

5) FUNÇÕES

5.1) Definições e Tipos

5.2) Crescimento de funções

LISTA DE EXERCÍCIOS

1. (*Kolman5-seção 5.3-ex.1*) Seja $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{1, 2, 3\}$. Determine se cada uma das relações R de A para B abaixo é uma função. Se for uma função, forneça a sua imagem.

(a) $R = \{(a, 1), (b, 2), (c, 1), (d, 2)\}$;

(b) $R = \{(a, 1), (b, 2), (a, 2), (c, 1), (d, 2)\}$;

2. (*Kolman5-seção 5.3-exs.5 e 7*) Comprove que a fórmula dada efetivamente produz uma função de A para B :

(a) $A = B = \mathbb{Z}$; $f(a) = a^2$

(b) $A = \mathbb{R}$, $B = \{0, 1\}$. Para todo número real a :

$$f(a) = \begin{cases} 0 & \text{se } a \notin \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } a \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

3. (*Kolman5-seção 5.3-ex.9*) Sejam $A = B = C = \mathbb{R}$ e sejam $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow C$ definidas por $f(a) = a - 1$ e $g(b) = b^2$. Encontre:

(a) $(f \circ g)(2)$ (b) $(g \circ f)(2)$

(c) $(g \circ f)(x)$ (d) $(f \circ g)(x)$

(e) $(f \circ f)(y)$ (f) $(g \circ g)(y)$

4. (*Kolman5-seção 5.3-ex.11*) Em cada item abaixo, são dados conjuntos A e B e uma função de A para B . Determine se esta função é injetora ou sobrejetora.

(a) $A = \{1, 2, 3, 4\} = B$;

$$f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 2)\}$$

(b) $A = \{1, 2, 3\}$; $B = \{a, b, c, d\}$;

$$f = \{(1, a), (2, a), (3, c)\}$$

5. (*Kolman5-seção 5.3-ex.13*) Em cada item abaixo, são dados conjuntos A e B e uma função de A para B . Determine se esta função é injetora ou sobrejetora.

(a) $A = B = \mathbb{Z}$; $f(a) = a - 1$

- (b) $A = \mathbb{R}$; $B = \{x \mid x \text{ é real e } x \geq 0\}$; $f(a) = |a|$
6. (*Kolman5-seção 5.3-ex.15*) Em cada item abaixo, são dados conjuntos A e B e uma função de A para B . Determine se esta função é injetora ou sobrejetora.
- (a) $A = B = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $f((a, b)) = (a + b, a - b)$
- (b) $A = \mathbb{R}$; $B = \{x \mid x \text{ é real e } x \geq 0\}$; $f(a) = a^2$
7. (*Kolman5-seção 5.3-ex.19*) Sejam $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow A$. Verifique que $g = f^{-1}$:
- (a) $A = B = \mathbb{Z}$; $f(a) = \frac{a+1}{2}$, $g(b) = 2b - 1$
- (b) $A = \{x \mid x \text{ é real e } x \geq 0\}$; $B = \{y \mid y \text{ é real e } y \geq -1\}$; $f(a) = a^2 - 1$, $g(b) = \sqrt{b+1}$
8. (*Kolman5-seção 5.3-ex.26*) Sejam $A = B = C = \mathbb{R}$ e considere as funções $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow C$ definidas por $f(a) = 2a + 1$, $g(b) = b/3$, verifique o seguinte teorema visto em aula: $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.
9. (*Kolman5-seção 5.3-ex.27*) Se um conjunto A tem n elementos, quantas funções existem de A para A ?
10. (*Kolman5-seção 5.3-ex.29*) Se A tem m elementos e B tem n elementos, quantas funções existem de A para B ?