

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO**

ADAILSON TAVARES DE MACEDO

**A TEORIA DE DIENES NO ENSINO DE TRANSFORMAÇÃO DE
MEDIDAS DE COMPRIMENTO, ÁREA E VOLUME NO CURSO DE
PEDAGOGIA**

NATAL/RN

2012

ADAILSON TAVARES DE MACEDO

**A TEORIA DE DIENES NO ENSINO DE TRANSFORMAÇÃO DE MEDIDAS DE
COMPRIMENTO, ÁREA E VOLUME NO CURSO DE PEDAGOGIA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Educação.

Prof. Orientador: Dr. Francisco Peregrino Rodrigues Neto

NATAL/RN

2012

ADAILSON TAVARES DE MACEDO

**A TEORIA DE DIENES NO ENSINO DE TRANSFORMAÇÃO DE MEDIDAS DE
COMPRIMENTO, ÁREA E VOLUME NO CURSO DE PEDAGOGIA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Educação.

Aprovada em: ____/____/____

Prof. Dr. Francisco Peregrino Rodrigues Neto (Orientador)
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Prof.^a Dr^a. Maria Gilvanize de Oliveira Pontes (Examinador externo)
Universidade Estadual do Ceará

Prof. Dr. John Andrew Fossa (Examinador interno)
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Prof^a. Dr^a. Josinalva Estácio Menezes (Examinador externo)
Universidade de Brasília - UNB

Prof. Dr. André Ferrer P. Martins (Examinador interno)
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Prof. Dr. Jorge Ubiracy Barbosa da Silva (Examinador suplente externo)
Universidade Potiguar - UNP

Prof. Dr. Walter Barbosa P. Júnior (Examinador suplente interno)
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

DEDICATÓRIA

Aos meus pais
Antonio Tavares de Macedo
Ana Tavares de Macedo (In memoriam)
Às minhas filhas
Narjara Medeiros de Macedo
Zaíssa Medeiros de Macedo
À minha neta
Nayara Medeiros Macedo de Vasconcelos
Ao meu neto
Gabriel Medeiros Macedo de Vasconcelos

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Dr. Francisco Peregrino Rodrigues Neto pela motivação, orientação e paciência, fatos que possibilitaram a continuidade do trabalho acadêmico.

Ao Prof. Dr. Zoltan Paul Dienes pelo material enviado e pelo incentivo para continuação do trabalho na vida profissional.

Ao Grupo de Estudos em Educação Matemática e Pesquisa Ação (GEEMPA) pelo material enviado sobre os cursos realizados pelo Prof. Dr. Zoltan Paul Dienes no Brasil.

Às minhas filhas Narjara Medeiros de Macedo e Zaíssa Medeiros de Macedo pelo apoio recebido durante a realização da pesquisa.

À minha neta Nayara Medeiros de Macedo Vasconcelos.

Aos amigos Walter Pinheiro Barbosa Junior, Gilmar Leite Ferreira e à amiga Raquel Rabelo de Araujo; pelo incentivo.

Aos integrantes do Grupo de Estudo de Educação Matemática de Natal GEEMANAT: Carmélia Regina Silva Xavier, Cleópatra Edwirges Xavier, Daniele Esteves, Francisca Terezinha Oliveira Alves, Francisco Canindé Ferreira Campos, Gratuliano Erigoi Alves da Silva (In memória), Harrison Arruda da Silva e Rosalba Lopes de Oliveira; pelas discussões sobre a abordagem de Dienes, na sala 3, do Centro de Convivência da UFRN.

As crianças não precisam alcançar um certo estágio de desenvolvimento para experimentar a alegria ou a emoção de pensar matematicamente e experimentar o processo de fazer matemática. Infelizmente, não damos às crianças a oportunidade de se engajarem neste tipo de pensamento. Dienes. In: Sriraman (2008, p.2-3).

LISTA DE SIGLAS

ABE	Associação Brasileira de Educação
ANFOPE	Associação Nacional pela Formação dos Profissionais da Educação
APRN	Associação dos Professores do Rio Grande do Norte
CADES	Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário
CECINE	Centro de Ensino de Ciências do Nordeste
CEFAM	Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério
CERES	Centro de Ensino Superior do Seridó
CETEPAR	Centro de Treinamento do Magistério do Estado do Paraná
CIEAEM	Comission Internationale pour l'Etude et l' Amérioration de l'Enseignement dês Mathematiques.
CIEM	Comission Internationale d' Enseignement.
CONSEPE	Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão.
ENADE	Exame Nacional de Desempenho de Estudantes
GEEM	Grupo de Estudos de Educação Matemática.
GEEMPA	Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia da Pesquisa e Ação.
ICMI	International Comission on Mathematical Instrution
IMUK	Internationalen Mathematische Unterrichts Komisson
INL	Instituto Nacional do Livro
ISGML	International Study Group for Mathematics Learning.
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MMM	Movimento de Matemática Moderna
MEC	Ministério da Educação
NEDEM	Núcleo de Estudos do ensino de Matemática
NSF	National Sciences Foundation
OEEC	Organisation for European Economic Cooperation.
PABAEE	Programam Americano Brasileiro de Assistência ao Ensino Elementar
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PUC	Pontifícia Universidade Católica
SACI	Satélite Avançado em Comunicações Interdisciplinares
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SINAES	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior

SUDENE	Superintendência para o Desenvolvimento do Nordeste
UFRN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
USAID	United States for International Development
USP	Universidade de São Paulo
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

LISTA DE FIGURAS

Figura 01	Material dourado.....	34
Figura 02	Material dourado.....	34
Figura 03	Grupo INRC.....	94
Figura 04	Capa do livro A matemática moderna no ensino primário.....	119
Figura 05	Capa do livro O aprendizado moderno da matemática.....	121
Figura 06	Capa do livro Frações.....	125
Figura 07	Blocos Multibase.....	125
Figura 08	Cadeia de operadores.....	126
Figura 09	Capa do livro Frações - fichas de trabalhos.....	127
Figura 10	Capa do livro A geometria das transformações I: Topologia, Geometria projetiva e Afim.....	128
Figura 11	Crianças estudando Topologia.....	129
Figura 12	Capa do livro A geometria das transformações II: geometria euclidiana.....	130
Figura 13	Grupos de rotação.....	130
Figura 14	Estudo de simetria.....	131
Figura 15	Estudo de simetria utilizando dois espelhos.....	131
Figura 16	Capa do livro A geometria pelas transformações III: grupos e coordenadas.....	132
Figura 17	Triangulo equilátero para estudo de simetrias e rotações.....	133
Figura 18	Quadro das rotações e simetrias do triângulo equilátero.....	134
Figura 19	Crianças participando do jogo de transformações simétricas sobre uma grade desenhada no pátio da escola.....	134
Figura 20	Capa do livro As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática.....	135
Figura 21	Triangulo equilátero para estudo de isometrias.....	137
Figura 22	Blocos lógicos arranjados na forma de um hexágono regular para o estudo de isometrias.....	138
Figura 23	Jogo de dicionário ou de isomorfismo.....	139
Figura 24	Triangulo equilátero para o estudo de relações do grupo de permutações e isometrias.....	139

Figura 25	Representação dos três jogos: jogo da posição da bola, jogo dos blocos lógicos.....	140
Figura 26	Estudo de algumas propriedades isométricas do triângulo equilátero por meio de esquema.....	140
Figura 27	Elaboração formal da sexta etapa.....	141
Figura 28	Capa do livro O poder da matemática.....	142
Figura 29	Capa do livro O pensamento em estruturas.....	144
Figura 30	Capa do livro S. Kothe.....	145
Figura 31	Jogos do encarte do livro.....	146
Figura 32	Jogos do encarte do livro.....	147
Figura 33	Capa do livro Lógica e jogos lógicos.....	148
Figura 34	Combinações possíveis com os blocos lógicos.....	150
Figura 35	Capa do livro Conjuntos, números e potências.....	151
Figura 36	Capa do livro Exploração do espaço.....	154
Figura 37	Professores utilizando os blocos lógicos no grupo de estudos GEEMANAT.....	158
Figura 38	Capa do livro Memoirs of a maverick mathematician e dedicatória do Prof. Zoltan Paul Dienes.....	158
Figura 39	Capa do livro I will tell you algebra stories you've never heard before e dedicatória do Prof. Zoltan Paul Dienes.....	160
Figura 40	Capa do livro Calls from the past e dedicatória do Prof. Zoltan Paul Dienes.....	161
Figura 41	Capa do livro Mathematics education and the legacy of Zoltan Paul Dienes.....	162
Figura 42	Zoltan Paul Dienes e Bharath Sriraman.....	163
Figura 43	Ilustração do livro eletrônico Ruritania.....	185
Figura 44	Faculdade de Filosofia de Natal.....	195

LISTA DE TABELAS

Tabela 01	Respostas relativas às questões sobre significado das unidades de comprimento, área e volume.....	201
Tabela 02	Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de comprimento.....	202
Tabela 03	Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de áreas.....	203
Tabela 04	Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de volumes.....	203
Tabela 05	Respostas relativas às questões sobre significado das unidades de comprimento, área e volume.....	216
Tabela 06	Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de comprimento.....	216
Tabela 07	Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de áreas.....	217
Tabela 08	Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de volumes.....	218
Tabela 09	Respostas relativas às questões sobre significado das unidades de comprimento, área e volume.....	218
Tabela 10	Respostas relativas às questões sobre significado das unidades de comprimento.....	219
Tabela 11	Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de áreas.....	220
Tabela 12	Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de volumes.....	220
Tabela 13	Comparação percentual entre as respostas do pré-teste e do pós-teste.....	231
Tabela 14	Relação entre as respostas dos discentes que participaram do pré-teste e do pós-teste e o nível de abstração atingido.....	240
Tabela 15	Relação entre as respostas dos discentes que participaram somente do pós-teste e o nível de abstração atingido.....	240

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 01	Relativo às respostas de questões sobre significado das unidades de comprimento, área e volume.....	202
Gráfico 02	Relativo as respostas de questões sobre transformação de medidas de comprimento.....	202
Gráfico 03	Relativo às respostas de questões sobre transformação de medidas de áreas.....	203
Gráfico 04	Relativo às respostas de questões sobre transformação de medidas de volumes.....	204
Gráfico 05	Relativo às respostas de questões sobre significado das unidades de comprimento, área e volume.....	216
Gráfico 06	Relativo às respostas das questões sobre transformação de medidas de comprimento.....	217
Gráfico 07	Relativo às respostas das questões sobre transformação de medidas de áreas.....	217
Gráfico 08	Relativo as respostas das questões sobre transformação de medidas de volumes	218
Gráfico 09	Relativo às respostas das questões sobre transformação de medidas de comprimento, área e volume.....	219
Gráfico 10	Relativo às respostas das questões sobre significado das unidades de comprimento.....	219
Gráfico 11	Relativo às respostas das questões sobre transformação de medidas de áreas.....	220
Gráfico 12	Relativas às respostas das questões sobre transformação de medidas de volumes.....	221

RESUMO

A pesquisa teve como objetivo geral testar um módulo de ensino baseado na teoria de Dienes, focalizando o conteúdo de transformação de medidas de comprimento, área e volume. O estudo – baseado na teoria de Zoltan Paul Dienes – consistiu numa intervenção metodológica com alunos do Curso de Pedagogia da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Um estudo preliminar com 40 alunos – denominado avaliação diagnóstica – verificou que os alunos não compreendiam o conceito de transformação de medida, mas somente aplicar a tabela de conversão de medidas. A intervenção metodológica foi levada a efeito na turma de Pedagogia do 7º período da UFRN. Aplicou-se um pré-teste, um conjunto de atividades de ensino e um pós-teste. Este último foi utilizado como instrumento de avaliação da aprendizagem dos alunos. As respostas dos alunos foram avaliadas segundo o conceito de abstração reflexionante de Jean Piaget, um dos autores que influenciou a teoria de Zoltan Paul Dienes.

Palavras-chaves: Zoltan Paul Dienes. Jogos. Transformação de medidas. Abstração reflexionante. Ciências Cognitivas.

RÉSUMÉ

La recherche a eu comme objetif général de tester un module d'enseignement basé sur la théorie de Dienes, en se concentrant sur le contenu de transformation des mesures de longueur, surface et volume – basé sur la théorie de Zoltan Paul Dienes – a consiste en une intervention méthodologique avec les élèves du cours de Pedagogie de l'Université Fédérale du Rio Grande do Norte (UFRN). Une étude préliminaire avec 40 élèves – appelée évaluation diagnostique – a constaté que les élèves ne comprenaient le concept de transformation de la mesure, mais seulement appliquer la table de conversion de mesures. L'intervention méthodologique a été faite dans la classe de Pédagogie de la 7 periodo de la UFRN. Nous avons appliqué un pré-test, un ensemble d'activité d'enseignement et un post-test. Ce dernier a été utilisé comme un instrument pour évaluer l'apprentissage des élèves. Les réponses des élèves ont été évaluées selon le concept d'abstraction réfléchissante de Jean Piaget, un des auteurs qui ont influencé la théorie de Zoltan Paul Dienes.

Palavras-chave: Zoltan Paul Dienes. Jeux. Transformation des mesures Abstraction réfléchissante. Sciences Cognitives.

ABSTRACT

The study was aimed to test a teaching module on the Zoltan Paul Dienes' theory, focusing on the content: The transformation of measurements: length, areas and volumes. The study – based on constructivist theory – consisted in a methodological intervention with students of the 7th period of the Course of Pedagogy, in Central Campus, Federal University of Rio Grande do Norte (UFRN). A preliminary study with 40 students – called diagnostic evaluation – found that students did not understand the concept of measurements transformation and its processing steps. The latter was performed only with the help of the table of measurements transformation with no understanding of the content. He applied a pretest, a set of activities and a post-test. The latter was used as a tool for evaluation of the student learning process. The answers of these ones were evaluated according to the concept of reflective abstraction of Jean Piaget, one of the authors who influenced the Dienes' theory.

Palavras-chave: Zoltan Paul Dienes. Games. Transformation of measures. Reflective abstraction. Cognitive Sciences

SUMÁRIO

CAPÍTULO I: CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O ESTUDO		
PRESENTE.....		
1.1	SIGNIFICÂNCIA DO ESTUDO.....	21
1.2	CONTRIBUIÇÕES DO PRESENTE ESTUDO.....	23
1.2.1	O jogo e as abordagens pedagógicas.....	24
1.2.1.1	João Amos Comênio.....	24
1.2.1.2	Jean-Jacques Rousseau.....	26
1.2.1.3	Henrique Heinrich Pestalozzi.....	28
1.2.1.4	Friedrich Froebel.....	31
1.2.1.5	Maria Montessori.....	33
1.2.1.6	Jean Piaget	35
1.2.1.7	Jerome Bruner.....	38
1.2.1.8	Lev Semenovich Vygotsky.....	39
1.3	JUSTIFICATIVA.....	42
1.4	OBJETIVOS.....	45
1.4.1	Objetivo geral.....	45
1.4.2	Objetivos específicos.....	45
1.5	QUESTÕES A SEREM PESQUISADAS.....	46
1.6	DEFINIÇÕES.....	46
1.7	PRESSUPOSTOS TEÓRICOS.....	48
1.8	METODOLOGIA.....	50
1.8.1	O pré-teste.....	52
1.8.2	A intervenção metodológica.....	52
1.8.3	O pós-teste.....	53
1.8.4	Análise dos dados.....	53
CAPITULO II: MOVIMENTOS INTERNACIONAIS DE MODERNIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA.....		55
2.1	O PRIMEIRO MOVIMENTO DE MODERNIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA.....	55
2.1.1	A Reforma Francisco Campos.....	58

2.2.2	A Reforma Capanema.....	60
2.2.3	Euclides Roxo.....	62
2.2	O MOVIMENTO DE MATEMÁTICA MODERNA.....	64
2.2.1	Os Grupos de Estudos e o Movimento da Matemática Moderna..	66
2.2.2	O Movimento da Matemática Moderna no Rio Grande do Norte...	72
CAPÍTULO III - FONTES DA TEORIA MATEMÁTICA DE ZOLTAN PAUL DIENES.....		76
3.1	FREDERIC CHARLES BARTLETT.....	76
3.2	JEAN PIAGET.....	79
3.2.1	Conceitos centrais na teoria de Piaget.....	81
3.2.2	Estágios de desenvolvimento cognitivo.....	84
3.2.2.1	Estágio sensório-motor.....	84
3.2.2.2	Estágio pré-operacional.....	86
3.2.2.3	Estágio das operações concretas.....	88
3.2.2.4	Estágio das operações formais.....	91
3.3	JEROME SEYMOUR BRUNER.....	95
CAPITULO IV: A TEORIA DE ZOLTAN PAUL DIENES NO ENSINO DE MATEMÁTICA.....		105
4.1	A TEORIA DE ZOLTAN PAUL DIENES.....	105
4.2	DIENES NO BRASIL: A EXPERIÊNCIA DE PORTO ALEGRE.....	108
4.2.1	Dienes nos jornais de Porto Alegre, RS.....	111
4.2.1.1	Jornal Folha da Manhã.....	111
4.2.1.2	Jornal Correio do Povo.....	111
4.2.1.3	Jornal Folha da Tarde.....	113
4.2.1.4	Jornal Zero Hora.....	113
4.3	O PROGRAMA DE MATEMÁTICA DE DIENES NO BRASIL.....	114
4.3.1	Obras traduzidas no Brasil.....	114
4.3.1.1	Um programa de matemática para o nível elementar, de Zoltan Paul Dienes, C. Gaulin e D. Lunkenstein.....	114
4.3.1.2	A Matemática moderna no ensino primário, de Zoltan Paul Dienes....	119
4.3.1.3	Aprendizado moderno da matemática, de Zoltan Paul Dienes.....	121
4.3.1.4	Frações, de Zoltan Paul Dienes.....	125

4.3.1.5	Frações: fichas de trabalho, de Zoltan Paul Dienes.....	127
4.3.1.6	Topologia – geometria projetiva e afim, de Zoltan Paul Dienes e Edward W. Golding.....	128
4.3.1.7	Geometria euclidiana, de Zoltan Paul Dienes e Edward W. Golding..	130
4.3.1.8	Grupos e coordenadas, de Zoltan Paul Dienes e Edward W. Golding	132
4.3.1.9	As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática, de Zoltan Paul Dienes.....	135
4.3.1.10	O poder da matemática, de Zoltan Paul Dienes.....	142
4.3.1.11	O pensamento em estruturas, de <i>Zoltan Paul Dienes</i> e Malcolm A. Jeeves.....	144
4.3.1.12	Pensar é divertido, de S Kothe.....	145
4.3.1.13	Lógica e jogos lógicos, de Zoltan Paul Dienes e Edward William Golding.....	148
4.3.1.14	Conjuntos, números e potências, de Zoltan Paul Dienes e Edward William Golding.....	151
4.3.1.15	Exploração do espaço de Zoltan Paul Dienes e Edward William Golding.....	154
4.3.1.16	Blocos lógicos.....	156
4.3.2	Obras não-traduzidas no Brasil.....	158
4.3.2.1	Memoirs of a maverick mathematician, de Zoltan Paul Dienes.....	158
4.3.2.2	I will tell you algebra stories you've never heard before, de Zoltan Paul Dienes.....	160
4.3.2.3	Calls from the past, de Zoltan Paul Dienes.....	161
4.3.2.4	Mathematics education and the legacy of Zoltan Paul Dienes, de Bharath Sriraman (Org.).....	162
4.3.2.4.1	Jean Piaget.....	164
4.3.2.4.2	Jerome Bruner.....	168
4.3.2.4.3	Construtivismo.....	169
4.3.2.4.4	Experiência no Brasil.....	171
4.3.2.4.5	Ensino de Matemática.....	172
4.3.2.4.6	Paulo Freire.....	173
4.3.2.4.7	Ciências Cognitivas.....	175
4.3.2.4.8	Caminho complementar.....	178

4.3.2.4.9	Ruritania, de Zoltan Paul Dienes.....	185
4.4	ZOLTAN PAUL DIENES NA WEB.....	186
4.4.1	About	186
4.4.2	Books	187
4.4.3	Ruritania.....	187
4.4.4	Poetry.....	187
4.4.5	Academic articles.....	187
4.4.6	Vídeos.....	188
CAPITULO V: A TEORIA DE EDUCAÇÃO MATEMATICA DE DIENES: UMA EXPERIÊNCIA NO CURSO DE PEDAGOGIA DA UFRN.....		190
5.1	O CURSO DE PEDAGOGIA NO BRASIL.....	190
5.1.1	O Curso de Pedagogia e o ensino da Matemática.....	192
5.2	O CURSO DE PEDAGOGIA DA UFRN.....	194
5.3	TRANSFORMAÇÕES DE MEDIDAS NO CURSO DE PEDAGOGIA DA UFRN.....	200
5.3.1	Avaliação diagnóstica inicial e apresentação dos dados.....	201
5.3.1.1	Tabelas e gráficos referentes aos discentes que fizeram o pré-teste	201
5.3.1.2	Alguns comentários dos(as) discentes que participaram do pré-teste.....	204
5.3.2	Construção da compreensão de transformação de medidas de comprimento.....	206
5.3.2.1	Jogos para compreensão de medidas de comprimento.....	207
5.3.2.2	Tabela de conversão de medidas de comprimento.....	209
5.3.3	Construção da compreensão de transformação de medidas de área.....	211
5.3.3.1	Jogos para compreensão de medidas de área.....	211
5.3.3.2	Tabela de conversão de medidas de área.....	211
5.3.4	Construção da compreensão de transformação de medidas de volume.....	214
5.3.4.1	Jogos para compreensão de medidas de volume.....	214
5.3.4.2	Tabela de conversão de medidas de volume.....	215
5.4	AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA FINAL.....	215

5.5	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	216
5.5.1	Tabela e gráficos relativos aos discentes que fizeram o pré-teste e o pós-teste.....	216
5.5.2	Tabela e gráficos relativos aos discentes que fizeram somente o pós-teste.....	218
5.5.3	Critérios para classificação das respostas do pós-teste.....	221
5.5.4	Alguns comentários dos discentes que participaram do pré-teste e do pós-teste.....	221
5.5.5	Alguns comentários dos discentes que participaram do pós-teste, mas não quiseram participar do pré-teste.....	227
5.5.6	Tabela referente à comparação percentual entre as respostas do pré-teste e do pós-teste.....	231
5.5.7	Alguns comentários sobre as respostas dos alunos às perguntas do questionário aplicado e a relação com o conceito de abstração reflexionante de Piaget e com a teoria de Dienes.....	233
5.5.8	Tabelas referentes às relações entre as respostas dos discentes e o nível de abstração obtido	240
	CONCLUSÃO.....	243
6.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	243
6.2	OBJETIVOS.....	243
6.3	AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA INICIAL.....	243
6.4	ATIVIDADES DE ENSINO POR MEIO DE JOGOS BASEADOS NA TEORIA DE DIENES.....	244
6.5	AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA FINAL.....	245
6.6	ENTREVISTAS.....	245
6.7	PREPARANDO A CONCLUSÃO.....	245
6.8	OUTRAS CONCLUSÕES.....	246
	REFERÊNCIAS.....	248
	ANEXOS.....	262
	APÊNDICES.....	279

CAPÍTULO I

CAPÍTULO I - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O ESTUDO PRESENTE

1.1 SIGNIFICÂNCIAS DO ESTUDO

A presente pesquisa “A teoria de Dienes no ensino de transformação de medidas de comprimento, área e volume no curso de Pedagogia” mostra-se relevante pelos seguintes motivos: (A) Toma como referencial a teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes, pensador que se alicerça na construção do conhecimento e não na transmissão dos conteúdos; (B) Enfatiza o lúdico como uma das etapas importantes do processo de aprendizagem em Matemática, tema relevante no curso de Pedagogia; (C) Apresenta uma visão abrangente da teoria de Dienes ao incluir comentário e assuntos tratados na última entrevista concedida pelo autor a Bharath Sriraman, em 25 de abril de 2006; que estabelece uma relação da teoria de Dienes com as Ciências Cognitivas; (D) Trata de “Grandezas e Medidas”, conteúdo importante na aprendizagem. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) o elegem como um dos blocos de conteúdos importantes no ensino da matemática.

As atividades que envolvem estes conteúdos possibilitam melhor compreensão de conceitos relacionados ao espaço e às formas. Este conteúdo é rico para o trabalho com números e operações, além de proporcionalidade e escala. Segundo Brasil (1997):

Este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social, com evidente caráter prático e utilitário. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano. (BRASIL, 1997, p.56).

Os PCN são linhas norteadoras da educação no Brasil, elaborados pela Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação, em 1997. Foram construídos levando-se em conta fatores culturais, sociais e econômicos. Orientam a construção do conhecimento por parte do aluno, além de enfatizar o papel do professor como mediador entre o aluno e o conhecimento e, entre o educando e seus pares. Teve como fundamento a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) promulgada em 1996.

Os PCN são divididos por disciplinas e com referência ao objeto de estudo da presente pesquisa, está contemplado no livro dirigido a disciplina Matemática e encontra-se no bloco de conteúdos denominado Grandezas e Medidas. Este conteúdo pode ser um campo fértil para uma abordagem histórica. Os PCN de Matemática (1997) destacam, neste bloco, os seguintes assuntos:

- ✓ Comparação de grandezas de mesma natureza, com escolha de uma unidade de medida da mesma espécie do atributo a ser mensurado.
- ✓ Identificação de grandezas mensuráveis no contexto diário: comprimento, capacidade, superfície, etc.
- ✓ Reconhecimento e utilização de unidades usuais de medida como metro, centímetro, quilômetro, metro quadrado, etc.
- ✓ Estabelecimento das relações entre unidades usuais de medida de uma mesma grandeza.
- ✓ Reconhecimento dos sistemas de medidas que são decimais e conversões usuais, utilizando-as nas regras desse sistema.
- ✓ Utilização de procedimentos e instrumentos de medida, em função do problema e da precisão do resultado.

Esta pesquisa apresenta-se como relevante porque segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), uma parcela dos problemas referentes ao ensino de Matemática, relaciona-se ao processo de formação do magistério, à formação dos professores e às práticas nas salas de aula. Testes de rendimento aplicados em 1993 pelo Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica (SAEB), afirma Brasil (1997):

indicavam que, na primeira série do ensino fundamental, 67,6% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série, tornava a cair para 3,1%, na quinta série, e subia para 5,9 na sétima série (BRASIL, 1997, p. 23).

Esta pesquisa privilegiou um conteúdo que pode ser trabalhado no 5º ano (antiga 4ª série do primeiro grau I) que, conforme pesquisa da SAEB, apresentou, possivelmente, um decréscimo no rendimento em Matemática advindo dos testes.

1.2 CONTRIBUIÇÕES DO PRESENTE ESTUDO

O fato psicológico de que a construção deve preceder o julgamento ou a análise tem sido esquecida pelos métodos de ensino de Matemática. A construção de um conceito matemático deve se tornar um resultado natural da experiência. A compreensão dos conceitos matemáticos depende da abordagem pedagógica escolhida pelos professor.

A teoria de Educação Matemática de Dienes defende que a abstração de um conceito é apenas uma etapa do processo de aprendizagem. Para a compreensão de um conceito torna-se necessário analisá-lo, perceber as relações que existem entre seus componentes e utilizá-lo. Este processo permite “brincar” com o conceito como forma de favorecer o nascimento do processo de abstração.

A teoria de Dienes enfatiza a necessidade de centrar o ensino na criança e a construção de ideias abstratas necessita de um grande número de materiais concretos para tornar possível a caminhada do concreto para o abstrato. Precisa-se abstrair do real, e ulteriormente abstrair dessa abstração, por meio do experienciar.

A importância da teoria de Dienes (1970) é possibilitar a construção de um conceito, de forma que a criança tenha a compreensão da atividade que está sendo realizada, conforme afirma o autor mencionado:

A maioria das crianças jamais consegue compreender o verdadeiro significado dos conceitos matemáticos. No máximo, tornam-se destros técnicos na arte de manipular complicados conjuntos de símbolos; na pior das hipóteses, elas ficam confusas com situações impossíveis em que as atuais exigências matemáticas na escola tendem a colocá-las (DIENES, 1970, p.15).

A contribuição do presente estudo é mostrar a importância da teoria de Dienes para o ensino de Matemática, principalmente porque a pesquisa apresenta as últimas ideias do autor que complementa suas concepções iniciais, além de permitir uma relação com as Ciências Cognitivas. Esta teoria permite a verdadeira compreensão dos conceitos matemáticos porque estes são construídos a partir da manipulação de objetos concretos para, a partir deles, se chegar à etapa da abstração. Acrescenta-se, ainda, a relação da abordagem de Dienes, na sua elaboração final, com a ênfase dada ao trabalho em grupo e a importância do

mediador – colega do grupo, professor, pai, mãe – na construção do conhecimento e na aprendizagem da criança.

Para Dienes, a construção do processo de aprendizagem em Matemática realiza-se por meio de seis etapas, conforme resume Alves (2001): (1) Jogo livre; (2) Jogo estruturado (jogo com regras); (3) Percepção da estrutura comum dos jogos estruturados; (4) Representação da estrutura; (5) Estudo das propriedades da representação; (6) descrições em axiomas – demonstrações – teoremas. Percebemos que, para a compreensão da construção do conceito ou da estrutura matemática, Dienes privilegia o jogo nas duas primeiras etapas mencionadas anteriormente.

O emprego do jogo como base da construção do processo de aprendizagem em Matemática, possibilita uma aceitação da teoria de Dienes pelos alunos de Pedagogia. O *jogo* é defendido por diversos teóricos da Pedagogia estudados durante o curso.

1.2.1 O jogo e as abordagens pedagógicas.

Entre os autores, estudados no Curso de Pedagogia, que defenderam a relação entre o jogo e a prática educativa, destacam-se: João Amos Comênio (1592-1670), Jean-Jacques Rousseau (1712-1778), Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), Friedrich Froebel (1782-1852), Maria Montessori (1870-1952), Jean Piaget (1896-1980); Jerome Seymour Bruner (1915-) e Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934), dentre outros.

1.2.1.1 João Amos Comênio

João Amos Comênio (1592-1670), Jan Amos, Comenius ou Jan Amos Komensky, em tcheco, nasceu em Nivnitz, na Morávia, antiga boêmia e, hoje, República Tcheca. Foi o criador de um sistema educacional que até hoje não foi superado. Deixou uma obra pedagógica revolucionária. É considerado o peregrino da educação devido ao período de exílio.

Sua obra *Didática Tcheca* resume suas ideias sobre a educação e, hoje, é considerada um dos mais notáveis trabalhos escritos sobre a área educacional. Esta obra foi concluída em 1632, mas a tradução latina apareceu em 1657 com o nome

de *Didactica Magna* tornando-se sua obra mais conhecida no mundo. Na *Didactica Magna*, o homem é apresentado como a criatura mais sublime, independente e perfeita do mundo; os fundamentos teológicos e filosóficos são destacados na educação e princípios de didática geral e especial são apresentados, além de um plano para a escola. Segundo Narodovski (2006), a *Didactica Magna* é muito mais do que um livro,

a Didática Magna é o livro da Pedagogia, já que parece se constituir num tipo de monumento que expressa – e, ao mesmo tempo, honra – a origem do pensamento moderno. [...] essa é a obra fundante da Modernidade em Pedagogia (NARODOVSKI, 2006, p.14).

A *Didactica Magna* apresenta ideias e princípios modernos, porém expressas com a influência teológica da época e com o conhecimento do autor sobre o assunto. O livro é composto de trinta e três capítulos, distribuídos em quatro partes essencialmente ligadas entre si, segundo afirma Gasparin (1997):

A primeira parte apresenta os fundamentos teológicos e filosóficos da educação e da didática. A segunda destina-se aos princípios da didática geral, mostrando a importância das escolas e enfatizando os fundamentos para prolongar a vida, e para ensinar e aprender com segurança, facilidade, solidamente e com rapidez. A terceira é consagrada à didática especial das ciências, das artes, das línguas, da moral e da piedade. A quarta parte é preenchida com um plano orgânico de estudos para as escolas maternais, para as de língua nacional e de latim, bem como para a academia (GASPARIN, 1997, p.143-4).

Comenius defende uma utopia que sintetiza os elementos centrais que deve nortear qualquer pretensão pedagógica: o ideal educativo. Este ideal denominado por Comenius de “o ideal pansófico” encerra em si uma pretensão global, “todos tem que saber tudo”. A missão de todo educador é “ensinar tudo a todos”.

Comenius constrói a ideia de escola ativa, livre, que estimule a aprendizagem e que se situe em um lugar agradável e de aspecto atraente. O interior deve ser em edifício fechado e bem iluminado. No exterior, “adjacentes à escola, deve haver, não só um pedaço de terreno destinado a passeios e a jogos

(que, de quando em quando, não devem negar-se às crianças [...]” (COMÉNIO, 1996, p.234). Segundo Colombo (2006),

não tardou para que todos se opusessem a esse projeto de escola-jogo. A situação política estava se voltando para caminhos que rejeitavam o pensamento de Comenius e bastou a proposta de unir as ideias de trabalho-divertimento e virtude-prazer, para que todos se chocassem com tal utopia (COLOMBO, 2006, p.178).

Sua proposta desgostou as autoridades educacionais, apesar de Comenius defender que os alunos não deveriam ser tratados como escravos.

1.2.1.2 Jean-Jacques Rousseau

O suíço Jean-Jacques Rousseau (1712-1778) nasceu em Genebra. Escreveu, entre outras, uma famosa obra precursora da Psicologia do desenvolvimento, *Emilio ou Da educação*, publicada em 1762. A obra citada refere-se a um aluno imaginário que é acompanhado desde o nascimento até a idade adulta com o objetivo de aprender a agir de forma autônoma e livre, que realize sua vontade sem necessidade de utilizar os braços de outro como prolongamento dos seus, que quer aquilo que pode e faz o que lhe apraz; apesar da sociedade corrupta, conforme defende Rousseau (2004):

Assim, tomei o partido de tomar um aluno imaginário, de supor em mim a idade, a saúde, os conhecimentos e todos os talentos convenientes para trabalhar em sua educação e conduzí-la desde o momento do seu nascimento até que, já homem, já não precise de outro guia que não ele mesmo (ROUSSEAU, 2004, p.29).

Nesta experiência ideal, Rousseau enfatizou a importância para se estabelecer uma diferença qualitativa entre a educação de crianças e adultos e valorizou as experiências das crianças que, no século XVIII, não participavam do processo educativo até 8 anos de idade, conforme afirma Cerizara (1990):

Alguns fatos denunciavam vigorosamente este estado de coisas. Os internatos, por exemplo, recebiam alunos a partir dos 8 anos, até por volta dos 24. Antes disso, as crianças eram alijadas do lar e entregues às amas de leite, pois as escolas eram interditadas a crianças com menos de 8 anos. [...] os alunos de 8 aos 24 anos freqüentavam a mesma sala de aula (CERIZARA, 1990, p. 83).

O *Emílio* contém em germe a idéia de jardim de infância e da concepção moderna de educação. Sua composição é híbrida, parte romance, parte exposição didática. A obra descreve a educação de uma criança que é retirada dos pais, isolada da sociedade e entregue aos cuidados de um preceptor ideal que a instrui em contato com a natureza, por meio de educação negativa. O *Emílio* ou *Da Educação*, apesar do título, trata-se mais de uma reflexão filosófica sobre a educação do que de um bom manual de pedagogia para pais e mestres.

A educação negativa é uma crítica a educação vigente, que Rousseau julga inadequada para as crianças. A educação negativa consiste em preservar o coração do vício e o espírito do erro e não ensinar a virtude. Ela tende a aperfeiçoar os instrumentos dos nossos conhecimentos, antes de nos dar estes conhecimentos. A razão é preparada por meio do exercício dos sentidos. A criança não pode ser considerada um ser passivo, simples receptáculo das informações recebidas.

