Universidade Federal de Santa Catarina
Centro Tecnológico
Depto de Informática e Estatística
Disciplina: INE5403-Fundamentos de Matemática Discreta para a Computação
Prof. Daniel S. Freitas

1) Lógica e Métodos de Prova

1.1) Elementos de Lógica Proposicional

1.2) Elementos de Lógica de Primeira Ordem

1.3) Métodos de Prova*

1.4) Indução Matemática

1.5) Definições Recursivas

Lista de Exercícios

Para os próximos 4 exercícios, determine se os argumentos dados são válidos ou não. Se forem válidos, identifique a regra de inferência que foi utilizada.

1. *(Kolman5-seção 2.3-ex.1)*

   Se eu vou de carro para o trabalho, então eu chego cansado.
   Eu não estou cansado quando eu chego no trabalho.

   Eu não vou de carro para o trabalho.

2. *(Kolman5-seção 2.3-ex.2)*

   Se eu for de carro para o trabalho, então eu chegarei cansado.
   Eu vou de carro para o trabalho.

   Eu vou chegar cansado no trabalho.

3. *(Kolman5-seção 2.3-ex.5)*

   Eu vou ficar famoso ou eu não vou me tornar um escritor.
   Eu vou me tornar um escritor.

   Eu vou ficar famoso.

4. *(Kolman5-seção 2.3-ex.7)*

   Se eu tiver força de vontade e talento, então eu vou me tornar um músico.
   Se eu me tornar um músico, então eu serei feliz.

   Se eu não for feliz, então eu não tive força de vontade ou não tive talento.

5. *(Rosen6-seção 1.5-ex.5)* Construa um argumento usando regras de inferência para mostrar que as hipóteses “Lúcio trabalha duro”, “Se o Lúcio trabalha duro, então ele é uma pessoa sem graça” e “Se Lúcio é uma pessoa sem graça, ele não vai conseguir o emprego” implicam na conclusão: “Lúcio não vai conseguir o emprego”.

6. *(Rosen6-seção 1.5-ex.6)* Construa um argumento usando regras de inferência para mostrar que as hipóteses “Se não chover ou se não estiver nublado, então a regata ocorrerá e a demonstração de salvamento vai continuar”, “Se a regata ocorrer, então o troféu vai ser entregue” e “O troféu não foi entregue” implicam na conclusão: “Choveu”.

7. *(Rosen6-seção 1.5-ex.10)* Para cada conjunto de premissas abaixo, quais as conclusões relevantes que podem ser tiradas? Especifique as regras de inferência usadas para obter cada conclusão a partir das premissas.

   (a) “Se eu jogo futebol, então eu fico de mau humor no dia seguinte”, “Eu tomo banho de banheira se eu estou de mau humor”, “Eu nào tomei banho de banheira”,

   (b) “Se eu trabalho, ou o dia está ensolarado ou parcialmente ensolarado”, “Eu trabalhei na segunda passada ou eu trabalhei na sexta passada”, “Na terça, o dia não estava ensolarado”, “Na sexta, o dia não estava parcialmente ensolarado”.

   (c) “Todos os insetos têm seis pernas”. “Mariposas são insetos”. “Aranhas não têm seis pernas”. “Aranhas comem mariposas”.

   (d) “Todo estudante tem Internet em casa”. “Luiz Henrique não tem Internet em casa”. “Rodolfo tem Internet em casa”.

   (e) “Toda comida saudável tem gosto ruim”. “Comer agrião é saudável”. “Você só come o que tem gosto bom”. “Você não come agrião”. “Hambúrguers não são saudáveis”.

   (f) “Eu estou sempre sonhando ou tendo alucinações”, “Eu não estou sonhando”, “Quando eu estou tendo alucinações, eu vejo elefantes correndo rua abaixo”.

8. *(Rosen6-seção 1.5-ex.15)* Determine se cada um dos argumentos abaixo é correto ou incorreto e explique por quê.

