Avaliação de um lote urbano pelo Método Involutivo Vertical

Com o uso do R

Luiz Fernando Palin Droubi
Willian Zonato

06/02/2018

1 Introdução

Este artigo tem por objetivo introduzir ao leitor o método involutivo vertical com o auxílio da ferramenta estatística **R** versão 3.4.3 para efetuar simulações de Monte Carlo.

Este artigo em conjunto com todos os seus códigos encontra-se disponível online[1]. O relatório foi parametrizado de modo que qualquer pessoa pode alterar os parâmetros iniciais para fazer avaliações pelo método involutivo utilizando Simulação de Monte Carlo.

Para termos de *benchmark*, foi reproduzido o exemplo obtido em (HOCCHEIM, 2017, pp. 65–68).

2 Revisão bibliográfica

2.1 Geração de variáveis (pseudo) aleatórias univariadas

2.1.1 Semente

A utilização de algoritmos geradores de números pseudo-aleatórios, i.e, números gerados de acordo com um algoritmo que, partindo de um determinada semente (ou ponto inicial), sempre irá gerar os mesmos números aleatórios, permite a reproducibilidade da análise feita pelo pesquisador, conferindo assim uma maior credibilidade ao trabalho apresentado, haja vista que este pode ter seu código divulgado e reproduzido por quem deseje, dando inclusive a possibilidade de terceiros proporem alterações no algoritmo de forma a obter outros resultados.

Por isto este trabalho encontra-se hospedado em um repositório `git`, onde pode ser acessado e lido (através do arquivo `artigo.md`), podem ser feitas recomendações de melhorias ou alterações no código por quem quer que seja, através da aba Pull requests, que posteriormente podem ser aceitas ou descartadas pelo administrador do repositório, ou comunicados problemas técnicos com o algoritmo, através da comunicação de problemas pela aba Issues, além de diversas outras funcionalidades.

```
set.seed(1)
```

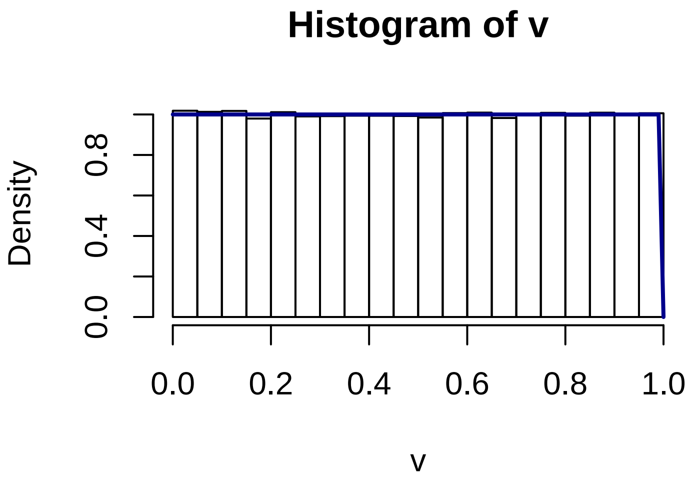
O **R** possui uma série de funções para a geração randômica de variáveis, entre as quais destacamos a função `runif`, para geração de uma variável uniforme, `rnorm`, para geração de uma variável normal, `rbeta`, para geração de uma variável com distribuição beta e muitas outras (`rt`, `rchisq`, `rbinom`).

[1] https://github.com/lfpdroubi/involutivo_vertical

2.1.2 Distribuição uniforme

Abaixo mostramos como gerar 10^5 números aleatórios, armazenando-os na variável `v`, e criar um histograma desta variável comparada com a curva de distribuição teórica:

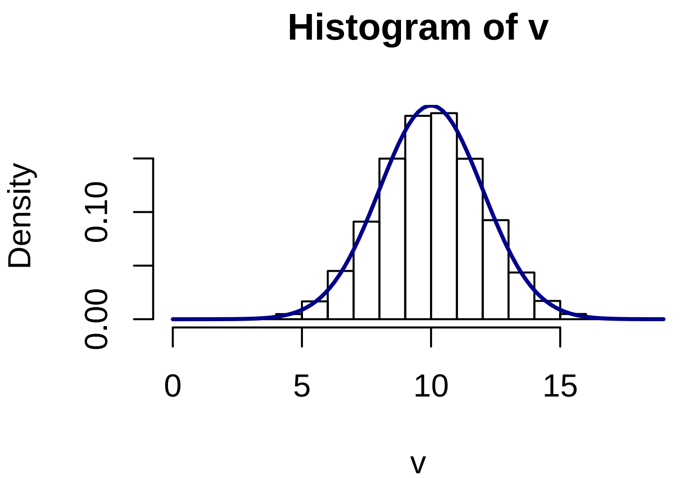
```
v <- runif(10^5)
hist(v, freq = FALSE)
curve(dunif(x),
          col="darkblue", lwd=2, add=TRUE, yaxt="n")
```



2.1.3 Distribuição normal

O mesmo procedimento pode ser feito para a distribuição normal, onde deve-se definir uma valor para a média (`mean = 10`) e o desvio-padrão (`sd = 2`) dos dados simulados.

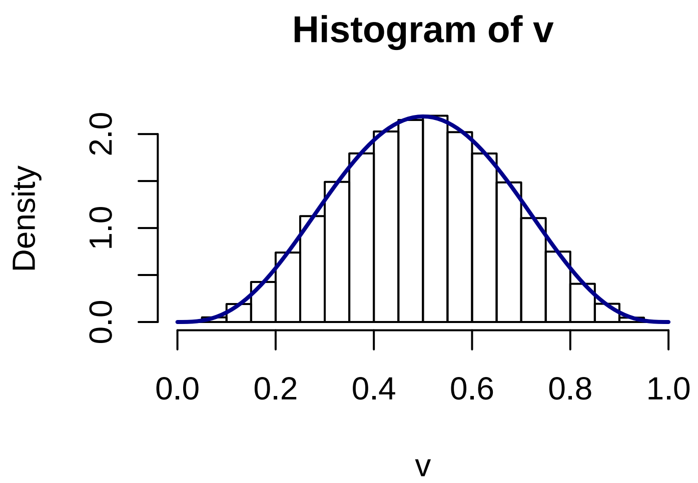
```
v <- rnorm(10^5, mean = 10, sd = 2)
hist(v, freq = FALSE)
curve(dnorm(x, mean = 10, sd = 2),
          col="darkblue", lwd=2, add=TRUE, yaxt="n")
```



2.1.4 Distribuição beta

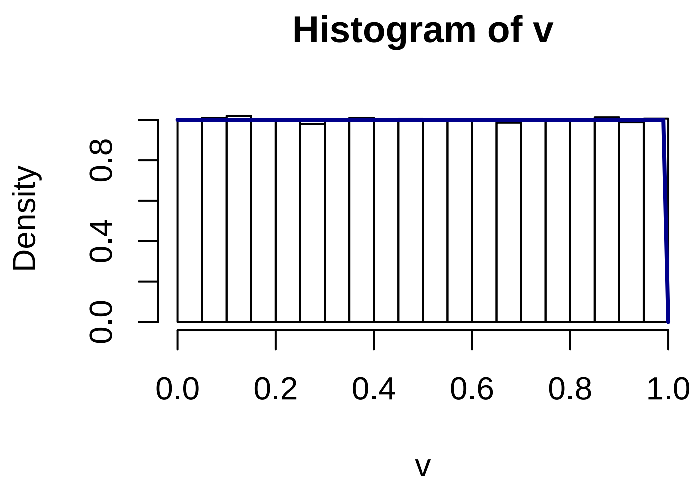
Para a geração de variáveis com distribuição beta, basta informa os parâmetros de forma da mesma, através dos argumentos `shape1` e`shape2`:

```
v <- rbeta(10^5, shape1 = 4, shape2 = 4)
hist(v, freq = FALSE)
curve(dbeta(x, 4, 4),
          col="darkblue", lwd=2, add=TRUE, yaxt="n")
```



No caso da distribuição beta a escolha dos parâmetros deve ser criteriosa, haja vista que a mesma pode assumir as mais diferentes formas. Por exemplo, a distribuição beta com parâmetros de forma iguais a 1 é equivalente à distribuição uniforme

```
v <- rbeta(10^5, shape1 = 1, shape2 = 1)
hist(v, freq = FALSE)
curve(dunif(x),
          col="darkblue", lwd=2, add=TRUE, yaxt="n")
```



2.2 Geração de variáveis aleatórias multivariadas

2.2.1 Distribuição normal multivariada

Abaixo demonstramos com simular `n` variáveis aleatórias **independentes** de uma distribuição normal multivariada, assim como obter seus gráficos tridimensionais. Para as simulações podem ser utilizadas a função `mvrnorm`, disponível dentro do pacote `MASS`(2002).