O Emílio baseia-se em uma educação de acordo com: a natureza que contemple o social; a disposição humana, antes de ser alterada por hábitos de pensamento e julgamento adquiridos de outrem (tendências, instintos); e natureza inanimada. Gadotti (2004) afirma: “A tarefa a que se propôs Rousseau era entender profundamente a **relação homem-natureza**, perdida no processo civilizatório” (GADOTTI, 2004, p.497).

Rousseau reconhece a importância do jogo no processo educativo, principalmente na infância que deve ser valorizada, conforme assinala Palmer (2005): “Ame a infância; promova jogos, seus prazeres, seu instinto cordial” (ROUSSEAU apud PALMER, 2005, p.75). Platão, lembra Rousseau (2004), [...] em sua *República*, considerada tão austera, só educa as crianças em festas, jogos, canções, passatempos [...] (ROUSSEAU, 2004, p.119).

A educação é um fator importante na formação humana e deve ter inicio com o nascimento. Rousseau deposita grande confiança na capacidade auto-educativa da criança e “considera que da escola da natureza obtém-se uma educação bem melhor do que aquela fornecida normalmente pela sociedade a seus membros” (MONDIN, 1980, p.235).

O processo educativo que inclua o jogo pode dar à criança a oportunidade de um ensino livre e espontâneo que gere alegria e descontração, porque as crianças em todos os jogos em que estão persuadidas de que se trata apenas de

jogos, aprendem sem se queixar, rindo mesmo, devido a importância da ludicidade no processo educativo. Sobre o jogo, afirma Rousseau (2004):

[...] Algumas vezes perguntei por que não se ofereciam às crianças os mesmos jogos de habilidade praticados pelos homens; a péla, a malha, o bilhar, o arco, a bola, os instrumentos musicais. Responderam que alguns desses jogos estavam acima de suas forças, e que seus membros e seus órgãos não estavam bastante desenvolvidos para os outros (ROUSSEAU, 2004, p.183).

Palmer (2005) escreve que “pensadores educacionais ‘progressistas’, de Pestalozzi a Froebel nos séculos XVII e XIX a Montessori e Piaget no século XX, devem muito a *Emílio*” (PALMER, 2005, p.77).

Martineau (2010) defende que “Jean-Jacques Rousseau será chamado o Copérnico da pedagogia [...] Rousseau descentraliza, pois o mundo da educação, da mesma maneira que Copérnico descentraliza o mundo dos astros” (MARTINEAU, 2010, p.151). A comparação de Rousseau com o astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473-1543) se justifica porque o polonês formulou a hipótese do movimento dos planetas sobre si mesmos e em torno do sol, fato que provocou um descentramento do mundo humano na época em que a igreja católica pregava que a terra era o centro do universo. A partir da obra de Rousseau ocorre também uma mudança: o discurso centrado do adulto tem agora a criança, no centro da educação.

1.2.1.3 Henrique Heinrich Pestalozzi

O educador suíço Henrique Heinrich Pestalozzi (1746-1827) nasceu em Zurique e foi influenciado pelo movimento naturalista iniciado por Jean-Jacques Rousseau, principalmente pela obra *Emílio* ou *Da educação*. Tornou-se um revolucionário ardente. Contribuiu para concretizar os princípios da educação negativa enunciados por Rousseau do qual se tornou defensor. Dedicou-se à vida agrícola depois de abandonar a preparação para o sacerdócio.

Com o fracasso de sua aventura no mundo de negócios, transformou o estabelecimento em um instituto filantrópico para crianças abandonadas. O seu Instituto tornou-se provavelmente a primeira escola profissional para os pobres. As

crianças trabalhavam na produção de algodão da fazenda, liam trechos de livros e se dedicavam a resolver exercícios de matemática. No entanto, a experiência não deu resultados positivos.

Pestalozzi continuou acreditando que as reformas na sociedade deviam surgir pela educação e escolheu a atividade literária para defender suas ideias. De 1780 a 1798, dedicou-se a tarefa de mostrar a possibilidade de uma transformação política e social por meio de um novo processo de desenvolvimento educacional que contribuísse para reforma moral e intelectual do povo.

Publicou em 1781, seu mais popular trabalho, um romance em quatro volumes, bastante lido na época, intitulado *Leonardo e Gertrudes*, no qual delineava suas ideias. Esta obra descrevia a vida simples do povo rural e, principalmente, a vida da personagem Gertrudes, uma mulher simples, generosa, de bondade e inteligência infinitas que, por meio da habilidade de educar os filhos e de cuidar da vida, salva o marido Leonardo da indolência e da embriaguês. Gertrudes ainda influenciou os habitantes da aldeia em que morava fazendo com todos aplicassem seu método em benefício da população.

Em 1798, Pestalozzi tornou-se mestre-escola como forma de demonstrar a validade de suas ideias e, a seguir, aceitou o encargo de educar um grande número de crianças órfãs em um distrito da Suíça. O trabalho com os órfãos de Stanz não pode continuar devido a guerra em que se encontrava o país.

Pestalozzi não desiste, anuncia pela primeira vez seu objetivo que era de “psicologizar” a educação. As autoridades põem a sua disposição uma escola parcialmente subvencionada pelo governo para Pestalozzi experimentar com alunos e professores suas novas ideias. A educação concedida por Pestalozzi escreve Monroe (1988), “é apenas o desenvolvimento orgânico do indivíduo – mental, moral, e físico. Este desenvolvimento se verifica em cada uma das destas fases através das atividades iniciadas espontaneamente” (MONROE, 1988, p.285).

As escolas deveriam ser guiadas por um conceito educacional geral que contribuísse para a formação do homem e o conhecimento seria sempre relacionado a padrões morais. Fundou o famoso Internato de Yverdon, Em 1805, que funcionou durante 26 anos e acolheu estudantes de todos os países da Europa. O currículo adotado, afirma Gadotti (2002).

dava ênfase à atividade dos alunos: apresentava-se no inicio objetos simples para chegar aos mais complexos; partia-se do conhecido para o desconhecido. Do concreto para o abstrato, do particular para o geral. Por isso, as atividades mais estimuladas em Yverdon eram desenhos, escrita, canto, educação física, modelagem, cartografia e excursões ao ar livre (GADOTTI, 2002, p.97-8).

Educadores de todo o mundo adotaram o método Pestalozzi e difundiram suas ideias na Europa e na América. Froebel e Herbart estudaram-lhe a obra. A criação de institutos baseados no método de Pestalozzi se espalhou por vários países, escreve Palmer (2005), “incluindo Alemanha, França, Inglaterra e Estados Unidos, e o aparecimento, quatro anos após a publicação de *Gertrud*, de quase duzentos títulos que discutiam seu método” (PALMER, 2005, p.87).

Morf, um dos discípulos de Pestalozzi, segundo Monroe (1988), resume os princípios gerais do método: (1) a base da educação é a observação; (2) a linguagem deve sempre estar relacionada a observação; (3) o aprender deve estar isento de críticas; (4) o ensino deve começar pelos elementos mais simples e proceder gradualmente de acordo com o desenvolvimento psicológico da criança; (5) deve-se empregar tempo suficiente em cada ponto de ensino; (6) a ênfase do ensino deve ser no desenvolvimento e não na exposição dogmática; (7) a individualidade do aluno deve ser respeitada pelo educador; (8) a prioridade do ensino é aumentar os poderes da inteligência e não ministrar o conhecimento; (9) a aprendizagem relaciona-se a conquistas de técnicas; (10) as relações entre educador e educando devem ser baseadas no amor; (11) a instrução deve estar subordinada ao fim mais elevado da educação.

Pestalozzi defendia que o amor é a base do desenvolvimento integral. A formação integral do homem possibilita o pleno desabrochar de todas as suas potencialidades, “depende em primeiro lugar da capacidade de amor dos educadores e do grau de lucidez desse amor” (INCONTRI, 1997, p.97).

A tarefa do educador para Pestalozzi deve ser a educação da personalidade, tarefa desempenhada por ele no contato com crianças pobres e frágeis, ao “estender as mãos” – uma de suas expressões favoritas. Benjamin (1984) afirma que: “Essa mão estava sempre pronta, seja quando ajudava em um jogo ou trabalho, seja quando acariciava a frente de uma criança que passava” (BENJAMIN, 1984, p.117)

A importância de Pestalozzi para a pesquisa encontra-se na ênfase dada pelo educador suíço ao papel da percepção sensorial da natureza na aquisição do conhecimento. Enquanto Comenius defendia a utilização de figuras de objetos como ilustrações necessárias aos estudos, Azevedo (1999) enfatiza que Pestalozzi defendia que as figuras não são suficientes.

Devem ser precedidas pela experiência direta com os objetos. As gravuras vêm mais tarde e desempenham a função de auxiliar a criança a fazer a transição para o desenho e deste para a escrita e a leitura. Assim, para as primeiras experiências os sentidos devem entrar em contato com os próprios objetos (AZEVEDO, 1999, p.31).

Para Pestalozzi, a experiência sensorial é um processo ativo e à medida que um objeto é percebido pela mente, esta coloca-o em um mundo organizado de espaço e tempo. Os objetos da natureza não são guardados passivamente. A criança

[...] só chegaria a ter conceitos claros mediante manipulação e observação direta dos objetos. [...] a percepção clara e a discriminação de objetos através do tato e da visão levam naturalmente ao conceito de número (Ibidem, p.31).

Desta forma, Pestalozzi prepara o terreno para a utilização de material concreto na utilização de jogos. Ele defendia um ensino que estabelecesse um elo entre o signo numérico e os objetos concretos. O ensino de Aritmética deveria ser realizado em etapas gradativas e começando pela utilização de materiais concretos. Com relação ao consórcio entre jogo e prática educativa, Miranda (2001) afirma que “Pestalozzi [...] colocou em prática a teoria de Rousseau” e “Friedrich Froebel [...] seguiu o caminho desenhado por Pestalozzi” (MIRANDA, 2001, p.24).

1.2.1.4 Friedrich Froebel

O alemão Friedrich Wilhelm August Froebel (1782-1852) nasceu na aldeia de Oberweissbach. Foi um dos primeiros educadores a considerar a infância como uma fase de grande importância no desenvolvimento das pessoas.

Defendeu em suas ideias educacionais, que existe uma conexão e uma unidade entre Deus e as coisas da natureza. Na obra *A educação do homem* Deus aparece como unidade que criou todas as coisas. Pela educação o homem tem acesso ao conhecimento e a Deus porque *Ele* se manifesta na natureza. Educação e instrução, afirma Froebel apud Kishimoto (2002),

devem levar o homem a ver e conhecer o divino, o espiritual, o princípio eterno que anima toda a natureza, constitui a essência da natureza e permanentemente se manifesta na natureza (FROEBEL apud KISHIMOTO, 2002, p.59).

A unidade entre o homem, seu criador e a natureza é alcançada por meio da educação, a partir da infância, desde que exista respeito a individualidade que se completa na coletividade. Existe uma conexão entre a infância, a juventude e a idade adulta. No entanto, a ênfase deve ser dada na preparação na criança visando o desenvolvimento dos níveis subseqüentes.

Para ele, a educação da infância deve basear-se na ação, no jogo e no trabalho. Foi o primeiro educador a analisar de forma profunda o valor educativo do jogo, ao apontar a sua importância para a construção do mundo pela criança. Usou blocos de construção com materiais diferentes para que as crianças adquirissem “o conhecimento da natureza física agindo nela, usando seus sentidos, uma atividade que ele chamava de ‘brincar’. [...] Brincar envolve jogos” (PALMER, 2005, p.125).

Froebel considerava que a esfera, por não ter cantos, era símbolo da unidade e da identidade. O cubo representava a variedade. A utilização destas formas, e de outras, no jogo causava um efeito educativo na inteligência da criança. Segundo Kishimoto (2002), Froebel propõe que o material do jogo seja estudado sob três aspectos: “como *forma de vida* (objetos do mundo material), como *forma de beleza* (formas estéticas, de simetria) e como *forma de conhecimento* (conceitos de Matemática e Geometria)” (KISHIMOTO, 2002, p.66). Para Froebel, o jogo tem dois modos de uso: fim em si mesmo (auto-expressão, espontaneidade) e meio de ensino (busca de algum resultado).

Froebel pode ser considerado um psicólogo da infância que utiliza princípios psicológicos na prática pedagógica por meio do jogo, porque este favorece o

desenvolvimento integral da criança ao utilizar a *fantasia* como desenvolvimento da inteligência. No jogo livre, os atos da criança que joga são impulsionados por suas próprias decisões e motivações mais do que por obediência ao externo.

Froebel trabalhou com Pestalozzi, mas desenvolveu seus próprios princípios educacionais. Criou o primeiro jardim de infância em 1837 e desenvolveu a metáfora de que as crianças seriam as plantinhas e o professor, o jardineiro. Caberia ao jardineiro ajudar as crianças a expressarem o significado da vida por meio da linguagem e do jogo. Tudo no universo possui um significado e a vida, afirmava Froebel apud Mayer (1976),

é vivida em dois níveis. Em primeiro lugar, há o nível de realidade, que representa o campo da sensação, daquilo que ouvimos, cheiramos e vemos. Em segundo está o campo do simbolismo, que é uma representação de impulsos e desejos interiores. Os objetos usados pelas crianças, como os brinquedos, possuem significado interno (FROEBEL apud MAYER, 1976, p.362).

Em 1826, Froebel escreveu o tratado denominado *A educação do homem* no qual expõe sua teoria educacional.

1.2.1.5 Maria Montessori

A educadora italiana Maria Montessori (1870-1952) doutorou-se em Medicina na Universidade de Roma. aos 25 anos de idade começou a trabalhar na Clínica da Universidade com crianças portadoras de necessidades especiais. Fundou em 1907, a primeira “Casa dei Bambini” em Roma, nome dado a Casa das crianças. Seu método foi aplicado também às crianças “normais” com sucesso. Montessori, afirma Gadotti (2002):

[...] propunha despertar a atividade infantil através do estímulo e promover a *auto-educarão da criança*, colocando meios adequados de trabalho à sua disposição. O educador, portanto, não atuaria diretamente sobre a criança, mas ofereceria meios para a sua autoformação. Maria Montessori sustentava que só a criança é educadora da sua personalidade (GADOTTI, 2002, p.151).

Seu método empregou farto material didático como cubos, prismas, sólidos e principalmente, o material dourado, assim chamado pela cor da madeira de que é feito. O Material dourado é um conjunto de 62 peças de madeira ou de EVA – espuma plástica resultante da mistura de Etil, Vinil e Acetato – que serve para contextualizar a aprendizagem do aluno nas operações de soma, subtração, multiplicação e divisão, além dos conceitos de área e volume. Originalmente as peças eram conhecidas como unidade, dezena, centena e milhar. Atualmente, os educadores chamam-nas de cubinho, barra, placa e cubo. Esta última nomenclatura não se prende ao valor representativo. Se o professor estipular que um cubinho vale 1, a barra vale 10, a placa terá o valor de 100 e o cubo ou cubão, 1000.

Toledo e Toledo (1997) asseguram que a vantagem do material dourado permite a criança visualizar os valores de cada peça e estabelecer uma correspondência entre os tamanhos e formatos. A criança pode observar que: “uma barra pode ser formada por 10 cubinhos; uma placa, por 10 barras (ou 100 cubinhos); um cubo, por 10 placas (ou 100 barras ou, ainda, 1000 cubinhos) (TOLEDO; TOLEDO, 1997, p.72).



Fig. 01: material dourado
Fonte: www.doaluno.com.br

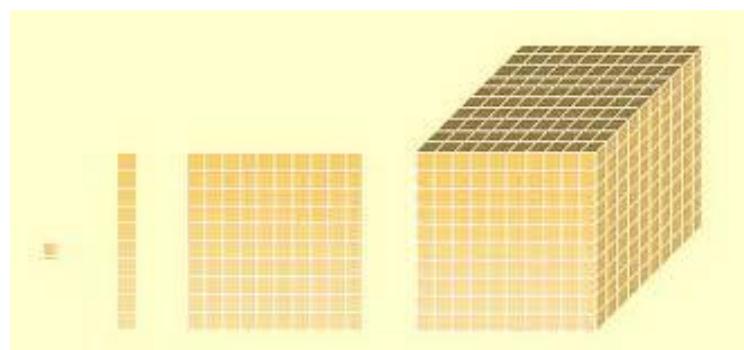


Fig. 02: Material dourado
Fonte: <http://paje.fe.usp.br>

Ao ser questionada a respeito do significado de seu método, Montessori afirmou que se fosse abolido o nome e o conceito comum de “método”, poderia definir o método Montessori, como “uma ajuda a fim de que a personalidade humana pudesse conquistar sua independência, de um meio para libertá-la das opressões, dos preconceitos antigos sobre a educação”. (MONTESSORI, s/d, p.12)

Montessori defendia que o educador cuidasse de todo obstáculo, de toda atividades exterior que pudesse desviar o frágil e oculto impulso vital que guia a criança. Até mesmo o educador poderia tornar-se um obstáculo. Isso aconteceria quando as atividades da criança emanassesem da vontade do educador. Ela afirmava que

Tudo isso exige que se propicie ao máximo à criança a *livre escolha* dos objetos: o fenômeno será tanto mais fácil quanto mais se eliminarem os possíveis obstáculos que poderão surgir entre a criança e os objetos que seu espírito inconscientemente deseja (MONTESSORI, 1965, p.97).

As principais obras de Montessori são: *Pedagogia científica*, *A criança e etapas da educação*, dentre outras.

Montessori mostra que o ser humano constrói a si mesmo. O adulto escreve Duboc (2010), pela sua ação educativa, ajuda a criança no seu esforço de construção. O trabalho de construção da pessoa é interior, no entanto, inicia-se a partir de estímulos exteriores. Nesse contexto o papel do adulto educador é retirar os obstáculos do caminho do desenvolvimento da criança permitindo-lhe liberdade de construir-se.

1.2.1.6 Jean Piaget

O psicólogo suíço Jean Piaget (1896-1980), concebe o jogo como uma atividade de predomínio da assimilação sobre a acomodação, fato que contribui para o processo de adaptação, devido a ação do indivíduo sobre o meio. O processo de transformação constante oriundo das ações sobre operações internas denomina-se construção de conhecimento.

As atividades relacionadas aos jogos são importantes e significativas para o desenvolvimento total do individuo, porque o jogo “apresenta elementos que estimulam e alimentam o processo construtivo do pensamento e poderia suscitar, tanto a aprendizagem quanto mudanças cognitivas” (OLIVEIRA; 2009, p.17).

Piaget classifica os jogos apresentados pela criança após a aquisição da linguagem, em três tipos: (A) Jogos de exercício, (B) Jogos simbólicos e (C) Jogos com regras.

(A) Jogos de exercício: aparecem antes da linguagem e continuam com a aquisição desta. São atividades relacionadas ao prazer e podem acontecer durante toda a vida. Segundo Piaget (1975), existem jogos que não possuem uma técnica particular, são simples exercícios que põem em ação um conjunto variado de condutas, porém não modificam as respectivas respostas estruturais, o que mantém o estado de adaptação atual. Somente a função diferencia esses jogos, que exercitam tais estruturas. Eles têm como finalidade a busca no próprio prazer de funcionamento. Na criança,

a atividade lúdica supera amplamente os esquemas reflexos, prolonga quase todas as ações, daí resultando a noção mais vasta de “exercício” funcional [...] o jogo de exercício também pode envolver as funções superiores; por exemplo, fazer perguntas pelo prazer de perguntar, sem interesse pela resposta nem pelo próprio problema. (PIAGET, 1975, p.146).

Barros (2006) afirma que Piaget divide os jogos de exercícios em duas categorias: jogos de exercício simples, que se conservam puramente sensório-motores (correr, pular, jogar bola, etc.) e jogos de exercício que envolve o próprio pensamento (fazer perguntas só por perguntar, etc.).

(B) Jogos simbólicos: aparecem por volta do segundo ano de vida. São brincadeiras em que um objeto representa outro objeto ausente. A função dos jogos simbólicos é satisfazer o eu que transforma o real em função dos desejos. Segundo Piaget (1975), o símbolo implica a representação de um objeto ausente, é uma comparação entre um elemento dado e um elemento imaginado, e uma representação fictícia

Por exemplo, a criança que desloca uma caixa imaginando ser um automóvel representa, simbolicamente, este último pela primeira e satisfaz-se com uma ficção, pois o vínculo entre o significante e o significado permanece inteiramente subjetivo (PIAGET, 1975, p.146).

Os jogos simbólicos são recursos que a criança utiliza para obter prazer e para se ajustar a um mundo que teme ou não comprehende e “quando brinca de ‘faz-

de-conta' sabe que sua conduta não é racional para os outros, mas não está preocupada em convencê-los" (FARIA, 1989, p.100).

(C) Jogos com regras: aparecem aos 6-7 anos de idade, aproximadamente e possibilitam a aliança entre a satisfação motora e intelectual à satisfação da vitória. Ao invés do símbolo, a regra que é uma regularidade imposta pelo grupo e implica relações sociais ou interindividuais. Piaget (1975) apresenta uma transição do jogo simbólico para o jogo de regras realizado por pequenos pastores valaisianos (região da Suíça) que usam como entretenimento ramos de aveleiras talhados em Y para representar vacas. As duas pernas em Y são as hastes e a porção inferior representa o corpo, sem as patas. A casca da parte de baixo é retirada para representar o ventre e a parte superior é mosqueda para representar os costados e as manchas,

Mas as vacas assim talhadas entregam-se a combates e é aí que aparece a regra: as vacas devem chocar-se hastes contra hastes e os jogadores empurram-nas pela base do Y; aquela que cair de costas perdeu. Trata-se, pois, de respeitar essas condições, de empurrar sem repelões etc., e a vaca perdedora torna-se propriedade do vencedor (PIAGET, 1975, p.184).

Na medida em que as regras são estabelecidas, "o jogo de exercício ganha identidade (futebol, voleibol, etc.) e o jogo simbólico torna-se lógico, jogos mentais, geralmente expressos por palavras" (LIMA, 1980, p.117).

Silva (2007) escreve que existe uma tradição de pensar o lúdico apenas na educação infantil e defende que "o lúdico está na essência humana e perpassa todas as fases da vida. As escolas mantêm uma tradição equivocada em relação aos métodos lúdicos" (SILVA, 2007, p.89).

Piaget baseou-se nos trabalhos do psicólogo alemão Karl Groos (1861-1946) que após ter realizado diversos estudos formulou uma teoria psicológica do jogo, segundo a qual, o jogo é um exercício preparatório e útil ao desenvolvimento do organismo. Os jogos dos animais constituem um exercício dos instintos que o preparam para combater ou caçar. Os jogos da criança preparam-na para o desenvolvimento de percepções, da inteligência, da tendência à experimentação e ao relacionamento social. Piaget (1976) afirma que o jogo é negligenciado pela escola tradicional, porque parece destituído de significado funcional e que

Para a pedagogia corrente, é apenas um descanso ou o desgaste de um excedente de energia. Mas esta visão simplista não explica nem a importância que as crianças atribuem aos seus jogos e muito menos a forma constante de que se revestem os jogos infantis, simbolismo ou ficção, por exemplo. [...] É pelo fato do jogo ser um meio tão poderoso para a aprendizagem das crianças, que em todo lugar onde se consegue transformar em jogo a iniciação à leitura, ao cálculo, ou à ortografia, observa-se que as crianças se apaixonam por essas ocupações comumente tidas como maçantes (PIAGET, 1976, p.158-9).

Oliveira (2009) afirma que para Piaget, “o jogo tem seu locus de funcionamento no processo de inteligência constituído pela adaptação” (OLIVEIRA, 2009, p.16). O conceito de adaptação e a teoria de Jean Piaget, como fontes da teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes, encontram-se complementada no Capítulo III desta pesquisa. Aqui, enfatiza-se, o jogo.

1.2.1.7 Jerome Bruner

Jerome Seymour Bruner (1915-) aponta o jogo como um espaço potencial de descoberta das regras, aquisição da linguagem e busca de solução de problemas. Ao brincar, a criança não se preocupa com os resultados, o que importa é o prazer e a motivação que impulsiona a exploração livre no ato lúdico que representa a primeira fase da construção do conhecimento que será seguida por outra, a sistematização, necessária para a formulação de conceitos.

Bruner, afirma Kishimoto (2002), valoriza a ação livre iniciada pela criança, mas enfatiza que a exploração requer ambiente que propicie estímulo e orientação. Isso será possível pela mediação do adulto que pode contribuir com a aquisição de um sistema de regras e com a linguagem, fatores essenciais para a tomada de decisão.

O jogo possui a função de ajudar na socialização da criança, aspecto importante para que ela ocupe seu lugar na sociedade adulta, além de ter uma função terapêutica que ajuda a criança a enfrentar a vida social e emocional.

O jogo livre defende Bruner, oferece à criança um espaço para expressar-se livremente. No entanto, “combinar momentos de brincadeira livre e atividades orientadas parece ser estratégia recomendada pelo autor” (KISHIMOTO, 2002, p.141).

A teoria de Jerome Seymour Bruner, como uma das fontes da teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes, encontra-se complementada no Capítulo III desta pesquisa. Aqui, enfatiza-se, o jogo.

1.2.1.8 Lev Semenovich Vygotsky

Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934), psicólogo russo, nasceu em 17 de novembro de 1896, na cidade de Orsha, na Bielorrússia, país da hoje extinta União Soviética. Cresceu em um ambiente de grande estimulação intelectual e sempre teve acesso a biblioteca de seu pai. Sua educação formal foi realizada em grande parte por tutores particulares. Ingressou na Universidade de Moscou no Curso de Medicina, mas não chegou ao seu término. No entanto, concluiu o Curso de Direito. Nesta época, também frequentava a Universidade Popular de Shanyavskii onde realizou cursos de História, Filosofia, Psicologia e Literatura.

A diversificação da vida acadêmica aconteceu também na atividade profissional. Vygotsky foi professor e pesquisador nas áreas de “psicologia, pedagogia, filosofia, literatura, deficiência física e mental, atuando em diversas instituições de ensino e pesquisa, ao mesmo tempo em que lia, escrevia e dava conferências” (OLIVEIRA, 1993, p. 20).

Vygotsky trabalhou na área denominada pedologia; ciência da criança, que estuda a integração entre os aspectos biológicos, psicológicos e antropológicos. Criou o laboratório de Psicologia que atuava na formação de professores e participou da criação do Instituto de Deficiência, em Moscou.

Em 1924, Vygotsky casou com Rosa Smekhova com quem teve duas filhas. Nesta época, Vygotsky trabalhava em Moscou e reuniu em torno de si um grupo de jovens cientistas para discutir o desenvolvimento da Psicologia. Sua atuação intelectual chamava a atenção das pessoas. Vygotsky era um orador brilhante,

que encantava a platéia que o ouvia. Entre seus alunos e colegas, havia muita admiração pelas suas idéias, que foram consideradas pontos de partida de elaborações teóricas e projetos de pesquisa posteriores. (MARTINS, 2005, p.19).

A tuberculose que o perseguia desde 1920, venceu-o em 1934. Apesar de morrer com apenas 37 anos, sua produção intelectual foi vasta. Escreveu cerca de 200 trabalhos científicos em diversas áreas do conhecimento, tais como: Neuropsicologia, Linguagem, Psicologia, Educação, dentre outras. Apesar de sua produção não constituir uma teoria, suas idéias influenciaram colaboradores famosos como o neuropsicólogo russo Alexander Romanovich Luria (1902-1977) cuja teoria “foi dedicada a encontrar as bases cerebrais das idéias vygotskianas” (FRAWLEY, 2000, p.14) e o psicólogo russo Alexei Nikolaievich Leontiev (1904-1979). Assim, os três amigos,

Vygotsky, Luria e Leontiev faziam parte de um grupo de jovens intelectuais da Rússia pós-Revolução, que trabalhavam num clima de grande idealismo e efervescência intelectual [...] buscavam a construção de uma “nova psicologia” (OLIVEIRA, 1993, p. 22).

Para Vygotsky a educação não se acrescenta ao processo de desenvolvimento psicológico, porque constitui uma parte integrante deste. Eles formam um todo indissociável. Os efeitos da educação sobre a formação do pensamento acontecem por meio da noção de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Vygotsky introduz esta noção, porque a pedagogia deve se orientar pelo amanhã do desenvolvimento infantil e não pelo ontem.

A ZDP refere-se a distância entre o nível de desenvolvimento real (o que a criança é capaz de resolver sozinha) e o nível de desenvolvimento potencial (o que ela consegue resolver sob a orientação do adulto ou de seus pares). Desta forma, Vygotsky identifica dois níveis de desenvolvimento necessários para estabelecer a ZDP

um se refere às conquistas já efetivadas, que ele chama de nível de desenvolvimento real ou efetivo, e o outro, o nível de desenvolvimento potencial, que se relaciona às capacidades em vias de serem construídas (REGO, 1995, p.72).

Para Vygotsky, o processo de desenvolvimento progride de forma mais lenta do que o processo de aprendizagem e, dessa sequência, surge a zona de desenvolvimento proximal. Esta análise afirma Vygotsky (1991),

modifica a visão, segundo a qual, no momento em que a criança assimila o significado de uma palavra, ou domina uma operação tal como a adição ou a linguagem escrita, seus processos de desenvolvimento estão basicamente completos. Na verdade, naquele momento eles apenas começaram. A maior consequência de se analisar o processo educacional desta maneira, é mostrar que, por exemplo, o domínio inicial das quatro operações aritméticas fornece uma base para o desenvolvimento subsequente de vários processos internos altamente complexos no pensamento das crianças (VYGOTSKY, 1991, p.102).

As obras de Vygotsky mais conhecidas no Brasil são: *A formação social da mente; Pensamento e linguagem, Psicologia da arte e Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.*

Para Vygotsky, o brinquedo pertence a um domínio que tem relação com o desenvolvimento e “também cria uma zona de desenvolvimento proximal na criança tendo enorme influência no desenvolvimento” (OLIVEIRA, 1993, p.66). Para Grando (1995), Vygotsky “propõe estabelecer um paralelo entre brinquedo e a instrução escolar, defendendo que ambos criam uma zona de desenvolvimento proximal” (GRANDO, 1995, p.65).

Quando a criança começa a substituir um objeto por outro, por exemplo, um palito serve como termômetro para a boneca, o “brinquedo aparece como um pedaço de cultura colocado ao alcance da criança” (BOMTEMPO, 1997, p.68).

Moura (1997) escreve que para Leontiev, “o indivíduo, experimenta, assim, situações de faz-de-conta do jogo regrado pela lógica, vivenciada ou criada, para solucionar as impossibilidades de tornar realidade o seu desejo” (LEONTIEV apud MOURA, 1997, p.80). O jogo possibilita a mediação, que segundo Matui (1995), é a interação aluno-conteúdo que é um diálogo aluno-mundo mediatisado pelo professor e outras pessoas.

Moysés (1997) baseada em Valsiner e Veer afirma que a ZDP foi plasmada por Vygotsky em pelo menos três contextos diferentes: o primeiro relacionado a diagnósticos do desenvolvimento infantil baseado no uso de testes, o segundo decorrente da preocupação com o processo de ensino/aprendizagem e “o terceiro contexto no qual ele passa a trabalhar esse conceito é o jogo” (MOYSÉS, 1997, p.33). O jogo condensa as tendências do desenvolvimento e possibilita a criança realizar um salto acima do nível do seu comportamento habitual.

Para Vygotsky, afirma Baquero (1998), o brinquedo além de uma atividade cultural, também assume o papel potencial de criador de zonas de desenvolvimento proximal. O brinquedo “cria ZDP na criança” (VYGOTSKY apud BAQUERO, 1998, p. 102).

O uso do jogo na Educação Matemática pode ser considerado como facilitador de aprendizagem quando “a criança é colocada diante de situações lúdicas, apreende a estrutura lógica da brincadeira e, deste modo, aprende também a estrutura matemática presente” (MOURA, 1997, p.80).

Segundo Oliveira (1997), a teoria de Vygotsky vem ganhando terreno no Brasil e em outros países. No entanto, o aspecto político da obra de Vygotsky ou, em outras palavras, as conexões entre sua Psicologia e o marxismo, têm sido de maneira geral ignoradas (OLIVEIRA, 1997, p.4).

1.3. JUSTIFICATIVA

O interesse pelo assunto aconteceu devido minha atividade como docente do Curso de Pedagogia do Centro de Ensino Superior do Seridó (CERES), Campus de Caicó/UFRN. Como concluí a graduação do Curso de Psicologia e do Curso de Matemática, ministrei disciplinas relativas às duas áreas de conhecimento. Na área de Psicologia: Psicologia Geral, Fundamentos de Psicologia Educacional, Prática de Ensino em Psicologia Educacional, Psicologia da Aprendizagem, Psicologia do Desenvolvimento e Psicologia Educacional I, II, III e IV. Na área de Matemática: Metodologia do Ensino da Matemática no 1º Grau I e II, Prática de Ensino em Matemática e O Ensino da Matemática no 1º Grau I e II.

O fato de transitar nas áreas citadas permitiu que indagasse a respeito da importância da Psicologia no ensino de Matemática. A teoria de Jean Piaget possibilitou essa compreensão e, inicialmente aproximei-me deste teórico para embasar meu trabalho docente na área de Matemática. Posteriormente, conheci a teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes e percebi a profundidade e importância de seu trabalho. Dienes estabelecia a relação que eu procurava de forma mais completa. Atualmente, acrescenta-se a relação desta teoria com as Ciências Cognitivas (Psicologia Cognitiva, Neurociência, Linguística e Filosofia).

Percebi que a metodologia que norteou a aprendizagem dos educandos do Curso de Pedagogia – participantes desta pesquisa – durante o ensino fundamental

e médio não tinha sido adequada para uma verdadeira compreensão dos conteúdos matemáticos, porque as respostas dadas pelos alunos baseavam-se em técnicas aprendidas no ensino tradicional e não na compreensão dos conceitos.

Em atividades que envolviam transformação de medidas, as respostas emitidas enfatizavam o deslocamento da vírgula para direita ou para a esquerda, fato que não mostrava a compreensão do processo desenvolvido, mas, somente, a utilização de tabelas de conversão de medidas. Na transformação de $1m^3$ para dm^3 , por exemplo, as respostas apontavam $1.000\ dm^3$. Como justificativa os alunos disseram que a vírgula deslocou-se uma casa para a direita, e como era cúbico, cada casa deslocada equivalia ao acréscimo de três zeros. Quando se perguntava o que significava $1\ dm^3$, a maioria dos educandos não sabia responder.

Como o pedagogo é um profissional que trabalha com teorias que pretendem esclarecer o processo de ensino/aprendizagem, apresentamos a teoria de Dienes como uma teoria de Educação Matemática, dentre outras, que possibilita uma melhor compreensão da construção de conceitos matemáticos; além de possibilitar a relação com outros teóricos da Pedagogia discutidos durante o curso pelos diversos professores, mas, principalmente com os teóricos da Psicologia Educacional que constam na grade curricular do Curso de Pedagogia, como o biólogo e psicólogo Jean Piaget, e os psicólogos Jerome Bruner e Lev Semenovich Vygotsky.

Este estudo se justifica porque, para Dienes (1970) a educação dos professores é a parte mais importante de seu trabalho e, existe a necessidade de introdução de uma ação educativa diferente da empregada pela pedagogia tradicional em que os professores foram preparados para dar certas respostas a certas perguntas. Além disso, a etapa inicial da construção do processo de aprendizagem em matemática é o **lúdico**, tema sempre enfatizado em abordagens dos teóricos da área da Pedagogia e da Psicologia.

Este estudo apresenta como novidade, a ênfase na utilização da ludicidade (jogo estruturado) no ensino da matemática (seja na utilização da abordagem de Dienes ou na utilização dos PCN) e a última entrevista de Dienes concedida a Sriraman (2008), do Departamento de Ciências Matemáticas da Universidade de Montana e comentada por Richard Lesh, do Departamento de Aconselhamento e Psicologia Experimental da Universidade de Indiana. Na entrevista, Dienes apresenta uma versão completa de suas ideias e tece reflexões sobre Jean Piaget,

Jerome Bruner, construtivismo, experiência no Brasil, ensino de matemática, Paulo Freire, dentre outros assuntos. Além disso, o comentarista da entrevista, Richard Lesh traça relações entre a abordagem de Dienes e as Ciências Cognitivas (SRIRAMAN; LESH, 2008).

