Clase 1 – (Ejercicio 3 y 10)

$G_\Delta = \{ I, R_i, \bar{R}_j, X_{KA} \}$

a)

$*$	I	X_A	X_B	X_C	R_i	$\bar{R}_j$
I	I	X_A	X_B	X_C	R_i	$\bar{R}_j$
X_A	X_A	I	$\bar{R}_j$	R_i	X_B	X_C
X_B	X_B	R_i	I	$\bar{R}_j$	X_C	X_A
X_C	X_C	$\bar{R}_j$	R_i	I	X_A	X_B
R_i	R_i	X_C	X_A	X_B	$\bar{R}_j$	I
$\bar{R}_j$	$\bar{R}_j$	X_B	X_C	X_A	I	R_i

tabla de multiplicación

Escaneado con CamScanner

2) PARA PROBAR QUE TENEMOS UN GRUPO

$G_\Delta = \{ I, \{R_1\}, \{X_4\} \}$ CON OPERACIÓN $P_1 \odot P_3 = P_5$

DEFINIMOS LAS PERMUTACIONES:

$\mathbb{P}_0 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix}$; $\mathbb{P}_1 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix}$; $\mathbb{P}_2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$, $\mathbb{P}_3 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix}$

$\mathbb{P}_4 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix}$, $\mathbb{P}_5 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$

a) LA OPERACIÓN $\square$ ES CERRADA PARA $\odot$

$$\mathbb{P}_1 \odot \mathbb{P}_3 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix} = \mathbb{P}_5$$

b) LA OPERACIÓN $\square$ ES ASOCIATIVA

$$\mathbb{P}_1 \odot \mathbb{P}_3 \odot \mathbb{P}_4 = (\mathbb{P}_1 \odot \mathbb{P}_3) \odot \mathbb{P}_4 = \mathbb{P}_1 \odot (\mathbb{P}_3 \odot \mathbb{P}_4)$$
$$= \mathbb{P}_5 \odot \mathbb{P}_4 = \mathbb{P}_1 \odot \mathbb{P}_1 = \mathbb{P}_3$$

c) EXISTE EL ELEMENTO NEUTRO:

$$\mathbb{P}_0 \odot \mathbb{P}_1 = \mathbb{P}_1$$

c) $R_i = \{R_0, R_{120}\}$; $\bar{R}_j = \{R_0, \bar{R}_{120}\}$; $R_0 \equiv I$

$R_{120} \odot R_{120} \odot R_{120} = I$ $\longrightarrow$ ciclico de orden 3 $\longrightarrow$ así también para $\bar{R}_j$

$n = 3$

$G_{X_A} = \{I, X_A\}$ $\longrightarrow$ $I \odot X_A = X_A$ y así se sucesivamente, constituyendo un grupo ciclico de orden 2, sirve para X_B y X_C.

$X_A \odot X_A = I$

$n = 2$

d) $I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; $A=\begin{pmatrix}-1/2 & \sqrt{3}/2\\ -\sqrt{3}/2 & -1/2\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}-1/2 & -\sqrt{3}/2\\ \sqrt{3}/2 & -1/2\end{pmatrix}$

$C=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; $D=\begin{pmatrix}1/2 & -\sqrt{3}/2\\ -\sqrt{3}/2 & -1/2\end{pmatrix}$; $E=\begin{pmatrix}1/2 & \sqrt{3}/2\\ \sqrt{3}/2 & -1/2\end{pmatrix}$

*	I	C	D	E	A	B
I	I	C	D	E	A	B
C	C	I	A	B	D	E
D	D	B	I	A	E	C
E	E	A	B	I	C	D
A	A	E	C	D	B	I
B	B	D	E	C	I	A

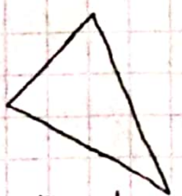
Según la tabla de multiplicación constituye un grupo bajo la operación y este es isomorfo a G_Δ ya que poseen la misma tabla de multipicación

e) El grupo del ejemplo de las permutaciones sí es isomorfo a G_Δ ya que estos poseen la misma tabla de multiplicación

f)

isoceles

La única simetría que deja invariante un triángulo isoceles es la que lo divide en dos partes iguales, un grupo con esa única permutación la identidad trivial



Escaleno

En el caso del triángulo escaleno, no hay ninguna permutación o giro que lo deje invariante