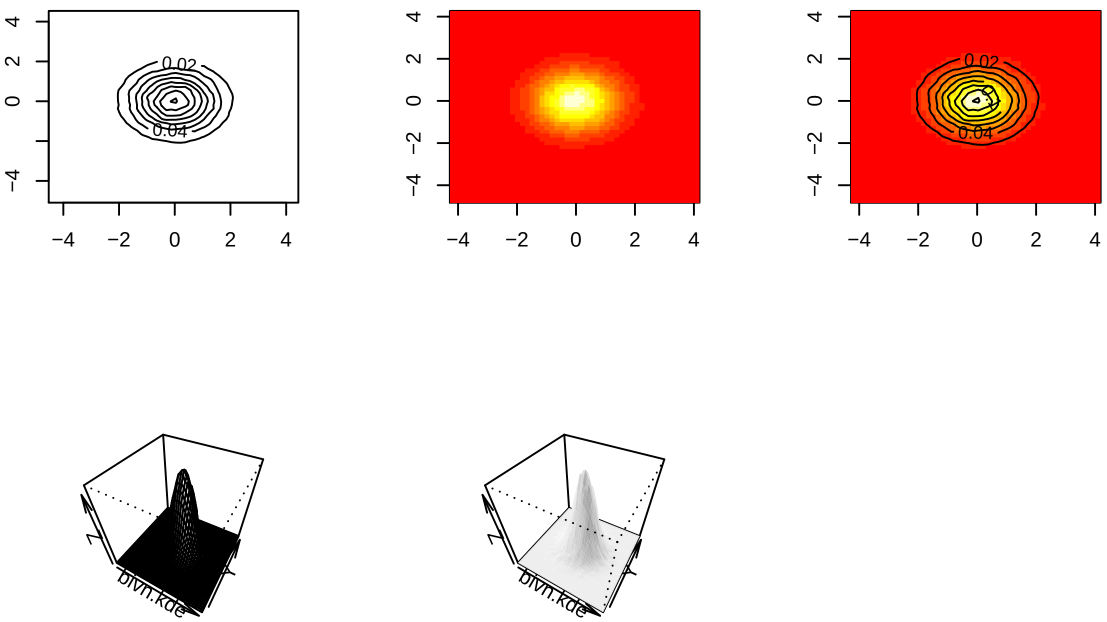
```
library(MASS)
# Geração
bivn <- mvrnorm(10^5, mu = c(0, 0), Sigma = diag(2))

# Gráficos
par(mfrow = c(2, 3))
# now we do a kernel density estimate
bivn.kde <- kde2d(bivn[,1], bivn[,2], n = 50)

# now plot your results
contour(bivn.kde)
image(bivn.kde)

# fancy contour with image
image(bivn.kde); contour(bivn.kde, add = T)

# fancy perspectives
persp(bivn.kde, phi = 45, theta = 30)
persp(bivn.kde, phi = 45, theta = 30, shade = .1, border = NA)
```



A independência das variáveis foi estabelecida acima através do argumento `Sigma` da função `mvrnorm`, onde estabelecemos uma matriz diagonal de duas dimensões (`diag(2)`).

A matriz de covariância dos dados simulados pode ser verificada como exibimos abaixo:

Tabela 1: Matriz de correlação verificada

0.995	-0.002
-0.002	0.997

Tabela 2: Matriz de correlação desejada entre as variáveis aleatórias

	V1	V2
V1	1.0	0.5
V2	0.5	1.0

```
kable(cov(bivn),
      digits = 3,
      format = ifelse(type == "html", "markdown", type),
      caption = "Matriz de correlação verificada",
      booktabs = TRUE) %>%
  kable_styling(bootstrap_options = "striped",
                full_width = FALSE)
```

Para simular `n` vairáveis aleatórias **dependentes**, basta fornecermos uma matriz `Sigma` simétrica com os termos fora das diagonais fornecendo o coeficiente de correlação entre elas. Por exemplo:

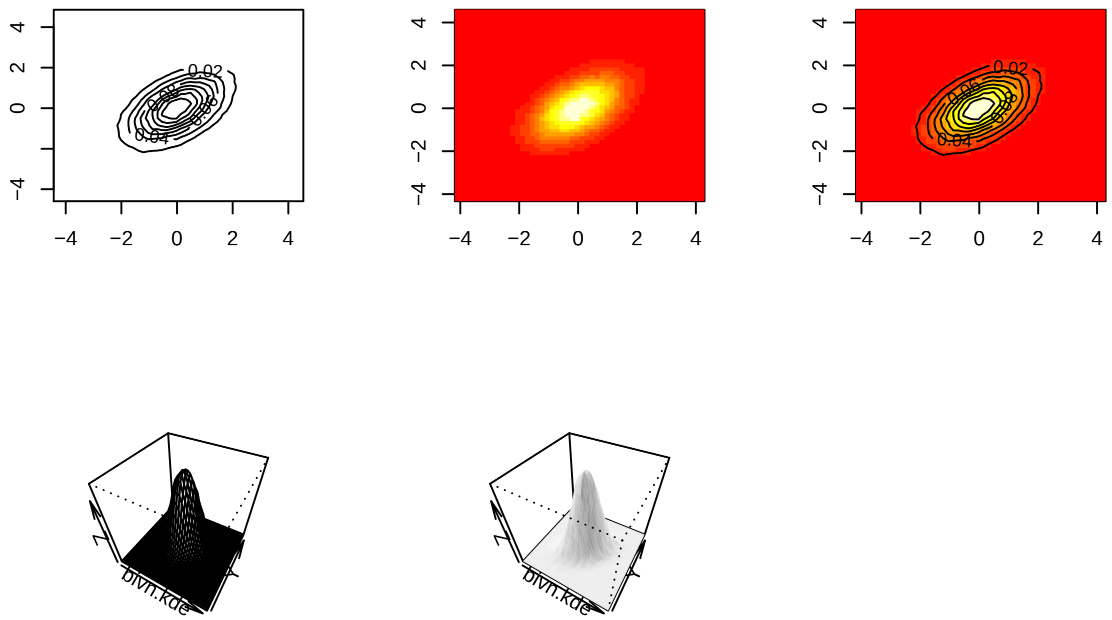
```
# Geração
bivn <- mvrnorm(10^5, mu = c(0, 0), Sigma =  S)

# Gráficos
par(mfrow = c(2, 3))
# now we do a kernel density estimate
bivn.kde <- kde2d(bivn[,1], bivn[,2], n = 50)

# now plot your results
contour(bivn.kde)
image(bivn.kde)

# fancy contour with image
image(bivn.kde); contour(bivn.kde, add = T)

# fancy perspectives
persp(bivn.kde, phi = 45, theta = 30)
persp(bivn.kde, phi = 45, theta = 30, shade = .1, border = NA)
```