Alves (2001) defende o jogo como um instrumento fundamental de aprendizagem nos primeiros anos do ensino fundamental. Para embasar a sua defesa, realiza uma pesquisa sobre a evolução do jogo na sociedade humana; além das representações, classificações e características que os autores tecem sobre o jogo e sua importância no ensino da matemática.

Sobre a relação entre o jogo e a matemática, Dienes defende que a Matemática pode ser usada de forma que a criança possa percebê-la como diversão, jogo, porque neste sentido, a Matemática pode ser auto-motivadora e constituir-se em uma atividade alegre. No entanto, a Matemática ainda é apresentada como uma disciplina difícil e repetitiva, oposta à maneira como defende Dienes.

Apesar de nossas ações serem predeterminadas pelas circunstâncias e diversas restrições, podemos dentro desses limites enfatizar a capacidade de escolha. O papel do educador é possibilitar a liberdade de escolha ao educando por meio dos jogos, e, especificamente, o jogo matemático, conforme afirma Dienes (1970):

O jôgo deve permanecer como um jôgo e ser tratado como tal. O professor não deve usar desnecessariamente, têrmos matemáticos para ampliar ou generalizar o jôgo, mas fazer sugestões na própria linguagem da criança. Poderá dizer, por exemplo, “Por que não botar uma janela ali? Você não acha que está muito escuro aí dentro?”, em lugar de “Em vez de tirar aquele quadrado, você deveria apanhar alguns retângulos e cubos e fazer um quadrado no meio” (DIENES, 1970, p.11).

Os PCN apontam quatro caminhos para “fazer Matemática” na sala de aula: resolução de problemas, história da matemática, tecnologias de informação e jogos. Nas disciplinas ministradas pelo autor da pesquisa, sugere-se que, para as crianças, os caminhos para “fazer Matemática” na sala de aula podem começar pelo lúdico. O educador poderia utilizar como primeiro caminho para “fazer Matemática”, os jogos, desde que possam contribuir para a construção de um conceito matemático.

Para os PCN (1997) o jogo é um objeto sociocultural e uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos que possibilita ao educando compreender e utilizar convenções, e em um estágio mais avançado, lidar com situações complexas como é o caso do jogo com regras, dados importantes para o processo de aprendizagem.

1.4. OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo geral

A pesquisa objetiva empregar a teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes no ensino de transformação de medidas de comprimento, área e volume no Curso de Pedagogia.

1.4.2 Objetivos específicos

Aplicar um conjunto de atividades de ensino sobre medidas de comprimento, área e volume para:

- (i) Discutir os conceitos de comprimento, área e volume por meio de atividades de ensino com o uso de materiais concretos;
- (ii) Obter transformações de medidas de comprimento, de área e de volume;
- (iii) Identificar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos no entendimento de múltiplos e submúltiplos do metro e de transformação de medidas;
- (iv) Verificar o efeito e aceitação da teoria de Zoltan Paul Dienes na compreensão de transformação de medidas pelos educandos.

1.5. QUESTÕES A SEREM PESQUISADAS

Além das questões discutidas anteriormente queremos detectar a aceitação da teoria de Educação Matemática de Dienes pela turma do Curso de Pedagogia e mostrar a importância da teoria de Dienes para a atualidade, devido sua relação com as Ciências Cognitivas.

1.6. DEFINIÇÕES

Área. Medida de uma superfície.

Aresta. Interseção de dois planos. Segmento comum de duas faces de um poliedro.

Centímetro. Submúltiplo do metro. Abreviatura: cm. 1 cm equivale a 0,01m.

Centímetro Quadrado. Área equivalente a um quadrado com 1 (um) centímetro de lado. Abreviatura: cm². Submúltiplo do metro quadrado. 1 cm² equivale a 0,0001m².

Centímetro Cúbico. Volume equivalente a um cubo com 1 (um) centímetro de aresta. Abreviatura: cm³. Submúltiplo do metro. 1 cm³ equivale a 0,000001m³.

Cubo. Paralelepípedo retângulo cujas arestas são iguais, também chamado hexaedro.

Decâmetro. Múltiplo do metro. Abreviatura: dam. 1 dam equivale a 10m

Decâmetro Quadrado. Área equivalente a um quadrado com 1 (um) decâmetro de lado. Abreviatura: dam². Múltiplo do m². 1 dam² equivale a 100m².

Decâmetro Cúbico. Volume equivalente a um cubo com 1 (um) decâmetro de aresta. Abreviatura: dam³. Múltiplo do m³. 1 dam³ equivale a 1000m³.

Decímetro. Submúltiplo do metro. Abreviatura: dm. 1dm equivale a 0,1m

Decímetro Quadrado. Área equivalente a um quadrado com 1 (um) decímetro de lado. Abreviatura: dm². Submúltiplo do m². 1 dm² equivale a 0,01m²

Decímetro Cúbico. Volume equivalente a um cubo com 1 (um) decímetro de aresta. Abreviatura: dm³. Submúltiplo do m³. 1 dm³ equivale a 0,001m³

Dimensão. Medida, extensão; cada uma das extensões (comprimento, largura e altura) que se devem considerar na medição das figuras planas e dos sólidos geométricos (Rodrigues Neto).

Figura plana. Figura que tem todos os seus pontos situados num mesmo plano.

Geometria. Parte da matemática que estuda a extensão e as propriedades das figuras geométricas em uma dimensão, em duas dimensões (geometria plana) ou em três dimensões (Geometria Espacial Sólida). (Rodrigues Neto)

Grandezas. Há, basicamente, dois tipos de grandezas: as discretas, que são contáveis, e as continuas, que se mede. Comparar uma grandeza continua com outra da mesma espécie tomada como unidade significa medi-la. O resultado desse

tipo de comparação é sempre um número real. (Para os propósitos deste trabalho qualquer grandeza linear a ser medida deverá ser comensurável com a unidade, nesse caso a medida é um número racional) (Rodrigues Neto)

Hectômetro. Múltiplo do metro. Abreviatura: hm. 1hm equivale a 100m.

Hectômetro Quadrado. Área equivalente a um quadrado com 1 (um) hectômetro de lado. Abreviatura: hm². Múltiplo do m². 1 hm² equivale a 10.000m²

Hectômetro Cúbico. Volume equivalente a um cubo com 1 (um) hectômetro de aresta. Abreviatura: hm³. Múltiplo do m³. 1 hm³ equivale a 1.000.000m³

Matemática. São muitas as definições de Matemática, todas passíveis de sérias objeções porque as ideias gerais não se prestam para definir. Para o 1º grau de ensino, podemos dizer que a matemática é uma ciência que, de um modo geral, tem por objeto o estudo das propriedades das grandezas e das medidas. A matemática serve de instrumento para as demais ciências. A matemática estudada no 1º grau de ensino é constituída de três partes: aritmética, álgebra e geometria. (Rodrigues Neto)

Medida. Grandeza determinada que serve de padrão para a avaliação de outras grandezas. Exemplo: metro, metro quadrado, metro cúbico, etc.

Medir. Determinar a extensão de uma grandeza, usando uma unidade de medida.

Metro. (do grego, *metron*, medida que mede). Unidade fundamental das medidas de comprimento no Sistema Métrico Decimal. Abreviatura: m

Metro Quadrado. Área equivalente a um quadrado com 1 (um) metro de lado. Abreviatura: m².

Metro Cúbico. Volume equivalente a um cubo com 1 (um) metro de aresta. Abreviatura: m³

Milímetro. Submúltiplo do metro. Abreviatura: mm. 1mm equivale a 0,001m.

Milímetro Quadrado. Área equivalente a um quadrado com 1 (um) milímetro de lado. Abreviatura: mm². Submúltiplo do m². 1 mm² equivale a 0,000001m².

Milímetro Cúbico. Volume equivalente a um cubo com 1 (um) milímetro de lado. Abreviatura: mm³. Submúltiplo do m³. 1 mm³ equivale a 0,000000001m³.

Polígonos. (*poli*, diversos; *gono*, ângulo). Figura geométrica plana limitada por lados. Os polígonos têm o número de lados (mínimo três) igual ao número de vértices (interseção de dois lados) e de ângulos. (Rodrigues Neto).

Quadrado. Quadrilátero cujos lados têm a mesma medida (congruentes) e cujos ângulos são retos (90°).

Quadrilátero. Polígono de quatro lados. Os quadriláteros dividem-se em: Paralelogramos, Trapézios e Quadriláteros quaisquer.

Quilômetro. Múltiplo do metro. Abreviatura: km. 1km equivale a 1.000m

Quilômetro Quadrado. Área equivalente a um quadrado com 1 (um) quilômetro de lado. Abreviatura: Km². Múltiplo do m². 1 km² equivale a 1.000.000m².

Quilômetro Cúbico. Volume equivalente a um cubo com 1 (um) quilômetro de aresta. Abreviatura: km³. Múltiplo do m³. 1 km³ equivale a 1.000.000.000m³.

1.7. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

O presente trabalho baseia-se na teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes e destaca três princípios fundamentais importantes de sua teoria para o ensino por atividades: o Princípio Dinâmico, o Princípio da Construtividade e o Princípio da Variabilidade Perceptiva. O Princípio Dinâmico assegura que

devem ser apresentados jogos preliminares, estruturados e de prática como experiências necessárias das quais os conceitos matemáticos poderão, eventualmente, ser construídos, desde que cada tipo de jogo seja introduzido na época apropriada (DIENES, 1974, p.41).

O Princípio da Construtividade afirma que “ao estruturar os jogos, a construção deve sempre preceder a análise, que está quase completamente ausente do aprendizado pelas crianças de menos de 12 anos” (Ibidem).

O Princípio da Variabilidade Perceptiva diz respeito ao fato de que a mesma estrutura conceitual deve ser apresentada na forma de diversos equivalentes perceptivos com o objetivo de atender as diferenças individuais e ajudar na compreensão da essência matemática de uma abstração.

Além dos princípios defendidos por Dienes, nos apoiamos no conceito de abstração reflexionante de Jean Piaget, porque, apesar dos questionamentos a respeito da teoria de Piaget, percebemos a complementaridade das duas concepções na área de Educação Matemática.

Antes de Piaget, o conhecimento era entendido como um produto da sensação ou da percepção. Piaget, ao contrário, concebe o conhecimento como uma construção e o explica por meio do processo de abstração reflexionante.

Piaget (1995) insistiu sobre a necessidade de distinguir dois tipos de abstrações: a abstração empírica (que se apóia sobre objetos físicos ou sobre os aspectos materiais da própria ação, tais como movimentos empurrações, etc.) e a abstração reflexionante que se refere a todas as atividades cognitivas do sujeito para retirar certos caracteres e utilizá-los para outras finalidades.

Becker (2001) afirma que o processo de abstração reflexionante comporta sempre dois aspectos inseparáveis: (A) o reflexionamento e (B) a reflexão.

(A) O reflexionamento (*réfléchissement*) diz respeito a projeção sobre um patamar superior do que foi tirado de um patamar inferior. Ex: passagem da assimilação simbólica do estágio pré-operatório à assimilação do estágio operacional.

(B) A reflexão (*réflexion*) refere-se ao ato mental de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior daquilo que foi transferido do inferior.

O material retirado por reflexionamento origina-se de duas fontes possíveis:

- ✓ Dos observáveis, isto é, dos objetos ou das ações do sujeito em suas características materiais; mecanismo denominado abstração empírica;

- ✓ Dos não-observáveis, isto é, das coordenações das ações do sujeito denominadas coordenações endógenas. Por exemplo: ouço, observo uma criança de dois anos chamando cavalo de “au-au”, no entanto, não ouço, não vejo, não observo a coordenação que a levou a generalizar para o cavalo o nome que atribuía geralmente ao cachorro; posso inferir a partir do comportamento da criança que a coordenação existe. Piaget chama de “reflexionante” essa forma de abstração.

Segundo Piaget et al (1995) existe entre a abstração e a generalização, uma relação circular, análoga a tantos outros pares,

em que cada um dos termos implica outro (conceito e juízo, compreensão e extensão, ordem e soma no finito, etc.). Com efeito, o resultado de uma abstração reflexionante é sempre uma generalização, bem como o resultado de uma abstração empírica conduz a precisar o grau de generalidade dos caracteres extraídos do objeto (PIAGET et al, 1995, p. 59).

A palavra abstração é oriunda do latim “abs-trahere” e significa *retirar, arrancar, extraír* algo. Esse algo nunca é a totalidade, apenas algumas características são retiradas. Como o objeto não é conhecido totalmente, o limite do conhecimento é estabelecido, por um lado, e a progressividade do conhecimento por outro. O processo do conhecimento está restrito ao que o sujeito pode retirar, isto é, assimilar, dos observáveis ou dos não-observáveis, num determinado momento.

O que a pessoa retira por abstração depende de seu esquema (estratégia de ação) de assimilação disponível oriundo da síntese das experiências anteriores, isto é, das abstrações empíricas e reflexionantes. No entanto, o esquema de assimilação disponível pode ser modificado pela acomodação. Este fato acontece quando o esquema de assimilação é percebido como insuficiente para dar conta dos desafios de transformação do real. Então, o sujeito necessita transformar os esquemas que não estão funcionando adequadamente. Finalmente, desvela-se no sujeito a “tomada de consciência, que passa a ter lugar decisivo na abstração reflexionante” (BECKER, 2001, p 55).

Escolhemos como conteúdo de trabalho em sala de aula, a compreensão de transformação de medidas, assunto que pode ser desenvolvido no 5º ano (antiga 4ª série do primeiro grau I) o que possibilita ao pedagogo trabalhar o conteúdo referido, a partir da teoria de Dienes.

Desta forma, pretendemos aplicar módulos de atividades de ensino, constituídos por jogos estruturados em que a construção precede a análise e que os conceitos sejam aprendidos por meio de experiências variadas com a mesma estrutura conceitual. Para Dienes, afirma Rodrigues Neto (1998) “uma quantidade de situações reais deve ser experimentada pela criança antes de poder abstrair as qualidades ou atributos de uma determinada situação matemática” (RODRIGUES NETO, 1998, p.28).

Os pressupostos teóricos também norteiam a intervenção metodológica no ensino por atividades de jogos estruturados dirigidas aos alunos.

1.8. METODOLOGIA

O presente trabalho de pesquisa foi realizado com 40 (quarenta) alunos do 7º período do Curso de Pedagogia da Universidade Federal do Rio Grande do Norte

(UFRN) – Campus Central – no ano de 2009, por meio de docência assistida, na disciplina *O Ensino de Matemática II*.

O trabalho desenvolvido neste projeto de pesquisa comprehende um estudo que possui as fases de avaliação, intervenção metodológica, análise qualitativa dos dados e conclusões.

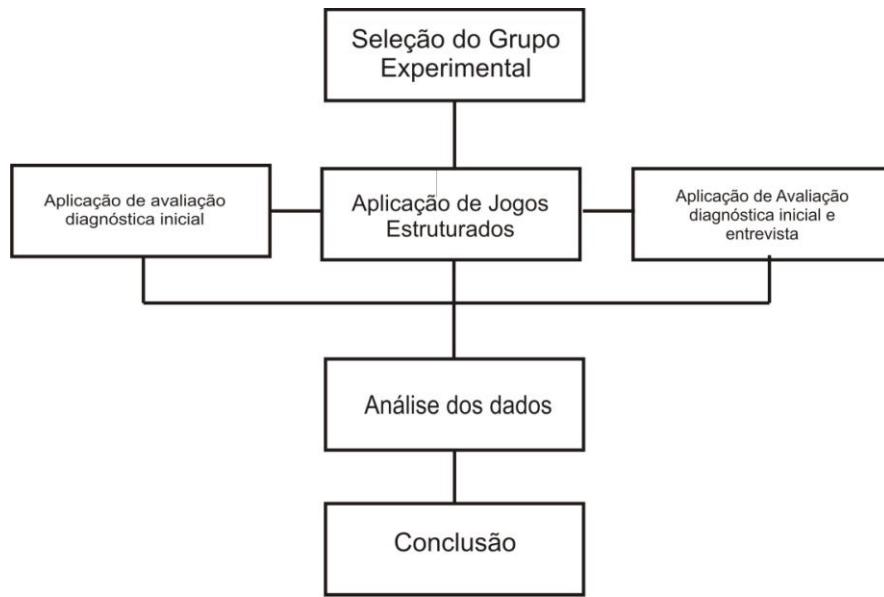
O estudo caracteriza-se como uma pesquisa experimental, do tipo *antes-depois* com estímulo, sem grupo de controle, aplicada à educação. Conforme Freixo (2009), a pesquisa experimental “compreende dois grupos: o grupo experimental e o grupo de controle (no entanto poderá haver um só grupo)” (FREIXO, 2009, p.120).

Podemos realizar a pesquisa apenas com um grupo experimental – grupo único, escreve Rudio (2008). Se quisermos saber, defende o autor, se a aplicação de um determinado método em sala de aula aumenta a compreensão dos alunos de conceitos ou ideias a respeito de um determinado assunto, podemos trabalhar com o grupo único comparando “antes” e “depois”. Neste caso, procura-se um teste que seja capaz de medir a compreensão dos alunos “antes” da aplicação do método, e, logo, este é posto em prática. Então, aplica-se novamente um teste para medir a compreensão dos alunos. Há, portanto, “um pré-teste ‘antes’ da aplicação do fator experimental e um pós-teste, ‘depois’” (RUDIO, 2008, p.85).

O experimento *antes-depois* pode ser realizado com um único grupo, também defende Gil (1991). Esta pesquisa experimental pode ser representada pelo seguinte diagrama: A X B, onde se realiza uma medição (A), por meio de um *pré-teste*, seguindo-se da intervenção do pesquisador (X) e, finalmente, outra medição (B), o *pós-teste* (RUDIO, 2008).

Para os autores Laville e Dionne (1999), a pesquisa experimental é importante para as Ciências Sociais porque “constata-se que ele serve frequentemente de referência no momento de estabelecer categorias de pesquisas e, por último, de critérios para julgá-los, mesmo que esse julgamento permaneça implícito” (LAVILLE; DIONNE, 1999, p.139).

A metodologia dessa pesquisa comprehende um estudo do tipo qualitativo. Essa metodologia pode ser dividida em três partes: Pré-teste, Intervenção metodológica, Pós-teste, análise dos resultados e conclusão; conforme diagrama abaixo, adaptado de Rodrigues Neto (1998).



1.8.1 Pré-teste

Determina se os alunos apresentam os pré-requisitos necessários à compreensão das atividades a serem desenvolvidas. Corresponde a uma avaliação diagnóstica inicial para avaliar a compreensão dos alunos a respeito de ideia de medida e de transformação de medidas de comprimento, de área e de volume; além de auxiliar a elaboração de jogos relativos a prática de medição. O pré-teste serve de base para uma intervenção metodológica mais objetiva do pesquisador porque possibilita perceber os conhecimentos prévios dos alunos.

1.8.2 Intervenção metodológica

Objetiva corrigir possíveis insuficiências detectadas no pré-teste e abordar a construção dos conceitos de medida de comprimento, de área e de volume. A intervenção do pesquisador investiga a aprendizagem dos educandos no que se refere à compreensão de conceitos por meio de um módulo constituído de jogos, alicerçado na teoria de Zoltan Paul Dienes. A aplicação do módulo de ensino relativo à prática de medição possibilita a construção da ideia de unidades de medidas, pré-requisito importante para a compreensão de transformação de medidas de comprimento, área e volume.

1.8.3. Pós-teste

Verifica os resultados da aprendizagem a partir da teoria de Dienes, aplicada na transformação de medidas, conteúdo abordado na intervenção metodológica. As respostas oriundas do pós-teste e das entrevistas de aprofundamento, feito com base na teoria de Zoltan Paul Dienes subsidiam a análise qualitativa das respostas pesquisadas. A aplicação da avaliação diagnóstica final permite verificar se ocorreu uma compreensão da ideia de medida, e de transformação de medidas. Segundo Rodrigues Neto (1998), o pós-teste “é uma avaliação que tem como objetivo verificar qualitativamente os resultados apresentados pelos grupos [...], em consequência das metodologias aplicadas” (RODRIGUES NETO, 1998, p.34).

1.8.4 Análise dos dados

A análise dos dados coletados durante a avaliação diagnóstica inicial e final são discutidos de duas formas no Capítulo V: (A) A primeira apresenta dados numéricos, utiliza uma estatística descritiva, baseada em categorização e quantificação representada por números absolutos e porcentagens das respostas dos alunos, segundo os parâmetros: respostas certas, respostas erradas e em branco: dispostos em tabelas e gráficos de barras (SOUZA, 2009). (B) A segunda norteia a aprendizagem dos conceitos matemáticos segundo o conceito denominado por Jean Piaget, de abstração reflexionante que é fortalecida pelos três princípios fundamentais da Teoria de Educação Matemática de Dienes: o Princípio Dinâmico, o Princípio da Construtividade e o Princípio da Variabilidade Perceptiva

CAPÍTULO II

CAPÍTULO II - MOVIMENTOS INTERNACIONAIS DE MODERNIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

2.1 O PRIMEIRO MOVIMENTO DE MODERNIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA

O primeiro movimento de renovação do ensino de Matemática iniciou-se na Alemanha a partir das ideias do matemático Christian Felix Klein (1849-1925) que, com a idade de vinte e três anos, foi indicado ao cargo de professor titular da Faculdade de Filosofia, além de membro do Conselho de Universidade de Erlanger.

Em 1872, como catedrático de Matemática e membro do Conselho da Universidade de Erlanger, teve que apresentar um trabalho científico, perante a Comissão. Além de apresentar o texto intitulado “Considerações Comparativas sobre recentes investigações geométricas”, Klein expressou sua preocupação com relação às questões pedagógicas da época.

A Faculdade de Filosofia exigia do professor iniciante uma palestra de apresentação aos pares e um trabalho escrito que indicasse o interesse de pesquisa do professor no seu campo de atuação. Na palestra dirigida a um grande público, Klein enfatizou que sua visão pedagógica contemplava a unidade do conhecimento e que este aspecto não poderia ser negligenciado pela educação.

Defendeu que a Universidade atingiria seus objetivos se fossem criados cursos que contemplassem: “as relações existentes entre as diferentes áreas da Matemática e entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento; a relação entre os conteúdos estudados e o seu ensino nas escolas” (MIORIM, 1998, p.69).

Para que houvesse atualização do ensino da Matemática nas escolas secundárias os “motivos psicológicos” eram de grande importância para Klein. A escola secundária “deveria considerar os últimos resultados da psicologia no desenvolvimento de suas aulas de Matemática, levando em consideração o interesse do aluno, aplicação dos conceitos e a graduação do ensino, o qual deveria partir do intuitivo para o abstrato” (*Ibidem*, p.69).

O trabalho escrito destinou-se aos pares e foi distribuído durante a apresentação. O texto baseava-se em pesquisas realizadas por ele e pelo matemático Sophus Lie (1842-1899) e versava sobre Teoria dos Grupos (EVES, 2004).

Grupo é uma coleção de elementos relacionados a uma dada operação que obedece às seguintes condições: (1) a coleção é fechada com relação a operação, (2) a coleção contém um elemento identidade relativo à operação, (3) existe um elemento inverso para cada elemento da coleção que está relacionado à operação e (4) a operação é associativa (BOYER, 1974).

A conferência proferida por Klein ficou conhecida como Programa Erlanger e descrevia, entre outros assuntos:

A geometria como estudo das propriedades das figuras, inclusive área e comprimento, que ficam invariantes sob o grupo de transformações ditas rígidas, equivalentes ao axioma não enunciado de Euclides de que as figuras permanecem invariantes quando deslocadas no plano (*Ibidem*, p. 15).

As concepções de Klein podem ser sintetizadas em dez princípios explicitados na obra *Matemática Elementar sob um Ponto de Vista Superior* que serviram como base para cursos dirigidos a professores do ensino secundário na Alemanha:

- ✓ Introduzir noções de Calculo Infinitesimal entre os conteúdos ministrados na escola secundária;
- ✓ Estabelecer o conceito de função como uma ideia coordenadora dos diversos assuntos matemáticos da escola;
- ✓ Ajudar no desenvolvimento do “pensamento funcional” do aluno a partir das séries iniciais;
- ✓ Enfatizar as conexões entre as diversas áreas da matemática;
- ✓ Introduzir a idéia de movimento na geometria;
- ✓ Ministrar uma geometria propedêutica desde as séries iniciais;
- ✓ Valorizar a indução e a intuição, inclusive como recursos heurísticos;
- ✓ Ministrar conhecimentos que tenham aplicações práticas e significado na vida do aluno;
- ✓ Enfatizar a lei fundamental da biogenética no processo de ensino;
- ✓ Priorizar o ponto de vista psicológico da aprendizagem (BRAGA, 2006).

Klein desenvolveu uma agenda de reformas que valorizava a geometria e as aplicações e, que tinha uma abordagem diferente do domínio da escola de Berlim

defensora da matemática pura. Na sua primeira tentativa de implementação do programa, Klein considerou suficiente reformar o ensino nas Universidades. O fracasso da empreitada convence-o de que a reforma não deveria ficar restrita ao ensino superior. Voltou-se para formação de professores e apresentou um Parecer ao ministro da Instrução Pública da Prússia, em 1900, que defendia uma relação entre a educação secundária e a educação superior. O gabinete ministerial decretou, mas com a condição de que as reformas curriculares deveriam partir das bases. A ideia fundamental que serviu como ponte entre os ensinos secundário e superior foi o conceito de função que já poderia ser introduzido nas classes iniciais. Com a ajuda do Ministério da Prússia, o movimento iniciou-se com “as bases”, isto é, cinco escolas secundárias de tipos diferentes.

A constituição do Internationalen Mathematische Unterrichtskomission (IMUK) representou uma oportunidade de grande importância para promoção do programa de Klein também nas escolas técnicas.

Os estudos comparativos organizados pelo comitê central indicaram a orientação das pesquisas no sentido do programa de Klein, conforme relatórios dos subcomitês nacionais, segundo Schubring (2004):

- ✓ A fusão dos diferentes ramos da matemática no ensino das escolas médias (MILÃO, 1911).
- ✓ O rigor no ensino de matemática nas escolas médias (MILÃO, 1911).
- ✓ O ensino teórico e prático de matemática destinado aos estudantes de ciências físicas e naturais (MILÃO, 1911).
- ✓ A preparação matemática dos físicos na Universidade (CAMBRIDGE, 1912).
- ✓ A intuição e a experiência no ensino de matemática nas escolas médias (CAMBRIDGE, 1912).
- ✓ Os resultados obtidos na introdução do cálculo diferencial e integral nas classes mais adiantadas dos estabelecimentos secundários (PARIS, 1914).
- ✓ A preparação matemática dos engenheiros nos diferentes países (PARIS, 1914).
- ✓ A formação dos professores de matemática para os estabelecimentos secundários.

O trabalho desenvolvido pela Comissão Internacional para o Ensino de Matemática provocou mudanças pedagógicas significativas em vários países. Nove

países tinham organizado suas subcomissões nacionais: Áustria, Bélgica, Dinamarca, França, Hungria, Alemanha, Suécia, Reino Unido e Estados Unidos da América. Configurou-se o “Primeiro Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática”. (MIORIM, 1998, p. 75).

Apesar do enfraquecimento do movimento devido a eclosão da Primeira Guerra Mundial e a morte de Félix Klein em 1925, a influência do Primeiro Movimento para a Modernização da Matemática marcou as propostas de Matemática no Brasil.

Na década de 1920, a situação educacional no Brasil era grave, o índice de analfabetismo atingiu a cifra de 80%. Apesar do quadro, ocorre um entusiasmo pela educação, um otimismo pedagógico.

Em 1924, foi criada a Associação Brasileira de Educação (ABE), espaço de realização de diversas conferências nacionais sobre educação.

Os educadores da Escola Nova – proposta pedagógica – defendem uma escola pública para todos, o pensamento liberal democrático e uma sociedade justa, igualitária e sem privilégios. Os educadores que fizeram parte deste movimento foram: Anísio Teixeira (1906-1971); Fernando de Azevedo (1894-1974) e Lourenço Filho (1897-1970).

Em 1932, foi lançado um manifesto liderado por Fernando de Azevedo que ficou conhecido como Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova. O documento defende, segundo Aranha (1996):

a educação obrigatória, pública, gratuita e leiga como um dever do Estado, a ser implantada em programa de âmbito nacional. Critica o sistema dual, que destina uma escola para os ricos e outra para os pobres, reivindicando a escola básica única (ARANHA, 1996, p. 198).

2.1.1 A Reforma Francisco Campos

Antes das reformas de grande abrangência, aconteceram no Brasil, segundo Vieira (2008), as seguintes reformas: Reforma Benjamin Constant (1890-1891), Reforma Epitácio Pessoa (1901), Reforma Rivadávia Corrêa (1911), Reforma Carlos Maximiliano (1915) e a Reforma João Luiz Alves (1925).

A partir da década de 1920, outras reformas foram promovidas no Brasil por educadores, como, Lourenço Filho, no Ceará, em 1923; Anísio Teixeira na Bahia, em 1925; Francisco Campos e Mário Casassanta em Minas Gerais, em 1927; Fernando de Azevedo no Distrito Federal, em 1928 e Carneiro Leão em Pernambuco, em 1928.

Neste período, iniciou-se o governo de Getúlio Vargas. O Brasil que se baseava em um modelo econômico agroexportador, caminha para um modelo nacional-desenvolvimentista alicerçado na industrialização, que exige uma escolarização adequada para o povo brasileiro.

Getúlio Dorneles Vargas (1882-1954) governou o país entre 1930 e 1945 e de 1951 a 1954. No primeiro período, como Chefe do Governo Provisório e, a seguir, como Presidente. O segundo período ocorreu durante o Estado Novo, período autoritário implantado por meio de um golpe de Estado. As reformas concebidas na Era Vargas foram reformas de ampla abrangência e ficaram conhecidas como Reforma Francisco Campos e Reforma Gustavo Capanema.

Essas reformas foram importantes para o ensino de Matemática no Brasil porque absorveram contribuições do Primeiro Movimento Modernizador do ensino de Matemática.

A importante atitude tomada em relação ao campo educacional foi a criação do Ministério dos Negócios da Educação e Saúde Pública, por meio do decreto nº 19.402, de 14 de novembro de 1930. O ministério citado assumiu, de forma mais ordenada, a responsabilidade pelo destino do ensino brasileiro.

Dentre os reformistas, foi convidado para exercer a função de Ministro, Francisco de Campos que havia se destacado em Minas Gerais. Campos organizou o estatuto da Universidade Brasileira, estabelecendo para a sua criação a quantidade mínima de três institutos, “dentre os quais, Direito, Medicina e Engenharia ou, no lugar de um deles, a Faculdade de Educação, Ciências e Letras” (COTRIM; PARISI, 1984, p.271).

Enquanto que as outras reformas citadas anteriormente tinham sido a nível estadual, surgiu a possibilidade de se implementar uma reforma a nível nacional, concebida pelo Ministério dos Negócios da Educação e Saúde Pública que teve como foco das ações, afirma Vieira (2008) “as reformas do ensino superior e secundário, configuradas em um conjunto de decretos apresentados entre 1931 e 1932” (VIEIRA, 2008, p.82).

O Ministro Francisco Campos concebeu uma reforma que voltou-se para a organização das Universidades, a criação do Conselho Nacional de Educação, a organização do ensino secundário e do ensino comercial.

As escolas foram equiparadas ao Colégio Pedro II, até então modelo na educação brasileira. A admissão de professores, a partir da reforma, foi estabelecida por meio de normas. O ensino ministrado passou a ser inspecionado.

Durante a gestão de Francisco Campos no Ministério de Negócios da Educação e Saúde Pública, a reforma da educação brasileira foi efetivada por meio de vários Decretos:

(1) Decreto nº 19.850, de 11 de abril de 1931 que criou o Conselho Nacional de Educação. (2) Decreto nº 19.851 – de 11 de abril de 1931, que dispôs sobre a organização do ensino superior no Brasil e adotou o regime universitário. (3) Decreto nº 19.852 – de 11 de abril de 1931, que dispôs sobre a organização da Universidade do Rio de Janeiro. (4) Decreto nº 19.890, de 18 de abril de 1931, que dispôs sobre a organização do ensino secundário. (5) Decreto nº 20.158, de 30 de junho de 1931, que organizou o ensino comercial, regulamentou a profissão de contador e deu outras providências. (6) Decreto nº 21.241, de 14 de abril de 1932 que consolidou as disposições sobre a organização do Ensino Secundário (SHIROMA et al, 2008).

Na exposição de motivos sobre a organização do Ensino Secundário, Francisco Campos afirmou que o sistema educacional brasileiro tem consistido, até o momento, em mobilizar o espírito do estudante de noções e conceitos que são recebidos passivamente e de forma desvinculada da realidade do educando. Campos afirma que

[...] tais noções e conceitos não fazem parte do seu contexto de experiência, não funcionando, pois, para os fins a que se destinam, isto é, para orientar e condicionar a sua conduta ou seu comportamento intelectual (CAMPOS apud RIBEIRO, 1978, p. 85).

2.2.2 A Reforma Capanema

O mineiro nascido em Pitangui, Gustavo Capanema Filho (1900-1985) recebeu o título de Bacharel pela Faculdade de Direito de Minas Gerais e foi

nomeado, em 1934, Ministro dos Negócios da Educação e Saúde Pública no Governo de Getúlio Vargas. Foi ministro durante 11 anos. Neste período, criou a Faculdade Nacional de Filosofia, a Escola Nacional de Educação Física e edificou o palácio do seu Ministério.

Em 13 de janeiro de 1937, o Ministério dos Negócios da Educação e Saúde Pública recebeu o nome de Ministério da Educação e Saúde.

A Reforma Capanema constituiu-se de decretos-leis que abrangeram todos os ramos do ensino técnico-profissional e o ensino secundário propedêutico, isto é, introdutório. A reforma atendeu às reivindicações para organização nacional de ensino e consolidou a tendência que já vinha sendo afirmada desde a Reforma Francisco Campos.

O chefe de gabinete de Gustavo Capanema foi o poeta Carlos Drummond de Andrade (1902-1987). Outros nomes famosos das Letras, Artes e da Arquitetura, fizeram parte do círculo de amizade: o artista plástico Cândido Portinari (1903-1962), o escritor Manuel Bandeira (1886-1968), o compositor e músico Heitor Villa Lobos (1887-1959), a poetisa Cecília Meireles (1901-1964), o arquiteto Lucio Costa (1902-1998), o poeta Vinicius de Moraes (1913-1980); o jornalista, escritor e jurista Afonso Arinos de Melo Franco (1868-1916); dentre outros.

Durante a gestão de Gustavo Capanema reformas parciais foram efetuadas, por meio de quatro Decretos-lei que instituíram as Leis Orgânicas do Ensino, conforme escreve Romanelli (2008):

(A) Decreto-lei 4.073, de 30 de janeiro de 1942 – Lei Orgânica do Ensino Industrial; (B) Decreto-lei 4.048, de 22 de janeiro de 1942 – Cria o Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial; (C) Decreto-lei 4.244, de 9 de abril de 1942 – Lei Orgânica do Ensino Secundário e (D) Decreto-lei 6.141, de 28 de dezembro de 1943 – Lei Orgânica do Ensino Comercial (ROMANELLI, 2008, p. 154).

