento em que (2) é usada, vem: $a^m (abw) b^m$ $(m \geq 0)$
    - aí a única opção é (3), removendo o símbolo não-terminal w
  - E as sentenças admissíveis $L(G)$ são: $w = a^n c b^n$ $(n \geq 0)$ $\square$
  - Pode-se mostrar que $L(G)$ não corresponde a uma expressão regular sobre S.

GRAMÁTICAS & LINGUAGENS

- Note que a derivação do ex. 9 não pode ser representada como uma árvore.
  - Para isto: lados esquerdos de todas as produções devem ser símbolos não-terminais únicos.
  - Até é possível construir representação gráfica para o ex. 9, mas o resultado não seria uma árvore.

GRAMÁTICAS & LINGUAGENS

- Note que a derivação do ex. 9 não pode ser representada como uma árvore.
  - Para isto: lados esquerdos de todas as produções devem ser símbolos não-terminais únicos.
  - Até é possível construir representação gráfica para o ex. 9, mas o resultado não seria uma árvore.
- Muitos outros "problemas" podem aparecer quando não são impostas restrições sobre as produções.
- Tudo isto leva a uma classificação das Gramáticas com Estrutura de Frase: ($\Rightarrow$)

CLASSIFICAÇÃO DAS G.E.F.'S

- Dizemos que uma G.E.F. $G = (V, S, v_0, \mapsto)$ é:
  - Tipo-0: se nenhuma restrição é imposta às produções de G
  - Tipo-1: se, para toda produção $w_1 \mapsto w_2$:

    $$\text{comprimento}(w_1) \leq \text{comprimento}(w_2)$$

    - *nota: comprimento = nro de palavras na string*
  - Tipo-2: se, para toda produção:
    - o L.E. é um símbolo não-terminal único
    - o L.D. consiste de um ou mais símbolos
  - Tipo-3: idem a Tipo-2, mas:
    - o L.D. inclui no máximo um símbolo não-terminal, no extremo direito da string.

Classificação das G.E.F.'s

- O exemplo 6 é do Tipo-2:
  - $S =$ {Tarso, Dilma, viaja, corre, cuidadosa$^{\text{te}}$, veloz$^{\text{te}}$, frequente$^{\text{te}}$}
  - $N =$ {sentença, substantivo, predicado, verbo, advérbio}
  - $v_0 =$ sentença
  - a relação $\mapsto$ sobre V^* descrita por:

    sentença $\mapsto$ substantivo predicado
    substantivo $\mapsto$ Tarso
    substantivo $\mapsto$ Dilma
    predicado $\mapsto$ verbo advérbio
    verbo $\mapsto$ viaja
    verbo $\mapsto$ corre
    advérbio $\mapsto$ cuidadosamente
    advérbio $\mapsto$ velozmente
    advérbio $\mapsto$ frequentemente

Classificação das G.E.F.'s

- O exemplo 8 é do Tipo-3:
  - $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$
  - $\mapsto$ é : 1. $v_0 \mapsto aw$ 2. $w \mapsto bbw$ 3. $w \mapsto c$

Classificação das G.E.F.'s

- O exemplo 8 é do Tipo-3:
  - $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$
  - $\mapsto$ é : 1. $v_0 \mapsto aw$ 2. $w \mapsto bbw$ 3. $w \mapsto c$
- O exemplo 9 é do Tipo-0:
  - $V = \{v_0, w, a, b, c\}$ e $S = \{a, b, c\}$
  - $\mapsto$ é : 1. $v_0 \mapsto av_0b$ 2. $v_0b \mapsto bw$ 3. $abw \mapsto c$

Classificação das G.E.F.'s

- Note que cada tipo de gramática é um caso especial do tipo que a precede.
- Gramáticas do Tipo-0 ou do Tipo-1 são complexas
  - incluem muitos exemplos "patológicos"

Classificação das G.E.F.'s

- Note que cada tipo de gramática é um caso especial do tipo que a precede.
- Gramáticas do Tipo-0 ou do Tipo-1 são complexas
  - incluem muitos exemplos "patológicos"
- Vamos nos restringir a gramáticas dos Tipos 2 e 3:
  - possuem árvores de derivação para as sentenças de suas linguagens
  - mas: suficientemente complexas para descrever muitos aspectos das linguagens de programação reais

CLASSIFICAÇÃO DAS G.E.F.'S

- Gramáticas do Tipo-2 são chamadas de "Livres de Contexto":
  - símbolos à esquerda são substituídos, não importa aonde ocorram

Classificação das G.E.F.'s

- Gramáticas do Tipo-2 são chamadas de "Livres de Contexto":
  - símbolos à esquerda são substituídos, não importa aonde ocorram

- Por outro lado, seja uma produção do tipo: $\boldsymbol{l \cdot w \cdot r \mapsto l \cdot w' \cdot r}$
  - não ocorreria em uma gramática do Tipo-2
  - chamada de "sensível ao contexto" (ou Tipo-1):
    - $\boldsymbol{w}$ é substituído por $\boldsymbol{w'}$ apenas no contexto em que esteja cercado por $\boldsymbol{l}$ e por $\boldsymbol{r}$

CLASSIFICAÇÃO DAS G.E.F.'S

- Gramáticas do Tipo-2 são chamadas de "Livres de Contexto":
  - símbolos à esquerda são substituídos, não importa aonde ocorram
- Por outro lado, seja uma produção do tipo: $l \cdot w \cdot r \mapsto l \cdot w' \cdot r$
  - não ocorreria em uma gramática do Tipo-2
  - chamada de "sensível ao contexto" (ou Tipo-1):
    - w é substituído por w' apenas no contexto em que esteja cercado por l e por r
- Já as gramáticas do Tipo-3 possuem uma relação muito próxima com Máquinas de Estados Finitos (ou "Autômatos Finitos").
  - Tipo-3 são também chamadas de gramáticas regulares.

CLASSIFICAÇÃO DAS G.E.F.'S

Em geral:

Classificação	Gramáticas	Linguagens	Reconhecedor
Tipo-0	Estrutura de frase	Recursiva^{te} enumeráveis	Máq. de Turing
	Estrutura de frase	Recursiva	Máq. de Turing
Tipo-1	Sensíveis ao contexto	Sensíveis ao contexto	Máq. de Turing c/ memória limitada
Tipo-2	Livres de contexto	Livres de contexto	Autômato c/ pilha
Tipo-3	Regulares	Regulares	Autômato finito

Classificação das G.E.F.'s

- O converso do processo que vimos é chamado de parsing:
  - verificar que uma sentença é sintaticamente correta em alguma gramática G
  - envolve a construção da árvore de derivação que a produz
- O parsing é fundamental para compiladores e outras formas de tradução de linguagens...

LINGUAGENS

- Final deste item.
- **Dica**: fazer exercícios...