2.2.2 Distribuição de Dirichlet

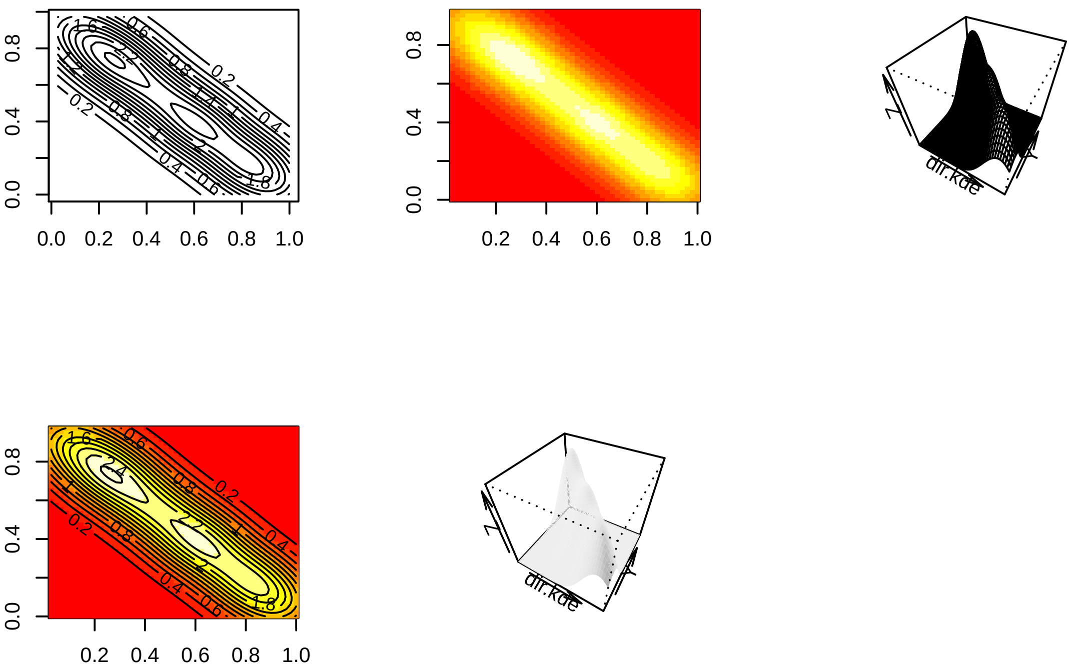
A simulação de dados multivariados da distribuição de Dirichlet, que é uma versão generalização multivariada da distribuição beta, pode ser feita através da função `rdirichlet`, do pacote `LearnBayes`(ALBERT, 2014):

```
# Geração
m <- rdirichlet(10^2, par = c(1, 1))
dir.kde <- kde2d(m[,1], m[,2], n = 50)

# Gráficos
par(mfrow = c(2, 3))
# now plot your results
contour(dir.kde)
image(dir.kde)
persp(dir.kde, phi = 45, theta = 30)

# fancy contour with image
image(dir.kde); contour(dir.kde, add = T)

# fancy perspective
persp(dir.kde, phi = 45, theta = 30, shade = .1, border = NA)
```



2.2.3 Simulação de variáveis aleatórias dependentes usando Copulas

Para a simulação de variáveis dependentes de quaisquer distribuições, a utilização do Método Copulas é interessante. Há alguns pacotes que implementam este método, como o pacote `simstudy`(GOLDFELD, 2018)[2]. Mas o método também pode ser facilmente implementado com as funções básicas apresentadas até aqui[3].

O método consiste em primeiramente gerar `n` variaveis aleatórias dependentes com a função normal multivariada, transformar estas variáveis brutas em `n` vetores de probabilidades normal através da função `pnorm` e finalmente transformar estes vetores de probabilidades normais em vetores de quantis da distribuição desejada.

Uma versão personalizada deste método com foco na aplicação do Método de Monte Carlo à avaliação de imóveis pelo método involutivo foi elaborada por este autor e encontra-se disponível através da função `vpl_sim` do pacote `appraiseR`[4](DROUBI, 2018).

3 Estudo de Caso

3.1 Dados Preliminares

Trata-se de avaliar pelo método involutivo um terreno com área de 500 m^2, cujos estudos de mercado indicam que o melhor aproveitamento para este terreno é a construção de um prédio residencial. Considerando-se o máximo aproveitamento possível (o índice de aproveitamento do terreno é 2.5), pode-se construir 20 apartamentos com área total de 75 m^2 cada um, num prédio de 6 pisos (5 + 1).

[2] Ver https://www.rdatagen.net/post/correlated-data-copula/
[3] Ver http://www.econometricsbysimulation.com/2014/02/easily-generate-correlated-variables.html
[4] Ver https://github.com/lfpdroubi/appraiseR

Tabela 4: Tabela de Fluxo de Caixa do Emprendimento

Periodo	FCV	FCI	Corretagem	BDI_Incorporador	FCL	fator_VP	FCL_descontado
0	0	-208.439,5	0	0	-208.439,50	1,00	-208.439,50
1	0	-243.730,8	0	0	-243.730,84	0,98	-239.166,59
2	525.000	-266.155,5	-26.250	-123.480	109.114,45	0,96	105.066,03
3	525.000	-277.551,7	-26.250	-123.480	97.718,29	0,94	92.330,65
4	525.000	-395.557,1	-26.250	-123.480	-20.287,14	0,93	-18.809,66
5	525.000	-487.461,7	-26.250	-123.480	-112.191,68	0,91	-102.072,97
6	1.050.000	-541.133,9	-52.500	-246.960	209.406,07	0,89	186.951,67
7	1.050.000	-483.785,5	-52.500	-246.960	266.754,50	0,88	233.690,94
8	1.050.000	-521.282,5	-52.500	-246.960	229.257,45	0,86	197.080,47
9	1.050.000	-251.450,8	-52.500	-246.960	499.089,18	0,84	421.006,02
10	1.050.000	0,0	-52.500	-246.960	750.540,00	0,83	621.260,89
11	1.050.000	0,0	-52.500	-246.960	750.540,00	0,81	609.626,77
12	1.050.000	0,0	-52.500	-246.960	750.540,00	0,80	598.210,52
13	1.050.000	0,0	-52.500	-246.960	750.540,00	0,78	587.008,06

3.2 Previsão de Receitas ou Valor Global de Vendas (VGV) e velocidade de vendas

O Produto Geral de Vendas (Pgv) ou Valor Global de Vendas (VGV) é o Produto de vendas total do empreendimento hipotético.

O preço de venda praticado pelo mercado na região do imóvel é de R$ 7.000,00/ m^2, o que gera um vgv de R$ 10.500.000,00.

Já o cronograma de venda foi estimado bimestralmente como mostrado abaixo:

Periodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Vendas	0%	0%	5%	5%	5%	5%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%

3.3 Custos de Construção e Cronograma Financeiro

Estima-se que o custo de construção seja 120% do CUB R8N, que no momento é de R$ 1.553,57/ m^2, de maneira então que o custo de referência será de R$ 1.864,28/ m^2, totalizando R$ 2.796.426,00.

O cronograma financeiro da construção foi estimado bimestralmente como mostrado a baixo:

Periodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Custos	5.67%	6.63%	7.24%	7.55%	10.76%	13.26%	14.72%	13.16%	14.18%	6.84%

3.4 Taxa mínima de atratividade (TMA)

A taxa mínima de atratividade do empreendimento foi calculada levando em consideração a taxa livre de risco do mercado, atualmente em 1,20% a.b. e a taxa de risco do empreendimento, adotada 0,70% a.b., resultando numa TMA de 1,91% a.b..

3.5 Fluxo de Caixa Provável do Empreendimento

O Fluxo de Caixa do Empreendimento pode ser visto abaixo:

Tabela 5: Sensibilidade do VPL à variação da TMA

Situacao	TMA	VPL	Variacao
Pessimista	0,026	2.852.118	-0,076
Provavel	0,019	3.086.672	0,000
Otimista	0,012	3.341.070	0,082

Tabela 6: Sensibilidade do VPL à variação do Custo de Construção

Situacao	CC	VPL	Variacao
Pessimista	2.516.783	3.418.098	0,11
Provavel	2.796.426	3.083.743	0,00
Otimista	3.076.069	2.749.389	-0,11

3.6 Valor Presente Líquido (VPL) Provável

De acordo com o observado no fluxo de caixa acima, o VPL do empreendimento é a soma da coluna do Fluxo de Caixa Líquido descontado – da taxa de juros mínima de atratividade, ou seja, o VPL é **R$ 3.083.743,30**.

3.7 Análises de Sensibilidade

3.7.1 Sensibilidade em relação à taxa mínima de atratividade

Em relação à taxa mínima de atratividade (TMA), a consideraremos variando entre o valor mínimo de 1,20% a.b. para o cenário otimista e o valor máximo de 2,60% a.b., no cenário pessimista.

3.7.2 Sensibilidade em relação ao custo de construção do empreendimento

Em relação ao custo do empreendimento, consideraremos uma variação no custo de construção (antes do BDI do construtor) entre 90% e 110% do custo provável.

3.7.3 Sensibilidade em relação ao BDI do Construtor

Em relação ao BDI do Construtor, consideraremos uma variação entre 90% e 110% do BDI provável.