Na exposição de Motivos da Lei Orgânica do Ensino Secundário, promulgada em 9 de abril de 1942, mediante o decreto-lei nº 4244, Capanema discorre sobre a importância do Ensino Secundário:

[...] O ensino secundário tem mais precisamente por finalidade a formação da consciência patriótica. E que o ensino secundário se destina à preparação das individualidades condutoras, isto é, dos homens que deverão assumir as responsabilidades maiores dentro da sociedade e da nação [...] (CAPANEMA apud TOBIAS, 1986, p.286).

Zotti (2004) escreve que o decreto-lei 4244/42 foi o ponto principal da Reforma Capanema, porque delineou um ensino de “caráter elitista, já expresso na reforma Francisco de Campos” (ZOTTI, 2004, p.107). O ensino secundário continuou sendo acadêmico, no sentido de proporcionar uma formação geral que privilegiava os filhos das classes mais favorecidas, além de apresentar “um caráter propedêutico, já que se propõe preparar os jovens para o acesso ao ensino superior” (ARANHA, 1989, p.190).

Gustavo Capanema iniciou a construção do edifício-sede do Ministério da Educação e Saúde, no Rio de Janeiro, e seu desejo era transformá-lo na em grande e moderna obra da arquitetura mundial.

2.2.3 Euclides Roxo

O sergipano de Aracajú, Euclides de Medeiros Guimarães Roxo (1890-1950) foi responsável pelas propostas de modernização do ensino de Matemática no Brasil. Bacharelou-se no Colégio Pedro II onde obteve 10 em todas as matérias. Posteriormente, foi professor e diretor dessa instituição. Formou-se em Engenharia Civil pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro, em 1916.

Lançou um livro intitulado “Lições de Aritmética” que foi adotado pelo Colégio Pedro II, em 1923, e obteve repercussão no país. À respeito de geometria, escreveu:

quando teremos a coragem e a independência de espírito necessário para pôr nos mostruários dos museus os belos candelabros gregos da didática euclidiana e iluminar, com as lâmpadas dos Edisons da matemática moderna, essa obumbrada e fria catacumba, que é a aula da geometria elementar. (ROXO apud MIORIM, 1998, p. 80).

Em novembro de 1927, Euclides Roxo propôs à Congregação do Colégio Pedro II, “a unificação dos ramos de Matemática: Aritmética, Álgebra e Geometria.

No ato de sua proposta, fez referência ao Movimento de Reforma Internacional de Ensino da Matemática de Klein” (WERNECK, 2003, p. 40).

Roxo sempre defendeu a matemática moderna e aconselhava a introdução do cálculo infinitesimal na escola secundária. A defesa de Euclides Roxo fundamentava-se nas ideias apresentadas pelo Primeiro Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática.

Em 1928, o Colégio Pedro II propôs uma reforma curricular para o programa de ensino de matemática na qual estavam presentes as ideias do Movimento Internacional para modernização da Matemática. Nesta época, o ensino de aritmética, o de álgebra e o de geometria eram feitos separadamente; fato que Euclides Roxo, não concordava, porque pretendia a unificação do curso em uma disciplina única denominada de matemática.

No seu livro *A matemática na escola secundária* (1937), Euclides Roxo escreve que sua missão é apresentar ideias gerais sobre o ensino da matemática, no entanto, na obra “a sua posição em defesa da modernização transparece em cada página, além de ser claramente percebida por sua atuação como professor e diretor do Colégio Pedro II”. (MIORIM, 1998, p. 92).

Em 1931, foi convidado pelo Ministro Francisco Campos para colaborar com os novos programas de Matemática. A reforma Francisco Campos, foi promulgada pelo Decreto – Lei nº 19.890, de 18/4/1931. Euclides Roxo participou desta reforma educacional, que introduziu no ensino secundário as idéias modernizadoras presentes na proposta encaminhada pela Congregação do Colégio Pedro II no que diz respeito ao ensino de matemática (*Ibidem*, 1998).

A função de diretor do Colégio Pedro II, permitiu a Euclides Roxo o cargo de presidente da Comissão da elaboração dos programas de Matemática na Reforma Francisco Campos.

Euclides Roxo permaneceu na direção do Internato do Colégio Pedro II de 1931 a 1935. Pede afastamento em 1935 e é exonerado em agosto de 1937 no governo de Getúlio Vargas (DUARTE, 2002).

O livro *Curso de Matemática Elementar*, escrito em 1931, durante a Reforma Francisco Campos é considerado como, “sendo o primeiro a ser lançado por Euclides Roxo de acordo com os programas de Matemática e diretrizes metodológicas baixadas pelo Ministério da Educação” (*Ibidem*, 2002, p.103). No volume III da obra citada, composta de três volumes, Euclides Roxo sistematizou e

sintetizou suas idéias anteriormente divulgadas em série de artigos em jornais e conferências. Doze capítulos compõem o livro, segundo Valente (2004, p.132):

- ✓ Capítulo I – Esboço evolutivo do pensamento matemático.
- ✓ Capítulo II – Esboço evolutivo do ensino matemático.
- ✓ Capítulo III – Intuição e lógica na educação matemática.
- ✓ Capítulo IV – O valor da transferência em educação matemática.
- ✓ Capítulo V – Os objetivos da educação matemática.
- ✓ Capítulo VI – Escolha e organização da matéria.
- ✓ Capítulo VII – Conexão entre as várias partes da matemática e entre esta e as outras disciplinas do curso.
- ✓ Capítulo VIII – A noção de função como idéia axial do ensino.
- ✓ Capítulo IX – Curso propedêutico de geometria intuitiva.
- ✓ Capítulo X – Introdução do cálculo infinitesimal no curso secundário.
- ✓ Capítulo XI – Importância das aplicações na educação matemática.
- ✓ Capítulo XII – A humanização do ensino de matemática.

Em 1942 Euclides Roxo teve um papel decisivo na Reforma Gustavo Capanema. O programa de Matemática elaborado por Euclides Roxo é aprovado pelo ministro. Seus pontos de vista são mantidos. Desta forma, Roxo além de participar, em 1931, da Comissão que tratou da reforma do ensino brasileiro na gestão do Ministro Francisco Campos, também teve suas ideias contempladas na Reforma do Ministro Gustavo Capanema.

2.2 O MOVIMENTO DE MATEMÁTICA MODERNA

No século XX, a matemática apresentava duas características fundamentais: ênfase na abstração e em estruturas. Entusiastas empenharam-se em adaptar estas características ao ensino no sentido de reformular e “modernizar” a matemática escolar, que passaria a denominar-se de “Matemática Moderna”.

Em 1939, aparece na França uma obra matemática de grande importância de autoria de Nicolas Bourbaki; pseudônimo de um grupo de matemáticos, em sua maioria, franceses. O grupo era composto pelo psicólogo suíço Jean Piaget, e pelos matemáticos: Jean Dieudonné, Gustave Choquet, André Lichnerowicz, André Weil e o lógico matemático Ewart Beth, dentre outros.

Esse grupo organizou e divulgou as ideias de um movimento que pretendia realizar inovações no ensino da matemática. Esse segundo movimento de renovação na matemática recebeu o nome de Movimento da Matemática Moderna (MMM)

A reconstrução enfatizava a divisão da matemática em categorias gerais, ao invés da divisão clássica do conhecimento matemático em ramos. O grupo reuniu-se na Comission Internationale pour l'Etude et l'Amérioration de l'Enseignement des Mathematiques – CIEAEM e diversos encontros foram realizados para desenvolver um trabalho prático que relacionasse a psicologia, a pedagogia e uma metodologia, no sentido da melhorar o ensino da matemática.

Na década de 1940, escrevem Silva (2005) e Pires (2006), alguns matemáticos estrangeiros foram contratados para trabalhar no Brasil, na Universidade de São Paulo (USP): o matemático francês André Weil (um dos fundadores do grupo Nicolas Bourbaki), Oscar Zariski, Jean Dieudonné (também do grupo Bourbaki), Jean A. F. Delsart e A. Grothendieck (ganhador da medalha Field, em 1966)

Em 1952, profissionais de diversas áreas e de diversos países se reuniram para discutir o ensino de matemática. Esse encontro apresentou a possibilidade de se repensar o ensino da matemática.

Os resultados do trabalho apareceram em 1955 por meio do livro intitulado *L'enseignement des Mathematiques* que apresentava temas introdutórios da Matemática Moderna no ensino secundário, como: (A) As estruturas matemáticas e as estruturas operatórias da inteligência, de Jean Piaget; (B) A abstração em matemática e a evolução da álgebra, de Jean Dieudonné; (C) Sobre o ensino da Geometria Elementar, de Gustave Choquet; (D) A introdução do espírito da álgebra moderna e geometria elementar, de André Lichnerowitz; (E) Reflexos sobre a organização e o método de ensino da Matemática, de Ewart Beth e, (F) A pedagogia da Matemática, de Caleb Gattegno.

Segundo Boyer (1974), A parte I da obra de Bourbaki, *Les structures fondamentales de l'analyse*, contém os sub-títulos: “(1) Teoria dos Conjuntos, (2) Álgebra, (3) Topologia geral, (4) Funções de uma variável real, (5) Espaços vetoriais topológicos, e (6) Integração.” (BOYER, 1974, p.458).

O grupo Bourbaki baseava-se na noção de estrutura. Os “entes” matemáticos (número, medida, constância) resultam de combinações de três

estruturas-mães, comuns à matemática e à inteligência em geral: (A) Estruturas algébricas (grupos), (B) Estruturas de ordem (redes e malhas) e, (C) Estruturas topológicas (vizinhanças, fronteiras, contínuo), donde surgem as chamadas “intuições geométricas”, tanto no desenvolvimento da criança como na reconstrução teórica da matemática. A unidade entre os ramos da matemática era enfatizada por meio de conceitos unificadores como os de conjunto e função.

Em vários países surgiram nomes para divulgar o movimento que estava acontecendo na matemática, agora chamada de “matemática moderna”. No Canadá, Zoltan Paul Dienes; na Bélgica, George Papy; na Polônia, A.Z. Krygowska; na Inglaterra, John Fletcher; na França, o grupo Bourbaki e a Associaton des Professeurs de Mathématiques de Enseignement Public; nos Estados Unidos, a National Sciences Foundation, (NSF), a Carnegie Foundation, Rockefeller e Ford. No Brasil, o professor Oswaldo Sangiorgi. (BORGES, 2005)

Desta forma, “ao contrário do primeiro movimento, as propostas do Movimento da Matemática Moderna, reforçada pelos estudos psicológicos de Jean Piaget e tendo o incentivo de vários governos, propagaram-se ‘como um rastilho de pólvora por todo mundo’” (SANTALÓ apud MIORIM, 1998, p.111).

Alguns países não seguiram a orientação do MMM. Segundo Castelnuovo, “os únicos países que não chegaram a adotar um programa de acordo com essa orientação foram a Itália e os ligados à antiga União Soviética” (CASTELNUOVO apud MIORIM, 1998, p.111).

Em 1959, a Organização Européia de Cooperação Econômica (OECE) organizou estudos sobre *Matemática Moderna* para discutir sobre a orientação desta área do conhecimento, particularmente, no ensino secundário (MABUSHI, 2000, p.66).

2.2.1 Os Grupos de Estudos e o Movimento da Matemática Moderna

Brito e Gutierre (2011) afirmam que grandes mudanças no ensino da matemática no Brasil aconteceram da década de 1960 devido ao Movimento da Matemática Moderna que se materializou por diversos caminhos, principalmente pela criação de grupos de estudos. Entre eles, podemos citar: O Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) de São Paulo; O Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Porto Alegre (GEEMPA), assunto que será tratado no

Capítulo IV e o Núcleo de Estudos e Difusão de Ensino da Matemática (NEDEM) do Paraná.

O Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) foi criado em 1961, na Universidade de Mackenzie, em São Paulo. O seu primeiro presidente foi o Professor Osvaldo Sangiorgi, autor de diversos livros de matemática moderna. Faziam parte do GEEM professores secundários e universitários. A Universidade Mackenzie, a Universidade de São Paulo (USP) e a Pontifícia Universidade Católica (PUC), dentre outras, fizeram parte do GEEM (LIMA, 2006).

Dois estudos pioneiros sobre o Movimento da Matemática Moderna no Brasil foram efetuados por Beatriz D'Ambrosio e Elizabete Zardo Burigo. O primeiro estudo, escreve Silva (2006), foi uma tese de doutorado *The Dynamics and Consequences of the Modern Mathematics Reform Movement for Brazilian Mathematics Education*, defendida por Beatriz D'Ambrosio, na Universidade de Indiana nos Estados Unidos, em 1987. A tese tratou de esclarecer a relação entre o projeto elaborado nos Estados Unidos e sua adoção no Brasil e apontou a importância do GEEM na divulgação das ideias da Matemática Moderna e a influência de matemáticos famosos que vieram ao Brasil divulgar o movimento como, Marshall Harvey Stone (EUA), Jean Dieudonné (França), George Papy (Bélgica) e Zoltan Paul Dienes (Canadá).

A segunda pesquisa diz respeito à dissertação de mestrado de Elizabete Zardo Burigo, *Movimento da Matemática Moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60*, defendida em 1989 e que teve como referência principal a tese de Beatriz D'Ambrosio. Burigo aponta o quase completo silêncio que sucedeu ao esgotamento do Movimento da Matemática Moderna e sublinha que a escassez de estudo na área pode estar relacionada ao fato da elaboração externa do movimento realizada em um país desenvolvido, Estados Unidos da América (EUA) e, adotada pelo Brasil, que mantinha uma relação de dependência econômica com aquele país.

Burigo (1989) esclarece que em sua pesquisa segue um caminho oposto as ideias elencadas acima, e afirma:

Neste trabalho, procuro assumir uma ênfase oposta a essa, considerando o Movimento da Matemática Moderna como uma experiência importante de iniciativa de professores e de esforço de renovação de ensino, entendida como melhoria de ensino (BURIGO, 1989, p.2).

Outros trabalhos de pesquisas se seguiram, escreve (SILVA, 2006):

- ✓ A Tese de Doutorado de Catarina Maria Vitti, intitulada *Movimento da Matemática Moderna – Memórias, Vaias e Aplausos*, defendida na Universidade Metodista de Piracicaba-SP, em 1998;

- ✓ A Dissertação de Mestrado de Gilda Lúcia Delgado de Souza, intitulada *Três décadas de educação matemática: um estudo de caso da Baixada Santista no período de 1953 a 1980*, defendida na Universidade Estadual Paulista (UNESP) de Rio Claro-SP, em 1998;

- ✓ A Dissertação de Mestrado de Maria do Carmo de Souza, intitulada *A percepção de professores atuantes no ensino de matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do Movimento da Matemática Moderna e de sua influência no currículo atual*, defendida na Faculdade de Educação de Campinas-SP, em 1998;

- ✓ A Dissertação de Mestrado de Flávia dos Santos Soares, intitulada *Movimento da matemática moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?* defendida na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, em 2001.

- ✓ A Dissertação de Mestrado, de Ana Maria Stepham, intitulada *Reflexão histórica sobre o Movimento da Matemática Moderna em Juiz de Fora*, defendida na Universidade Federal de Juiz de Fora, em 2002;

- ✓ A Dissertação de Mestrado de Helenice Fernandes Seara, intitulada *Núcleo de Estudo e Difusão do ensino da Matemática – NEDEM – “Não é Difícil Ensinar Matemática*, defendida na Universidade Federal do Paraná, em 2005.

Outros trabalhos de pesquisa podem ser adicionados à pesquisa de Silva (2006):

- ✓ A Dissertação de Mestrado, intitulada *GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática e a formação de professores durante o Movimento da Matemática Moderna*, defendida na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em 2006;

- ✓ A Dissertação de Mestrado, intitulada *Concepções e práticas avaliativas no Movimento da Matemática Moderna*, defendida na Pontifícia Universidade Católica do Paraná, em 2006;

- ✓ A Dissertação de Mestrado, intitulada *Um estudo da teoria dos conjuntos no Movimento da Matemática Moderna*, defendida na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em 2008;

✓ A Dissertação de Mestrado, intitulada *A reorganização da matemática escolar do colégio em tempos do movimento da matemática moderna*, defendida na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em 2008;

✓ A Dissertação de Mestrado, intitulada *Movimento da Matemática Moderna: o reconhecimento de seus resquícios na educação atual*, defendida na Universidade Estadual do Rio de Janeiro, em 2009;

O Professor Dr. Wagner Rodrigues Valente, orientou dissertações e teses cujos temas versaram sobre o Movimento da Matemática Moderna:

✓ A Dissertação de Mestrado, intitulada *A produção oficial do Movimento da Matemática Moderna para o ensino primário do Estado de São Paulo (1960-1980)*, defendida na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em 2007;

✓ A Dissertação de Mestrado, intitulada *O papel da imprensa no Movimento da Matemática Moderna*, defendida na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em 2007;

✓ A Tese de Doutorado, intitulada *Matemática e Educação Matemática: a dinâmica de suas relações ao tempo do Movimento da Matemática Moderna no Brasil*, defendida na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, em 2007;

✓ A Dissertação de Mestrado, intitulada *O ensino da geometria nas coleções didáticas em tempos do Movimento da Matemática Moderna na capital da Bahia*, defendida na Universidade Bandeirantes de São Paulo, em 2009;

✓ A Dissertação de Mestrado, intitulada “*A conquista*”: uma história da Educação à distância pela televisão e o Movimento da Matemática Moderna, defendida na Universidade Bandeirantes de São Paulo, em 2009;

Na década de 1960, surgiu no estado do Paraná, um grupo de professores que se reuniam nas dependências do Colégio Estadual do Paraná (CEP), em Curitiba, para estudar e discutir o ensino da Matemática de acordo com as ideias sobre reformulação na área desta disciplina que estava ocorrendo no mundo e no Brasil e que se denominou Movimento da Matemática Moderna. Até meados da década de 1970, o grupo “teve como sede o Colégio Estadual do Paraná [...]” (CLARAS, 2010, p.15)

O grupo foi denominado de Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino de Matemática (NEDEM) e elegeu para a coordenação o professor Osny Antônio Dacol que “formou-se em matemática, pela Universidade Federal do Paraná e dedicou toda sua vida à educação, particularmente a Educação Matemática do Estado

Paraná" (FRANÇA, 2007, p. 112-113). O NEDEM era um conjunto de professores universitários, secundários e primários, da capital e do interior que buscavam um ensino eficaz da Matemática. Seara (2005) escreve que:

O NEDEM era formado por professores de vários estabelecimentos de Ensino: da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras e da Escola de Engenharia Florestal, da Universidade Federal do Paraná; da Faculdade Estadual de Filosofia de Paranaguá; Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade Católica; Colégio Estadual do Paraná; Ginásio Técnico-Ferroviário da Rede Viação Paraná Santa Catarina – Rede Ferroviária Federal S.A.; Colégio Senhor do Bom Jesus; do Colégio Estadual Rio Branco; Escola Técnica; Ginásio Estadual Maria Aguiar Teixeira; Ginásio Estadual Tiradentes; Colégio Estadual Regente Feijó, de Ponta Grossa e Ginásio Estadual Costa Viana, de São José dos Pinhais (SEARA, 2005, p.16).

Os seminários eram semanais ou quinzenais. O Colégio Estadual do Paraná baseava-se no Colégio Pedro II, do Rio de Janeiro. Com a primeira Lei de Diretrizes e Bases (LDB), Lei 4.024/61, ocorreu a desvinculação.

Em 1961, o professor Osny participou do Curso de Aperfeiçoamento para Professores, em São Paulo, coordenado por Osvaldo Sangiorgi e, desse curso levou para o Paraná um documento importante:

Um programa moderno de Matemática para o curso secundário, resultado de um colóquio realizado em agosto-setembro de 1960, na Iugoslávia, sob os auspícios da Organização Européia de Cooperação Econômica (OECE) (FERREIRA, 2006, p.55).

As reuniões aconteciam no intervalo das aulas, entre o período da tarde e o da noite. Participavam professores de Curitiba e de outras cidades, além de psicólogos. Entre conteúdos e teóricos que embasavam os estudos, destacamos, entre outros: a Psicologia de Jean Piaget (1896-1980), a lógica simbólica de Bertrand Russell (1872-1970), e a abordagem de Zoltan Paul Dienes (1916-).

Os livros do NEDEM foram adotados pelas escolas da capital e do interior. Eles concorriam no mercado com outros livros. A coleção NEDEM para o ginásio intitulava-se *Ensino Moderno da Matemática* e constava de quatro volumes:

✓ O Primeiro Volume contemplava no índice os seguintes assuntos: Noção intuitiva de conjuntos. Operações concretas entre conjuntos. Número natural. Propriedades. Operações com números naturais e números artificiais. Divisibilidade. Números inteiros.

✓ O Segundo Volume apresentava no índice os seguintes assuntos: Números racionais. Operações com números racionais. Medidas. Razões e proporções, Aplicações. Números decimais. Generalizações em matemática.

✓ O Terceiro Volume discorria no índice os seguintes assuntos: Lógica matemática e noções de cálculo proposicional. Álgebra. Expressões algébricas fracionárias simples. Equações do primeiro grau com uma incógnita.

✓ O Quarto volume apresentava no índice: Estudo dos radicais. Inequações de 1º Grau com uma incógnita. Equações de 2º Grau. Equações biquadradas. Equações irracionais. Geometria.

A coleção do NEDEM para o Curso Primário também denominava-se *Ensino Moderno da Matemática* e também era formada de quatro volumes:

✓ O Primeiro Volume contemplava os assuntos: as quatro operações, número e numeral, número cardinal, conjunto, reta numerada, dentre outros. No preâmbulo, destaca-se: “Procuramos seguir os princípios da aprendizagem preconizados por Jean Piaget, provenientes de seus estudos de psicologia genética” (HOLZMANN et al apud SEARA, 2005, p.133).

✓ O Segundo Volume destacava os assuntos: conjuntos, problemas relativos às quatro operações, bases, medidas, entre outros. No preâmbulo, um dos livros de Zoltan Paul Dienes era citado:

Recomenda-se sejam continuadas atividades complementares com os Ludilogos durante todo o ano, por este material um dos melhores recursos auxiliares para o desenvolvimento do raciocínio lógico. (Para tanto, poderá ser consultado o livro: Primeiros Passos em Matemática – Vol. I – Lógica e Jogos Lógicos, de Dienes, Golding – Ed. Herder – S. Paulo). (Ibidem, p.154).

✓ O Terceiro Volume contemplava os assuntos: conjuntos, subconjuntos, numeração romana, as quatro operações, simetria, linhas abertas e fechadas, frações, medidas, dentre outros.

✓ O Quarto Volume discorria sobre os assuntos: Conjuntos, numeração, operações, relações, teoria do número, geometria, números fracionários, números decimais e sistema de medidas. No preâmbulo deste volume, os autores enfatizam novamente a teoria de Piaget e esclarecem que os conteúdos contemplam o que estabelece a segunda Lei de Diretrizes de Bases:

A preocupação do professor deverá ser a de aproveitar as situações-problema ocasionais ou mesmo as criadas; estas permitirão ao aluno fazer observações, levantar hipóteses, selecionar a verdadeira, dando-lhe oportunidade de vivenciar o método científico e de desenvolver o pensamento lógico – objetivos básicos da área de Ciências segundo a Lei 5.692. (*Ibidem*, p.163).

A partir dos livros do NEDEN, a professora Henrieta D. Arruda, elaborou o material intitulado *Cálculos Graduados no Conjunto dos Números Naturais*. Esse trabalho teve o apoio da Prefeitura Municipal de Curitiba. A professora Henrieta também elaborou material para o jardim de infância. Sua obra famosa intitulou-se *Ensinar Matemática assim...é bem mais fácil!*, com apoio do Centro de Treinamento do Magistério do Estado do Paraná (CETEPAR).

2.2.2 O Movimento da Matemática Moderna no Rio Grande do Norte

A presença do Movimento da Matemática Moderna no Estado do Rio Grande do Norte encontra-se mapeada na Tese de Doutorado de Liliane dos Santos Gutierrez, intitulada *O ensino de Matemática no Rio Grande do Norte: trajetória de uma modernização (1950-1980)*, defendida na Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Gutierrez (2008) aponta em sua pesquisa cinco momentos significativos, dentre outros, que contribuíram para a modernização do ensino da matemática no RN:

- ✓ O Curso de treinamento de Professores Leigos no Rio Grande do Norte, em 1965;
- ✓ O Curso para professores da Escola Normal, em 1971

- ✓ O projeto Satélite Avançado em Comunicações Interdisciplinares (SACI), em 1973;
- ✓ As aulas do professor Malba Tahan – heterônimo do escritor e matemático brasileiro, Júlio César de Mello Souza (1895-1974) – em Natal no final da década de 1960 e início da década de 1970.
- ✓ Os Cursos da Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES), entre 1963 e 1965.

No entanto, a pesquisa confirma que, no Rio Grande do Norte não se constituiu um grupo de estudos como ocorreu em alguns estados brasileiros, como: São Paulo (GEEM); Rio Grande do Sul (GEEMPA) e Paraná (NEDEM).

Segundo Brito e Gutierrez (2011), em 1962, o Rio Grande do Norte, se destacava como o Estado de menor renda do Brasil e um índice de analfabetismo que atingia cerca de 80% da população. Este fato tornava-o um forte candidato para participar do convênio firmado entre o Ministério da Educação (MEC), a Superintendência para o Desenvolvimento do Nordeste (SUDENE) e a United States for International Development (USAID) que materializou-se no dia 13 de abril de 1962.

Entre as diversas ações, um professor bolsista foi participar de um curso de Metodologia da Matemática em Belo Horizonte, em 1962. No ano seguinte, foram três professores bolsistas que participaram do Programa Americano Brasileiro de Assistência ao Ensino Elementar (PABAEE) que possibilitou uma intervenção ideológica no sistema de ensino brasileiro.

O Curso de Treinamento para Professores Leigos iniciou-se em janeiro de 1965, na cidade de Angicos - RN com 73 participantes. Os conteúdos de matemática versaram sobre “contagem, operações fundamentais, expressões, frações ordinárias, números decimais, sistema de numeração decimal e romano, noções de geometria e sistema métrico decimal” (*Ibidem*, p.4).

Em 1966, o convênio entre SUDENE/USAID/UFRN foi firmado e, um dos objetivos foi oferecer o *Curso de Iniciação à Matemática*, ministrado por alunos-bolsistas para alunos secundaristas que queriam aprender Matemática Moderna e pretendiam ingressar em cursos da UFRN. Entre os livros comprados com recursos do convênio, inseria-se a coleção completa dos *Éléments de mathématique*, de Boubarki. O curso também foi oferecido para professores de Ensino Secundário de Natal.

No mesmo ano, o Centro de Ensino de Ciências do Nordeste (CECINE), ofereceu cursos sobre Matemática Moderna que foram realizados nos anos de 1967 e 1968. Entre os candidatos inscritos, foi escolhido o professor Evaldo Rodrigues de Carvalho do Colégio Estadual do Atheneu Norteriograndense, que assumiu o compromisso de ministrar um Curso de Formação de Professores quando retornasse ao Estado do RN.

Por meio do convênio firmado entre SUDENE/USAID/SEEC-RN, em janeiro de 1971, um curso foi oferecido para professores das escolas normais do Estado. A UFRN participou com o corpo docente. O curso teve a participação de 130 pessoas, e entre as disciplinas constavam, Matemática e Didática da Matemática. Entre os livros utilizados durante o curso encontravam-se: *Matemática Moderna* de Zoltan Paul Dienes, *Matemática Curso Moderno* de Osvaldo Sangiorgi, dentre outros.

CAPÍTULO III

CAPÍTULO III - FONTES DA TEORIA MATEMÁTICA DE ZOLTAN PAUL DIENES

3.1 FREDERIC CHARLES BARTLETT

A experiência consciente e, principalmente a investigação experimental da estrutura da consciência, foi estudada pelo psicólogo alemão Wilhelm Wundt (1832-1920), que discordava da possibilidade de pesquisa dos processos superiores, como, por exemplo, a memória.

Coube ao alemão Hermann Ebbinghaus (1850-1909), o mérito de ter sido o primeiro psicólogo a empreender o estudo da memória em nível experimental. Ele estudou de forma rigorosa os processos de estocagem e manipulação das informações recolhidas, além de aplicá-lo na pesquisa do esquecimento. Esta pesquisa foi tida na época como uma grande realização na área da Psicologia Experimental porque, antes, pertencia a área da Fisiologia.

Ebbinghaus considerou como objeto de estudo de sua pesquisa, a sílaba sem sentido. Reconheceu que o uso de prosa ou poesia apresentava dificuldades porque significados ou associações vinculavam-se às palavras por aqueles que conheciam a língua. Essas associações existentes no momento da experimentação, não podiam ser controladas de um modo significativo.

O psicólogo inglês Frederic Charles Bartlett (1886-1969) discordou dos métodos rigorosamente controlados que Ebbinghaus utilizou no estudo da memória e defendeu que a pesquisa nesta área, não poderia restringir-se aos rigorosos experimentos de laboratório. A descoberta de leis a partir de pesquisas que utilizaram listas de palavras sem sentido, não deveriam alicerçar uma pesquisa de nível mais elevado. Ao contrário de Ebbinghaus, utilizou materiais até então pouco conhecidos nos estudos da memória, como fotografias, figuras e pequenas histórias.

Bartlett Iniciou sua atividade acadêmica como professor de Psicologia Experimental na Universidade de Cambridge. É considerado um dos precursores da Psicologia Cognitiva, ciência que estuda processos e estruturas internas que possibilitam aos seres humanos desenvolverem atividades como a formação de conceitos e a resolução de problemas.

Entre suas contribuições à Psicologia incluem-se a teoria de reconstrução da memória humana e à definição teórica de esquema de representação do conhecimento presente em sua famosa obra *Remembering: a study in experimental*

and social psychology (1932), que distingue a memória do pensamento construtivo. Outras obras tratam da análise da propaganda política e dos mecanismos psicológicos que, em termos de comunicação, ocorrem entre emissores e receptores.

O uso do conceito de esquema com o sentido próximo do que lhe atribuímos hoje em dia, isto é, uma estrutura organizada de conhecimentos e experiências passadas que vai influenciar a aquisição de novos conhecimentos, deve-se a Bartlett. A ideia de esquema mental como uma organização ativa de reações e experiências passadas, como uma massa unitária, e não como componentes individuais, foi uma grande contribuição de Bartlett que serviu de modelo explicativo da memória e foi gestado a partir de seu trabalho. A memória humana envolve a formação de estruturas cognitivas abstratas denominadas esquemas que se originam de encontros anteriores com o ambiente e organizam as informações de maneiras específicas.

A mais famosa pesquisa de Bartlett refere-se à utilização de uma lenda dos índios norte-americanos denominada *The war of the ghosts* – a guerra dos fantasmas.

A lenda apresentava elementos inerentes a cultura em que foi criada. Nos experimentos, Bartlett solicitava que os participantes a lessem duas vezes e tentassem recordá-la da forma mais precisa possível, após quinze minutos. Outras restituições foram efetuadas em outros intervalos de tempo.

Bartlett (1932) verificou que, geralmente não ocorria uma recordação precisa. Muitos detalhes foram esquecidos e informações que não constavam no texto original, foram acrescentadas à lenda. Os participantes – ingleses – da pesquisa reconstruíram o texto com base em suas expectativas e suposições características de sua cultura

A análise dos dados oriundos do protocolo de recordação de “A guerra dos fantasmas” apontou para uma nova forma de representação do conhecimento, diferente da explicação do associacionismo, teoria difundida na época, que tentava explicar todas as operações mentais pela associação mecânica das ideias.

Bartlett propôs uma explicação dos fenômenos mnemônicos, com base no constructo teórico que denominou de “esquema”, isto é, uma unidade básica de processamento que permitia uma recordação construída com elementos inerentes a cultura dos sujeitos participantes da pesquisa. Ele demonstrou que os sujeitos não

eram leitores passivos da realidade, mas que buscavam compreender essa realidade. Desta forma, existia um caráter ativo dos esquemas nos processos de compreensão da realidade. As novas informações são enquadradas em um esquema conceptual constituído pelas informações a respeito de algo que já existe no sujeito. As informações que não se encaixam no esquema podem ser perdidas, modificadas ou distorcidas.

O esquema existente é o responsável pela seleção, modificação, distorção, esquecimento e armazenamento na memória de informações advindas da experiência que permitem uma representação coerente da mesma, baseadas em expectativas do sujeito, porém matizadas pela cultura do mesmo. O processo de evocação, melhor se conceituará como trabalho de reconstrução. O sujeito retém dados centrais e afasta-se do modelo ao propor mudanças que se aproximem de padrões mais ajustáveis às suas expectativas e hábitos. Os conteúdos internalizados são trabalhados através da experiência prévia proporcionadas pela própria cultura.

Na recordação da lenda, os sujeitos frequentemente forneciam os seus próprios elos causais. As informações difíceis de assimilar eram desprezadas, modificadas, distorcidas e o enredo modificado até assemelhar-se ao um contexto cultural conhecido. Assim, a recordação para Bartlett, não se refere a inúmeros vestígios fixos, sem vida, fragmentários que são reestimulados. Ela é uma construção ou reconstrução, imaginativa, feita a partir de uma massa ativa de experiências passadas que nunca é realmente exata. Nos casos mais simples de recapitulação mecânica, o organismo volta-se para os seus próprios “esquemas”. Segundo Fossa (1998):

Bartlett enfatizou os aspectos construtivistas da memória, em lugar dos seus aspectos reprodutivos, tradicionalmente enfatizados. E é precisamente este aspecto construtivista do conhecimento, ao contrário dos aspectos geneticamente determinados defendidos por Chomsky, que tende a caracterizar o cognitivismo moderno, especialmente – como seu próprio nome indica – o construtivismo. (FOSSA, 1998, p. 49-50).

3.2 JEAN PIAGET

Jean Piaget (1896-1980), o biólogo e psicólogo criador da Epistemologia Genética nasceu na pequena cidade universitária de Neuchatel, Suíça. Criança precoce, desde cedo estudou moluscos e interessou-se em descobrir como estes animais se adaptavam ao serem transferidos de um ambiente para outro. Interessou-se pela religião, mas concluiu que a Biologia era uma ciência capaz de responder as questões básicas da vida. Ainda no campo de estudo de moluscos, descobriu que suas estruturas em forma de concha eram afetadas com a mudança de ambiente. Esta conclusão contribuiu para a organização de sua ideia posterior sobre o desenvolvimento mental como um processo de adaptação ao meio e uma extensão do desenvolvimento biológico.

Piaget completou sua educação superior em Biologia na Universidade de Neuchatel, em 1916, aos 18 anos e, aos 21 anos, concluiu o doutorado em Ciências Naturais com a tese sobre moluscos de Valais. Nesta época já havia publicado 25 trabalhos na área de moluscos. A pesquisa na área da Biologia possibilitou a conclusão de que o desenvolvimento biológico era devido a maturação e a variáveis do ambiente.

Do estudo da Biologia, enveredou para o estudo da Filosofia, leu as ideias de Henri Bergson (1813-1878), Immanuel Kant (1724-1804), Herbert Spencer (1820-1903) e Auguste Comte (1798-1857). Na área da Psicologia, em 1919, estudou e trabalhou nos laboratórios de Psicologia de G.E. Lipps e de Wreschner, e na clínica psiquiátrica de Eugène Bleuler (1857-1939). Tomou conhecimento dos trabalhos de Sigmund Freud (1856-1939) e assistiu palestras de Carl Gustav Jung (1875-1961). Neste mesmo ano, foi para França e trabalhou no laboratório do psicólogo francês Alfred Binet (1857-1911), que desenvolveu o Teste Binet de Inteligência.

Em 1921, dirigiu o Instituto Jean-Jacques Rousseau, em Genebra. Este ambiente tornou-se um espaço apropriado para suas pesquisas sobre o desenvolvimento cognitivo das crianças.

Em 1955 foi criado o Centro Internacional de Epistemologia Genética que desde o início, adotou uma perspectiva interdisciplinar. Os bolsistas que pesquisavam neste espaço de construção do conhecimento, estudavam vários campos do saber: Física, Biologia, Matemática, Linguagem, Psicologia e Educação.

