

4 - RELAÇÕES

4.1) Relações e Dígrafos

4.2) Caminhos em Relações e Dígrafos

4.3) Propriedades de Relações

4.4) Relações de Equivalência

4.5) Manipulação e Fecho de Relações

LISTA DE EXERCÍCIOS

Para os próximos 4 exercícios, seja $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Determine se a relação é reflexiva, irreflexiva, simétrica, assimétrica, antissimétrica ou transitiva.

1. (Kolman5-seção 4.4-ex.1)

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4)\}$$

2. (Kolman5-seção 4.4-ex.3)

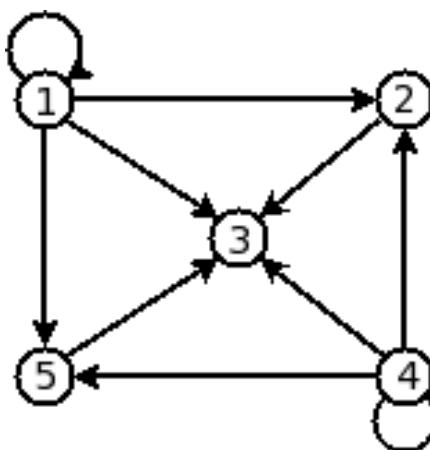
$$R = \{(1, 3), (1, 1), (3, 1), (1, 2), (3, 3), (4, 4)\}$$

3. (Kolman5-seção 4.4-ex.5) $R = \emptyset$

4. (Kolman5-seção 4.4-ex.7)

$$R = \{(1, 2), (1, 3), (3, 1), (1, 1), (3, 3), (3, 2), (1, 4), (4, 2), (3, 4)\}$$

5. (Kolman5-seção 4.4-ex.9) Seja $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Determine se a relação cujo dígrafo é dado abaixo é reflexiva, irreflexiva, simétrica, assimétrica, antissimétrica ou transitiva.



6. (Kolman5-seção 4.4-ex.11) Seja $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Determine se a relação cuja matriz M_R é dada abaixo é reflexiva, irreflexiva, simétrica, assimétrica, antissimétrica ou transitiva.

$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para os próximos 4 exercícios, determine se a relação R sobre o conjunto A é reflexiva, irreflexiva, simétrica, assimétrica, antissimétrica ou transitiva.

7. (Kolman5-seção 4.4-ex.13) $A = \mathbb{Z}$; $a R b$ se e somente se $a \leq b + 1$.
8. (Kolman5-seção 4.4-ex.15) $A = \mathbb{Z}^+$; $a R b$ se e somente se $a = b^k$ para algum $k \in \mathbb{Z}^+$.
9. (Kolman5-seção 4.4-ex.17) $A = \mathbb{Z}$; $a R b$ se e somente se $|a - b| = 2$.
10. (Kolman5-seção 4.4-ex.19) $A = \mathbb{Z}^+$; $a R b$ se e somente se $\text{mdc}(a, b) = 1$, ou seja, se e somente se o 1 é o único fator que a e b possuem em comum (neste caso, dizemos que a e b são relativamente primos).
11. (Kolman5-seção 4.4-ex.25) Seja R a seguinte relação simétrica sobre o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: $R = \{(1, 2), (2, 1), (3, 4), (4, 3), (3, 5), (5, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 5)\}$. Desenhe o dígrafo de R .
12. (Kolman5-seção 4.4-ex.31) Mostre que, se uma relação sobre um conjunto A é transitiva e irreflexiva, então ela é assimétrica.
13. (Kolman5-seção 4.4-ex.33) Seja R uma relação não-vazia sobre um conjunto A . Suponha que R é simétrica e transitiva. Mostre que R não é irreflexiva.