3.7.4 Sensibilidade em relação ao valor de venda do empreendimento

Em relação às vendas, consideraremos uma variação entre 90% e 110% do vgv provável.

Tabela 7: Sensibilidade do VPL à variação do BDI do Construtor

Situacao	BDI_Construtor	VPL	Variacao
Pessimista	0,35	3.003.728	-0,03
Provavel	0,31	3.083.743	0,00
Otimista	0,28	3.163.758	0,03

Tabela 8: Sensibilidade do VPL à variação do VGV

	Situacao	Vendas	VPL	Variacao
min	Pessimista	9.450.000	2.441.015	-0,21
	Provavel	10.500.000	3.083.743	0,00
max	Otimista	11.550.000	3.726.472	0,21

Tabela 9: Sensibilidade do VPL à variação do BDI do Incorporador

Situacao	BDI_Incorporador	VPL	Variacao
Pessimista	0,26	2.872.258	-0,07
Provavel	0,24	3.083.743	0,00
Otimista	0,21	3.295.229	0,07

3.7.5 Sensibilidade em relação ao BDI do Incorporador

Em relação ao BDI do Incorporador, consideraremos uma variação entre 90~% e 110% do BDI provável.

3.8 Sensibilidade em relação à velocidade de vendas do empreendimento

Quanto à velocidade de vendas, consideraremos que as vendas podem ser feitas, num cenário pessimista, na seguinte velocidade:

Tabela 10: Velocidade de Vendas – Cenário Pessimista (continued below)

Periodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vendas	0%	0%	5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%

Periodo	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Vendas	5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%	5%

Já para o cenário otimista em relação à velocidade de vendas, foi considerada a seguinte hipótese:

3.8.1 Análise gráfica de sensibilidade

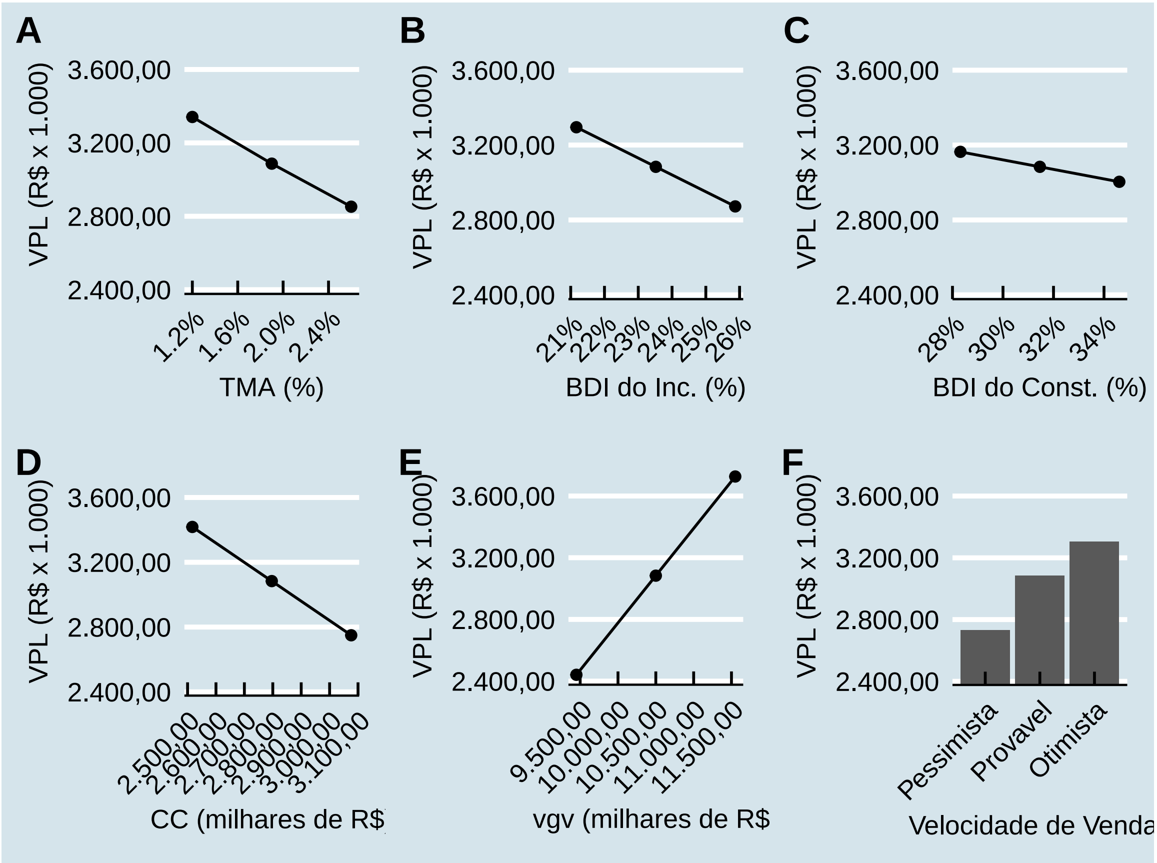
Na figura abaixo são mostrados os gráficos para as análises de sensibilidade efetuadas acima.

Tabela 12: Velocidade de Vendas – Cenário Otimsta

Periodo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Vendas	0%	0%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%	10%

Tabela 13: Sensibilidade do VPL à variação da velocidade de vendas do Empreendimento

Situacao	VV	VPL	Variacao
Pessimista	Pessimista	2.731.317	-0,11
Provavel	Provavel	3.083.743	0,00
Otimista	Otimista	3.303.815	0,07



Com os gráficos alinhados, e todos com os mesmos limites de escala em relação ao VPL, é fácil perceber a maior ou menor influência das diferentes variáveis na composição final do VPL.

Nota-se que, para esta análise, a variação do VGV – ou melhor, uma variação no valor unitário de venda – tem um maior impacto

3.9 Análise de Cenários

Foram analisados três cenários: o pessimista, o mais provável e o otimista.

Para cada cenário foi calculado um Fluxo de Caixa de Vendas, um Fluxo de Caixa de Investimentos e um Fluxo de Caixa Líquido, de onde foram obtidos os VPL's para cada cenário.

3.9.1 Cenário Pessimista

No cenário pessimista, o Fluxo de Caixa de Vendas foi elaborado considerando-se um valor de 90% do VGV Provável, em conjunto com o fluxo de vendas pessimista, como pode ser visto em Sensibilidade em relação à velocidade de vendas do empreendimento. Já o Fluxo de Caixa de Investimentos foi calculado considerando-se o valor de 110% do Custo de Construção Provável e com BDI do Construtor com valor de 110% do BDI Provável do Construtor. Finalmente, para o Fluxo de Caixa Líquido, foi considerado um valor de 110% do BDI Provável do Incorporador e uma taxa mínima de atratividade de 2.6%.

Tabela 14: Fluxo de Caixa pessimista do Empreendimento

Periodo	FCV	FCI	Corretagem	BDI_Incorporador	FCL	fator_VP	FCL_descontado
0	0	-234.770	0	0	-234.770	1,00	-234.770
1	0	-274.520	0	0	-274.520	0,97	-267.563
2	472.500	-299.777	-23.625	-122.245	26.852	0,95	25.509
3	472.500	-312.613	-23.625	-122.245	14.017	0,93	12.978
4	472.500	-445.526	-23.625	-122.245	-118.896	0,90	-107.294
5	472.500	-549.040	-23.625	-122.245	-222.410	0,88	-195.622
6	472.500	-609.492	-23.625	-122.245	-282.863	0,86	-242.489
7	472.500	-544.899	-23.625	-122.245	-218.270	0,84	-182.373
8	472.500	-587.133	-23.625	-122.245	-260.503	0,81	-212.146
9	472.500	-283.215	-23.625	-122.245	43.415	0,79	34.460
10	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,77	252.687
11	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,75	246.283
12	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,73	240.042
13	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,72	233.959
14	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,70	228.030
15	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,68	222.252
16	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,66	216.620
17	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,65	211.130
18	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,63	205.780
19	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,61	200.565
20	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,60	195.483
21	472.500	0	-23.625	-122.245	326.630	0,58	190.529

3.9.2 Cenário Provável

Os resultados para o cenário provável podem ser encontrados em Fluxo de Caixa Provável do Empreendimento.