Os estudiosos da obra de Piaget dividem-na em três ou quatro fases, períodos ou etapas. Estudiosos como Moura e Correa (1997) e Battro (1969) dividem-na em quatro etapas ou fases, e López (1974), em três. O presente trabalho baseia-se nas etapas sugeridas por Rafael Ernesto López, que divide a obra de Piaget em três etapas essenciais e históricas:

Na primeira etapa Piaget dedicou-se a estabelecer uma relação entre biologia e pensamento, além de aprofundar o estudo da lógica e do pensamento infantil. Nesta etapa foram publicadas as obras: *O Juízo e o Raciocínio da Criança*, em 1924; *A Representação do Mundo na Criança*, no mesmo ano; *A Causalidade Física na Criança*, em 1927; *A Linguagem e o Pensamento da Criança*, em 1932 e *O Juízo Moral na Criança*, também em 1932.

Na segunda fase, As observações iniciais sobre o desenvolvimento da linguagem permitiram a compreensão de que a inteligência é um todo complexo onde se interrelacionam expressões verbais, manipulações concretas de objetos e a construção de um espaço complexo. As obras representativas desta etapa são: *O Nascimento da Inteligência na Criança*, em 1936; *A Construção do Real da Criança*, em 1937; *A Formação do Símbolo na Criança*, em 1945; *A Gênese do Número na Criança*, em 1945 e *Desenvolvimento das Quantidades Físicas na Criança*, em 1947.

O Nascimento da Inteligência na Criança e *A Construção do Real da Criança*, segundo López (1974), reúnem de forma metódica observações relativas ao estágio sensório-motor; além dos assuntos: a inteligência como um sistema que se adapta e se organiza, a evolução do espaço, a causalidade e a temporalidade. *A Formação do Símbolo na Criança* trata da formação da imitação e do jogo, da evolução da fantasia e do sonho. *A Gênese do Número na Criança* e *Desenvolvimento das Quantidades Físicas na Criança* foram obras escritas em parceria com Alina Szeminska e Bärbel Inhelder.

Na terceira etapa do seu estudo, Piaget se concentra no desenvolvimento da lógica da criança e na relação de continuidade entre o estágio sensório-motor a as estruturas mentais posteriores. Trabalhos sobre diferentes aspectos da concepção da criança foram escritos, como: *As Noções de Movimento e Velocidade*, em 1946; *A Representação do Espaço na Criança*, em 1947; *O Desenvolvimento da Noção de Tempo na Criança*, em 1947; *A Geometria Espontânea da Criança*, em 1948 e *A Gênese da Idéia do Acaso na Criança*, em 1951.

O livro *Tratado de Lógica* foi publicado, em 1949. Um estudo sistematizado sobre Epistemologia apareceu em 1950 por meio de três obras relativos à Epistemologia Genética: *O Pensamento Matemático*, *O Pensamento Físico* e *O Pensamento Biológico, Psicológico e Sociológico* e *Ensaio Sobre as Transformações das Operações Lógicas*, em 1952. Essa trilogia corresponde ao início de uma série de experimentos e publicações. A terceira etapa é coroada com a criação do Centro de Epistemologia Genética, em 1955.

Os estudos Jean Piaget lhe possibilitaram aprofundar várias áreas do conhecimento: Biologia, Lógica, Psicologia e Filosofia. As pesquisas sobre psicologia cognitiva e sua teoria sobre o processo de construção do conhecimento do indivíduo a partir da infância influenciaram a Pedagogia contemporânea.

3.2.1 Conceitos centrais na teoria de Piaget

A maioria dos estudiosos da abordagem piagetiana considera que existem três conceitos fundamentais, a saber: conteúdo, estrutura e função.

O conteúdo refere-se ao conjunto de dados brutos de um determinado comportamento. Estes aspectos que se manifestam exteriormente referem-se à atividade pensante do indivíduo, seus interesses, ou como ele resolve um problema. Os conteúdos são manifestos e sugerem diferenças na maneira de pensar. Ao se observar a manipulação de conteúdos do real realizada por uma criança, pode-se inferir quais estruturas construídas ou aquelas que ainda não foram elaboradas. Existe uma relação entre os conteúdos e as estruturas. Os conteúdos são os dados da realidade que serão trabalhados pela estrutura.

A estrutura é um conceito nitidamente de caráter biológico. O desenvolvimento da inteligência é influenciado por fatores biológicos como a transmissão hereditária do sistema nervoso – estrutura física – próprio da espécie. Outro exemplo de estrutura física hereditária são as reações comportamentais automáticas, como os reflexos de sucção, de preensão e de visão.

As reações comportamentais automáticas, nos seres humanos, são modeladas pela influência ambiental após os primeiros dias de vida, segundo pesquisas realizadas por Piaget. As estruturas físicas dão lugar a um novo tipo de organização de esquemas, a estrutura psicológica, que não é diretamente hereditária. Desta forma, a criança desenvolve gradualmente as estruturas

psicológicas no processo de interação com o ambiente. Uma estrutura é formada de uma série de esquemas integrados. O esquema é um padrão de comportamento, uma estratégia de ação que a criança aplica a vários objetos. Quando dois ou mais esquemas funcionam de forma integrada, organizada, ocorre a formação de uma estrutura. Piaget fala do esquema de sucção, de visão e de preensão. De início, quando o bebê tenta agarrar um objeto que está ao seu alcance e não consegue é porque a estrutura formada pelos três esquemas citados não está formada, pois os esquemas não estão organizados. Posteriormente, as estruturas tornam-se mais complexas.

A criança entre 7 e 11 anos possui esquemas complexos e é capaz de realizar operações de classificação, quando lhe damos continhas de madeira vermelhas e azuis e lhe fazemos perguntas relativas a classes e subclasses como, por exemplo: “há mais continhas de madeira ou continhas vermelhas”? A classificação é composta de uma série de estratégias de ação – esquemas – que constitui a estrutura psicológica formada por dados brutos da realidade e os processos funcionais. A estrutura apresenta três características: a totalidade, as transformações e auto-regulação.

A totalidade é a primeira característica da estrutura que se afirma em oposição sobre a qual todos os estruturalistas estão de acordo: estruturas, agregados ou compostos existem a partir de elementos que dependem do todo. Este conceito é o oposto da visão atomista onde as partes têm suas características conservadas apesar de se encontrarem agrupadas. Na estrutura acontece o inverso, pois cada estrutura apresenta propriedades distintas daquelas dos elementos. Os números inteiros, por exemplo, não existem isoladamente, eles não foram descobertos em uma ordem qualquer para, em seguida, serem reunidos em um todo. Eles se manifestam em função da própria sequência, e esta, por sua vez, apresenta propriedades estruturais de grupos, corpos ou anéis. As propriedades das estruturas citadas são distintas das propriedades apresentadas por cada número inteiro separadamente que pode ser par, ímpar, primo etc. Cada número que compõe a estrutura será compreendido não por si mesmo, mas sim em função do todo.

As transformações constituem a segunda característica de uma estrutura, referem-se às propriedades do todo constituído: o aspecto estruturado e o aspecto estruturante. O todo é estruturado como uma totalidade, e é também estruturante

enquanto sistema de transformações. É estruturante na medida em que é base para estruturações posteriores por meio da atividade. Para Piaget uma estrutura é resultado de um processo contínuo e construído, em oposição às ideias estruturalistas provenientes de um pensamento imobilista. A estrutura não é uma entidade estática, mas um sistema de transformações. Uma estrutura mental é um conjunto de atividades interiorizadas, que assimila dados do real. A estrutura pode ser concebida à imagem de uma entidade orgânica que tem uma gênese. Para Piaget não há estrutura sem gênese, nem gênese sem estrutura, isto é, o todo organizado transforma-se e o que se transforma já estava organizado e neste processo de mudança, ocorre aperfeiçoamento, ultrapassagem, salto qualitativo. O produto não é o que realmente importa, dentro do ponto de vista da Epistemologia Genética, mas sim o processo de construção.

A auto-regulação é a terceira característica da estrutura e permite as transformações internas de conservação e fechamento, ao mesmo tempo que garante a permanência da totalidade. A estrutura regula a si própria e suas transformações inerentes conduzem para sua própria fronteira e os elementos engendrados pertencem sempre a estrutura e conservam suas leis. Apesar de a estrutura fechar-se em si mesma, ela pode como subestrutura, fazer parte de uma estrutura maior. A auto-regulação é formada de três processos essenciais: as operações, a regulação e o ritmo. As operações são ações interiorizadas, reversíveis que coordenam a estrutura. A regulação é uma operação que funciona como compensação parcial que corrige erros oriundos da ação por meio de antecipações e retroações existentes no processo de equilíbrio. O ritmo pode ser encontrado em todas as escalas biológica e humanas, como os ritmos circadianos que apresentam um período de 24h.

O terceiro aspecto fundamental da teoria piagetiana é o conceito de um processo invariante denominado função. São duas as funções invariantes: a organização e a adaptação. Esta última divide-se em assimilação e acomodação. A organização e a adaptação não são dois processos separados. São dois processos complementares de um único mecanismo. A organização é o aspecto interno do ciclo e a adaptação é o aspecto externo. A organização refere-se a tendência de todas as espécies de sistematizar e organizar seus processos em sistemas coerentes, que podem ser físicos ou psicológicos. Entre os sistemas físicos, o aparelho circulatório, por exemplo, apresenta uma organização de estruturas

menores em hierarquia. No plano psicológico, vemos que o bebê inicialmente apresenta os esquemas de “olhar” e de “prensão” isolados e não integrados. Gradualmente a organização entre os dois esquemas acontece e o bebê consegue estender a mão e segurar o objeto que vê.

A adaptação é uma noção nitidamente biológica e refere-se à tendência que possuem todos os organismos a se adaptarem ao ambiente. É um processo dinâmico que compreende duas funções invariantes: a assimilação e a acomodação. A assimilação é um termo que Piaget tomou emprestado da Biologia e é alusivo ao comer, em que o alimento é ingerido, assimilado. Refere-se ao processo cognitivo que integra um novo dado perceptual, motor ou conceitual aos esquemas ou padrões de comportamentos já existentes no organismo. Este processo possibilita a adaptação cognitiva do indivíduo ao ambiente, a ampliação dos esquemas, mas não explica como as transformações ocorreram. Pode-se comparar um esquema a um balão e o ato de enchê-lo ao processo de assimilação. Gradativamente o balão fica maior (crescimento por assimilação), mas a sua forma continua a mesma.

A acomodação consiste na combinatória de esquemas anteriores e opera mudanças na estrutura do organismo, o que permite lidar com estímulos ambientais. A expressão afasta-se do sentido corriqueiro do termo – conformação – e significa um esforço de reestruturação para o enfrentamento do meio. Na acomodação, as estruturas e os esquemas são modificados diante de um estímulo diferente ou radicalmente novo advindo do ambiente. Uma criança que estudou português e literatura necessita do processo de assimilação para estudar história; mas se resolve estudar matemática, precisa de novas estruturas para lidar com esta disciplina.

3.2.2 Estágios de desenvolvimento cognitivo

O processo de desenvolvimento cognitivo pode ser dividido em quatro estágios, estádios ou períodos: (A) Estágio sensório-motor (0 a 2 anos). (B) Estágio pré-operacional (2 a 6 anos). (C) Estágio das operações concretas (7 a 11 anos) e (D) Estágio das operações formais (12 anos em diante).

3.2.2.1 Estágio sensório-motor

O Estágio sensório-motor (0 a 2 anos) é o período de desenvolvimento que começa com a apresentação de alguns reflexos e termina com o aparecimento da linguagem e de outros meios simbólicos de representação do mundo. Representa a base das estruturas cognitivas e servirá de fundamento para a construção de toda a atividade intelectual superior futura. Neste estágio inicial, não existe ainda a capacidade de abstração. A atividade intelectual é de natureza sensorial e motora. A criança percebe o ambiente e age sobre ele. A utilização da palavra estágio não significa que Piaget seja um defensor do maturacionismo, pois o autor enfatiza a importância da estimulação ambiental como essencial à progressão intelectual em cada estágio de desenvolvimento cognitivo. Ao enfatizar a maturação de estruturas cognitivas, Piaget limita a atuação do ambiente o que o torna um interacionista.

Piaget subdivide o estágio sensório-motor em seis subestágios: Subestágio I – *O exercício dos reflexos* (até um mês); Subestágio II – *As primeiras adaptações adquiridas e as reações circulares primárias* (1 mês – 4 meses ½); Subestágio III – *As reações circulares secundárias* (4 meses ½ - 8-9 meses); Subestágio IV – *A coordenação dos esquemas secundários e sua aplicação às situações novas* (8-9 meses – 11-12 meses); Subestágio V – *As reações circulares terciárias e a descoberta dos meios novos por experimentação ativa* (11-12 meses – 18 meses) e Subestágio VI – *Início do simbolismo* (1 ano ½ - 2 anos).

Subestágio I – *O exercício dos reflexos* (até um mês). Aqui a criança limita-se a exercitar seu equipamento reflexo, e no tocante aos reflexos do recém-nascido, os que representam uma importância especial para o futuro, afirmam Piaget e Inhelder (2006) são os reflexos de succção e o reflexo palmar que serão integrados na preensão intencional ulterior por meio do exercício reflexo.

Subestágio II – *As primeiras adaptações adquiridas e as reações circulares primárias* (1 mês – 4 meses ½). As primeiras adaptações adquiridas referem-se ao inicio da coordenação entre os movimentos do braço e da boca realizados pela criança que permitem sugar a mão, por exemplo. Aos ciclos de ações bem sucedidas destes movimentos Piaget denominou reações circulares primárias.

Subestágio III – *As reações circulares secundárias* (4 meses ½ - 8-9 meses). Enquanto as reações circulares primárias são ações repetidas, intencionais e centralizadas no próprio corpo, (por exemplo, levar à mão a boca), as reações

circulares secundárias são movimentos centralizados sobre um resultado produzido no ambiente exterior com intencionalidade (por exemplo, se a criança move um objeto colocado ao seu alcance, ela tende a repeti-lo para ver o objeto mover-se).

Subestágio IV – A coordenação dos esquemas secundários e sua aplicação às situações novas (8-9 meses – 11-12 meses). A criança, neste subestágio, persegue um fim imediatamente atingível e procura chegar a ele por meios intermediários diferentes. Já não basta redescobrir a maneira de produzir um resultado (como mover um objeto colocado ao seu alcance), mas precisa inventar novos meios para mover o objeto.

Subestágio V – As reações circulares terciárias e a descoberta dos meios novos por experimentação ativa (11-12 meses – 18 meses). Neste subestágio, a criança começa a experimentar ativamente novos comportamentos. O aprimoramento das capacidades motoras torna a exploração muito mais ampla. Desenvolve-se a conduta de suporte, isto é, a criança depois de ter tentado em vão atingir um objeto que está distante sobre um tapete, pode utilizar o próprio tapete para alcançar o objetivo. Desta forma, ela estabelece uma relação entre movimento do tapete e movimento do objeto.

Subestágio VI – Início do simbolismo (1 ano ½ - 2 anos). Este subestágio representa uma transição para o estagio pré-operacional. A representação interna torna-se evidente. A criança usa imagens, palavras ou ações, para significar os objetos e manipulações internas primitivas são realizadas com essas representações. Como exemplo, pode-se citar a criança que tenta abrir uma caixa de fósforos para encontrar um objeto escondido. Ela tenta abrir a caixa que de inicio tinha uma abertura de 3mm e realiza movimentos de abrir e fechar a boca, percebe-se o desenrolar do processo simbólico. A generalização do esquema antigo (abrir e fechar a boca) a um novo esquema (abrir e fechar a caixa) fica bem delineado e pode-se inferir o que a criança pensou.

3.2.2.2 Estágio pré-operacional

O Estágio pré-operacional (2 a 6 anos) compreende o período que vai desde o fim do subestágio VI (1 ano ½ - 2 anos) do estágio sensório-motor até o início do estágio das operações concretas (7 a 11 anos).

O desenvolvimento da capacidade simbólica é o principal progresso desse estágio em relação ao sensório-motor. Nesta fase, a criança já não depende unicamente de suas sensações, de seus movimentos, mas já consegue entender que a imagem, a palavra ou o símbolo – significador – é diferente do objeto ausente – o significado.

O surgimento da função semiótica permite a representação e o pensamento. Neste plano, a conceitualização substitui os esquemas como únicos instrumentos de generalização. Toda construção efetuada no plano sensório-motor deve ser reconstruído nesse novo plano pré-operacional porque no estágio sensório-motor, a criança lidava somente com o espaço imediato ao redor e com o tempo presente. Agora, no estágio pré-operacional, tem a possibilidade de representar para si mesma e pensar sobre os objetos que estão muito afastados no espaço ou sobre fatos do passado ou do futuro.

O estágio pré-operacional relaciona-se as seguintes características: egocentrismo, centralização e descentralização, desequilíbrio, irreversibilidade, raciocínio transdutivo, realismo e antropomorfismo.

O egocentrismo é a dificuldade que a criança apresenta de se colocar do ponto de vista de outrem. Por exemplo, uma criança pertence a uma família que tem dois filhos do sexo masculino. Ao ser indagada se possui irmãos, ela dirá que sim, e responderá que tem um irmão à pergunta: quantos são? No entanto, ao se perguntar quantos irmãos seu irmão tem, ele geralmente responderá: nenhum.

A centralização é a focalização em apenas uma dimensão do estímulo ou atributo. Exemplo: uma criança pré-operacional recebe duas bolas de massa de modelar feitas com a mesma quantidade de massa. A seguir, pede-se uma das bolas a criança e, à sua vista, transforma-a em uma forma alongada, semelhança a uma “lingüiça”. Ao ser indagada qual das duas formas tem mais ou menos massa, ela responderá: “a ‘lingüiça’, tem mais massa porque é maior”.

Estados e transformações referem-se a incapacidade de perceber a dinâmica que organiza as transformações em um todo coerente formado de partes que se relacionam. A criança pré-operacional tem dificuldade de compreender que a quantidade de água que estava na panela diminuiu porque se transformou em vapor à medida que começou a ferver.

O desequilíbrio é a diferença que existe entre o número de assimilações e acomodações. Neste período, as acomodações predominam sobre as assimilações,

o que exige grandes mudanças na forma da criança lidar com o mundo. O seu pensamento parece ilógico diante das respostas às situações do meio.

A Irreversibilidade: refere-se a dificuldade da criança em compreender que certos fenômenos são reversíveis, isto é, uma transformação efetuada pode ser desfeita e assumir o estado original.

O raciocínio transdutivo possibilita a criança tirar conclusões partindo do particular para o particular. Uma criança que vê o pai se arrumando para viajar, conclui que sempre que o pai se arruma é porque vai viajar.

Segundo Biaggio (1976), Piaget em seus trabalhos mais antigos discute outras características do pensamento pré-operacional, tais como: realismo, animismo, antropomorfismo. O realismo é uma atribuição de concretude a coisas intangíveis, como: sonhos, nomes, pensamentos, etc. O animismo é a atribuição de vida a seres inanimados, como: a lua e o sol. O antropomorfismo é a atribuição de características humanas a seres não-humanos, como, por exemplo, animais que falam.

Devido ao fato do período pré-operacional ser apresentado com várias características negativas, ele, às vezes, é apresentado como um subperíodo do estágio de operações concretas.

3.2.2.3 Estágio das operações concretas

O estágio das operações concretas (7 a 11 anos) difere do estágio sensório-motor e do estágio pré-operacional, porque nestes, a atividade cognitiva baseia-se nas ações que a criança imprime sobre os objetos, enquanto que no estágio das operações concretas, observa-se um salto qualitativo surpreendente no raciocínio da criança – classificações lógicas, raciocínios por transitividade, conservação das quantidades físicas, etc. – o que torna a atividade intelectual cada vez mais móvel e interna. O sistema de ações mostra-se integrado e coerente com propriedades estruturais, o que torna possível falar em operação. Note-se que o estágio anterior denomina-se “pré-operacional”, isto é, anterior ao conceito de operação.

A operação define-se como qualquer ato representacional que é parte de um conjunto de atos inter-relacionados. Nesse nível, a essência de uma operação está na interiorização de coordenações oriundas do plano das ações, mas que no presente estágio existe a possibilidade de reversibilidade, isto é, o passado pode ser

acessado em pensamento. Segundo Piaget (1980), aos 7-8 anos inicia-se um terceiro período caracterizado por

interiorizações, coordenações e descentralizações crescentes que conduzem a uma formação geral de equilíbrio que constitui a reversibilidade operatória (inversões e reciprocidades). Em outras palavras, assiste-se à formação das operações (PIAGET, 1980, p.40).

Uma operação sempre apresenta as seguintes características: é uma ação que pode ser internalizada ou realizada em pensamento tão bem quanto materialmente; é reversível; supõe sempre uma conservação ou invariância e nunca existe isoladamente.

Piaget utiliza como modelo do estágio das operações concretas a estrutura lógico-matemática, denominada agrupamento. A construção desta estrutura e sua aplicação generalizada a diversos domínios é responsável pelo salto qualitativo neste período. O agrupamento é uma estrutura criada por Piaget e seus colaboradores que ainda não atingiu o nível operacional de grupo matemático. O agrupamento, lembra um grupo matemático, muito limitado. Desta forma, as operações concretas estabelecem, “a transição entre a ação e as estruturas lógicas mais gerais, que implicam uma combinatória e uma estrutura de ‘grupo’ a coordenarem as duas formas possíveis de reversibilidade” (PIAGET; INHELDER, 2006, p.91).

O agrupamento é uma híbrida estrutura lógico-algébrica oriunda de uma “mestiçagem” de duas estruturas conhecidas dos lógicos e matemáticos: o grupo e o reticulado.

O grupo é uma estrutura abstrata composta de um conjunto de elementos e de uma operação que relaciona estes elementos, por meio das propriedades de composição, associatividade, identidade e reversibilidade. Esta estrutura será aprofundada no próximo estágio de desenvolvimento cognitivo, denominado estágio das operações formais.

O reticulado, segundo Flavell (1975), é uma estrutura diferente do grupo e é formado por um conjunto de elementos e de uma relação que pode ocorrer entre os elementos. Como exemplo, pode-se citar como elementos, o conjunto de classes de

uma hierarquia de classes. A relação escolhida será a inclusão de classes e, neste caso, simbolizada por \geq . A classe A será representada pelos cães e a classe B, pelos mamíferos. Pode-se afirmar que $B \geq A$ ou que B contém a subclasse A.

O exame das classes A e B em relação à hierarquia de classes como um todo estabelece que é possível definir a menor classe da hierarquia que inclui a classe A e a classe B. Esta, é a classe B. Ela inclui todos os mamíferos e todos os cachorros. O simbolismo lógico para expressar a operação realizada é: $A+B=B$ ou $A \cup B = B$. Na teoria do reticulado, a classe resultante da soma ou união lógica de ambas, recebe o nome de limite superior mínimo (l.s.m.) dos elementos mencionados.

O exame das classes onde se escolhe a classe maior cujos membros são ao mesmo tempo cachorros e mamíferos é a classe dos cães. Esta é a classe maior na qual A e B estão incluídas. O simbolismo lógico para expressar a operação realizada é: $A \times B = A$ ou $A \cap B = A$.

Então, os agrupamentos são as estruturas das operações concretas que se situam entre os reticulados e os grupos. Piaget distingue essas estruturas em oito sistemas distintos que se diferenciam segundo se trate de classes ou relações de composições aditivas ou multiplicativas ou de correspondências simétricas (bi-unívocas) ou assimétricas (co-unívocas).

Agrupamento I – Adição primária de classes: agrupamento mais simples que contém operações e inter-relações essenciais entre operações presentes na hierarquia simples de classes. (Exemplo: “fila brasileiro”, incluída em “cachorros”, incluídos em “mamíferos”, incluídos em “seres vivos”). A representação simbólica corresponde a $A + A' = B$ e assim por diante;

Agrupamento II – Adição secundária de classes: enquanto o agrupamento I lida com relações de inclusão de uma classe em outra que a contém, o agrupamento II relaciona divisões alternativas da mesma classe. (Exemplo: a classe dos animais mamíferos pode ser dividida em “cachorros e não-cachorros”. A representação simbólica toma a forma: $A_1 + A'_1 = B$ (cachorros + não-cachorros = mamíferos) e assim por diante.

Agrupamento III – Multiplicação biunívoca de classes: ocorre quando os elementos de um conjunto são classificados baseando-se em duas propriedades ou atributos como critérios, por exemplo, a cor e a forma. (Exemplo: consideram-se as seguintes nomenclaturas: vermelho (A), não-vermelho (A'), quadrado (B) e não-

quadrado (B'), então teremos as seguintes multiplicações biunívocas de classes: vermelho e quadrado (AB), não-vermelho e quadrado ($A'B$), vermelho e não-quadrado (AB') e não-vermelho e não-quadrados ($A'B'$).

Agrupamento IV – Multiplicação co-unívoca de classes: é uma extensão do agrupamento III, pois existem casos em que a multiplicação de dois atributos não resulta em todas as quatro classes. (Exemplo: na multiplicação cachorros versus não-cachorros por gatos versus não-gatos, não existe animal que seja ao mesmo tempo cachorro e gato).

Agrupamento V – Adição de relações assimétricas: refere-se à compreensão da noção de transitividade: Se $A > B$ e $B > C$, então $A > C$ ou, se $A < B$ e $B < C$, então $A < C$. (Exemplo: ordenação de objetos do maior para o menor ou do menor para o maior em conjuntos de tamanhos diferentes).

Agrupamento VI – Adição de relações simétricas: Inclui composições aditivas de vários tipos encontradas principalmente em hierarquias genealógicas. (Exemplo: se A e B são irmãos e B e C têm o mesmo avô, então A e C têm o mesmo avô).

Agrupamento VII – Multiplicação biunívoca de relações: agrupamento que descreve tipos de relações que ordenam objetos assimetricamente, levando em conta dois atributos ao mesmo tempo. (Exemplo: ordenar dois conjuntos: o primeiro conjunto formado de bonecas de várias alturas e o segundo conjunto formado por sombrinhas de várias alturas. A criança deve pôr as bonecas em ordem de altura e relacionar a sombrinha correspondente a cada boneca).

Agrupamento VIII – Multiplicação co-unívoca de classes: é uma extensão do agrupamento VII e refere-se à multiplicação de classes numa hierarquia de classes do tipo piramidal, genealógica. (Exemplo: Se A é o pai de B e B é primo de C, então A é tio de C).

3.2.2.4 Estágio das operações formais

No estágio anterior – operações concretas – a criança é capaz de entender as relações que lhe são apresentadas não de forma abstrata, mas concreta. No estágio das operações formais (12 anos em diante) o adolescente não depende tanto da percepção ou da manipulação de objetos concretos. Ele comprehende todas as relações possíveis entre os eventos e é capaz de resolver problemas, formular

hipótese e testá-las. O pensamento pode ser apresentado em termos de probabilidades. O pensamento formal é hipotético-dedutivo. A respeito desse estágio, escreve Barros (2006):

[...] um adolescente raciocina cientificamente, formulando hipóteses e comprovando-as, na realidade ou em pensamento. Enquanto o pensamento de uma criança mais nova envolve apenas objetos concretos, o adolescente já pode imaginar possibilidades (BARROS, 2006, p.62).

O atributo principal do pensamento operatório formal é o reconhecimento de que a realidade é traduzida pelo conjunto de todas as possibilidades. O raciocínio do adolescente por ser dedutivo-hipotético, começa com a ponderação de um dado problema e conceitualiza-o em termos de todas as hipóteses possíveis. A seguir, cada hipótese individual é confirmada ou rejeitada por meio do processo de experimentação combinada com a análise lógica. A capacidade de gerar todas as possíveis hipóteses de solução de um problema e confirmar a validade de cada uma por uma análise lógica é a marca do período de operações formais.

Ao estágio das operações concretas corresponde um modelo matemático denominado agrupamento que estabelece uma relação com o psicológico, o que constitui uma estrutura que organiza as operações do sujeito.

Piaget e seus colaboradores comprovaram a existência de um modelo matemático, de uma estrutura cognitiva no estágio das operações formais, que possui propriedades de um grupo de quatro transformações. Como o grupo tem as propriedades de Identidade, Negação, Reciprocidade e Correlatividade; denominou-se INRC, sigla formada com a primeira letra de cada uma das propriedades. Este grupo afirma Montangero e Maurice-Naville (1998):

É isomorfo ao grupo das quatro transformações (Viergruppe) aplicado pelo matemático Klein à geometria (em seu programa de Erlang, 1872). A grande novidade desse grupo INRC é oferecer uma teoria das relações das partes entre si, enquanto que o agrupamento fornecia uma teoria das relações entre a parte e o todo (MONTANGERO; MAURICE-NAVILLE, 1998, p. 195).

As operações constituem um todo e cada operação aparece ao mesmo tempo como inversa da outra e a recíproca de uma terceira, o que determina as quatro transformações do grupo INRC com as propriedades de Identidade, Negação, Reciprocidade e Correlatividade. Assim, uma proposição (I) pode expressar a sua inversa (N) e sua recíproca (R) e a sua inversa (C) e voltar a sua posição inicial (I) conservando as referências do raciocínio.

A operação Identidade (I) é a operação neutra, o objeto em si, a operação básica. Transforma qualquer fórmula nela própria. Constitui a inversa da inversa, a recíproca da recíproca, a correlativa da correlativa.

A operação de Negação (N) nega a identidade, básica ou direta. A negação de uma operação consiste na substituição das afirmações pelas negações e vice-versa. A negação é sempre a complementar de uma combinação operatória qualquer. Constitui a inversa da idêntica, a correlativa da recíproca e a recíproca da correlativa.

A operação Recíproca (R) é a operação em que há substituição das afirmações pelas negações e vice-versa. Os \vee (ou) e os \wedge (e) permanecem. A recíproca é a operação que neutraliza por igualdade (anulação das diferenças) o efeito da operação básica idêntica ou direta. A recíproca de uma operação é a correlativa da inversa e a negação da correlativa. A recíproca de uma operação é a correlativa da inversa e a negação da correlativa.

A estrutura de conjunto própria às operações proposicionais é o “grupo” das quatro transformações comutativas, defende Piaget (2006):

[...] a toda operação proposicional, como, por exemplo, a implicação (p, q) pode-se fazer corresponder um inverso $N(p \sim q)$, um recíproco $R(q, p)$ e um correlativo $C(\sim p, q)$. Na transformação idêntica (I), obtém-se então: $CN=R$; $CR=N$; $RN=C$ e $RNC=I$. As duas principais destas quatro transformações são, então, a inversão ou negação (N) e a reciprocidade (R). A correlatividade C, com efeito, é apenas o recíproco do inverso ($RN=C$), ou, o que dá no mesmo, o inverso do recíproco ($NR=C$) (PIAGET, 2006, p.84).

Becker (2010) tece comentários sobre o raciocínio do adolescente e propõe como ponto de partida as proposições “chove” e “faz frio”. Por volta dos 12 anos de idade, o jovem basear-se-á em inferências dedutivas (experiência lógico-

matemática) não extraídas da experiência física e poderá simbolizar “chove” por p e “faz frio” por q.

Temos uma primeira operação $p \cdot q$ (chove e faz frio); a criança poderá anular ou negar (N) esta operação, o que, no nível anterior, só será possível mediante a experiência: temos então $\sim p \wedge \sim q$ (não chove ou não faz frio); poderá operar com a recíproca (R) $\sim p \cdot \sim q$ (não chove e não faz frio); poderá, enfim, operar a correlativa $p \wedge q$ (chove ou faz frio) (BECKER, 2010, p.235).

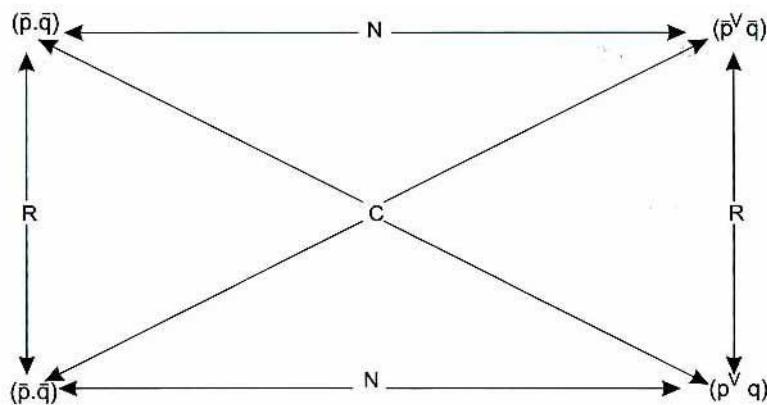


Fig. 03: Grupo INRC
Fonte: Becker, 2010

O grupo INRC representa uma mudança profunda, em nível de estrutura lógico-matemática. Acontece uma passagem de **agrupamento** (que ocorria no estágio das operações concretas) para **grupo** (estágio das operações formais). Agora, pode haver reversibilidade, permitida pelo grupo, conforme Becker e Franco (1998):

Se colocarmos um peso qualquer num dos braços da balança (operação direta), podemos anular de duas maneiras o efeito causado por esse procedimento: ou retirar o peso desse braço (operação de negação) ou colocar, no outro braço, um peso igual a igual distância (operação de reciprocidade). A negação ou retirar o peso do primeiro braço tem uma operação correspondente que é a de retirar o peso do segundo braço (operação de correlatividade) (BECKER; FRANCO, 1998, p.42).

Em termos de equilíbrio de forças, qualquer resultado pode ser obtido a partir de qualquer conjunto de operações.

3.3 JEROME SEYMOUR BRUNER

Jerome Seymour Bruner nasceu em 1915, em Nova Iorque (EUA). Graduou-se em Psicologia, aos 22 anos, pela Universidade de Duke, na Carolina do Norte. Em 1941, obteve o título de doutor em Psicologia. Participou da Segunda Guerra Mundial, como psicólogo, e em 1945 ministrava aulas na Universidade de Harvard. Nesta universidade fundou o Centro para Estudos Cognitivos, juntamente com George A. Miller, considerado um dos criadores da Psicologia Cognitiva.

Na década de 1970 foi convidado para lecionar na Universidade de Oxford, na Inglaterra. Na década de 1980 voltou para a Universidade de Harvard, mas depois de um breve período, aceitou o convite para trabalhar na Universidade de Nova Iorque e dirigir o Instituto de Humanidades dessa Universidade, na qual permanece até hoje, desenvolvendo a abordagem da Psicologia Cultural.

Bruner defende que o processo de ensino/aprendizagem deve ser fundamentado em pesquisas realizadas por grupos formados de especialistas e educadores, e que a mente – objeto de estudo da Psicologia – atribui significado à experiência. Demonstrou, por meios de experiências, que a subjetividade era influenciada e que variava entre crianças de níveis socioeconômicos diferentes. Esta posição apresentou forte oposição ao behaviorismo, abordagem psicológica que define a Psicologia como a ciência do comportamento, não atribuindo importância a subjetividade.

Na década de 1950, interessou-se pelo estudo da cognição. A expectativa e a interpretação do sujeito influenciavam a experiência perceptiva, defendeu Bruner. Seu trabalho focalizou o papel ativo do sujeito e concentrou-se no desenvolvimento da cognição humana.

As pesquisas nesta área da cognição, aliados aos trabalhos de George A. Miller (1920-), Allen Newell (1927-1992) e Herbert Alexander Simon (1916-2001), contribuíram para o desenvolvimento da Psicologia Cognitiva.

Devido seu interesse pelos processos cognitivos, Bruner passou um período com Jean Piaget, o que influenciou sua visão de desenvolvimento psicológico como um processo evolutivo de representação de mundo. Este fato possibilitou um intercâmbio entre os pesquisadores do Centro de Epistemologia Genética, em Genebra, e o de Estudos Cognitivos, em Harvard.

