Universidade Federal de Santa Catarina
Centro Tecnológico
Depto de Informática e Estatística

Disciplina: INE5403-Fundamentos de Matemática Discreta para a Computação
Prof. Daniel S. Freitas

1) Lógica e Métodos de Prova

1.1) Elementos de Lógica Proposicional

1.2) Elementos de Lógica de Primeira Ordem

1.3) Métodos de Prova

1.4) Indução Matemática

****1.5) Definições Recursivas****

Lista de Exercícios

1. *(Rosen6-seção 4.3-ex.1)* Encontre $f(1)$,$f(2)$,$f(3)$ e $f(4)$ se $f(n)$ é definida recursivamente por $f(0) = 1$ e, para $n = 0, 1, 2, \ldots$:
   (a) $f(n+1) = f(n) + 2$
   (b) $f(n+1) = 3.f(n)$
   (c) $f(n+1) = 2^{f(n)}$
   (d) $f(n+1) = f(n)^2 + f(n) + 1$

2. *(Rosen6-seção 4.3-ex.3)* Encontre $f(2)$,$f(3)$,$f(4)$ e $f(5)$ se f é definida recursivamente por $f(0) = -1$, $f(1) = 2$ e, para $n = 1, 2, \ldots$:
   (a) $f(n+1) = f(n) + 3f(n-1)$
   (b) $f(n+1) = f(n)^2 f(n-1)$
   (c) $f(n+1) = 3.f(n)^2 - 4f(n-1)^2$
   (d) $f(n+1) = f(n-1)/f(n)$

3. *(Rosen6-seção 4.3-ex.5)* Determine se cada uma das definições propostas abaixo é uma definição recursiva válida de uma função f do conjunto dos inteiros não-negativos para o conjunto dos inteiros. Se f for bem definida, encontre uma fórmula para $f(n)$ (n inteiro não-negativo) e prove que a sua fórmula é válida.
   (a) $f(0) = 0$, $f(n) = 2f(n-2)$, para $n \geq 1$
   (b) $f(0) = 1$, $f(n) = f(n-1) - 1$, para $n \geq 1$
   (c) $f(0) = 2, f(1) = 3$, $f(n) = f(n-1) - 1$, para $n \geq 2$
   (d) $f(0) = 1, f(1) = 2$, $f(n) = 2f(n-2)$, para $n \geq 2$
   (e) $f(0) = 1$, $f(n) = 3f(n-1)$, se n é ímpar e $n \geq 1$ e $f(n) = 9f(n-2)$ se n é par e $n \geq 2$.

4. *(Rosen6-seção 4.3-ex.7)* Forneça uma definição recursiva da seqüência $\{a_n\}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, se:

(a) $a_n = 6n$

(b) $a_n = 2n + 1$

(c) $a_n = 10^n$

(d) $a_n = 5$

5. *(Rosen6-seção 4.3-ex.11)* Forneça uma definição recursiva de $P_m(n)$, o produto do inteiro m pelo inteiro não-negativo n.

6. *(Rosen6-seção 4.3-ex.13)* Seja f_n o n-ésimo número de Fibonacci. Prove que $f_1 + f_3 + \cdots + f_{2n-1} = f_{2n}$, para todo n inteiro e positivo.

7. *(Rosen6-seção 4.3-ex.23)* Forneça uma definição recursiva do conjunto dos inteiros positivos que são múltiplos de 5.

8. *(Rosen6-seção 4.3-ex.37)* Forneça uma definição recursiva de w^i onde w é uma string e i é um inteiro não-negativo. (Nota: aqui w^i representa a concatenação de i cópias da string w.)

9. *(Rosen6-seção 4.3-ex.41)* Use o resultado do exercício anterior (Rosen-ex.37) e indução matemática para provar que $l(w^i) = i \cdot l(w)$, onde w é uma string e i é um inteiro não-negativo.