3.9.3 Cenário Otimista

No cenário otimista, o Fluxo de Caixa de Vendas foi elaborado considerando-se um valor de 110% do VGV Provável, em conjunto com o fluxo de vendas otimista, como pode ser visto em Sensibilidade em relação à velocidade de vendas do empreendimento. Já o Fluxo de Caixa de Investimentos foi calculado considerando-se o valor de 90% do Custo de Construção Provável e com BDI do Construtor com valor de 90% do BDI Provável do Construtor. Finalmente, para o Fluxo de Caixa Líquido, foi considerado um valor de 90% do BDI Provável do Incorporador e uma taxa mínima de atratividade de 1.2%.

3.9.4 Valor Presente Líquido dos diversos cenários

```
vpl_pessimista <- sum(FC_pessimista$FCL_descontado)
vpl_otimista <- sum(FC_otimista$FCL_descontado)
```

O VPL para o cenário mais pessimista é de **R$ 1.274.048,49** e para o cenário mais otimista, de **R$ 4.854.959,22**.

3.10 Simulações

```
ranges <- list(vgv = range_vgv,
               cc = range_custos,
```

Tabela 15: Fluxo de Caixa otimista do Empreendimento

Periodo	FCV	FCI	Corretagem	BDI_Incorporador	FCL	fator_VP	FCL_descontado
0	0	-183.106,2	0	0,0	-183.106,2	1,0000000	-183.106,2
1	0	-214.108,3	0	0,0	-214.108,3	0,9881423	-211.569,4
2	1.155.000	-233.807,5	-57.750	-244.490,4	618.952,1	0,9764252	604.360,4
3	1.155.000	-243.818,6	-57.750	-244.490,4	608.941,0	0,9648470	587.534,9
4	1.155.000	-347.481,9	-57.750	-244.490,4	505.277,7	0,9534062	481.734,9
5	1.155.000	-428.216,5	-57.750	-244.490,4	424.543,1	0,9421009	399.962,4
6	1.155.000	-475.365,5	-57.750	-244.490,4	377.394,1	0,9309298	351.327,4
7	1.155.000	-424.987,1	-57.750	-244.490,4	427.772,5	0,9198911	393.504,1
8	1.155.000	-457.926,9	-57.750	-244.490,4	394.832,7	0,9089833	358.896,4
9	1.155.000	-220.890,0	-57.750	-244.490,4	631.869,6	0,8982048	567.548,4
10	1.155.000	0,0	-57.750	-244.490,4	852.759,6	0,8875542	756.870,3
11	1.155.000	0,0	-57.750	-244.490,4	852.759,6	0,8770298	747.895,6

```
               bdi_i = range_bdi_i,
               bdi_c = range_bdi_c)
variables <- list(vgv = vgv, wv = wv, cc = cc, wc = wc, bdi_i = bdi_i, bdi_c = bdi_c, cor = cor, tma
```

3.10.1 Simulação de Monte Carlo com distribuição uniforme

Foram realizadas 500 simulações com a distribuição uniforme, utilizando-se como variáveis aleatórias o Valor Global de Vendas, o Custo de Construção, o BDI do Construtor e o BDI do Incorporador. As demais variáveis (Velocidade de Vendas, Cronograma de Desembolsos da Construção, Corretagens e Taxa Mínima de Atratividade) foram consideradas fixas, com os valores prováveis já mencionados anteriormente. Foram consideradas três diferentes hipóteses em relação à dependência (ou correlação) entre as variáveis: dependência total, dependência parcial e independência total entre as variáveis aleatórias.

3.10.1.1 A distribuição uniforme

A distribuição uniforme é a mais simples distribuição contínua. Tem como característica ter probabilidades de ocorrência igual para todo o intervalo em que ela é definida.

É muito utilizada na inferência Bayesiana como distribuição a priori, quando não se tem motivos ou dados para se acreditar que uma população tenha uma distribuição diferente da uniforme. Como a distribuição uniforme não penaliza nem prioriza quaisquer valores dentro de um intervalo, ela é considerada a melhor distribuição a priori quando não se sabe como uma variável se comporta dentro deste intervalo. Posteriormente, com a realização de pesquisas, pode-se encontrar uma distribuição diferente da uniforme para a distribuição a posteriori.

3.10.1.2 Variáveis totalmente dependentes

A simulação da dependência total das variáveis pode ser feita através da construção de uma matriz de correlação como vista abaixo:

	vgv	cc	bdi_i	bdi_c
vgv	1	-1	-1	-1
cc	-1	1	1	1
bdi_i	-1	1	1	1
bdi_c	-1	1	1	1

```r
vpl_unif100 <- vpl_sim(Nsim, ranges = ranges, variables = variables,
                       distribution = "uniform", dependencia = dependencia100)
m_unif100 <- mean(vpl_unif100$vpl)
std_unif100 <- sd(vpl_unif100$vpl)
```

Baseados nas 500 simulações, o VPL esperado é igual o valor médio das simulações, ou seja, R$ 3.033.769,44.

A probabilidade que o VPL seja inferior a 85% da média pode ser calculado através do número de simulações com valor abaixo deste valor, dividido pelo número de simulações:

```r
sum(vpl_unif100$vpl < 0.85*mean(vpl_unif100$vpl))/Nsim
```

```
## [1] 0.34
```

Ou teoricamente, através da função densidade de probabilidade normal, com os parâmetros iguais aos da simulação, a saber, média de **3.033.769,44** e desvio padrão **746.342,73**:

```r
pnorm(0.85*mean(vpl_unif100$vpl), mean = mean(vpl_unif100$vpl), sd = sd(vpl_unif100$vpl))
```

```
## [1] 0.2710213
```

3.10.1.3 Variáveis parcialmente (50%) dependentes

Para simular a dependência parcial das variáveis foi montada uma matriz de correlação como abaixo:

	vgv	cc	bdi_i	bdi_c
vgv	1.0	-0.5	-0.5	-0.5
cc	-0.5	1.0	0.5	0.5
bdi_i	-0.5	0.5	1.0	0.5
bdi_c	-0.5	0.5	0.5	1.0

```r
vpl_unif50 <- vpl_sim(Nsim, ranges = ranges, variables = variables,
                      distribution = "uniform", dependencia = dependencia50)
m_unif50 <- mean(vpl_unif50$vpl)
std_unif50 <- sd(vpl_unif50$vpl)
```

Baseados nas 500 simulações, o VPL esperado é igual o valor médio das simulações, ou seja, R$ 3.076.418,43.

A probabilidade que o VPL seja inferior a 85% da média pode ser calculado através do número de simulações com valor abaixo deste valor, dividido pelo número de simulações:

```r
sum(vpl_unif50$vpl < 0.85*mean(vpl_unif50$vpl))/Nsim
```

```
## [1] 0.244
```

Ou teoricamente, através da função densidade de probabilidade normal, com os parâmetros iguais aos da simulação, a saber, média de **3.076.418,43** e desvio padrão **588.547,29**:

```r
pnorm(0.85*mean(vpl_unif50$vpl), mean = mean(vpl_unif50$vpl), sd = sd(vpl_unif50$vpl))
```

```
## [1] 0.2164993
```

3.10.1.4 Variáveis totalmente independentes

Para a simulação com variáveis totalmente independentes, constrói-se uma matriz diagonal de correlação, como pode ser vista abaixo:

	vgv	cc	bdi_i	bdi_c
vgv	1	0	0	0
cc	0	1	0	0
bdi_i	0	0	1	0
bdi_c	0	0	0	1

Baseados nas 500 simulações, o VPL esperado é igual o valor médio das simulações, ou seja, R$ 3.107.640,50.

