TT64

COMPARAÇÃO DE MODELOS INFERENCIAIS TRADICIONAIS E ESPACIAIS UTILIZANDO DIFERENTES VARIÁVEIS DE LOCALIZAÇÃO.

CARLOS ALBERTO PERUZZO TRIVELLONI

ENGENHEIRO CIVIL (UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA, MONTEVIDÉU, URUGUAI), MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL (UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA), DOUTOR EM ENGENHARIA CIVIL (UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA). PREMIOS RECEBIDOS: 1. MEDALHA EURICO RIBEIRO, MELHOR TRABALHO DE AVALIAÇÕES, X COBREAP, PORTO ALEGRE, 1999. 2. MENÇAO HONROSA ORLANDO ANDRADE REZENDE, TRABALHO DE AVALIAÇÕES, XIII COBREAP, FORTALEZA, 2006.

COMPARAÇÃO DE MODELOS INFERENCIAIS TRADICIONAIS E ESPACIAIS UTILIZANDO DIFERENTES VARIÁVEIS DE LOCALIZAÇÃO

CARLOS ALBERTO PERUZZO TRIVELLONI

TRABALHO ACADÊMICO

Resumo. Este trabalho apresenta uma comparação entre modelos inferenciais tradicionais e espaciais na avaliação de imóveis, utilizando diferentes variáveis explicativas de localização construídas por análise espacial. Considerando a dependência espacial do valor dos imóveis e sua estrutura de variação espacial, resulta cada vez mais clara a necessidade de aplicação de técnicas estatísticas espaciais para considerar os efeitos de interação e de vizinhança no valor dos imóveis. Neste trabalho os métodos geoestatísticos e da econometria espacial são utilizados para modelar a variabilidade espacial dos dados, criando variáveis espaciais de vizinhança. Posteriormente estas variáveis são testadas em modelos de regressão tradicionais e espaciais. Os resultados mostram que estes métodos espaciais podem ser usados em forma combinada entre si e com a inferência estatística tradicional para alcançar melhores resultados nos modelos de avaliação.

Palavras chave: Inferência Estatística, Modelos Espaciais, Valor de Localização, Krigagem, Regressão Espacial.

1. Introdução.

Os modelos estatísticos espaciais, notadamente os modelos de regressão espacial e geoestatísticos, vem sendo progressivamente cada vez mais utilizados nas avaliações de imóveis.

Considerando a dependência e a heterogeneidade espacial do valor dos imóveis - especialmente no caso das avaliações em massa – bem como a sua estrutura de variação espacial, resulta cada vez mais clara a necessidade de aplicação de técnicas espaciais para considerar os efeitos de interação e de vizinhança no valor dos imóveis.

Os modelos tradicionais de inferência estatística mostram dificuldades para lidar de maneira eficiente com os efeitos espaciais nos dados; as variáveis de localização, quando não são corretamente especificadas nos modelos, além da perda de poder explicativo dos modelos produzem autocorrelação espacial nos resíduos da regressão, invalidando seus resultados. Os modelos hedônicos tradicionais foram inicialmente desenvolvidos para tratar com variáveis não espaciais, para explicar fenômenos onde a localização espacial não produz efeitos de interação nos dados. Em situações onde a localização das observações explica parte importante da variabilidade dos dados, estes modelos tradicionais vêm sendo substituídos pelos modelos de inferência espacial (ou de econometria espacial) e pelos modelos geoestatísticos, que consideram explicitamente a localização como uma variável explicativa do fenômeno e do modelo estimado.

Porém, os modelos de inferência tradicional podem também alcançar resultados adequados se as variáveis explicativas que tem estrutura espacial forem corretamente especificadas no modelo. Para conseguir uma correta representação das variáveis espaciais podem ser utilizados os modelos estatísticos espaciais, produzindo assim um método híbrido, que combina técnicas espaciais para a especificação da componente espacial do valor, ao mesmo tempo em que utiliza a inferência tradicional para a modelagem geral.

Vários trabalhos têm mostrado que esta combinação pode produzir melhores resultados que os conseguidos com cada método de forma isolada.

2. Modelos inferenciais e espaciais.

Os modelos espaciais utilizados em modelos de avaliação são basicamente os modelos de regressão espacial e os modelos geoestatísticos.

