4) Sabiendo $AB = BA$, demuestre:

a) $(A+B)^2$ como $AA = A^2 \Rightarrow (A+B)^2 = (A+B)(A+B)$

y como $A(B+C) = AB + AC$

$\Rightarrow A^2 + AB + BA + B^2 \Rightarrow (A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

b) $(A+B)^3 = (A+B)^2(A+B) = (A^2+2AB+B^2)(A+B)$

$= A^3 + A^2B + 2ABA + 2AB^2 + B^2A + B^3$

$= A^3 + A^2B + 2AAB + 2AB^2 + BBA + B^3$

$= A^3 + A^2B + 2A^2B + 2AB^2 + BAB + B^3$

$= A^3 + 3A^2B + 2AB^2 + ABB + B^3$

$\Rightarrow (A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

Escaneado con CamScanner

5) $L = L_- L_+$ con $[L_-, L_+] = I$, demostrar

si $L|x\rangle = \lambda|x\rangle$ y $|y\rangle = L_+|x\rangle \Rightarrow L|y\rangle = (\lambda+1)|y\rangle$

$\Rightarrow$ $L|x\rangle = \lambda|x\rangle$

$L_- L_+ |x\rangle = \lambda|x\rangle$

$L_-|y\rangle = \lambda|x\rangle$

$[L_-, L_+] = I$

$L_- L_+|y\rangle - L_+ L_-|y\rangle = |y\rangle$

$L_- L_+|y\rangle = |y\rangle + L_+ L_-|y\rangle$

$L|y\rangle = |y\rangle + L_+ \lambda|x\rangle$

$\Rightarrow$ $L|y\rangle = |y\rangle + \lambda L_+|x\rangle = |y\rangle + \lambda|y\rangle$

$\Rightarrow$ $L|y\rangle = (\lambda+1)|y\rangle$

Escaneado con CamScanner

Si $L|x\rangle = \lambda|x\rangle$ y $|z\rangle = L_-|x\rangle \Rightarrow L|z\rangle = (\lambda-1)|z\rangle$

$L|z\rangle = L_-L_+|z\rangle$

$L|z\rangle = L_-(\lambda|x\rangle - |x\rangle)$

$L|z\rangle = L_-(\lambda-1)|x\rangle$

$= (\lambda-1)L_-|x\rangle$

$\Rightarrow L|z\rangle = (\lambda-1)|z\rangle$

$[L_-, L_+] = I$

$L_-L_+|x\rangle - L_+L_-|x\rangle = |x\rangle$

$L|x\rangle = |x\rangle + L_+L_-|x\rangle$

$L|x\rangle = |x\rangle + L_+|z\rangle$

$\Rightarrow L_+|z\rangle = \lambda|x\rangle - |x\rangle$

Escaneado con CamScanner