A probabilidade que o VPL seja inferior a 85% da média pode ser calculado através do número de simulações com valor abaixo deste valor, dividido pelo número de simulações:

```
sum(vpl_unif$vpl < 0.85*mean(vpl_unif$vpl))/Nsim
```

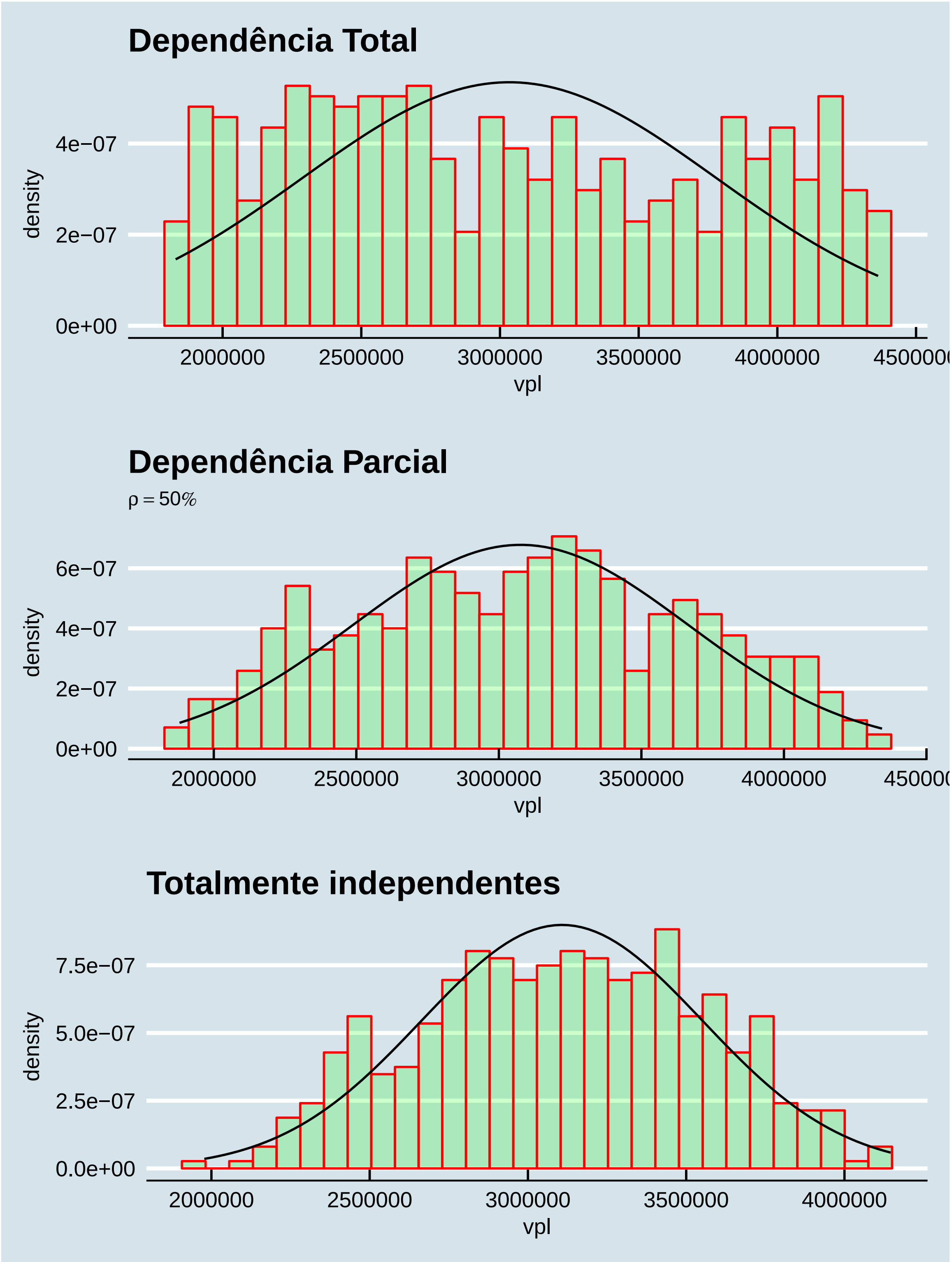
```
## [1] 0.168
```

Ou teoricamente, através da função densidade de probabilidade normal, com os parâmetros iguais aos da simulação, a saber, média de **3.107.640,50** e desvio padrão **443.892,34**:

```
pnorm(0.85*mean(vpl_unif$vpl), mean = mean(vpl_unif$vpl), sd = sd(vpl_unif$vpl))
```

```
## [1] 0.1468284
```

3.10.1.5 Gráficos

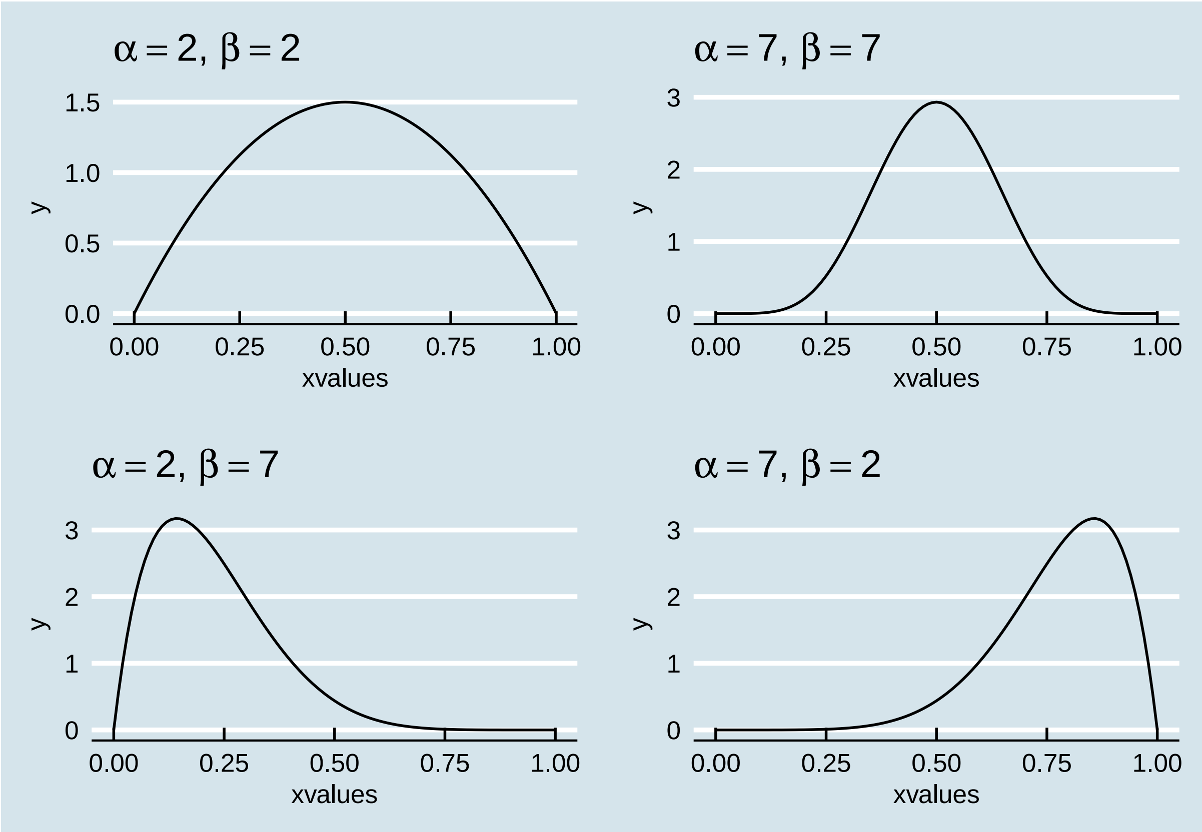


3.10.2 Simulação de Monte Carlo com distribuição beta

Da mesma maneira explicada na seção anterior, realizamos 500 simulações com a distribuição beta. Neste caso, adotamos como parâmetros da distribuição beta os fatores α e β iguais a 2 e 2, respectivamente.