A econometria espacial é a parte da econometria que lida com a consideração de efeitos espaciais nos dados e sua modelagem, sendo os principais modelos de regressão utilizados o Modelo da Variável Dependente e o Modelo Espacial do Erro.

O Modelo da Variável Dependente (MVD) considera como variável explicativa do modelo a média de valores da variável dependente na vizinhança de cada observação, representando os efeitos de interação espacial entre os dados.

O Modelo Espacial do Erro (MEE), por outro lado, analisa a dependência espacial nos resíduos do modelo, significando que variáveis espaciais importantes na explicação do fenômeno não estão sendo corretamente especificadas ou consideradas entre as variáveis explicativas do modelo.

A expressão matemática destes modelos é apresentada a seguir. Modelo da Variável Dependente:

$$Y = BX + \rho WY + \epsilon$$

onde Y representa a variável dependente do modelo, B é o vetor de parâmetros, X representa as variáveis explicativas do modelo, W é a matriz de pesos espaciais, ρ representa o parâmetro de autocorrelação espacial da variável dependente, e ϵ é o resíduo da regressão.

Modelo Espacial do Erro:

$$Y = BX + \varepsilon$$

 $\varepsilon = \lambda W \varepsilon + u$

onde ϵ é o erro espacialmente autocorrelacionado, λ representa o parâmetro de autocorrelação espacial, u é o resíduo não correlacionado, e os outros termos representam o mesmo que no modelo anterior.

Por outro lado, os modelos geoestatísticos buscam representar e modelar a variação espacial de uma variável regionalizada. Quando existe uma dependência entre uma variável aleatória e a sua localização espacial a variável pode ser chamada de regionalizada. A Teoria das Variáveis Regionalizadas (TVR) dedica-se à análise e resolução dos problemas de inferência espacial de variáveis que dependem da localização espacial onde são observadas.

A variação espacial de uma variável regionalizada pode ser expressa pela soma de três componentes:

- uma componente estrutural, associada a um valor médio constante ou a uma tendência constante:
 - uma componente aleatória, espacialmente correlacionada;
 - um ruído aleatório ou erro residual.

Se o vetor x representa uma posição em uma, duas ou três dimensões, então o valor da função aleatória Z, calculada em x, pode ser expressa como:

$$Z(x) = \mu(x) + \epsilon'(x) + \epsilon''$$

onde:

- μ (x) é uma função determinística que descreve a componente estrutural de Z em x;
 - ε' (x) é um termo estocástico correlacionado que varia localmente;
- ϵ'' é um ruído aleatório não correlacionado, com distribuição normal com média 0 e variância σ^2 .

A partir de uma amostra $Z(x_1)$,, $Z(x_n)$, deseja-se estimar o valor $Z(x_0)$ num ponto x_0 .

O estimador de krigagem Z_k define-se como uma combinação linear dos Z(xi) e os ponderadores λ_i da seguinte maneira:

 $Z_k = \sum_i \lambda_i Z_i$

Onde os ponderadores λ_i são obtidos de forma que o estimador Z_k seja ótimo, ou seja, a variância do erro seja mínima.

O que diferencia a krigagem de outros métodos de interpolação é a estimação de uma matriz de covariância espacial que determina os pesos atribuídos aos diferentes dados, o tratamento da redundância destes, a vizinhança a ser considerada no procedimento inferencial e o erro associado ao valor estimado. A krigagem fornece estimadores não tendenciosos e eficientes.

3. Variáveis de localização e variáveis espaciais.

Tradicionalmente é considerado na literatura de engenharia de avaliações que o valor de um imóvel depende de um conjunto de características do imóvel, em função do tipo de imóvel, das suas características constructivas, jurídicas e de localização, entre outras.

A partir dos dados de mercado de imóveis de uma região podem ser analisados os fatores que influenciam no seu valor, modelando a influência de cada variável por inferência estatística.

Os fatores de localização, entre todas as variáveis explicativas, são os de mais complexa enumeração e modelagem, sendo responsáveis pela estrutura espacialmente correlacionada do valor e pela possível autocorrelação espacial dos resíduos nos modelos de inferência estatística, caso não sejam corretamente especificados.