   (a) Todos os estudantes nesta sala entendem Lógica. Luís Inácio é um estudante nesta sala. Portanto, Luís Inácio entende Lógica.

   (b) Todo formando em Ciência da Computação cursa Fundamentos. Ângela está cursando Fundamentos. Portanto, Ângela é formanda em CC.

   (c) Todo papagaio gosta de fruta. O meu pássaro de estimação não é um papagaio. Portanto, o meu pássaro de estimação não gosta de fruta.

   (d) Todo mundo que come granola todo dia é saudável. Dilma não é saudável. Portanto, Dilma não come granola todo dia.

9. *(Rosen6-seção 1.5-ex.17)* Determine o que está errado com argumento a seguir. Seja $H(x)$ “x está feliz”. Dada a premissa $\exists x H(x)$, concluímos que $H(Ideli)$. Portanto, Ideli está feliz.

10. *(Rosen6-seção 1.5-ex.19)* Determine se cada um dos argumentos abaixo é válido. Se for, qual regra de inferência está sendo usada? Se não, qual é o erro lógco que ocorre?

    (a) Se n é um número real tal que $n > 1$, então $n^2 > 1$. Agora suponha que $n^2 > 1$. Então $n > 1$.

    (b) O número $\log_2(3)$ é irracional se não for a razão de dois inteiros. Portanto, uma vez que $\log_2(3)$ não pode ser escrito na forma a/b, aonde a e b são inteiros, ele é irracional.

    (c) Se n é um número real com $n > 3$, então $n^2 > 9$. Agora suponha que $n^2 \leq 9$. Então $n \leq 3$.

    (d) Se n é um número real com $n > 2$, então $n^2 > 4$. Agora suponha que $n \leq 2$. Então $n^2 \leq 4$.

11. *(Rosen6-seção 1.5-ex.35)* Determine se o argumento a seguir é válido: "Se o Super-homem tivesse capacidade e vontade para prevenir o mal, ele o faria. Se o Super-homem fosse incapaz de prevenir o mal, ele não teria superpoderes; se ele não tivesse vontade de prevenir o mal, ele seria um mau-caráter. Ora, o Super-homem não previne o mal. Mas, se o Super-homem existe, ele tem superpoderes e não é mau-caráter. Portanto, o Super-homem não existe."

12. *(Rosen6-seção 1.6-ex.1)* Use uma prova direta para mostrar que a soma de dois inteiros ímpares é par.

13. *(Rosen6-seção 1.6-ex.3)* Prove que o quadrado de um número par é sempre um número par, usando uma prova direta.

14. *(Rosen6-seção 1.6-ex.17)* Prove que se n é um inteiro e $n^3 + 5$ é ímpar, então n é par, usando:

    (a) uma prova indireta

    (b) uma prova por contradição

15. *(Rosen6-seção 1.6-ex.31)* Mostre que as três declarações a seguir são equivalentes:

    (i) $3x + 2$ é um inteiro par

    (ii) $x + 5$ é um inteiro ímpar

    (iii) x^2 é um inteiro par

16. *(Rosen6-seção 1.7-ex.3)* Prove que se x e y são números reais, então $\max(x, y) + \min(x, y) = x + y$. (Dica: use uma prova por casos, em que os dois casos correspondem a $x \geq y$ e $x < y$, respectivamente.)

17. *(Rosen6-seção 1.7-ex.13)* (extra) Mostre que cada uma das declarações a seguir pode ser usada para expressar o fato de que existe um único elemento x tal que $P(x)$ é verdadeiro. (Nota: pela lista anterior, esta é a declaração $\exists! P(x)$.)

    (a) $\exists x \forall y (P(y) \leftrightarrow x = y)$

    (b) $\exists P(x) \wedge \forall x \forall y (P(x) \wedge P(y) \rightarrow x = y)$

    (c) $\exists x (P(x) \wedge \forall y (P(y) \rightarrow x = y))$