3.10.2.1 A distribuição beta

A distribuição beta está definida no intervalo (0,1) e pode assumir diferentes formas dentro deste intervalo, motivo pelo qual a distribuição beta é um modelo conveniente para prever o comportamento aleatório de porcentagens e proporções. Dependendo dos fatores de forma α e β adotados. Quando os valor de α e β são simultaneamente iguais a 1, a distribuição beta toma a forma da distribuição uniforme no intervalo (0,1). Mas a distribuição beta pode tomar uma variedade de formas para outros valores de α e β, alguns dos quais podem ser vistos abaixo:

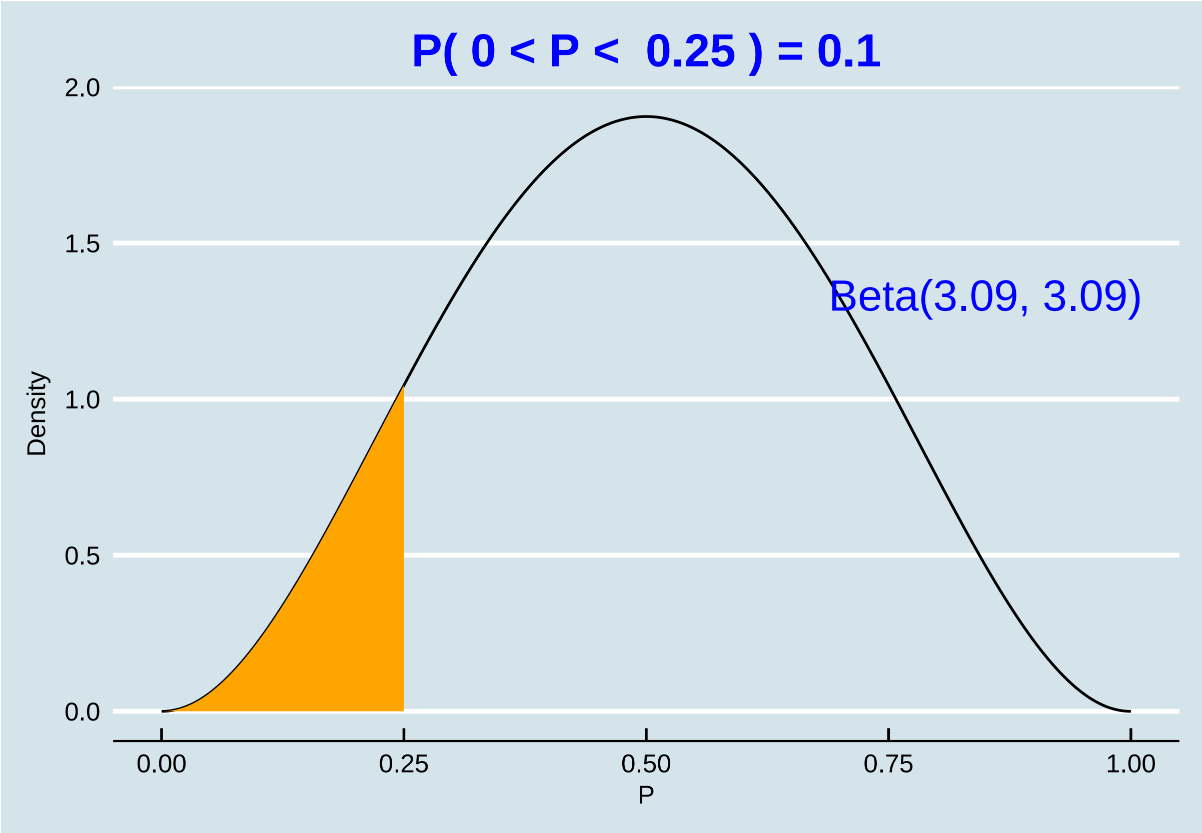


É normalmente utilizada na inferência Bayesiana como distribuição a priori, onde os parâmetros α e β são inicialmente estimados e posteriormente atualizados de acordo com os resultados de pesquisas.

Na inferência Bayesiana, os parâmetros podem ser inicialmente estimados de acordo com o conhecimento empírico prévio do especialista. Como exemplo, imagine que um orçamentista deseje testar se o Custo Unitário Básico (CUB) divulgado pelo SINDUSCON/SC para um determinado padrão de construção é uma boa estimativa para o custo médio das obras daquele padrão no seu município. O orçamentista experiente estima que os custos de construção das obras daquele padrão se situem entre 90% e 110% do CUB e, inicialmente, pensa que o CUB é sim um bom estimador dos custos de construção para o seu município, por isto ele prevê que 50% das obras daquele padrão tenham custo de construção menor ou igual ao CUB, enquanto as outras 50% a superem. Ainda, o especialista prevê que, para aquele padrão, apenas 10% das obras tenham custo abaixo de 95% do CUB (ou seja, se encontrem no primeiro quartil).

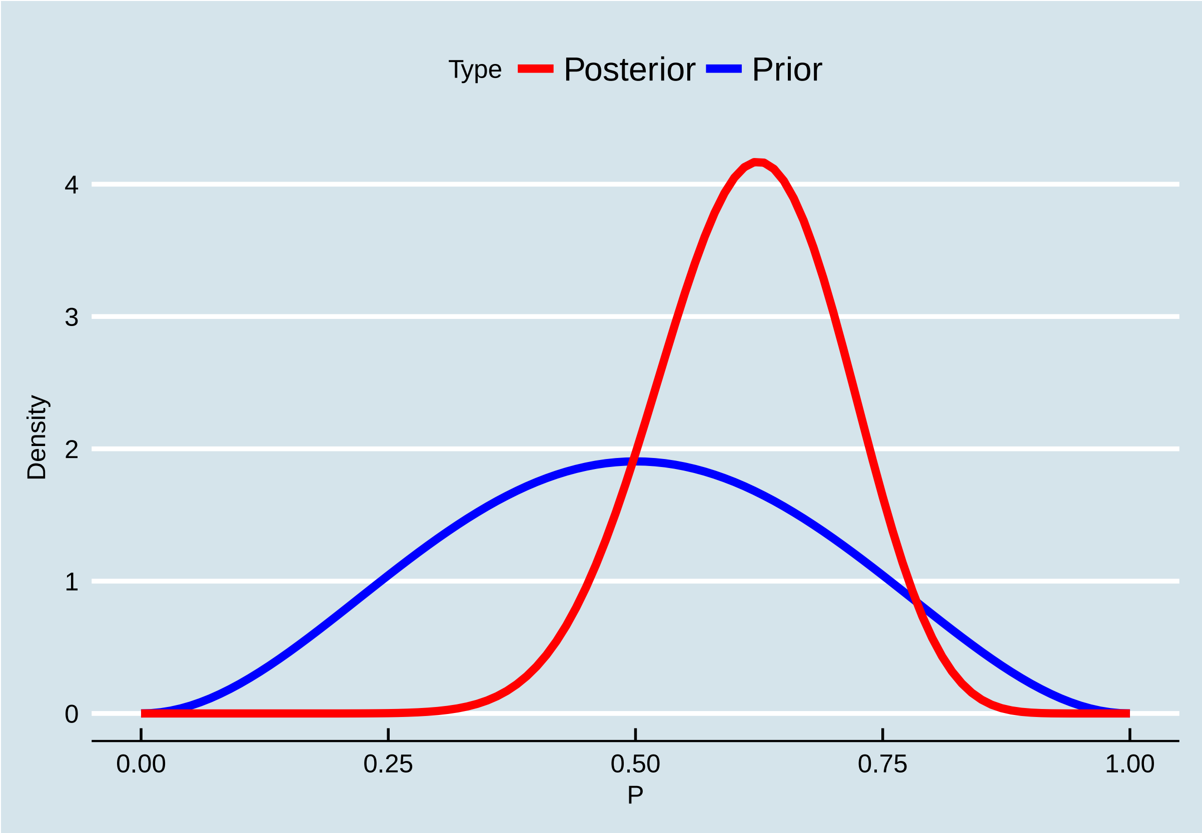
Isto equivale a dizer que o especialista pode utilizar uma distribuição beta como a mostrada abaixo como uma distribuição a priori do custo das obras no seu município:

```
beta_area(0, 0.25, c(3.09, 3.09))
```



Posteriormente, o orçamentista realiza uma pesquisa com 20 obras de construtoras locais e verifica que apenas 7 tiveram custo inferior ao CUB. Com estes dados, o especialista deve atualizar a sua distribuição de probabilidade a priori, obtendo uma distribuição a posteriori que se compara com a distribuição a priori da seguinte maneira:

```
data <- c(13, 7)
post_par <- prior_par + data
beta_prior_post(prior_par, post_par)
```



Este processo pode ser repetido continuamente, com a distribuição a posteriori tornando-se a nova distribuição a priori e realizando-se nova pesquisa.