A utilização de modelos espaciais para definir e construir variáveis de localização tem sido proposta em diversos trabalhos. Os modelos de regressão espacial e os geoestatísticos têm sido propostos para analisar e modelar a variação espacial do valor. O uso combinado destes métodos permite a construção de variáveis de localização para representar a estrutura espacial do valor devida a este conjunto de fatores. Para construir estas variáveis é necessário primeiro homogeneizar os dados de mercado, eliminando a heterogeneidade correspondente a fatores construtivos, tipológicos e outros não espaciais, mantendo a sua variabilidade espacial, criando assim uma variável regionalizada.

Esta homogeneização deve ser realizada utilizando modelos de regressão espacial, desde que existe uma estrutura de dependência espacial nos dados que deve ser considerada. Uma homogeneização produzida por métodos de inferência tradicional levaria a obter resíduos espacialmente autocorrelacionados, invalidando os resultados da inferência.

O processo de homogeneização assim definido transforma a variável dependente Valor Unitário numa nova variável VH (valor homogeneizado), cuja estrutura de variação espacial deve ser modelada.

Uma vez obtidos os valores homogeneizados VH, estes podem ser analisados e modelados como uma variável regionalizada, por meio da krigagem dos valores, obtendo-se uma nova variável VL que representa o valor de localização dos imóveis.

Outra variável representativa da localização pode ser criada aplicando os conceitos da econometria espacial, de vizinhança e de variável espacialmente defasada, a partir da definição da matriz de pesos espaciais W, ou matriz de vizinhança. Esta matriz permite definir uma relação de vizinhança entre todos os dados analisados, e quando multiplicada pelo vetor de valores homogeneizados VH (produto W_VH) representa, para cada observação, a média dos valores homogeneizados VH na vizinhança do imóvel, portanto, a média de valores de localização na vizinhança definida por W.

Estas duas variáveis, VL e W_VH, representativas do valor de localização, podem ser testadas como variáveis explicativas nos modelos de inferência tradicional e nos modelos de regressão espacial.

As diferenças entre ambas estão nos conceitos de vizinhança que cada uma representa e na estrutura espacial utilizada para obter o resultado. No caso da variável VL, obtida por krigagem, a vizinhança e a estrutura espacial está modelada pela função variograma, permitindo utilizar o conjunto total de dados na interpolação usando pesos para cada um em função da distância entre os dados e a sua direção (incorporando análise de anisotropia no modelo).

Já a variável W_VH utiliza um conceito de vizinhança definido de maneira isotrópica e considerando os n vizinhos mais próximos de cada elemento ou uma distância máxima arbitrária.

4. Aplicação

Os dados utilizados correspondem a terrenos localizados no Município de Palhoça, localizado na região da Grande Florianópolis, Santa Catarina.

O Município de Palhoça apresenta um forte dinamismo social e urbano, com grande heterogeneidade de regiões e valores imobiliários, existindo diversos pólos de valorização locais de difícil identificação e enumeração. A BR 101 corta o Município de Norte a Sul, estando a sua duplicação terminada em parte do Município e atualmente em processo de execução em outra parte do município, aumentando ao mesmo tempo o dinamismo urbano e a especulação imobiliária. Além disso, existe um forte dinamismo econômico do município produzido pela proximidade da capital do Estado e o crescimento da região metropolitana. Porém, uma grande parte do Município ainda conta com poucos serviços urbanos, ruas sem pavimentar, terrenos sem escritura pública e dificuldades de acesso.

A amostra de mercado consta de 274 dados correspondentes a terrenos localizados em todas as regiões do município.

As variáveis levantadas para serem utilizadas como explicativas nos modelos inferenciais correspondem as seguintes características dos imóveis:

- Localização: representada pelas coordenadas do terreno.
- Situação jurídica do imóvel: se tem escritura pública ou é terreno de posse.
- Área total do terreno.
- Frente principal e Profundidade.
- Topografia do terreno.
- Pedologia do terreno.
- Existência de pavimentação no logradouro.
- Existência de passeio no logradouro.

Estas variáveis foram testadas em vários modelos de regressão de onde foram eliminadas algumas delas por não apresentarem significância estatística, pelo qual nos modelos finais foram consideradas as seguintes variáveis explicativas:

- Publica: se o terreno tem escritura pública.
- Atotal: área total do terreno.
- Pav: existência de pavimentação.
- Pass: existência de passeio.

Variáveis espaciais.

As variáveis espaciais utilizadas nos modelos de regressão são VL e W_VH, obtidas a partir do valor homogeneizado VH.