Em setembro de 1959, Bruner envolveu-se com os estudos na área de educação, graças a um convite feito pela Academia Nacional de Ciências, enviado ao Comitê de Educação, para presidir um encontro de pesquisadores e educadores em Woods Hole, Massachusetts. A intenção da Conferência era examinar os processos fundamentais implicados na aquisição do conhecimento, pelos estudantes; discutir a importância de uma compreensão mais profunda da natureza do método científico; inspirar a convicção de um novo progresso para o país; despertar interesse na criação de novos currículos e maneiras de ensinar Ciências e proceder a uma avaliação que pudesse orientar o desenvolvimento futuro da educação no país. Profissionais de diversas áreas prestigiaram a Conferência, como físicos, biólogos, matemáticos, historiadores, educadores e psicólogos; atraídos por um assunto que interessava a todos: a natureza do processo de aprendizagem. O objetivo principal da Conferência era formar as bases para um novo currículo em Ciências e Matemática para o ensino básico e os participantes foram distribuídos em cinco grupos de trabalho, conforme afirma Bruner (1987):

“Sequência de um Currículo”, “O equipamento de ensino”, “A motivação da aprendizagem”, “O papel da intuição na aprendizagem e no pensamento” e “Processos cognitivos na aprendizagem”. (BRUNER, 1987, p.xvi).

Na área de Matemática foram apresentados vários projetos de Currículo, tais como: o School Mathematics Study Group, o University of Illinois Committee on School Mathematics, o University of Illinois Arithmetic Project e o Minnesota School Mathematic Center. Dedicou-se uma tarde para uma demonstração prática das técnicas utilizadas em sala de aula pelo Illinois Arithmetic Project.

A Conferência de Woods Hole foi uma resposta a corrida espacial entre os Estados Unidos e a ex-União Soviética quando esta lançou no espaço o Sputnik, fato que agravou o sentimento de insegurança dos norte-americanos.

O relatório elaborado por Bruner, como Presidente da Conferência, serviu de base para sua obra *O processo da educação* que é considerada uma referência em muitos países e foi traduzido em dezessete idiomas. A obra foi organizada por Bruner em quatro temas: (1) O papel da estrutura na aprendizagem e como pode ela

ocupar um lugar central no ensino. (2) Estar em condições de aprender. (3) A importância do pensamento intuitivo e (4) Motivação da aprendizagem.

O papel da estrutura na aprendizagem ocupa uma posição importante na teoria de Bruner. O ensino envolve a organização da matéria de maneira eficiente e significativa para o educando. O professor deve preocupar-se mais com a estrutura e menos com a extensão da matéria. A estrutura da matéria envolve a natureza geral do fenômeno; as idéias gerais, elementares e essenciais da matéria. O conteúdo de ensino deve partir de conceitos mais gerais e essenciais e, a seguir, desenvolver-se em espiral, isto é, conforme afirma Bock et al (2008), “sempre dos conceitos mais gerais para os particulares, aumentando gradativamente a complexidade das informações” (BOCK et al, 2008, p.136).

Captar a estrutura da matéria significa compreender como ela se relaciona com outros conteúdos. Bruner (1987) ilustra o conceito de estrutura tomando como exemplo da matemática, a álgebra. Ele escreve que

A álgebra é um modo de dispor, em equações, elementos conhecidos e desconhecidos, de modo que os desconhecidos se tornem conhecíveis. As três propriedades implicadas no trabalho com essas equações são comutação, distribuição e associação. Uma vez que um aluno capte as idéias contidas nessas três propriedades, está em condições de reconhecer em que casos “novas” equações a resolver não são de modo algum novas, mas apenas variações sobre um tema familiar. Saber, o aluno, os nomes formais dessas operações é menos importante, para a transferência, do que ser capaz de aplicá-las (BRUNER, 1987, p.7).

Com relação ao fato da criança estar em condições de aprender, Bruner defende a hipótese arrojada, mas essencial para a formação de um currículo adequado, que “qualquer assunto pode ser ensinado com eficiência, de alguma forma intelectualmente honesta, a qualquer criança, em qualquer estágio do desenvolvimento” (Ibidem, p.31).

Bruner afirma que é possível demonstrar que crianças do quinto ano primário – classificação do antigo sistema educacional no Brasil – podem trabalhar com conteúdos matemáticos mais avançados, por meio de jogos. Para corroborar a sua hipótese, cita uma demonstração didática ocorrida na Conferência de Woods Hole.

na qual crianças de quinto ano captavam, com muita rapidez, certas idéias centrais da teoria de funções, muito embora, se o professor houvesse tentado explicar-lhes o que era teoria das funções, estaria pregando no deserto (Ibidem, 1987, p.36).

Desta forma, com relação ao tema (2) Estar em condições de aprender, Brunner (1987) partiu da hipótese de que é possível ensinar de forma eficiente e honesta, qualquer assunto a uma criança, em qualquer estágio de desenvolvimento cognitivo e exemplifica: “É possível demonstrar que crianças do quinto ano primário podem praticar jogos matemáticos com regras extraídas da mais avançada matemática (Ibidem, p.35-6).

Para desenvolver as implicações de sua ideia, Brunner destacou três pontos gerais: (A) O processo de desenvolvimento intelectual da criança, (B) O ato de aprendizagem e (C) A noção de “currículo em espiral”.

(A) O processo de desenvolvimento intelectual da criança coloca em realce os estágios de desenvolvimento cognitivos pesquisados pela epistemologia genética, de Jean Piaget.

O estágio sensório motor é característico da criança pré-escolar e consiste em estabelecer relações entre a experiência e a ação. O mundo é manipulado pela criança por meio da ação.

No estágio pré-operacional, a criança aprende a manipular símbolos. O mundo exterior é representado por meio de simples generalização. Desde que as coisas possuam alguma propriedade comum, elas são representadas como equivalentes. Para a criança, as estrelas, assim como ela, dormem. Para a abordagem da Epistemologia Genética, de Jean Piaget, o que falta de forma acentuada neste estágio é a reversibilidade. Este conceito anuncia que se a forma de um objeto é alterada, como a mudança da forma de uma bola de plástico, “a criança pré-operacional não capta a idéia de que ela possa prontamente retornar ao estado original” (Ibidem, 1987, p.33).

O estágio das operações concretas diferencia-se do estágio pré-operacional, porque enquanto este é meramente ativo, aquele é operacional. A criança realiza a operação que é um tipo de ação executada por meio da manipulação de objetos ou através do trabalho mental com símbolos que representam coisas e relações. A operação difere da ação simples por ser internalizada e reversível. O problema pode

ser resolvido ao se efetuar o ensaio e erro na mente. A operação pode ser compensada pela operação inversa, como por exemplo, se um conjunto de bolas de gude for dividido em subconjuntos de bolas de gude, a criança pode captar intuitivamente, que se juntarmos todas as bolinhas novamente, o conjunto original pode ser restabelecido.

No estágio das operações formais, a criança possui a capacidade de operar com proposições hipotéticas. Nesta fase, as operações correspondem às operações lógicas utilizadas pelos lógicos e cientistas. As idéias concretas que orientavam as crianças no estágio das operações concretas, a respeito a resolução de problemas; são substituídas, no estágio das operações formais, pela expressão formal ou axiomática.

Segundo Turner (1976), onde Piaget fala de estágios,

[...] Bruner distingue três formas de representação, primeiro, a *ativa*, segundo, a *íconeica* e, terceiro, a *simbólica*. O desenvolvimento cognitivo é descrito como o desenvolvimento desses modos de representar o mundo (TURNER, 1976, p.57).

Para Bruner (1973) todo domínio do conhecimento (ou qualquer problema dentro desse domínio) pode ser representado sob três formas:

Por um conjunto de ações apropriadas para obter determinado resultado (representação ativa); por um conjunto de imagens resumidas ou gráficos que representam conceitos, sem defini-los completamente (representação íconeica); ou por um conjunto de proposições lógicas ou simbólicas, derivado de um sistema simbólico regido por normas ou leis para formar ou transformar proposições (representação simbólica) (BRUNER, 1973, p.52).

A representação ativa possibilita a representação de eventos passados por meio de reações motoras e são oriundas na necessidade presente no bebê de estabelecer uma relação entre a sua ação e o seu campo visual. A criança não separa a noção de objeto das ações que realiza sobre ele. Por exemplo: o som emitido pelo brinquedo de uma criança é inseparável da ação de agitá-lo, porque se

a criança o deixa cair, ela continua a realizar movimentos como se suas ações façam o guizo existir de novo em sua mão (TURNER, 1976).

A representação icônica surge quando a criança consegue substituir a ação por uma imagem ou esquema espacial. Neste caso, as imagens representam o objeto. A representação icônica circunscreve-se no perceptualmente saliente e não é muito útil para a formação de conceitos. No entanto, é uma forma de representar o mundo e pode facilitar certas tarefas (*Ibidem*).

A representação simbólica é a forma mais adaptável e flexível de todas e a última que se desenvolve. Enquanto que a imagem vincula-se ao que ela representa, o símbolo, como por exemplo, uma palavra, tem uma conexão arbitrária com a coisa simbolizada. Na fase simbólica, o sujeito ordena o seu mundo por meio de símbolos e liberta-se das limitações impostas por suas ações em relação aos objetos e pela natureza se suas imagens. A criança parte do fazer, atravessa o imaginar e chega ao simbolizar (*Ibidem*).

(B) O ato de aprender envolve três processos em que agem simultaneamente: a aquisição de uma nova informação, a transformação e a avaliação crítica. A aquisição de uma nova informação muitas vezes contraria ou substitui a informação anterior, o que influencia o pensamento do sujeito. A transformação acontece quando o conhecimento é adaptado a novas tarefas e a avaliação crítica complementa os dois processos anteriores e verifica a adaptação do conhecimento a novas tarefas.

(3) O pensamento intuitivo ganhou prioridade na teoria de aprendizagem de Bruner. Apesar de a educação atual priorizar a compreensão formal, o autor defende a importância da compreensão intuitiva do educando como forma de se contrapor a importância que a escola dá a capacidade do educando de reproduzir fórmulas verbais ou numéricas.

O pensamento intuitivo pode ser grande valia e deve ser inserido no currículo e explorado na prática de ensino. Com relação à Matemática, a intuição pode ser usada em dois sentidos: quando a solução de um problema é encontrada de forma repentina ou quando a pessoa apresenta rapidamente bons palpites para a resolução de um problema matemático.

Os participantes da Conferência de Woods Hole defenderam o uso do pensamento intuitivo pelos educadores principalmente em Física e Matemática, associado ao pensamento analítico, de forma complementar.

A intuição para Bruner implica o ato de captação do sentido, do alcance ou da estrutura de um problema ou situação independente do aparato analítico da pessoa.

(4) Na motivação da aprendizagem procura-se despertar o interesse do educando a curto prazo por meio de filmes, recursos visuais e outros dispositivos; e a longo prazo, ao se conseguir despertar a atenção na escola de maneira que possibilite o aumento de interesse. Isto se torna possível se o ensino possibilitar o sentimento de descoberta do educando e que os conteúdos a serem ministrados sejam traduzidos na forma de pensar apropriada ao estágio de desenvolvimento da criança.

Todas as formas que o educador utilize para promover a autonomia do educando contribuem para a motivação da aprendizagem.

Outros recursos didáticos podem despertar a motivação dos educandos, tais como: filmes, televisão, microfotografia, slides, gravações sonoras, livros, os cubos de Stern, as réguas Cuisenaire, os blocos lógicos de Dienes, as demonstrações de Piaget, as práticas de laboratórios, o romance histórico fiel ao espírito do assunto tratado, a história da disciplina em foco, a história dos homens que contribuíram para o desenvolvimento do assunto tratado, a utilização de computares, filmes educativos e, principalmente, a capacitação dos professores que assumirão a tarefa de comunicador, modelo e figura de identificação.

Na Inglaterra, Bruner envolveu-se mais ativamente em pesquisas sobre desenvolvimento infantil, notadamente da linguagem, cuja importância no psiquismo já tinha sido apontada por Vygotsky. Bruner estudou as ideias do pensador bielorusso e prefaciou o livro *Pensamento e Linguagem* (1991), que foi apresentado ao público norte-americano da seguinte forma:

O presente livro, publicado postumamente, em 1934, condensa uma fase muito importante da obra de Vygotsky e, embora seu tema central seja a relação entre pensamento e linguagem, trata-se, ao nível mais profundo, da apresentação de uma teoria extremamente original e bem fundamentada do desenvolvimento intelectual. A concepção de Vygotsky sobre o desenvolvimento é também uma teoria da educação (VYGOTSKY, 1991b, p.X).

Bruner tornou-se grande amigo do neuropsicólogo russo Alexander Luria (1902-1977), que o influenciou a respeito da importância da dimensão cultural na

formação do psiquismo humano. Posteriormente, Bruner criticou a Psicologia Cognitiva, por não ter enfatizado a importância da cultura e da afetividade no funcionamento psicológico. O movimento que ajudou a criar aproximou-se dos ideais behavioristas.

A teoria histórico-cultural de Vygotsky influenciou Bruner que começou a perceber a importância da cultura na aprendizagem do educando. A respeito de Vygotsky, escreveu Bruner:

Seu apoio entusiástico do papel da linguagem e da cultura no funcionamento da mente logo abalou minha confiança nas teorias mais autocontidas e formalistas do grande Jean Piaget, teorias que davam muito pouco espaço para o papel capacitador da cultura no desenvolvimento mental (BRUNER, 2001, p.13).

Bruner enfatizou com veemência a importância do preceito narrativo como uma forma de ajudar crianças, jovens e adultos a criarem um modo de pensamento, um veículo de produção de significados, uma versão de mundo pessoal, um mundo para si. Este preceito, a narrativa, possibilita ao aluno uma sensação de descoberta de uma estrutura gerativa na disciplina escolar e uma relação adequada com o “currículo em espiral”.

As pesquisas de Bruner estão relacionadas a vários aspectos das questões educacionais. Pesquisou o amplo leque das capacidades humanas envolvidas na aprendizagem – percepção, pensamento, linguagem, outros sistemas simbólicos, criatividade, intuição, personalidade e motivação.

Palmer (2006) afirma que “Bruner não é simplesmente um dos pensadores da educação de vanguarda de nossa época. [...] Para os que o conhecem, Bruner é a corporificação do Educador Completo.” (PALMER, 2006, p.123).

Para enfatizar a aprendizagem em todas as fases da vida, mas principalmente na infância, Bruner cita o professor David Page (1987): “Ensinando desde o jardim da infância até o pós-graduado surpreendi-me com a semelhança intelectual dos seres humanos em todas as idades, muito embora sejam talvez as crianças mais espontâneas, criativas e cheias de energia do que os adultos. Até onde posso julgar, as crianças quase sempre, aprendem mais depressa do que os adultos tudo o que lhes seja apresentado em linguagem compreensiva (PAGE apud BRUNER, 1987, p.37).

A respeito de Jean Piaget e Lev Semenovich Vygotsky, Bruner (2008) afirma que estes psicólogos de sua geração foram afortunados na exploração do início do desenvolvimento intelectual e elogia os trabalhos de Piaget e de Vygotsky:

Piaget nos deu um sentido de forma na qual se caracteriza a lógica das operações mentais intrínsecas e autocontidas, por mais primitivo que isso possa ser. Vygotsky nos deu uma visão do papel do diálogo internalizado como a base do pensamento, a garantia de um padrão social na mais solitária das esferas: o exercício da mente (BRUNER, 2008, p.23).

CAPÍTULO IV

CAPÍTULO IV - A TEORIA DE ZOLTAN PAUL DIENES NO ENSINO DE MATEMÁTICA

4.1 A TEORIA DE ZOLTAN PAUL DIENES

Zoltan Paul Dienes (1916-) nasceu na Hungria e estudou na Áustria e na França. Emigrou para a Inglaterra nos primeiros anos da década de 1930, ensinou Matemática na Universidade de Londres, onde obteve o doutorado. Foi professor nas Universidades de Southampton, Sheffield e Manchester, fixando-se finalmente em Leicester e ampliando seu campo de interesse da matemática pura ao estudo da lógica em geral e da psicologia com referência especial aos problemas de cognição. Aos poucos, foi se concentrando nas implicações educacionais de seu trabalho, que hoje ocupam o centro de suas preocupações e estudos. Ministrhou cursos nas Universidades de Harvard e Columbia nos Estados Unidos; em Adelaide, na Austrália; no Brasil, além de haver organizado o Instituto de Aprendizado de Matemática na Universidade de Sherbrooke, Quebec, no Canadá.

Dienes enfatizou que o ensino de matemática deve contemplar o desenvolvimento da psicogênese e defendeu que existe um desconhecimento de muitos matemáticos sobre os problemas psicológicos inerentes à aprendizagem da matemática. É importante para os professores que trabalham com o ensino da matemática o estudo de teorias advindas da Psicologia. Dienes cria um neologismo: Psicomatemática, uma aliança entre a matemática e a psicologia, além de princípios pedagógicos oriundos da teoria de Piaget, na construção de uma abordagem de ensino de matemática. Dienes dirigiu o Centro de Pesquisas Psicomatemáticas, em Budapest

Um esforço neste sentido foi realizado pelo Grupo Internacional Sobre a Aprendizagem da Matemática (ISGML). Essa organização é um reagrupamento de diversos organismos de várias partes do mundo. Seu boletim, o “Journal of Structural Learning” (anteriormente “Bulletin of ISGML”) foi publicado por Gordon & Breach, Londres – Nova York. O grupo implantou um programa de ensino de matemática realizado em muitas classes de Sherbrooke, dirigido a crianças de 5 a 11 anos.

Existia uma concepção de matemática subjacente ao programa que era relacionada aos trabalhos de Bourbaki, apoiada sobre a teoria dos conjuntos. No

entanto, continua Dienes, depois do surgimento da teoria das categorias, tornou-se impossível basear a matemática exclusivamente sobre a teoria dos conjuntos. Diante desse amadurecimento da matemática e em face das novas exigências da sociedade atual, sentiu-se a necessidade urgente de modificar em profundidade os programas de matemática às novas necessidades e em correspondência com o estado atual dos conhecimentos.

De acordo com Machado (2011), apesar do otimismo de muitos matemáticos a respeito da Teoria dos Conjuntos como uma linguagem unificadora da Matemática, não existiu um consenso. A razão devia-se a pobreza da ontologia desta concepção, porque os elementos de um conjunto apresentam-se como claros, distintos, perfeitamente definidos e esgotam-se do campo da relação de pertinência.

O advento das estruturas traz uma ontologia mais rica, os objetos se multiplicam. Vários entes enriquecem essa nova concepção: números, grandezas, figuras, vetores, matrizes, permutações e proposições, dentre outras. Enfatizam-se as relações gerais entre as estruturas independentemente dos objetos que as compõem e as articulam. Esse objeto matemático – estrutura – influenciou outras áreas, tais como: Linguística, Antropologia, Física, Filosofia, dentre outras.

A partir de 1960, emerge a Teoria das Categorias e ocorre um deslocamento nas atenções. Segundo Machado (2011), o foco desloca-se dos entes para as relações

na medida em que têm por objetos as estruturas matemáticas, os próprios objetos passam a ser constituídos por sistemas de relações. Isto conduz à emergência de uma fecunda dualidade entre objetos e relações (MACHADO, 2011, p.196).

O ensino de estruturas matemáticas a partir do ensino elementar é importante apesar da reticência de alguns matemáticos. Dienes defende que crianças pequenas podem aprender a construção de estruturas matemáticas, segundo mostram experiências realizadas em numerosos países, como Nova Guiné, a Austrália, a Inglaterra e Canadá.

As estruturas podem ser aprendidas ao se colocar as crianças em presença de concretizações múltiplas de estruturas mais fundamentais, apresentando-as sob formas variadas: situações comuns na vida diária, jogos, histórias, contos

matemáticos, manipulações de materiais concretos, gráficos etc. Os alunos serão, então, levados a explorar e a “manipular” essas concretizações e, em seguida, a construir isomorfismos entre elas.

O objetivo visado é fazer com que cada aluno adquira uma bagagem de experiências concretas variadas a respeito dessas estruturas e levá-las a completar o ciclo de abstração e atingir um certo grau de generalização em algumas conceitos fundamentais. Essa aquisição possibilitará a criança, daí para adiante, um suporte intuitivo que facilitará a aprendizagem eficaz de uma matemática cada vez mais formal.

A Psicomatemática de Dienes se enraíza na psicogênese de Jean Piaget. Admite-se a existência de estágios de desenvolvimento do pensamento. A criança do curso elementar encontra-se no estágio operatório concreto (ou intuitivo). No desenvolvimento de seus conhecimentos, insiste-se, portanto, em uma aprendizagem da matemática que utiliza atividades concretas variadas, em uma pedagogia centrada na criança e uma metodologia baseada no jogo.

O importante é a realização da abstração de um conceito por meio do princípio das concretizações múltiplas. Este princípio é formado de seis etapas que compõem o processo de aprendizagem em Matemática: (1) Jogo livre; (2) Jogo estruturado; (3) Percepção da estrutura comum dos jogos estruturados; (4) Representação da estrutura; (5) Estudo das propriedades da representação. (6) Descrição em axiomas – demonstrações – teoremas.

A primeira etapa apresenta o indivíduo ao meio, construído especialmente para que certas estruturas matemáticas ou conceitos possam ser dele extraídos. A primeira adaptação a este meio chama-se jogo livre. A segunda etapa apresenta os jogos estruturados. As regularidades, descobertas pela criança em seu meio, levam-na à possibilidade de examinar jogos. Um jogo constitui-se de regras e um objetivo. As regras representam as limitações de uma situação cotidiana ou científica. Manipular as limitações de uma situação corresponde a dominar a situação na qual as limitações existem. Essas limitações podem ser naturais ou artificiais. A terceira etapa possibilita a compreensão do indivíduo de que existe uma estrutura comum entre os jogos estruturados já realizados. A quarta etapa diz respeito a representação da estrutura comum por meio de forma gráfica, dentre outros. A quinta etapa refere-se a invenção da linguagem oriunda das propriedades de representação e a sexta etapa culmina com a criação de axiomas e teoremas.

4.2 DIENES NO BRASIL: A EXPERIÊNCIA DE PORTO ALEGRE

Em setembro de 1970, na cidade de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul, constitui-se um grupo que causou muita influência na educação daquele Estado, o GEEMPA (Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre).

Faziam parte desse grupo os professores: Antonio Ribeiro Jr., Esther Pillar Grossi, Maria Celeste Koch, Ana Maria Zardim, Lea da Cruz Fagundes, Maria de Lourdes Azambuja, Nubem Cabral Medeiros, Sarah Yankilevich, Valda Antunes, Liba Junta Kijnick, Terezinha Langoni, Rosária Simões, Carmem Silva Leibert, Mari Friedman e Arlete Mabilde. (VASCONCELOS, 1996).

Nesta época, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) se fazia presente nos livros didáticos e nos debates públicos, e o GEEMPA reunia profissionais interessados em pesquisas e ações voltadas para uma reformulação do ensino na matemática.

A assembléia de fundação do Grupo aconteceu no Instituto de Educação Flores da Cunha e os participantes já se interessavam pelo MMM. Antes mesmo da fundação, em 1966, o Instituto de Educação ministrava um curso de formação na área de “matemática moderna” para professores do ensino primário e secundário. Este curso foi coordenado pela professora Esther Grossi figura fundamental para a consolidação do GEEMPA. Elege-se presidente por 11 (onze) e contribui para que o Grupo estabeleça intercâmbios internacionais.

A professora Esther Pillar Grossi concluiu seu mestrado em Matemática na França sob a orientação de Pierre Grecco, em 1970, e aprofundou seus estudos em Psicologia Cognitiva e Psicologia Genética

Em 1971, Zoltan Paul Dienes, veio realizar um curso durante uma semana para professores primários e secundários, em São Paulo, a convite do GEEM. Esther Grossi e Lea Fagundes contataram Dienes para ir a Porto Alegre. A este respeito, recorda Grossi (1995):

Um ano depois (da formação do GEEMPA), fomos a São Paulo para as comemorações dos 10 anos do GEEM, grupo que inspirou o nosso, o qual trouxe pela primeira vez ao Brasil o húngaro Zoltan Paul Dienes que ponteava no mundo com suas contribuições sobre a Didática da Matemática. Ele nos despertou para a pesquisa que verdadeiramente conta e produz em educação – a que toma a sala de aula como um laboratório de investigação. Não postergamos nenhum segundo a decisão de nos embrenharmos nela. Antes de acabar o ano letivo de 1971, já tínhamos organizado em torno de várias classes-experimentais que passaram a constituir o núcleo de nossas referencias para as ações do GEEMPA neste período. (GROSSI, 1995, p.13).

As classes-piloto ou classes experimentais serviram como laboratório de investigação para renovação do ensino-aprendizagem da matemática por meio de duas mudanças básicas: mudança de conteúdo e mudança de metodologia. Pretendia-se realizar uma experiência avançada de renovação do ensino-aprendizagem no 1º grau. Entre os diversos estabelecimentos de ensino, oito classes selecionadas, sete deles em Porto Alegre e uma em Novo Hamburgo. A metodologia constituía-se de atividades diversificadas, a partir de um ambiente rico em situações de aprendizagem, seguindo as seis etapas do processo de aprendizagem da matemática de Dienes: jogo livre, jogo estruturado por regras, comparação dos jogos, representação gráfica dessa comparação, invenção de uma linguagem e a axiomatização.

Na primeira viagem de Dienes a Porto Alegre, os organizadores do evento conseguiram reunir novecentas pessoas em um estádio de esportes e, a partir daí, afirma Vasconcelos (1996):

Dienes foi a Porto Alegre durante dez anos consecutivos, uma vez por ano. Com isso o GEEMPA começou a liderar o movimento de grupos de estudos da matemática moderna e conseguiu implantar experiências em dezenas de escolas da capital gaúcha (VASCONCELOS, 1996, p.209-210).

Com relação ao curso de Dienes em Porto Alegre, afirma a professora Cristina Rangel:

Dienes falava de Piaget, mas o mais importante foi que, para nós, ficou clara em seus cursos a questão do ensino ativo. Porém a questão de como a criança aprende não estava respondida por Dienes. Em Piaget estudávamos os estágios de desenvolvimento e algumas alusões à pedagogia, do livro *Para onde vai a educação?*. Em Dienes fazíamos reflexões a respeito do ensino da matemática e como organizar o currículo de educação matemática nas séries iniciais e posteriores. Os trabalhos de Dienes envolviam jogos lógicos e eu fazia a transposição para a organização dos currículos de quarta e quinta séries. Essas transposições reformulavam o ensino, não ainda com base nos estudos psicogenéticos, mas em função de apelar para a atividade do sujeito, para o uso do material concreto dando significado para os conceitos que eram desejados. Faltava porém o estudo psicogenético. (CRISTINA RANGEL apud VASCONCELOS, 1996, p.195).

Desta forma, o GEEMPA encaminha-se na trilha da pesquisa desde o início de sua fundação, graças a influência do professor Zoltan Paul Dienes.

No final da década de setenta, Grossi estagia no Centro Internacional de Epistemologia Genética, em Genebra, e mantém contato com Barbel Inhelder e Emilia Ferreiro; mas continuou desenvolvendo atividades no Brasil.

O GEEMPA ampliou seu campo de atuação em 1983, ao dedicar-se à pesquisa em outras áreas da Educação. Conservou a sigla, mas, agora, denomina-se Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia de Pesquisa e Ação. Não abandona a preocupação com o ensino da Matemática, mas aumenta seu campo de atuação, conforme explica Grossi (1995):

Na conservação da sigla GEEMPA, mas na modificação do significado das palavras que a constituem, já vai um pouco do nosso recado construtivista pós-piagetiano que aposta em processos de construção de conhecimentos a partir de dois vínculos básicos, a saber, a ação e a linguagem, embebidas intrinsecamente no calor das trocas interpessoais carregadas de desejo (GROSSI, 1995, p.7).

Esther Pillar Grossi terminou o doutorado em Psicologia Cognitiva pela École dês Études em Sciences Sociales, da Republica Francesa, em 1985, sob a orientação de Gérard Vergnaud.

4.2.1 Dienes nos jornais de Porto Alegre, RS: algumas reportagens

As reportagens incluídas neste capítulo são importantes, na concepção do autor da pesquisa, pelos seguintes motivos: servir de material de consulta para outros pesquisadores, dar uma ideia das discussões sobre Educação Matemática nos anos citados e possibilitar maior compreensão da teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes.

4.2.1.1 Jornal Folha da Manhã

Apresentamos três reportagens sobre Zoltan Paul Dienes, publicadas entre os anos de 1973 e 1975.

A primeira reportagem publicada em 01 de setembro de 1973 (Anexo 01) traz os seguintes títulos: *O professor Dienes. O trabalho realizado com o professor Zoltan P. Dienes. Convivendo com o prof. Dienes. Relatórios sobre nós e o Prof. Dienes.* Entre os assuntos, destacam-se os depoimentos de alunas da 4^a série do Instituto de Educação Gen. Flores da Cunha sobre a abordagem do Prof. Dienes.

A segunda reportagem publicada em 15 de agosto de 1975 (Anexo 02) intitula-se *Matemática: Dienes dá novas lições*. Entre os assuntos abordados incluem-se: *A IV Jornada sobre Aprendizagem da Matemática, Apresentação e experimentação de materiais e jogos matemáticos e Aulas-demonstração*.

A terceira reportagem publicada em 25 de agosto de 1975 (Anexo 03), traz como título: *As crianças aprendem Matemática brincando com cadeiras na pista*. A matéria apresentou Dienes como uma pessoa alta e calva que apesar de húngaro explicou em português a estrutura de um jogo chamado Matemática, por meio de materiais aplicados na forma de jogos. A criança aprende todas as propriedades dos objetos e possibilidades de sua organização dentro de um sistema lógico. Numa segunda etapa aprende a multiplicar.

4.2.1.2 Jornal Correio do Povo

Apresentamos três reportagens sobre Zoltan Paul Dienes, publicadas nos anos de 1974 e 1975.

A primeira reportagem publicada em 31 de março de 1974 (Anexo 04) intitula-se *Prof. Dienes vai dar novo curso em Porto Alegre* e o destaque é o Curso de Geometria e Números Reais.

A segunda reportagem publicada em 28 de abril de 1974 (Anexo 04) traz como título *Cursos do GEEMPA* e o assunto em pauta denomina-se *Cursos de lógica e conjuntos, sistemas de numeração e adição*.

A terceira reportagem publicada em 5 de maio de 1974 (Anexo 04) intitula-se *Pedagogia da Matemática, Curso com o Prof. Dienes* e destaca os assuntos: *Geometria no ensino de 1º grau e Números reais*.

A quarta reportagem publicada em 9 de maio de 1974 (Anexo 05) traz como título *A renovação do ensino de matemática no mundo*, da professora Esther Pillar Grossi. Os assuntos apresentados são: *Encontros sobre Pedagogia de Matemática na Europa, Reforma de Educação na Hungria, Encontro com Dienes, Doutora Nicole Picard: vinda para o Brasil*.

A quinta reportagem publicada em 10 de maio de 1974 (Anexo 06) intitula-se *Professor Dienes em Porto Alegre* com destaque para os assuntos: *Cursos sobre números reais para professores, Seminário de Geometria para professores, atividades em classes-piloto, apresentações na televisão*.

A sexta reportagem publicada em 12 de maio de 1974 (Anexo 07) traz como título *Avaliar, concretizar e integrar*, da Profa Esther Pillar Grossi e trata do Encontro do ISGML.

A sétima reportagem publicada em 21 de maio de 1974 (Anexo 08) intitula-se *Concretizar para abstrair*, da professora Profa Esther Pillar Grossi e tece comentários a respeito de abstração de conceitos e a importância do uso de material concreto.

A oitava reportagem publicada em 26 de maio de 1974 (Anexo 09) intitula-se *A matemática encontra novos valores*, de Vera Regina Morganti.

A nona reportagem publicada em 15 de agosto de 1975 (Anexo 10) intitula-se *Crianças e adolescentes na jornada de matemática, divulgação da IV Jornada Sobre Aprendizagem em Matemática, Sessões de jogos matemáticos, aulas-demonstração*.

A décima reportagem publicada em 17 de agosto de 1975 (Anexo 11) intitula-se *Ensino da Matemática*, da Professora Esther Pillar Grossi, e trata dos seguintes assuntos: *Reforma do ensino da Matemática no mundo, Professor Tamas*

Varga (UNESCO), Claude Gaulin (Ministro da Educação do Canadá) e Professor Dienes.

4.2.1.3 Jornal Folha da Tarde

Apresentamos duas reportagens de/sobre Zoltan Paul Dienes, publicadas no ano de 1975.

A primeira reportagem publicada em 19 de agosto de 1975 (Anexo 12) intitula-se *Matemática centrada nas crianças e não nos adultos* e trata dos seguintes assuntos: *Trabalho do Prof. Dienes em Nova Guiné, Estados Unidos, África, Brasil; Metodologia de Dienes; IV Jornada de Matemática*.

A segunda reportagem publicada em 26 de agosto de 1975 (Anexo 13) tem como título *Esta matemática o aluno descobre por si*. Os assuntos tratados são: *Novo método de ensino da matemática desenvolvido pelo Professor Dienes, Grupos brasileiros que realizam trabalhos baseados no método de Dienes, As seis fases do processo de aprendizagem em Matemática, A reestruturação do professor*.

4.2.1.4 Jornal Zero Hora

A primeira reportagem publicada em 20 de agosto de 1973 (Anexo 14) intitulou-se *Animação no curso de Matemática moderna: alunos e mestres participaram*. A matéria do jornal descreveu a participação das crianças nos jogos criados por Dienes.

A segunda reportagem publicada em 25 de maio de 1974 (Anexo 15) traz o título *Zoltan Dienes: as crianças entre 5 e 7 anos que brincam na rua, provavelmente aprendem mais matemática do que as que sentam numa sala de aula*. Nesta entrevista, Dienes é apresentado como o húngaro naturalizado inglês que divide com o público como aprendeu a gostar de matemática, dentre outros assuntos.

A terceira reportagem publicada em 25 de agosto de 1975, (anexo 16) denomina-se *A nova dimensão para se aprender matemática*. Dienes diz como conseguiu tornar a disciplina matemática fascinante e não manipuladora somente de regras. O professor Dienes é apresentado como criador de uma nova metodologia de aprendizado de matemática que utiliza materiais aplicados na forma de jogos.

4.3 O PROGRAMA DE MATEMÁTICA DE DIENES NO BRASIL

4.3.1 Obras traduzidas no Brasil

A teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes foi registrada no Brasil em apostilas e obras publicadas na seguinte ordem: (A) Apostila (B) Obras publicadas pelas seguintes editoras: Editora Fundo de Cultura (uma parceira formada entre Brasil e Portugal), Editora Zahar e Editora Pedagógica e Universitária (EPU), dentre outras.

4.3.1.1 Um programa de matemática para o nível elementar, de Zoltan Paul Dienes, C. Gaulin e D. Lunkenstein

O Programa de Matemática para o Nível Elementar foi desenvolvido por Zoltan Paul Dienes, com a colaboração de Claude Gaulin e Dieter Lunkenstein, do Centro de Pesquisas Psicomatemáticas da Universidade de Sherbrooke. Dirige-se às crianças do nível elementar, na faixa de idade de 5 a 11 anos. Foi traduzido no Brasil, em 1969.

O Programa baseou-se no estado atual da Matemática e no desenvolvimento da psicogênese. Desta forma, une dois campos do conhecimento: Matemática e Psicologia. O trabalho constatou a deficiência dos programas tradicionais e apontou como causa a ignorância dos matemáticos relativos aos problemas psicológicos e o conhecimento superficial dos psicólogos a respeito dos conteúdos matemáticos.

O estudo representou o esforço de dez anos de trabalhos do Prof. Zoltan Paul Dienes em diversas partes do mundo e recebeu o apoio de colaboradores do Grupo Internacional sobre a Aprendizagem de Matemática (ISGML) e sua implantação foi realizada em Sherbrooke, província de Quebec, Canadá.