3.10.2.2 Dependência Total

A probabilidade que o VPL seja inferior a 85% da média pode ser calculado através do número de simulações com valor abaixo deste valor, dividido pelo número de simulações:

```
sum(vpl_beta2_100$vpl < 0.85*mean(vpl_beta2_100$vpl))/Nsim
```

```
## [1] 0.222
```

Ou teoricamente, através da função densidade de probabilidade normal, com os parâmetros iguais aos da simulação, a saber, média de **3.065.854,04** e desvio padrão **556.617,97**:

```
pnorm(0.85*mean(vpl_beta2_100$vpl), mean = mean(vpl_beta2_100$vpl), sd = sd(vpl_beta2_100$vpl))
```

```
## [1] 0.2043452
```

3.10.2.3 Dependência Parcial

A probabilidade que o VPL seja inferior a 85% da média pode ser calculado através do número de simulações com valor abaixo deste valor, dividido pelo número de simulações:

```
sum(vpl_beta2_50$vpl < 0.85*mean(vpl_beta2_50$vpl))/Nsim
```

```
## [1] 0.172
```

Ou teoricamente, através da função densidade de probabilidade normal, com os parâmetros iguais aos da simulação, a saber, média de **3.098.159,42** e desvio padrão **478.484,08**:

```
pnorm(0.85*mean(vpl_beta2_50$vpl), mean = mean(vpl_beta2_50$vpl), sd = sd(vpl_beta2_50$vpl))
```

```
## [1] 0.1657139
```

3.10.2.4 Independência Total

A probabilidade que o VPL seja inferior a 85% da média pode ser calculado através do número de simulações com valor abaixo deste valor, dividido pelo número de simulações:

```
sum(vpl_beta2$vpl < 0.85*mean(vpl_beta2$vpl))/Nsim
```

```
## [1] 0.092
```

Ou teoricamente, através da função densidade de probabilidade normal, com os parâmetros iguais aos da simulação, a saber, média de **3.073.671,40** e desvio padrão **339.347,82**:

```
pnorm(0.85*mean(vpl_beta2$vpl), mean = mean(vpl_beta2$vpl), sd = sd(vpl_beta2$vpl))
```

```
## [1] 0.08713072
```

3.10.2.5 Gráficos

3.10.2.6 Mudança de parâmetros da distribuição beta

No entanto, não há motivos para supor que as variáveis aleatórias assumam uma distribuição beta com os parâmetros descritos na seção anterior.

Para efeito de comparação, abaixo efetuamos outra simulação, desta vez com parâmetros α e β iguais a 7 e 7, respectivamente, com variáveis aleatórias completamente independentes.

A probabilidade que o VPL seja inferior a 85% da média pode ser calculado através do número de simulações com valor abaixo deste valor, dividido pelo número de simulações:

Tabela 16: Estatísticas descritivas das diferentes simulações

	Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
s_unif_100	1.830.675	2.397.169	2.977.241	3.033.769	3.704.561	4.363.364
s_unif_50	1.879.921	2.626.646	3.096.904	3.076.418	3.538.888	4.344.195
s_unif	1.977.606	2.777.265	3.113.936	3.107.640	3.441.087	4.146.205
s_beta2_100	1.910.691	2.658.857	3.061.174	3.065.854	3.519.846	4.327.316
s_beta2_50	1.890.117	2.752.896	3.079.547	3.098.159	3.459.430	4.305.635
s_beta2	2.219.450	2.833.522	3.048.477	3.073.671	3.316.966	4.067.581
s_beta7	2.557.123	2.952.993	3.091.660	3.090.242	3.227.009	3.677.510

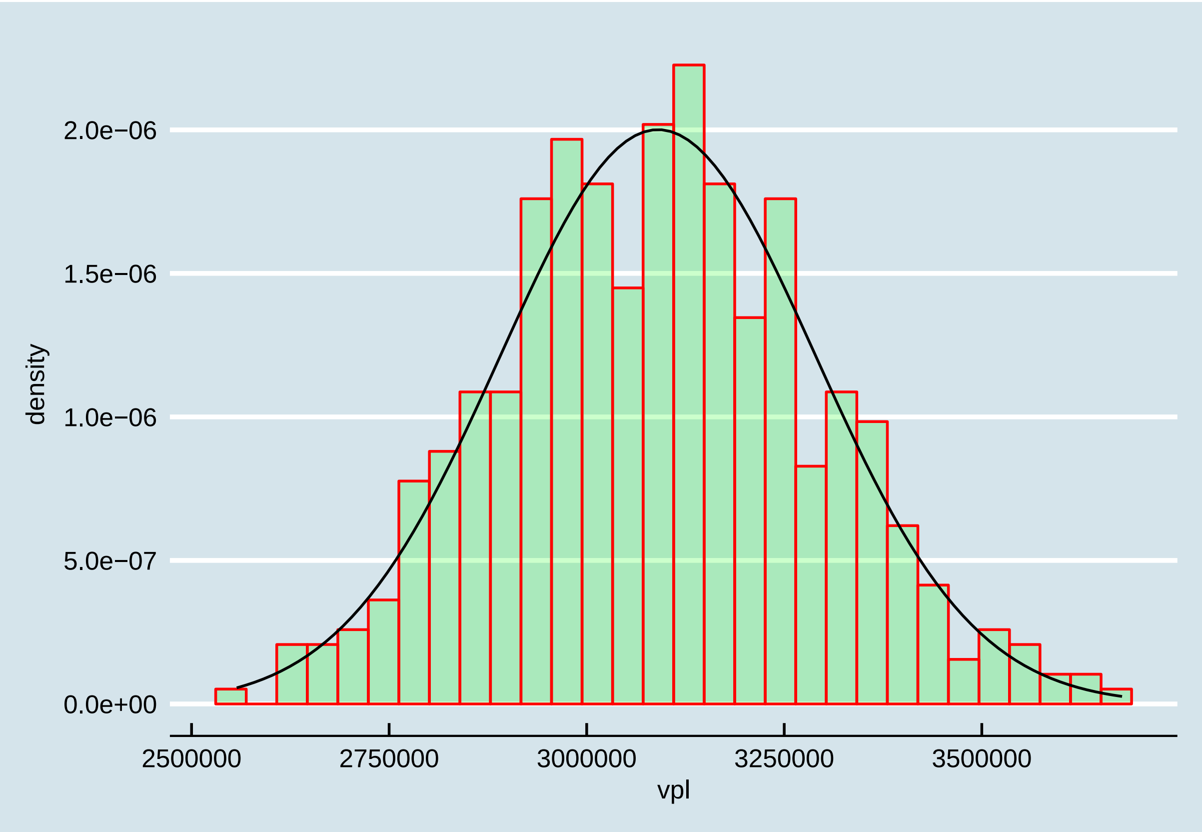
```
mean(vpl_beta7$vpl < 0.85*mean(vpl_beta7$vpl))
```

```
## [1] 0.002
```

Ou teoricamente, através da função densidade de probabilidade normal, com os parâmetros iguais aos da simulação, a saber, média de 3.090.242,33 e desvio padrão 199.387,61:

```
pnorm(0.85*mean(vpl_beta7$vpl), mean = mean(vpl_beta7$vpl), sd = sd(vpl_beta7$vpl))
```

```
## [1] 0.01004132
```



3.11 Estatísticas descritivas

4 Conclusão

Como notamos nas últimas seções, o valor médio das simulações pouco se altera com a mudança das distribuições adotadas. No entanto, o desvio-padrão das simulações é alterado drasticamente com a

Tabela 17: Resumo das médias e desvios

Distribuição	Dependência	Média	Desvio_Padrão
Uniforme	Total	3.033.769	746.342,7
Uniforme	Parcial (50\%)	3.076.418	588.547,3
Uniforme	Independente	3.107.640	443.892,3
Beta	Total	3.065.854	556.618,0
Beta	Parcial (50\%)	3.098.159	478.484,1
Beta	Independente	3.073.671	339.347,8
Beta	Independente	3.090.242	199.387,6

mudança da distribuição ou dos parâmetros adotados para elas.

Pesquisas devem ser feitas no sentido de estimar parâmetros mais precisos de distribuição das variáveis envolvidas.

Referências

ALBERT, J. **LearnBayes: Functions for learning bayesian inference**. 2014.

DROUBI, L. **AppraiseR: Tools for real estate appraisal**. 2018.

GOLDFELD, K. **Simstudy: Simulation of study data**. 2018.

HOCCHEIM, N. **Avaliação de terrenos e glebas pelo método involutivo**. Florianópolis: IBAPE - SC, 2017.

VENABLES, W. N.; RIPLEY, B. D. **Modern applied statistics with s**. Fourth ed. New York: Springer, 2002.