VH é um valor unitário homogeneizado obtido por regressão espacial (modelo do erro) com variáveis de homogeneização não espaciais. Eliminando a influência de variáveis não espaciais do valor unitário, permanece a variabilidade devida a efeitos espaciais ou de localização.

A variável VL foi obtida por métodos geoestatísticos e de regressão espacial combinados. A krigagem da média do valor homogeneizado VH representa uma média espacial do valor de localização, que considera a estrutura espacial dos dados por meio da função semivariograma.

O semivariograma teórico que melhor ajusta com a estrutura espacial nos dados está representado por um semivariograma esférico de alcance máximo de 1367 metros, fator de anisotropia 1,6 e ángulo de anisotropia 90 (direção NS), com presença de efeito pepita e tendência linear. A krigagem utilizada considera a média de valores da variável VH por blocos de 300 metros de lado.

A variável W_VH, por outra parte, representa o valor de defasagem espacial da variável VH na vizinhança de cada elemento. A aplicação da matriz espacial W aos valores de VH representa a média dos valores de VH na vizinhança de cada elemento.

A matriz W foi construída considerando vizinhos os 5 elementos mais próximos de cada dado.

Segundo esta definição de W, a distância média resultante entre vizinhos é de 374 metros para o total da amostra, onde 25% dos vizinhos se encontram a distâncias menores que 114 metros, 50% dos vizinhos estão separados por distâncias menores que 228 metros e 75% dos vizinhos estão a distância menor que 496 metros.

As duas variáveis espaciais assim construídas representam o valor da vizinhança, mas são definidas com diferentes critérios de vizinhança. Enquanto a variável VL considera o conjunto dos dados da amostra e a estrutura espacial representada pelo semivariograma teórico obtido, a variável W_VH apenas considera como vizinhança os 5 elementos mais próximos de cada imóvel da amostra.

5. Resultados dos modelos de inferência estatística.

Em todos os casos a variável dependente dos modelos é o valor unitário de terreno VU ($R\$/m^2$).

Modelo 1. Regressão tradicional (mínimos quadrados) sem utilizar variáveis de localização.

Variável	Coeficiente z		probabilidade
Constante	3.6197	43.25	0.0000
Publica	0.8599	8.97	0.0000
Atotal	-1.73e-5	-6.89	0.0000
Pavim	0.4769	5.91	0.0000
Pass	-0.1121	-1.32	0.1867

Valores do Coeficientes de determinação ajustado e Critério de Akaike:

 $R_a^2 = 0.45$

AIK = 468.51 Testes de Autocorrelação Espacial:

 LM_{lag} robusto: 36.68 (p = 0.0000) LM_{err} robusto: 3.53 (p = 0.0601)

O Critério de Akaike é uma das estatísticas utilizadas para comparação entre modelos espaciais, representando a qualidade de ajuste do modelo. O modelo será melhor quanto menor seja o valor de AIK.

Os testes de autocorrelação espacial LM_{lag} robusto e LM_{err} robusto analisam a existência de autocorrelação espacial nos resíduos da regressão indicando a significância dos modelos de regressão espacial correspondente em cada caso. A probabilidade mostrada entre parêntesis representa a significância estatística de cada hipótese.

Neste caso o teste LM_{lag} robusto mostra significância a nível de 5%, enquanto o teste LM_{err} robusto não se mostra significativo a 5%, indicando que o modelo de regressão espacial da variável dependente deve ser significativo.

Modelo 2. Regressão espacial da Variável Dependente (MVD) sem variáveis de localização.

Variável	Coeficiente	Z	probabilidade
Constante	1.9744	1.9744 7.10	
W_LnVU	0.4130	7.97	0.0000
Publica	0.6827	0.6827 7.89	
Atotal	-1.56e-5 -7.08		0.0000
Pavim	0.2312	3.07	0.0022
Pass	-0.0009	-0.02	0.9909

Valores do Coeficientes de determinação ajustado e Critério de Akaike: $R_a^2 = 0.57$

AIK = 416.34

Os resultados do critério de Akaike mostram que o modelo de regressão espacial é superior no ajuste que o modelo de mínimos quadrados, desde que o seu valor AIK é menor.

Modelo 3. Regressão tradicional (mínimos quadrados) com variável espacial VL.