Três concepções subjacentes foram apresentadas pelo programa: (A) A concepção da Matemática; (B) A concepção Psicológica; e (C) A concepção Pedagógica

(A) A concepção Matemática subjacente ao programa referia-se aos trabalhos de Nicolas Bourbaki, apoiado na teoria de conjuntos, fato que possibilitou

uma unidade nesta disciplina que pode ser representada pelas estruturas matemáticas.

Diante da modernização do ensino secundário, urge apresentar um programa para o nível elementar que se alicerce sobre as estruturas matemáticas e lógicas, sobre as noções unificadoras de relações, funções (operadores) e morfismos.

O estudo de estruturas matemáticas defendidas por Dienes, no nível elementar e secundário, não diz respeito ao estudo de estruturas no nível formal, mas ao estudo por meio de concretizações múltiplas apresentadas de diversas formas diferentes, tais como:

situações comuns na vida diária, jogos, contos matemáticos, manipulações de materiais concretos, gráficos, etc. os alunos serão, então, levados a explorar e a “manipular” essas concretizações e, em seguida, a construir isomorfismos entre elas (DIENES et al, 1969, p.3).

Esta abordagem didática permite uma aproximação gradual da abstração dos conceitos e das estruturas matemáticas importantes presentes no curso secundário.

O estudo dos conjuntos com crianças pequenas deve ser iniciado no nível concreto (material) com o emprego de cartões, blocos lógicos, miniaturas, brinquedos, dentre outros. A seguir, apresentava-se a idéia “ingênua” de conjunto como coleção de objetos particulares, com o objetivo de trabalhar a intuição. O estudo axiomático de conjunto será desenvolvido mais tarde e os objetos serão tratados de forma indefinida, mas que satisfazem a certos axiomas.

Dienes defende o estudo de grupo no nível elementar e diz que é possível o estudo do grupo de Klein nesta fase, desde que não fale no termo grupo de Klein e nem na definição formal de grupo para as crianças. O importante é propor atividades em encarnem a estrutura matemática do grupo de Klein.

Dienes imaginou diversos jogos relativos ao grupo de Klein em que participam crianças, blocos, palavras, formas geométricas, números, etc. Depois de trabalharem com as regras dos jogos, as crianças podem descobrir semelhanças entre eles, podem tentar construir isomorfismos, e finalmente, atingir o nível de abstração do grupo de Klein.

O programa objetivou construir com o aluno, a partir de experiências concretas, um nível de abstração que funcionava como um suporte intuitivo para a aprendizagem formal.

(B) O conteúdo matemático do programa, permitiu uma integração (unidade) entre os diversos assuntos, antes justapostos, tais como: aritmética, geometria, álgebra, etc.

Desta forma o conteúdo matemático do programa foi apresentado por meio de cinco caminhos paralelos e progressivos, porém considerados em sua integridade. Oficinas podem ser oferecidas aos professores sobre o preparo do material necessário as atividades desenvolvidas no programa que incluirão jogos e fichas de trabalho relativas aos assuntos. Os cinco caminhos apresentados pelo programa são:

- ✓ Caminho 1 (“caminho algébrico”) – noções de conjuntos, representados por meio de diagramas de Venn ou de Carroll. Operadores (no sentido de aplicação ou função) e Introdução à axiomática. Observação: o termo “algébrico” diz respeito à álgebra moderna em que os símbolos apresentados referem-se, de maneira geral, a elementos de conjuntos abstratos.
- ✓ Caminho 2 (“caminho aritmético”) – Aprendizagem de número natural a partir das noções de conjuntos. Bases de numeração. Concretização do domínio numérico das estruturas de grupo.
- ✓ Caminho 3 (“caminho lógico”) – propriedades (atributos de objetos) ou de conjunto de objetos, operações sobre as propriedades. Tabelas de verdade.
- ✓ Caminho 4 (“caminho geométrico”) – figuras geométricas planas no espaço; noções topológicas; transformações geométricas no plano. Medidas arbitrárias e convencionais. Operadores sobre figuras geométricas (transformações). Concretizações de natureza geométrica de grupos matemáticos
- ✓ Caminho 5 (“caminho probabilísticos e estatístico”) – conteúdos estudados no Centro de Pesquisas de Psico-Matemática, em Sherbrooke.

A primeira parte dos caminhos de 1 a 4 foram objetos de pesquisas em diversos meios. Os outros itens de cada caminho foram investigados no Centro de Pesquisas Psicomatemáticas, em Sherbrooke, por Zoltan Paul Dienes; em Budapeste, pelo Professor Vargas e na Alemanha, no Paedagogische Heidelberg.

(C) Os princípios pedagógicos subjacentes ao programa, basearam-se na teoria de Jean Piaget em que a existência de estágios de desenvolvimento cognitivo

é aceita. A criança do curso elementar encontra-se no estágio operatório concreto. Nesta fase, insiste Dienes, a aprendizagem de matemática pode utilizar atividades concretas variadas, empregar uma pedagogia centrada na criança e uma metodologia adaptada.

Como a Matemática tem por objeto a abstração, torna-se indispensável utilizar uma pedagogia adaptada que assegure a cada aluno iniciar e completar os processos de abstração e generalização necessários ao entendimento dos conceitos. Esta abordagem pedagógica necessita de uma mudança radical por parte das autoridades e dos professores. O programa baseou-se prioritariamente no ensino centrado na criança. Esta necessidade decorre dos princípios psicológicos que apóiam o programa e que privilegiam a aprendizagem e não a transmissão de conhecimentos, adotada pela pedagogia tradicional.

Os professores do curso elementar, na prática podem dar preferência a uma escolha de assuntos de forma flexível, onde a prioridade não é o currículo, mas a formação de estruturas importantes para a aprendizagem de matemática.

Nas classes experimentais de Sherbrooke, o progresso das crianças foi registrado por meio de fichas. Os exames (provas) foram substituídos por exercícios individuais ou em grupo e apresentados sob a forma de fichas ou jogos, ou às vezes, perguntas. Isto permitiu o acompanhamento do desenvolvimento cognitivo da criança sem privilegiar o caráter seletivo ou eliminatório.

Este objetivo foi alcançado por meio da organização de aulas em que as crianças discutiam entre si. O trabalho em equipe facilitou a compreensão e o respeito às diferenças individuais. O trabalho individual também foi importante e foi utilizado regularmente. Esta abordagem pedagógica requer compreensão, confiança e paciência.

No entanto, é importante ressaltar que os princípios pedagógicos enfatizados no parágrafo anterior levam em conta a natureza do processo em que ocorre a abstração de um conceito matemático. Para Dienes, até o presente momento não ocorreu na Psicologia um estudo dos processos cognitivos mais complexos que acontecem na aprendizagem de Matemática, tais como: abstração de um conceito, o princípio das concretizações múltiplas; fases na abstração de um conceito; o ciclo completo da aprendizagem de um conceito e a generalização de um conceito ou de uma estrutura.

✓ Na **abstração de um conceito** a criança percorre diversos processos de abstração ligados entre si, isto é, a partir de diversas abstrações, a criança constrói uma propriedade comum a essas situações até chegar a uma classe de elementos.

✓ Na fase de abstração de um conceito, Dienes foi influenciado pela teoria de Piaget. No entanto, recria em escala microscópica, as fases de desenvolvimento do pensador suíço dividindo o processo de abstração de um conceito matemático em três fases: no nível elementar, a abstração aparece na atividade lúdica. Assim, prepara-se inconscientemente o terreno para o processo de abstração em que a criança toma consciência das limitações impostas pelo ambiente. Aqui, surge a diferença entre jogo livre (primeira fase) e jogo com regras. A terceira fase acontece quando a criança compreendeu as duas fases anteriores e toma consciência das propriedades que são comuns a estas fases. Esta fase prepara a criança para a abstração de um conceito ou estrutura e, finalmente, para novas operações, abstrações e generalizações.

✓ O **ciclo completo da aprendizagem matemática de um conceito** ou de uma estrutura matemática foi percebido, posteriormente por Dienes, em trabalhos realizados com crianças em diversas partes do mundo que o levou a acrescentar uma quarta, uma quinta e uma sexta fase ou etapa que se seguem ao processo de abstração. O processo completo constituía-se de seis fases, conforme está descrito na obra *As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática*. Desta forma, para analisar e utilizar um conceito, após o processo de abstração, a criança pode exteriorizá-lo para melhor examiná-lo. Isto é feito por meio da **representação** (quarta fase) do conceito ou estrutura, por meio de desenhos, esquemas, pinturas, etc., etapa importante para a **simbolização** (quinta fase) que necessita da criação de uma linguagem de enunciados lógicos. Por último, aparecerá a **axiomatização** (sexta fase) na qual a criança descobre as regras que permitem deduzir propriedades a partir de outras já descritas.

✓ A **generalização de um conceito ou estrutura** ocorre paralelamente ao processo de abstração e desempenha um importante papel na aprendizagem de matemática.

4.3.1.2 A Matemática moderna no ensino primário, de Zoltan Paul Dienes

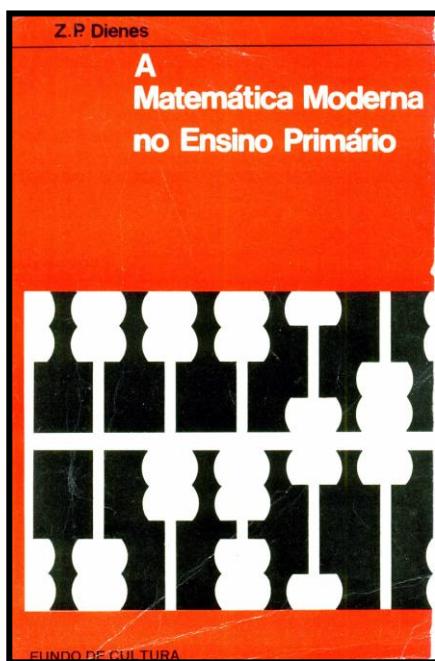


Fig. 04: Capa do livro A matemática moderna no ensino primário
Fonte: DIENES, 1967

A obra trata do ensino de Matemática “moderna” às crianças a partir do jardim-de-infância, época propícia para despertar o gosto pelas atividades matemáticas, segundo Dienes. O livro baseia-se nos trabalhos de William Hull (1753-1825), pioneiro da utilização dos blocos lógicos; de Paul Rosenbloom e Patrick Suppes. A formulação prática do trabalho advém das pesquisas realizadas em Adelaide (Austrália), entre 1962 e 1964.

A matemática “moderna” para Dienes é a Matemática “antiga” vista sob um novo ângulo. Enquanto que o ensino da matemática “antiga” consistia em um adestramento mecânico, a Matemática “moderna”, ou Matemática “nova” trata de compreender processos que formam uma estrutura cuja complexidade é crescente.

Dienes cita o International Study Group for Mathematics Learning (ISGML), em Palo Alto, Califórnia, como um centro que promove estudos e pesquisas, forma educadores e difunde o que está sendo desenvolvido para o aperfeiçoamento do ensino de Matemática.

Segundo o autor, o processo de aquisição de noções matemáticas pode ser constituído de três fases: (A) A primeira fase ou fase preliminar caracteriza-se pela atividade exploratória da criança. É a fase lúdica que pode ser organizada por meio

de “jogos” com o aparecimento de algumas regras; (B) A segunda fase, a fase intermediária, deve ser mais estruturada e as regras mais enfatizadas por meio do “jogo” e (C) A terceira fase trata da via analítica. É a via prática, conforme sugere Dienes:

A função psicológica de ambos os processos (analítico e prático) consiste em incrustar solidamente a nova descoberta no lugar conveniente da nossa panóplia de conceitos, de modo que no instante oportuno se possa encontrar o conceito adequado (DIENES, 1967, p.14).

Dienes enfatiza que o ciclo constituído pelas três fases não leva em conta a construção do processo de simbolização que, se for precedido por uma série de experiências bem encadeadas atingirá o verdadeiro propósito do ensino da Matemática, porque “aprende-se mais com uma sequência de ‘acontecimentos’ que com uma série de ‘explicações’” (Ibidem, p.15).

A seguir, Dienes trata da noção de número e defende que o número é uma abstração. Não possuem existência real. Os números são oriundos das propriedades de conjuntos de objetos e não dos objetos. A palavra “cinco”, por exemplo, pode referir-se a conjuntos de: objetos, entes ou acontecimentos. Nunca aos objetos, entes ou acontecimentos diretamente. Por esta razão, “existe o ‘universo dos conjuntos’, intermediário entre o universo dos objetos e o dos números” (Ibidem, p.16).

A partir da relação entre número e conjunto, a obra apresenta exercícios sobre conjuntos, operações sobre conjuntos, reunião e interseção de conjuntos, conjuntos complementares, subconjuntos e diferença de dois conjuntos. Desta forma, o estudo das operações sobre conjuntos precede o estudo das operações sobre números, porque “quando se fala de números é de propriedades que se fala” (Ibidem, p.30). Ao matemático, cabe desenvolver a arte de criar novos universos e investigar as propriedades do universo criado.

Após o estudo de operações com conjunto, podem ser explorados os atributos e operações lógicas. O uso de blocos lógicos está especialmente indicado nesta fase que pode iniciar-se a partir dos quatro anos de idade. O material concreto pode ser designado por nomes criados pelas próprias crianças, tais como: o “bicudo” para o triângulo, o “comprido” para o retângulo, entre outros.

Após os jogos de conjunção e disjunção com o auxílio dos diagramas de Venn, Dienes introduz o simbolismo lógico e, entre a lógica do britânico Bertrand Russell (1872-1970) e a lógica do polonês Jan Lukasiewicz (1878-1956), prefere a do último porque apesar de mais complexa do que a de Russell, tem a vantagem de não se utilizar o parêntese.

Finalmente, Dienes trata do número e da origem de sua notação; de adição, subtração, multiplicação e divisão de números, sempre relacionados a ideia de conjuntos.

O estudo de potências inicia-se por meio de jogos e os exercícios de contagem nas várias bases, são estabelecidos de forma que acompanhe o desenvolvimento cognitivo das crianças.

Na fase estruturada dos jogos, a obra trata do conceito de valor posicional, adição e subtração, por meio do material criado por Dienes, denominado Material Multibase.

4.3.1.3 Aprendizado moderno da matemática, de Zoltan Paul Dienes

O livro em questão foi prefaciado pelo britânico Sir Herbert Read (1893-1968) autor da obra *Educação pela arte* em que defende um método baseado na estética onde, por meio da educação a pessoa possa revelar qualidades de percepção e sensibilidades, inclusive na Matemática.

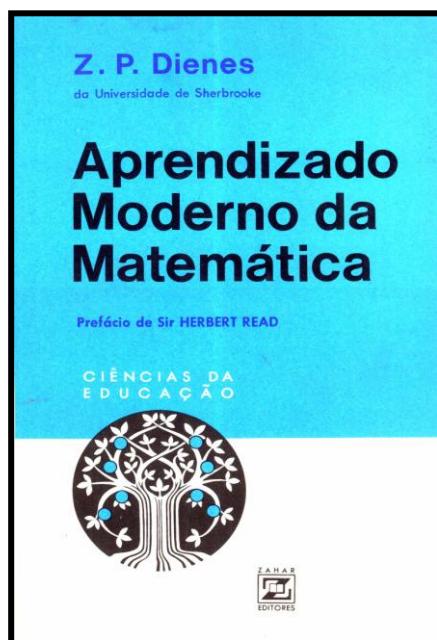


Fig. 05: Capa do livro O aprendizado moderno da matemática
Fonte: DIENES, 1970

No estudo da Geometria, Dienes aconselha iniciar o estudo com a rotação do cubo para, em seguida, trabalhar com estruturas mais simples.

O processo de abstração é auxiliado pelo emprego do princípio de múltipla personificação e da técnica do dicionário que auxilia a percepção dos acontecimentos com personificações relacionadas.

No processo de representação de estruturas setas podem ser empregadas como auxílio para a compreensão. A seguir, um sistema de axiomas pode ser utilizado. O processo termina ao se atingir a etapa analítica do ciclo.

Dienes discorre sobre o ensino da matemática e aponta a dificuldade que as crianças encontram nesta área de conhecimento. Nos argumentos elencados para mostrar o desinteresse pela Matemática aparecem: (A) um grande número de crianças não gosta de Matemática, sentimento que cresce com a idade. (B) as crianças não comprehendem o significado dos conceitos matemáticos e (C) a Matemática é encarada como difícil e ardilosa.

Dienes cita o Seminário Internacional da Organização Européia de Cooperação Econômica (OEEC) como uma medida para orientar o sentimento geral de insatisfação com o ensino da Matemática no mundo e aponta como saída o caminho construtivo no ensino da Matemática.

Para analisar a situação atual do ensino da Matemática nas escolas, Dienes escolhe para análise, os aspectos: matemático, educativo e psicológico.

✓ O aspecto matemático é examinado sob os pontos de vista da aquisição de técnicas e da compreensão das ideias. No campo da aquisição de técnicas, a Psicologia Educacional, antes do aparecimento da abordagem piagetiana, contribuiu para a melhoria da eficiência, mas a situação continuou a mesma. A solução devia ser procurada em outro campo. Na área da compreensão das ideias, pouco tem sido obtido para uma melhoria nesta área. A criança pode resolver diversas equações lineares, mas não entender o que significa uma equação linear. Na realidade, a criança aprende respostas-padrão para perguntas-padrão.

✓ O aspecto educativo aponta para a necessidade de questionar a fonte de informações, as falhas no processo de transmissão ou a recepção. O questionamento inclui a utilização de meios audiovisuais, modelos, filmes de matemática e o uso da televisão. Os meios audiovisuais podem ser considerados necessários, mas não suficientes. Também pode se considerar que o problema está no aluno, na falta de vontade de aprender. Neste caso, o problema é enfrentado por

meio de um sistema de punições e recompensas. Os métodos que são empregados para motivar a aprender Matemática não levam em conta as diferenças qualitativas dos educandos. Este fato remete a área psicológica.

✓ O aspecto psicológico é analisado por Dienes com alusões aos psicólogos Frederic Bartlett e Jerome Bruner. No entanto, o autor se detém na teoria de Jean Piaget e menciona as três fases para a formação de conceitos. Cada uma delas corresponde a uma aprendizagem diferente. A *primeira fase*, a fase preliminar, corresponde uma atividade aparentemente sem finalidade, relacionada a um comportamento chamado de jogo. Esta fase é caracterizada pela liberdade de experimentar. A *segunda fase* é mais direta, todavia não tem uma compreensão nítida do que se busca. Nesta etapa, um grande número de experiências pode ser utilizado com diversas estruturas que conduzam ao conceito. A *terceira fase* deve oferecer uma prática adequada para a fixação e aplicação dos conceitos estudados.

Após levar em conta os aspectos matemático, educativo e psicológico; o educador decide sobre a estrutura da tarefa que possa contemplar todas as diferenças individuais em sala de aula. Como proceder diante desse problema? A solução apontada por Dienes foi realizar diversas variações e empregar diversos meios em relação ao conceito ou estrutura. A representação perceptiva pode ser variada, mas a constância da estrutura conceitual permanece.

Para resumir seu ponto de vista com relação ao assunto, Dienes criou os seguintes princípios: Princípio dinâmico, Princípio da Construtividade, Princípio da Variabilidade Matemática e Princípio da Variabilidade Perceptiva.

✓ **Princípio dinâmico.** Refere-se a apresentação de jogos preliminares, estruturados e de prática, como experiências necessárias das quais os conceitos matemáticos poderão, eventualmente, ser construídos, desde que cada tipo de jogo seja introduzido na época apropriada. Para crianças pequenas, o jogo deve ser realizado efetivamente com material concreto.

✓ **Princípio da Construtividade.** Diz respeito a estruturação do jogo e, principalmente, ao fato de que a construção precede à análise que aparecerá a partir dos doze anos de idade.

✓ **Princípio da Variabilidade Matemática.** Refere-se aos conceitos que envolvem variáveis. Aqueles deverão ser aprendidos por meio de experiências que incluem o maior número possível de variáveis.

✓ **Princípio da Variabilidade Perceptiva.** Diz respeito ao fato de que a mesma estrutura conceitual deve ser apresentada na forma de diversos equivalentes perceptivos com o objetivo de atender as diferenças individuais e ajudar na compreensão da essência matemática de uma abstração.

A Editora Pedagógica e Universitária (EPU) relacionou as obras na contracapa da obra **Frações**, edição de 1975, da seguinte forma:

Autor(es)	Títulos
Dienes	Frações
Dienes	Frações – Fichas de trabalho
Dienes/Golding	Topologia, Geometria projetiva e afim
Dienes/Golding	Geometria euclidiana
Dienes/Golding	Grupos e coordenadas
Dienes	As seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática
Dienes	O poder da matemática
Dienes/Jeeves	O pensamento em estruturas
Kothe	Pensar é divertido
Dienes/Golding	Primeiros passos em matemática (3 volumes)
Dienes	Blocos lógicos (em plástico)

As obras editadas em 1975 – Frações; Frações – Fichas de trabalho; Topologia, Geometria Projetiva e Afim; Geometria Euclidiana; Grupos e coordenadas – faziam parte de um convênio entre a Editora Pedagógica Universitária Ltda e o Instituto Nacional do Livro, do Ministério da Educação e Cultura, patrocinado pela Secretaria do Planejamento da Presidência da República. A supervisão ficou a cargo do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM), de São Paulo. A obra *Frações* apresenta na contracapa a relação acima e uma exposição do professor Oswaldo Sangiorgi que denomina o conjunto das obras de “Coleção de Matemática Moderna”:

Um professor de matemática não pode hoje querer ensinar ciência feita, mas essencialmente ensinar maneira de pensar. Ele deve procurar ser, desde o início do primeiro grau, um mestre de Matemática de situações habituais. Esta é uma das mais fecundas e urgentes tarefas pedagógicas: procurar nos diversos níveis de ensino boas situações para o ato de criar. O principal motivo para o aprendizado da Matemática ainda deve ser a emoção da descoberta, não a dúvida finalidade de conseguir notas mais altas que outro aluno ou a glória de um prêmio. Esse encorajamento às alegrias mais de fazer do que às de ter é uma das grandes preocupações da obra de Dienes. Sem dúvida, uma sublime preocupação (DIENES, 1975a, contracapa).

4.3.1.4 Frações, de Zoltan Paul Dienes

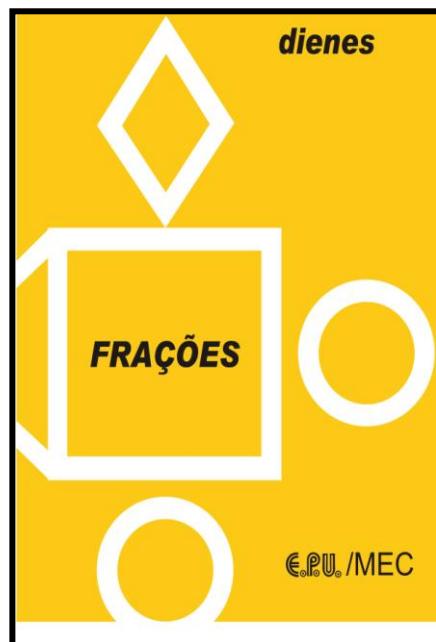


Fig. 06: Capa do livro Frações
Fonte: DIENES, 1975a

Para o estudo de frações, Dienes menciona diversos materiais didáticos concretos, principalmente os blocos multibase,



Figura 07: Blocos Multibase
Fonte: <http://www.geempa.org.br>

O livro *Frações* apresenta o índice dividido em sete partes: (1) Introdução. (2) Frações equivalentes. (3) Multiplicação de frações. (4) Divisão de frações. (5) Comparação de frações. (6) Adição e subtração de frações. (7) Proporção e escalas. (8) Emprego de potências e frações decimais.

Para Dienes, o estudo de frações requer criatividade porque a experiência da criança neste campo é limitada. Torna-se necessário que o professor utilize sempre material didático concreto, tais como blocos multibase, régulas encaixáveis, cartolinhas coloridas e material construído com auxílio dos alunos.

O estudo de frações sucede o estudo de prática de medição, conforme afirma Dienes: “Antes de atingir a fase em que aprende frações, a criança deve ter realizado uma porção de experiências, empregando unidades de medidas” (DIENES, 1975a, p.1).

O conceito de fração para Dienes pode ser visto de duas maneiras: “Como a descrição de um estado de coisas ou, então, como uma ordem, isto é, o resultado de uma ordem para executar uma operação” (Ibidem, p.2).

As frações podem ser consideradas como “estados” e como “operadores”. “Três quintos” pode significar que descreveremos três quintos de qualquer coisa. Isto corresponde ao estado de coisas. Se multiplicarmos 1 por 2, obteremos o estado 2. Se dividirmos o estado 2 por três obteremos o estado $2/3$. Desta forma, utilizamos dois operadores: “multiplicar por dois” e “dividir por três”.

Obedecendo a sequência “estado-operador-estado”, o professor pode trabalhar com cadeias de: frações equivalentes, adição e subtração de frações, multiplicação e divisão de frações e os demais itens que compõem o índice.

A fig. 08 apresenta um jogo constituído por uma cadeia de operadores, em que as crianças agem como operadores (1 para 4, 3 para 1, 4 para 1, 1 para 5). Também está sendo empregado o material multibase de madeira, base 4.



Fig. 08: Cadeia de operadores
Fonte: DIENES, 1975a

4.3.1.5 Frações: fichas de trabalho, de Zoltan Paul Dienes.



Fig. 09: Capa do livro Frações - fichas de trabalhos

Fonte: DIENES, 1975b

Esta obra é uma continuação da anterior e utiliza fichas com material estruturado para uma maior compreensão dos itens tratados na obra frações. O índice é composto de oito partes. A *primeira parte* apresenta dez fichas sobre introdução às frações. A *segunda parte* traz seis fichas referentes a frações equivalentes. A *terceira parte* apresenta cinco fichas sobre multiplicação de frações. A *quarta parte* traz cinco fichas referentes à divisão de frações. A *quinta parte* apresenta três fichas sobre comparação de frações. A *sexta parte* traz cinco fichas referentes a adição e subtração de frações. A *sétima parte* apresenta dez fichas sobre razões e proporções. A *oitava parte* traz dezesseis fichas referentes a fracionários e decimais.

A Editora Pedagógica e Universitária (EPU) lançou no Brasil uma coleção intitulada a **Geometria pelas transformações**, composta de três volumes: Geometria pelas transformações, I: Topologia – Geometria projetiva e afim; Geometria pelas transformações, II: Geometria euclidiana e Geometria pelas transformações, III: Grupos e coordenadas.

4.3.1.6 Topologia – geometria projetiva e afim, de Zoltan Paul Dienes e Edward W. Golding



Fig. 10: Capa do livro A geometria das transformações I: Topologia, Geometria projetiva e Afim
Fonte: DIENES, 1975c

Neste livro, Dienes e Golding tratam da Geometria dirigida aos professores e alunos da escola primária e que integram os dois primeiros anos de estudo. Dienes define a Geometria como “o estudo das propriedades do espaço” ou “o estudo das propriedades dos sólidos, das superfícies, das linhas e dos pontos, bem como das relações entre essas propriedades” (DIENES, 1975c, p.3). Os autores aconselham que o estudo da geometria pode ser iniciado pelo estudo dos sólidos e de suas superfícies. A seguir, estudam-se as linhas, fronteiras das superfícies, e finalmente, os pontos e fronteiras das linhas.

A obra está dividida em dois domínios relacionados entre si: Topologia, Geometria Projetiva e Afim.

A *primeira parte* tem como objetivo construir com a criança, a ideia geométrica de que o espaço possui partes separadas uma das outras. Desta forma, as superfícies podem ser consideradas como fronteiras do espaço, as linhas como fronteiras das superfícies e os pontos, como fronteira das linhas.

A *segunda parte* trata do estudo da topologia, domínio da geometria que estuda as propriedades das figuras que não variam por transformações bicontínuas,

tais como, torções e deformações, sem que a figura apresente dilaceramento ou ruptura.



Fig. 11: Crianças estudando Topologia
Fonte: DIENES, 1975c

A Geometria Projetiva refere-se ao domínio da geometria que estuda as propriedades das figuras que permanecem invariantes por projeções que partem de fontes puntiformes, denominadas projeções centrais. Este campo compreende o estudo da perspectiva, particularmente. Se “fizermos uma fenda retilínea em uma folha de cartolina e se a iluminarmos, a projeção dessa fenda será um segmento de reta” (Ibidem, p.6).

O estudo das propriedades das figuras que permanecem invariantes por projeções a partir do infinito (projeções paralelas), denomina-se, Geometria Afim. Como exemplo, Dienes toma o sol como fonte cujos raios chegam a terra praticamente paralelos.

4.3.1.7 Geometria euclidiana, de Zoltan Paul Dienes e Edward W. Golding



Fig. 12: Capa do livro A geometria das transformações II: geometria euclidiana
Fonte: DIENES, 1975d

A obra é composta de dois capítulos. O primeiro capítulo trata da geometria euclidiana, parte da Matemática que estuda as propriedades das figuras que permanecem invariantes quando as mesmas deslocam-se no espaço e conservam as posições relativas de seus pontos, linhas e superfícies. Os temas em questão são: rotações, estudo de simetria como transformação, simetria e propriedade das figuras, estados e operadores. O segundo capítulo apresenta fichas de trabalho que incluem: estudo da simetria, estudo das translações, direções e ângulos.

Dienes e Golding apresentam um exercício de rotação, para ajudar na compreensão da geometria euclidiana, especialmente do estudo de rotação. Os autores sugerem que desenhe um trevo de quatro folhas semelhante ao representado na fig. 13 e que seja recortado para ajudar a responder as perguntas a seguir:

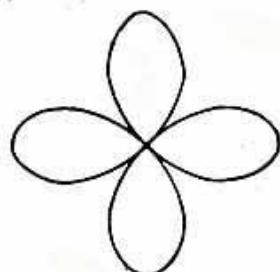


Fig. 13: Grupos de rotação
Fonte: DIENES, 1975d

Onde está o centro da figura? De quanto devemos girar a figura, para que ela ocupe o mesmo espaço que ocupava antes do movimento? Quantas maneiras diferentes existem de colocar a figura de cartolina sobre a figura desenhada no papel, de modo que se superponha exatamente? (DIENES; GOLDING, 1975d, p.31).

O estudo das simetrias pode ser realizado por meio de jogos desenvolvidos no chão da sala de aula, conforme fig. 14, onde a simetria do trevo de quatro folhas é estudada por mudanças de posição ao longo de uma linha de simetria.

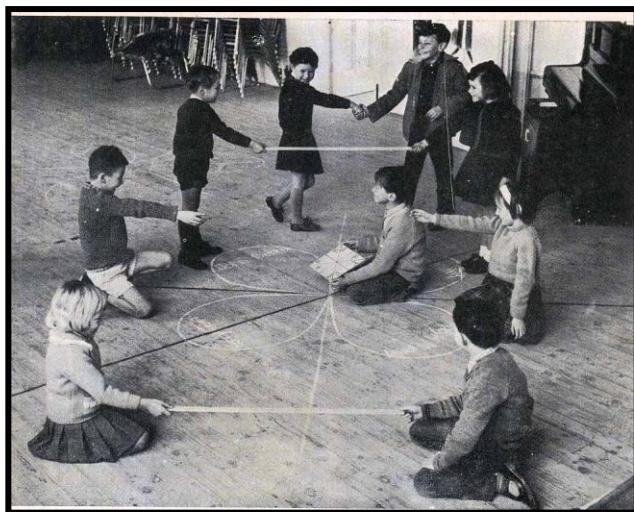


Fig. 14: Estudo de simetria
Fonte: DIENES; GOLDING, 1975d

O professor pode utilizar dois espelhos dispostos verticalmente a 45° para materializar quatro simetrias. Figuras simétricas com objetos são construídas pela criança com o uso dos espelhos, como sugere a fig 15.



Fig. 15: Estudo de simetria utilizando dois espelhos
Fonte: DIENES; GOLDING, 1975d

Desta forma, quatro simetrias são materializadas por dois espelhos dispostos verticalmente a 45° , um em relação ao outro, ou seja, figuras simétricas com objetos são construídas pela criança com a ajuda dos espelhos. Dienes defende que o estudo de simetria por meio de espelhos pode ajudar na compreensão de estruturas semelhantes ao “Grupo de Klein”.

4.3.1.8 Grupos e coordenadas, de Zoltan Paul Dienes e Edward W. Golding



Fig. 16: Capa do livro A geometria pelas transformações III: grupos e coordenadas
Fonte: DIENES; GOLDING 1975e

A obra está dividida em dois capítulos. O primeiro capítulo trata do estudo de grupos matemáticos e o segundo capítulo discorre sobre o emprego das coordenadas em Geometria. Nesta obra, os autores enfatizam a noção de grupo, ideia geral e poderosa para descrever as relações entre as diversas transformações geométricas.

Dienes afirma que é difícil imaginar a matemática moderna sem a utilização da ideia de grupo. Essa concepção é formada por um conjunto de elementos de qualquer natureza de forma que exista uma operação entre os elementos do grupo.

Para que um conjunto seja considerado um grupo deve existir as condições: (A) um elemento neutro. Por exemplo: Se X é um elemento qualquer do conjunto, então $XE=EX=X$; (B) existência de um elemento inverso. Ex: consideremos X um elemento qualquer do conjunto, então deverá existir um elemento Y do conjunto de

tal forma que, XY ou YX sejam iguais a E; (C) Associatividade. Consideremos três elementos quaisquer X, Y e Z do conjunto. O composto de X e Y, composto com Z produzirá o mesmo elemento X composto de Y e Z. Logo: $X(YZ) = (XY)Z$. A obra apresenta fichas de trabalho permitem o estudo dos seguintes grupos:

(A) grupo de dois elementos (grupo de ordem 2); (B) grupo de três elementos (grupo de ordem 3); (C) grupo de quatro elementos conhecido como grupo de Klein; (D) grupo de quatro elementos conhecido como Grupo Cíclico de ordem 4; (E) grupo de seis elementos conhecido como Grupo Cíclico de ordem 6; (F) Grupo simétrico de seis elementos, obtido a partir das permutações de seis elementos; (G) grupo simétrico de oito elementos, obtido a partir das simetrias e rotações do quadrado; (H) grupo $2 \times 2 \times 2$; (I) grupo 2×4 ; (J) grupo cíclico de ordem oito; (K) quaternões. (DIENES; GOLDING, 1975e, p.8).

Ao se tomar como exemplo o grupo de ordem 6 vemos que o mesmo apresenta a seguinte característica: a transformação efetuada seis vezes consecutivas restituirá a situação inicial.