Variável	Coeficiente z		probabilidade
Constante	2.9002	44.91	0.0000
VL	0.0111	19.78	0.0000
Publica	0.3850	5.85	0.0000
Atotal	-1.40e-5	-8.67	0.0000
Pavim	0.0152	0.30	0.7881
Pass	0.1036	1.88	0.0614

Valores do Coeficiente de determinação ajustado e Critério de Akaike:

 $R_a^2 = 0.77$

AIK = 223.93

Autocorrelação Espacial:

 LM_{lag} robusto: 22.82 (p = 0.0000) LM_{err} robusto: 17.78 (p = 0.0000)

Os resultados mostram que este modelo melhorou no seu poder explicativo e ajuste aos dados em relação aos dois modelos anteriores, pois o valor AIK é menor que os anteriores. Por outro lado, os resíduos continuam mostrando autocorrelação espacial e significância dos dois modelos de regressão espacial, com um valor levemente superior para o modelo MVD.

Modelo 4. Regressão espacial (MVD) com variável VL.

Variável	Coeficiente	Coeficiente z	
Constante	3.4952	14.83	0.0000
W_LnVU	-0.1716	-2.54	0.0112
VL	0.0125	15.02	0.0000
Publica	0.3990	6.20	0.0000
Atotal	-1.42e-5	-9.05	0.0000
Pavim	0.0593	1.06	0.2883
Pass	0.0845	1.57	0.1160

Valores do Coeficiente de Determinação ajustado e Critério de Akaike:

 $R_a^2 = 0.79$

AIK = 218.51

O valor AIK menor mostra que este modelo é melhor que o modelo anterior de mínimos quadrados.

Modelo 5. Regressão tradicional (mínimos quadrados) com variável espacial W_VH.

Variável	Coeficiente z		Probabilidade
Constante	3.2818	3.2818 36.36	
W_VH	0.0047	0.0047 7.14	
Publica	0.6761	7.37	0.0000
Atotal	-1.56e-5	-6.73	0.0000
Pavim	0.2607	3.26	0.0012
Pass	-0.0061	-0.08	0.9390

Valores do Coeficientes de determinação ajustado e Critério de Akaike:

 $R_a^2 = 0.53$

AIK = 422.81

Autocorrelação Espacial:

 LM_{lag} robusto: 54.90 (p = 0.0000) LM_{err} robusto: 46.79 (p = 0.0000)

Este modelo mostra que a variável espacial W_VH é significativa e o modelo é melhor que o primeiro sem variáveis de localização. Porém o valor de AIK mostra que este modelo não é melhor que os outros analisados (modelos 2, 3 e 4).

Além disso, os resíduos continuam mostrando autocorrelação espacial significativa com leve preferência para o modelo da variável dependente MVD.

Modelo 6. Regressão espacial (MVD) com variável espacial W VH.

Variável	Coeficiente	Coeficiente z	
Constante	2.3681	8.71	0.0000
W_LnVU	0.2675	3.80	0.0001
W_VH	0.0026	3.59	0.0000
Publica	0.3990	6.20	0.0003
Atotal	-1.53e-5	-6.87	0.0000
Pavim	0.1987	2.52	0.0116
Pass	0.0183	0.24	0.8096

Valores do Coeficientes de determinação ajustado e Critério de Akaike:

 $R_a^2 = 0.57$

AIK = 412.52

O resultado deste modelo melhora em relação ao anterior e ao modelo 2, mas ainda mostra menor poder explicativo que os modelos 3 e 4.

Modelo 7. Regressão tradicional (mínimos quadrados) com variáveis VL e W VH

Variável	Coeficiente	Coeficiente z	
Constante	2.9602	49.13	0.0000
VL	0.0150	19.57	0.0000
W_VH	-0.0043	-6.89	0.0000
Publica	0.3872	6.37	0.0000
Atotal	-1.44e-5	-9.65	0.0000
Pavim	0.0517	0.98	0.3260
Pass	0.0820	1.61	0.1092

Valores do Coeficiente de Determinação ajustado e Critério de Akaike:

 $R_a^2 = 0.81$

AIK = 181.07

Autocorrelação Espacial:

 LM_{lag} robusto: 0.06 (p = 0.8075) LM_{err} robusto: 1.65 (p = 0.1994)

O valor de AIK deste modelo é o menor de todos os casos, mostrando o melhor poder explicativo e ajuste aos dados.

Os testes de autocorrelação espacial mostram que os resíduos não apresentam autocorrelação significativa.

Entre todos os modelos analisados, aqueles que incluíram a variável VL foram os melhores modelos pelo seu valor AIK.

Entre eles, aquele que também incluiu a variável espacial W_VH se mostrou como o melhor modelo, superior ao modelo de regressão espacial 4, sendo que ambas variáveis espaciais se mostraram significativas como variáveis explicativas e os resíduos da regressão não apresentam autocorrelação espacial.

Modelo	R^2_a	AIK	LM _{lag robusto} (prob.)	LM _{err robusto} (prob.)
1. construtivas	0.45	468.51	36.68 (0.0000)	3.53 (0.0601)
2. MVD	0.57	416.34	-	-
3. VL	0.77	223.93	22.82 (0.0000)	17.78 (0.0000)
4. MVD (VL)	0.79	218.51	-	-
5. W_VH	0.53	422.81	54.90 (0.0000)	46.79 (0.0000)
6. MVD (W_VH)	0.57	412.52	-	-
7. VL + W_VH	0.81	181.07	0.06 (0.8075)	1.65 (0.1994)

6. Conclusões.

Os resultados alcançados mostram que nem sempre os modelos espaciais são superiores aos de inferência estatística tradicional. Quando as variáveis de localização são modeladas por estatística espacial e depois incluídas em modelos de inferência tradicional, os resultados destes modelos podem ser superiores aos de regressão espacial quanto ao poder explicativo, eliminando também a autocorrelação espacial nos resíduos.

A utilização combinada de técnicas de regressão espacial e geoestatistica permitiu construir variáveis espaciais, de forte poder explicativo, representativas da estrutura espacial dos dados analisados. As duas variáveis de localização modeladas por técnicas espaciais, VL e W_VH, mostraram-se significativas nos modelos regressão por mínimos quadrados.

A variável VL, obtida por krigagem de valores homogeneizados, representou a fração mais importante de explicação do valor de localização, aumentando de forma significativa o poder explicativo do modelo. Esta variável pela sua construção considera a estrutura espacial do valor para o total de elementos da amostra, utilizando o semivariograma para ponderar o peso de cada elemento.

A variável W_VH, média dos valores na vizinhança de cada imóvel, pela sua definição considera apenas os 5 elementos da amostra mais próximos de cada elemento para estimar o efeito de vizinhança. Esta variável individualmente possui menor poder explicativo sobre a variável dependente (Valor Unitário) que a variável VL, mas quando usadas as duas variáveis explicativas conjuntamente melhoram a qualidade do ajuste, em relação ao poder explicativo do modelo e aos resíduos da regressão, que já não apresentam autocorrelação espacial significativa.

O valor associado com a localização dos imóveis é um fenômeno espacial, com distribuição e estrutura espaciais. Por isso, os métodos estatísticos espaciais devem ser utilizados para analisar e modelar o efeito da localização.

No caso de avaliações em massa de imóveis, onde existe grande heterogeneidade espacial no valor dos imóveis, com vários pólos de valorização ou desvalorização de difícil medição e estimação, resulta altamente recomendável a utilização conjunta dos métodos de análise espacial com a inferência estatística tradicional para obter resultados mais confiáveis.

Bibliografia consultada.

Anselin, L. Spatial Econometrics. Discussion paper. Bruton Center, School of Social Sciences, University of Texas at Dallas, 1999.

Anselin, L. Under the hood. Issues in the specification and interpretations of spatial regression models. Agricultural Economics, vol. 27, Issue 3, pp 247-267, 2002.

Chica Olmo, J. Teoria de las Variables Regionalizadas. Aplicación en Economía Espacial y Valoración Inmobiliaria. Ed. Universidad de Granada, 1994.

Dantas, R. A. Modelos espaciais aplicados ao mercado habitacional. Um estudo de caso para a cidade do Recife. Tese de Doutorado em Economia. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2003.

Dubin, R. Spatial autocorrelation and neighborhood quality. Regional Science and Urban Economics, n. 22, pag. 433-452, 1992.

Dubin, R. Spatial autocorrelation: a primer. Journal of Housing Economics 7, pag. 304-327, 1998.

Peruzzo Trivelloni, Carlos Alberto. Método para determinação do valor da localização com uso de técnicas inferenciais e geoestatísticas na avaliação em massa de imóveis. Tese de Doutorado em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2005.