Como exemplo de grupo de ordem 6, podemos recortar em cartolina ou madeira um triângulo equilátero (lados congruentes) cujos vértices são A, B e C (fig. 17). O ponto médio de BC será chamado de X, o ponto médio de CA será denominado de Y e o ponto médio de AB será Z. Neste caso, AX, BY e CZ são eixos de simetria do triângulo ABC. Se o triângulo ABC for girado meia volta em torno do eixo AX, o triângulo ocupará a posição que ocupava antes. Outras modificações ocorreram: B e C trocaram de lugar. O mesmo fato ocorreu com Y e Z. Chamaremos esse movimento de rebatimento, que podem ocorrer de três maneiras: rebatimento AX, rebatimento BY e rebatimento CZ. Podemos aplicar as seguintes rotações: no sentido direto (D), no sentido retrógrado \circlearrowleft e rotação de uma volta inteira (I); que podem ser resumidas desta forma: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$, $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$, $A \rightarrow A$, $B \rightarrow B$ e $C \rightarrow C$. As regras de composição podem ser resumidas no quadro a seguir:

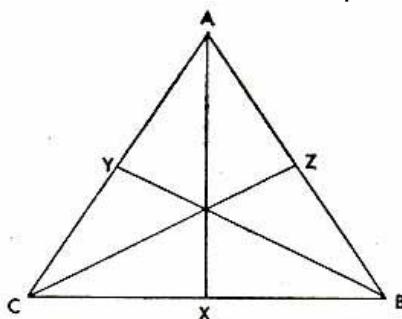


Fig. 17: Triângulo equilátero para estudo de simetrias e rotações
Fonte: DIENES; GOLDING, 1975e

	I	D	R	AX	BY	CZ
I	I	D	R	AX	BY	CZ
D	D	R	I	CZ	AX	BY
R	R	I	D	BY	CZ	AX
AX	AX	BY	CZ	I	D	R
BY	BY	CZ	AX	R	I	D
CZ	CZ	AX	BY	D	R	I

Fig. 18: Quadro das rotações e simetrias do triângulo equilátero
Fonte: DIENES; GOLDING, 1975e

No capítulo 2, Dienes afirma que o estudo de coordenadas em certos aspectos da geometria é muito importante. O material didático empregado pode ser quadriculados retangulares, ou seja, quadriculados constituídos por retas que se cortam em ângulo reto (90°). As quadriculagens também podem ser quadradas e são importantes para o estudo de ruas de uma cidade, em que a partir de qualquer interseção de ruas, de preferência perto do centro, como ponto de referência, é possível localizar um ponto escolhido.

Outros assuntos são estudados no capítulo 2, tais como: isomorfismos entre os deslocamentos no quadriculado, vetores, sistemas de coordenadas semelhanças, homotetia, transformações afins, simetria, rotações, entre outros. A fig. 19 apresenta uma transformação simétrica, em um jogo feito pelas crianças sobre uma grade desenhada no pátio da escola.

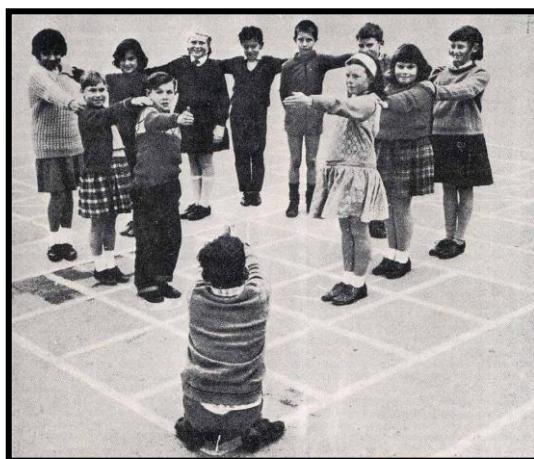


Fig. 19: Crianças participando do jogo de transformações simétricas sobre uma grade desenhada no pátio da escola
Fonte: DIENES; GOLDING, 1975e

A obra traz 14 fichas de trabalho sobre coordenadas, 14 sobre formas e cores, 4 fichas de analogia, 4 sobre números, 10 sobre jogos de palavras, 5 sobre grupos e 21 sobre coordenadas.

4.3.1.9 As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática, de Zoltan Paul Dienes.

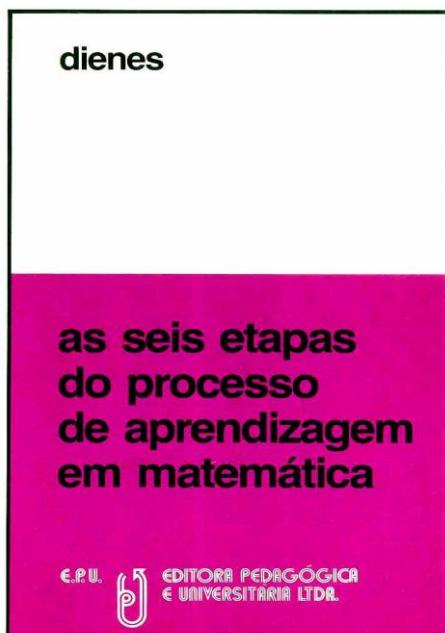


Fig. 20: Capa do livro As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática
Fonte: DIENES, 1975f

Apesar de não ter uma resposta científica do que seja compreender e aprender, Dienes parte do teorema da existência, segundo o qual um ambiente rico possibilita à criança a construção do conhecimento e “facilita-lhe o processo de aprendizagem, ou seja, ao mesmo tempo o processo de abstração, de generalização e de transferência” (DIENES, 1975f, p.1).

O processo de abstração é constituído de seis fases ou etapas:

A primeira etapa refere-se ao processo de adaptação do indivíduo ao meio.

Quando a criança ou o adulto modifica seu comportamento com relação a um meio qualquer, podemos dizer que ocorreu a aprendizagem. Esta primeira etapa é denominada de “jogo livre”. Nesta fase, o meio artificial é apresentado ao indivíduo de forma que favoreça a construção de certas estruturas matemáticas, por meio de materiais concretos, denominados blocos lógicos (jogos de blocos lógicos) ou

materiais Multibase (jogos Multibase). Por meio da interação livre com o material, a criança dará os primeiros passos na construção das estruturas matemáticas.

A **segunda etapa** refere-se às regularidades impostas às condições que devem ser satisfeitas em direção do objetivo. É a fase de estabelecer contato com as restrições denominadas “as regras do jogo”. Podemos sugerir a criação de regras pelas crianças. No caso da construção de estruturas matemáticas, as regras devem obedecer às estruturas em questão. Os jogos com regras podem ser denominados de jogos estruturados.

A **terceira etapa** diz respeito a compreensão de que em um jogo existem elementos comuns a outro jogo. Existe um laço entre os jogos e uma estrutura comum; além das partes não pertinentes. Esta descoberta pode ser denominada “jogo de dicionário” ou jogo de “isomorfismo”. A semelhança encontrada no jogo com a utilização do material concreto que constitui o meio artificial permitirá a realização da “abstração”.

A **quarta etapa** refere-se ao processo de representação. Após a consciência da abstração, a representação possibilita a criança observar a construção da estrutura “de fora”, por meio de gráficos, diagrama de Venn, sistema cartesiano ou outra representação visual. A representação auditiva também pode ser utilizada.

A **quinta etapa** permite o estudo das propriedades da representação por meio da descrição do que foi representado. Nesta fase, necessita-se da invenção de uma linguagem, que pode ser criada pelas crianças. O professor ajudará a descoberta da linguagem mais vantajosa que servirá de base de um sistema de axiomas ou de um teorema.

A **sexta etapa** trata de escolher um número finito de palavras para representar a estrutura matemática que possui muitas propriedades. Um procedimento pode ser inventado para dele, deduzirem-se outros. Assim, o “número mínimo de descrições constitui os *axiomas*. O procedimento para deles deduzir outros chama-se *demonstração*, e as propriedades posteriores chamam-se *teoremas*” (*Ibidem*, p.72).

As etapas constituem um sistema formal que é o verdadeiro objetivo da aprendizagem da estrutura matemática.

Dienes afirma que a pedagogia tradicional trabalha de forma inversa das seis etapas do processo de aprendizagem em Matemática. O sistema formal é introduzido por meio de símbolos e, como a criança sente dificuldades de

compreender o conteúdo ministrado apelam-se para os recursos audiovisuais. Isto quer dizer, escreve Dienes:

Que a partir da etapa do simbolismo, passa-se a etapa da representação. Descobre-se, ainda, que a criança não está apta a aplicar os conceitos, mesmo depois dos recursos áudio-visuais consequentemente, torna-se necessário ensinar-lhe as aplicações na realidade. Chega-se, finalmente, à realidade, de onde se deveria ter partido. Assim, no ensino tradicional, a direção da aprendizagem é exatamente contrária à proposta nestas páginas (*Ibidem*, p.72).

O exemplo apresentado nesta obra trata da aprendizagem das isometrias do triângulo eqüilátero.

Na **primeira etapa**, denominada etapa lúdica, as crianças brincam com os triângulos equiláteros e com eles, podem fazer arranjos, bonecos e outras figuras. O triângulo equilátero pode ser girado de diversas formas, inclusive sobre um eixo que passa pelo centro do triângulo.

Na **segunda etapa**, o seguinte jogo pode ser estabelecido: dispõem-se sete crianças de forma que três ocupem os vértices A, B e C de um triângulo eqüilátero; outras três crianças ocupam os vértices A', B' e C' de um segundo triângulo eqüilátero e, a sétima criança, fica isolada na condução do jogo, conforme figura a seguir:

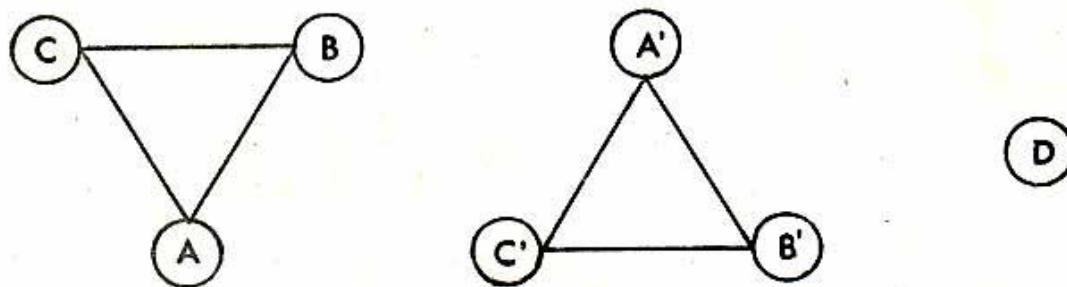


Fig. 21: Triângulo equilátero para estudo de isometrias
Fonte: DIENES, 1975f

Podemos estabelecer que os pares A e A', B e B', C e C'; são amigos. A criança D que segura uma bola diz: “passe a bola para a esquerda ou passe a bola para a direita”; “fique com a bola”; “passe a bola para seu amigo”; “passe a bola para o amigo da pessoa que está à sua esquerda ou passe a bola para a pessoa que

está à sua direita". A criança que cometer um erro substituirá a criança D na condução do jogo. Segundo Dienes, neste jogo

a passagem da bola de uma criança para outra corresponde a uma rotação de 120° do triângulo equilátero, no nosso plano, com relação ao centro dele. Igualmente, "passar a bola para o seu amigo" quer dizer que giramos o triângulo, de modo que a outra face se torne visível (Ibidem, p.33).

Um segundo jogo pode ser constituído pelos blocos lógicos que formam um hexágono. Os blocos devem ser colocados de forma que nunca haja dois blocos grossos ou finos, vizinhos; nem dois blocos da mesma cor que se toquem, exceto pelos vértices. Um objeto qualquer pode ser colocado sobre um dos blocos e as regras estabelecidas: deslocar o objeto do sentido horário, de um bloco triangular grosso para um bloco triangular fino. Assim, o objeto percorrerá as cores: vermelha, azul, amarela, vermelho, azul, amarela. Este movimento corresponde a um dos movimentos de "passar a bola à pessoa colocada a sua esquerda". O jogo pode incluir outras mudança com relação a espessura, cores; entre outras.



Fig. 22: Blocos lógicos arranjados na forma de um hexágono regular para o estudo de isometrias
Fonte: DIENES, 1975f

Na **terceira etapa**, podemos compreender que existe equivalência entre as séries de movimento de um jogo e as séries de movimento de outro jogo. Essas equivalências são denominadas de jogo de dicionário, ou isomorfismo, nome advindo da matemática. A figura abaixo mostra o isomorfismo existente entre o primeiro jogo ("passar a bola") e o segundo jogo (blocos lógicos).

Dicionário

primeiro jogo (bola)	Segundo jogo (os Δ)
ficar com a bola	não mover o objeto
passar a bola para a direita	grossos: vermelho → azul → amarelo finos: vermelho ← azul ← amarelo
passar a bola para a esquerda	grossos: vermelho ← azul ← amarelo finos: vermelho → azul → amarelo
passar a bola para o amigo	passar de um bloco triangular grosso para um fino ou de um fino para um grosso, da mesma cor.
passar a bola para a pessoa que está à direita do amigo	grosso → fino vizinho no sentido do movimento dos ponteiros do relógio. fino → grosso vizinho no sentido contrário ao do movimento dos ponteiros de um relógio.
passar a bola para a pessoa à esquerda do amigo	grosso → fino vizinho no sentido contrário ao do movimento dos ponteiros do relógio. fino → grosso vizinho no sentido do movimento do ponteiro do relógio

Fig. 23: Jogo de dicionário ou de isomorfismo
Fonte: DIENES, 1975f

Um terceiro jogo pode ser utilizado com um modelo de um triângulo retângulo em madeira ou cartolina. As regras podem ser: girar o triângulo no sentido horário ou anti-horário, não mexer ou imprimir um giro de meia-volta com relação a um eixo de simetria. Estes movimentos correspondem aos movimentos da bola. Um jogo de dicionário ou isomorfismo pode ser realizado com os três jogos citados anteriormente. A fig. 24 mostra alunas trabalhando com o terceiro jogo.

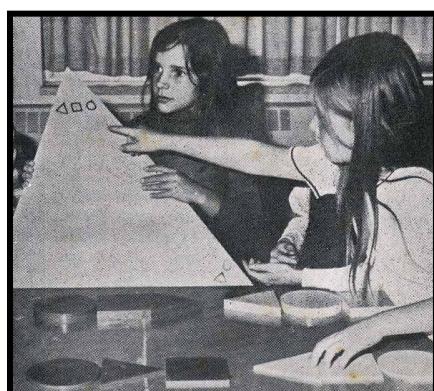


Fig. 24: Triângulo equilátero para o estudo de relações do grupo de permutações e isometrias
Fonte: DIENES, 1975f

Na **quarta etapa**, introduz-se a construção da representação. Como em cada jogo apareceram seis estados e seis operadores, teremos seis representações. Os estados correspondem: a posição da bola (1º jogo), a posição do objeto sobre um dos blocos (2º jogo), a posição do modelo (3º jogo). A figura 25 mostra os esquemas que correspondem aos três jogos efetuados.

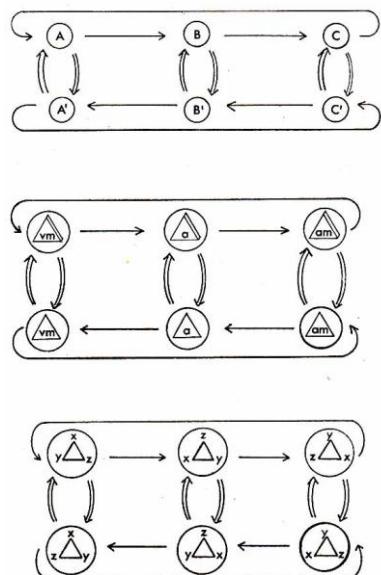


Fig. 25: Representação dos três jogos: jogo da posição da bola, jogo dos blocos lógicos e jogo do triângulo equilátero
Fonte: DIENES, 1975f

Na **quinta posição**, tornar-se-á possível observar os esquemas, e deles, retirar propriedades, como por exemplo: $dupla - dupla \equiv 1$; $simples - simples - dupla - simples - dupla \equiv 1$; $dupla - simples - dupla \equiv simples - simples$.

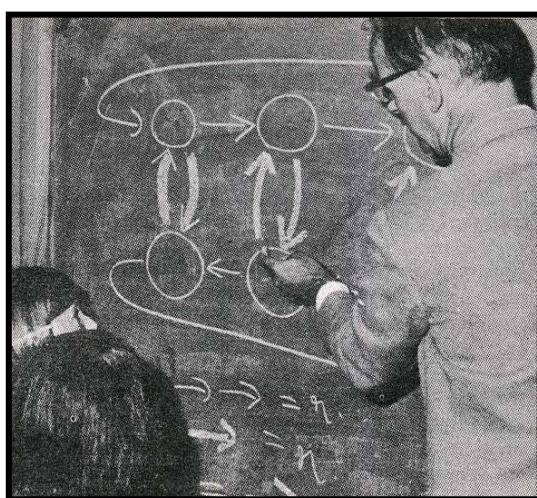
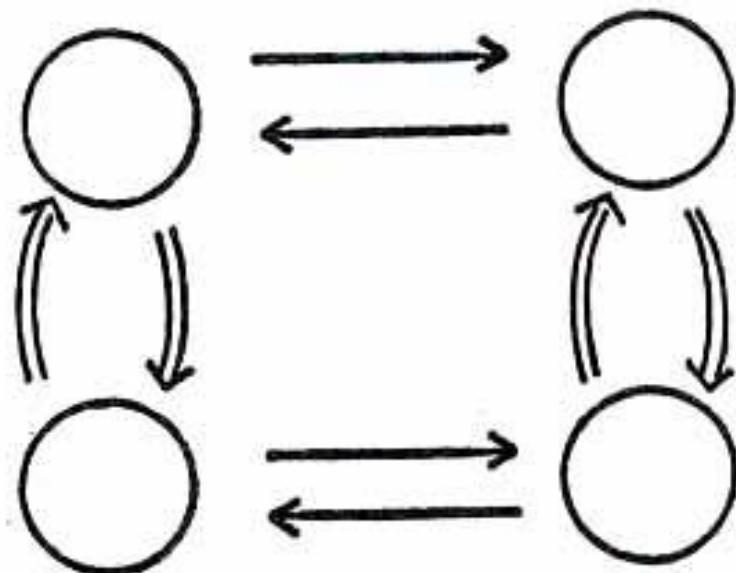


Fig. 26: Estudo de algumas propriedades isométricas do triângulo equilátero por meio de esquema
Fonte: DIENES, 1975f

Na **sexta etapa**, ocorre a elaboração de um sistema formal que pode ser representado pelas propriedades: *simples – simples* $\equiv 1$; *dupla – dupla* $\equiv 1$; *simples – dupla – simples* $\equiv 1$. A fig. 27 corresponde ao que foi dito, de forma esquemática:



$$1 \text{ ss} \equiv 1$$

$$2 \text{ dd} \equiv 1$$

$$3 \text{ sds} \equiv d$$

Fig. 27: Elaboração formal da sexta etapa

Fonte: DIENES, 1975f

A seguir, os símbolos \square , Δ , $\boxed{}$, são criados para as três séries arbitrárias F , s e d . Teremos: $FF \square \Delta \boxed{} \equiv F \square F \Delta \boxed{}$. O primeiro F , do lado esquerdo da equivalência, age sobre o argumento $F \Delta \square$ de um lado, e sobre o $\boxed{}$ de outro lado. O segundo F do lado esquerdo da equivalência age sobre os argumentos \square e Δ . Do outro lado da equivalência, o primeiro F age sobre o argumento \square de um lado, e sobre o argumento $F \Delta$, de outro. O segundo F do lado direito age sobre o argumento Δ de um lado, e sobre o argumento, $\boxed{}$, de outro. (DIENES, 1975f)

Esta obra foi estudada de maneira mais aprofundada porque trata da abordagem de Dienes que leva em conta os aspectos psicológicos, matemáticos e pedagógicos preconizados pelo autor.

4.3.1.10 O poder da matemática, de Zoltan Paul Dienes

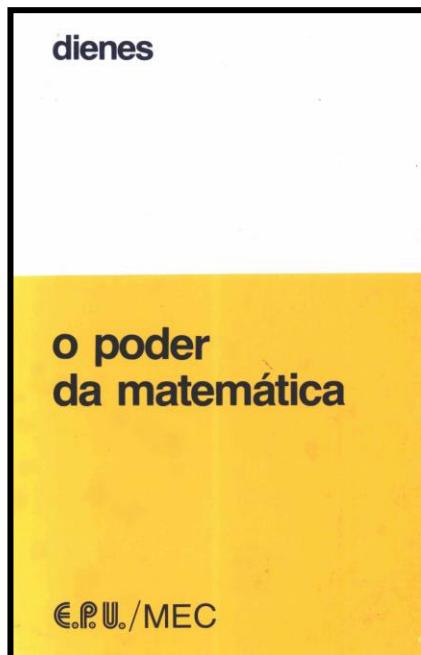


Fig. 28: Capa do livro O poder da matemática
Fonte: DIENES, 1975g

Nesta obra, Dienes tece comentários a respeito do ensino de Matemática nas escolas e enfatiza o papel dessa área de conhecimento para a formação de cientistas, técnicos e outros especialistas. Reconhece que o ensino de Matemática é considerado deficiente e necessita de uma transformação radical.

Como uma forma de enfrentar o problema aponta o Seminário da Organisation for European Economic Cooperation (OEEC) em Paris, França, em 1961 que reuniu matemáticos e educadores. Eles recomendaram revisões curriculares e sugeriram métodos de ensino. Do encontro resultou o revolucionário Relatório Dubrovnik que, entre outras mudanças curriculares, sugeriu: a introdução de vetor no ensino de geometria como forma de unificar idéias algébricas e geométricas; a introdução de grupos, anéis e corpos vetoriais e a clarificação do método axiomático em álgebra e geometria.

Projetos de pesquisas foram desenvolvidos ao lado das recomendações dos encontros internacionais. Entre os mais significativos, citam-se o da University of Illinois Arithmetic Project, da University of Illinois Committee on School; da Syracuse University Madison Project e da Leicestershire Mathematics Project.

Dienes enfatiza na obra, as pesquisas desenvolvidas em Genebra, pelo psicólogo Jean Piaget e na Harvard University Center for Cognitivs Studies sob a direção de Jerome Bruner. O autor acrescenta o trabalho realizado por ele na Leicester University.

A tendência que as pessoas apresentam de descobrir regularidades no mundo da realidade objetiva é importante para o psicólogo que trabalha com cognição e pode ser aproveitada para a descoberta de regularidades de estruturas matemáticas por meio da utilização de material concreto.

Esta tendência desenvolvida no organismo humano é defendida pela *Gestalt*, abordagem psicológica desenvolvida na Alemanha. A psicologia da *Gestalt* teve sua origem em Frankfurt-sobre-o-Meno (Alemanha), entre 1910 e 1912. Max Wertheimer (1880-1943), Kurt Koffka (1886-1941) e Wolfgang Köhler (1887-1967) formularam a sua posição básica (MARX; HILLIX, 1978).

O autor cita o Leicestershire Mathematics Project e afirma que: “Neste projeto as situações matemáticas foram montadas a partir do que as crianças aprenderam sobre estruturas no mundo real isto é, manipulando objetos reais” (DIENES, 1975g, p.20).

Dienes reconhece o brilhante trabalho da educadora Maria Montessori na tentativa de construção de estruturas matemáticas, mas afirma que no mesmo, o racional subjacente não foi estudado.

No processo de construção de uma regra-estrutura, isto é, de um “tipo de jogo” que nos induz, inicialmente, a descobrir ou formular regras, se constitui em um “instrumento poderoso e sofisticado com o qual podemos dominar e participar prazerosamente”. (*Ibidem*, p.22).

O jogo com regras possibilita a construção de uma estrutura matemática, que pode ser aliada ao processo de generalização, isto é, diversas formas de construção de estruturas por meio de regras para a compreensão de um padrão subjacente, tendência inerente ao organismo humano.

A variação dos conceitos matemáticos obedece ao *princípio de variabilidade matemática* porque uma estrutura matemática que se move, que se transforma, distinguir-se-á e será perceptível. Cabe ao educador criar jogos com regras aplicadas a estruturas diversas para que o padrão implícito seja descoberto.

Desta forma, o jogo matemático, segundo as regras é essencial para a construção de estruturas matemáticas. O educador familiarizado com uma estrutura

matemática pode criar jogos cujas regras seguem as regras da estrutura considerada.

Dienes mostra a importância de alegorias e histórias na matemática como forma de facilitar o uso da imaginação matemática, e com isso acompanhar o processo de transformação-imagem que se obtém na construção do sistema simbólico que, mais cedo ou mais tarde, será desenvolvido. Este fato foi constatado por Machado (2001) ao comentar a obra *O Poder da Matemática*.

Outro aspecto importante no ensino de matemática é o poder que possui o simbolismo matemático como veículo de expressão e comunicação de um tipo particular de informação. Desta forma, a estrutura construída, acumula informação em sua forma simbólica e armazena uma enorme quantidade de informação de forma compacta.

4.3.1.11 O pensamento em estruturas, de Zoltan Paul Dienes e Malcolm A. Jeeves

O livro traz o prefácio de Sir Frederic C. Bartlett, professor emérito do St. John's College e professor emérito de Psicologia Educacional na Universidade de Cambridge.

O professor Bartlett diz que, apesar de ter recebido uma generosa referência de sua obra *O Pensamento* pelos autores, acredita que a influência mais imediata seja dos trabalhos do Professor Bruner e de seus colaboradores do Centro de Estudos Cognitivos, da Universidade de Harvard.



Fig. 29: Capa do livro *O pensamento em estruturas*
Fonte: DIENES; JEEVES, 1974

Na introdução, Dienes tece comentários a respeito da dificuldade de se estudar o pensamento e discorda da idéias de dividí-lo em partes, porque a soma do todo é diferente da soma de suas partes. Defende o estudo do pensamento onde as partes constituem um todo denominado de estrutura. Enquanto Bartlett estudou o processo inteiro e Bruner, as partes; Dienes está interessado em estudar o surgimento de modelos, de estruturas que embasam o pensamento.

Para estudar como o pensamento se estrutura, Dienes aliou-se a Jerome Bruner para preparar durante os anos de 1960/61, o Harvard Mathematics Learning Project, com o objetivo de estudar os processos de abstração, generalização e simbolização, além de outros processos relacionados.

O livro está dividido em seis capítulos: (1) O experimento. (2) Discussão do problema. (3) Avaliações e estratégias. (4) Hipóteses que os participantes podem ter sustentado. (5) Implicações educacionais e (6) Algumas extrapolações e generalizações. O primeiro capítulo trata de experimento com a construção de estruturas matemáticas denominadas grupos matemáticos. O segundo aprofunda o estudo dos grupos matemáticos. O terceiro e quarto capítulos; tratam do acompanhamento da experiência realizada. O quinto capítulo refere-se às implicações educacionais da experiência e o sétimo capítulo retoma às discussões da experiência realizada.

4.3.1.12 Pensar é divertido, de S Kothe



Fig. 30: Capa do livro S. Kothe
Fonte: KOTHE, 1975

A obra baseia-se no trabalho do matemático e psicólogo Zoltan Paul Dienes, na época, professor da Universidade de Sherbrooke, Canadá. Os jogos estão embasados na Teoria de Conjunto e na Lógica Matemática. A obra é dirigida aos pais e professores (as) do jardim de infância e enfatiza que exercitar as crianças no treino de cálculo sem a compreensão da construção dos conceitos matemáticos é uma forma inadequada de ensinar esta disciplina. O modo de manter vivo o prazer pela matemática dependerá da abordagem pedagógica e da intuição de pais e professores na utilização, principalmente de jogos na construção de estruturas matemáticas.

O autor aponta a importância dos jogos de grupo que pode ser formado por crianças, ou pela criança e o adulto (professor, professora, pai, mãe, entre outros). Neste caso, o adulto não pode mostrar sua superioridade no jogo, mas auxiliar pacientemente a criança na busca da solução. A família pode contribuir com a aprendizagem da criança por meio dos jogos. A faixa de idade, entre cinco e nove anos, é ideal, porque “os jogos promovem o desdobramento do pensamento principalmente em crianças de 5-9 anos de idade. As crianças mais velhas e os adultos também podem experimentar estímulo” (KOTHE, 1975, p.4).

Os jogos são constituídos pelos blocos lógicos, que de inicio, não se reconhece para que foram projetados, mas exercem forte atração nas crianças devido os formatos e cores. As crianças podem criar diversas figuras que podem representar casa, picolé, trenzinho, bonecos ou figuras geométricas, tais como, hexágono, triangulo, entre outras; conforme é mostrado na figura 31

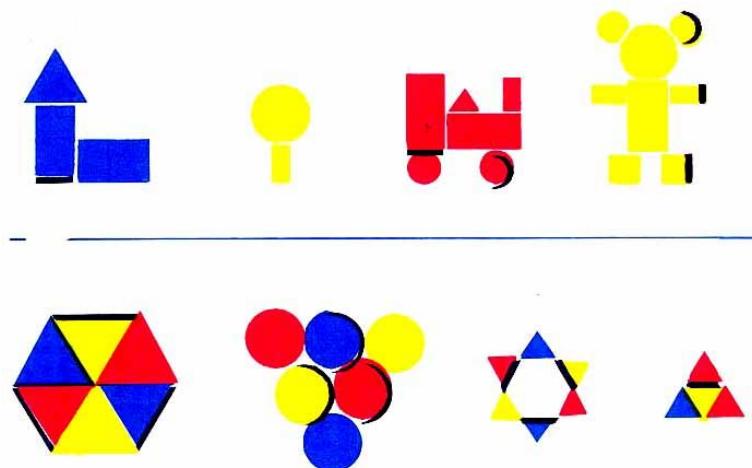


Fig. 31: Jogos do encarte do livro
Fonte: KOTHE, 1975

Os blocos podem ser separados pelas cores e formar uma cobra colorida. Os seguintes questionamentos podem ser efetuados: a cobra é formada por quais cores?, Existe diferença da “grossura” das peças? Ou, Existem peças mais gordas e outras mais magras? Como podemos chamar cada uma das peças? Neste caso, devemos respeitar o vocabulário das crianças. Somente depois, os nomes, círculo, retângulo e triângulo, serão mencionados. Vide fig 32.

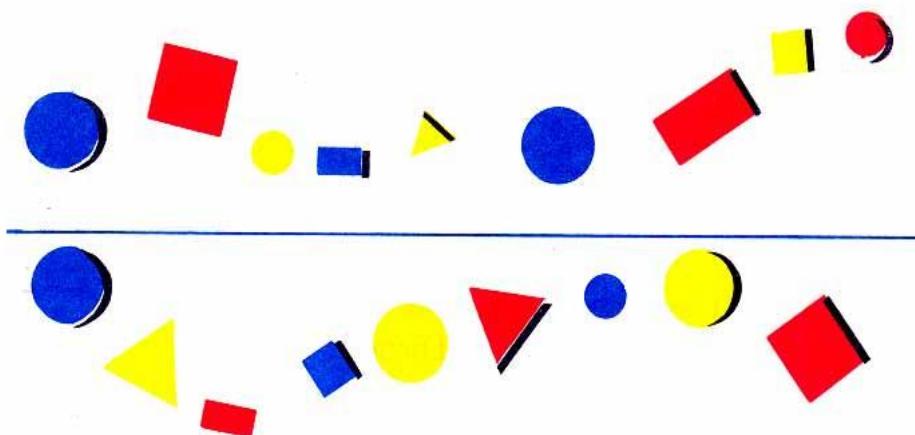


Fig. 32: Jogos do encarte do livro
Fonte: KOTHE, 1975

A Editora Pedagógica e Universitária (EPU) lançou no Brasil uma coleção intitulada **Primeiros Passos em Matemática** composta de três volumes: Lógica e jogos lógicos; Conjuntos, números e operações e Exploração do espaço e prática de medição, escrita por Zoltan Paul Dienes e Edward William Golding. As três obras que compõem esta coleção possuem datações posteriores a 1975, porque são reedições que pertencem ao autor desta pesquisa, mas constam na relação elaborada por Oswaldo Sangiorgi, em 1975.

4.3.1.13 Lógica e jogos lógicos, de Zoltan Paul Dienes e Edward William Golding

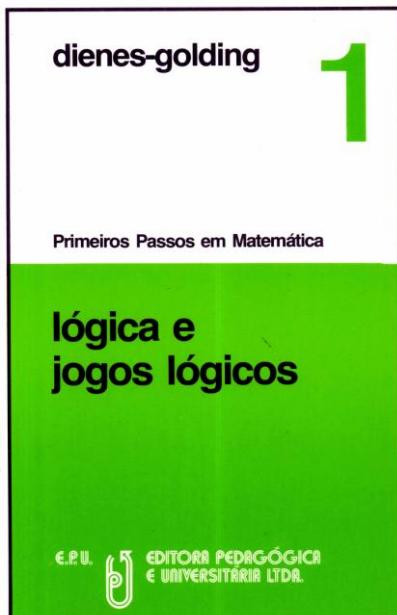


Fig. 33: Capa do livro Lógica e jogos lógicos
Fonte: DIENES; GOLING, 1976

Esta obra trata da aquisição de lógica pelas crianças. É constituído de duas partes. A primeira parte apresenta 26 jogos, assim distribuídos: jogos das diferenças, jogos dos pares, jogos de negação, jogos das perguntas, jogo de matrizes, jogos sobre diagramas de Venn, jogos sobre disjunção e jogos de transformações. A segunda parte é composta de 51 jogos, assim distribuídos: jogos com peças lógicas e jogos sobre transformações.

Dienes defende que o “cálculo” de outrora ceda lugar ao estudo da “matemática” a partir do jardim-de-infância. As ideias desenvolvidas neste livro e nos volumes 2 e 3 da coleção – Conjuntos, números e potências; Exploração do espaço e prática de medição – são resultados do trabalho realizado por Dienes em diversas partes do mundo, principalmente em Adelaide (Austrália), Papua (Nova Guiné), Leicestershire (Inglaterra) e Massachusetts (EUA).

Esta obra trata da aquisição da lógica pelas crianças do jardim-de-infância, termo criado pelo educador alemão Friedrich Fröbel (1782-1852) e que foi adotado no Brasil e em Portugal. Correspondia ao pré-primário ou pré-escolar. A aquisição da lógica deve ocorrer paralelamente à aquisição de outros conhecimentos, defende Dienes.

A apresentação da lógica deve ser feita por meio de “jogos” e, entre eles, a formação do diagrama de Venn que pode ser representado no chão da sala de aula para que a criança participe ativamente da construção dos conceitos lógicos e que sua linguagem seja respeitada pelo professor, conforme defende Dienes:

Não esqueçamos nunca de que é preciso aceitar que a criança escolha antes, na primeira fase da descoberta, seu próprio símbolo verbal e admitiremos que utilize uma palavra a sua disposição. Assim, chamará a um “elemento” do universo das peças lógicas de “peça”, ou “taco”. Poderemos sugerir-lhe designação correta, “elemento”, no momento em que tiver adquirido o conceito de “conjunto” (DIENES, GOLDING, 1976, prefácio).

No capítulo concedido a lógica, Dienes refere-se novamente aos números, e enfatiza que os números não possuem existência real, mas uma propriedade que se refere às coleções, aos conjuntos de objetos. Nos exemplos citados pelo autor constam nomes de Estados brasileiros, visitados por Dienes durante sua estada no Brasil, ministrando cursos:

[...] se dizemos “os habitantes do Rio Grande do Sul”, falamos somente dos habitantes humanos, ou precisamos incluir certos animais e, neste caso, quais? [...] Sejam os conjuntos determinados pelos seguintes atributos: de “ganhar menos de Cr\$ 20.000,00 por ano”, de “ser habitante do Estado de São Paulo” [...] O conjunto de pessoas dotadas dos dois atributos constituirá a parte comum, ou intersecção dos dois conjuntos (*Ibidem*, p.2).

Dienes aconselha a utilização de peças lógicas no estudo dos conceitos lógicos. Estas peças são denominadas de blocos lógicos, utilizadas antes de Dienes na formação de conceitos. Dienes afirma que, provavelmente, foi o psicólogo russo Lev Semenovitch Vygotsky (1896-1934) que utilizou o material concreto citado pela primeira vez.

O educador, militar e político norte-americano, William Hull (1753-1825) mostrou que crianças de cinco anos de idade eram capazes de construir um pensamento lógico avançado desde que os exercícios fossem convenientemente escolhidos, estivessem dirigidos ao desenvolvimento das crianças e a linguagem empregada fosse a própria linguagem das crianças.

Os exercícios que constam nesta obra baseiam-se em experiências realizadas com crianças de 5 a 7 anos na Austrália, Filipinas, Nova Guiné, Quebec (Canadá), Leicestershire (Inglaterra), Surrey (Inglaterra), Havaí (EUA), Califórnia (EUA) e Boston (EUA).

As peças lógicas formam a seguinte composição (*Ibidem*, p.4-5):

Quadrado grande grosso vermelho Retângulo grande grosso vermelho Triângulo grande grosso vermelho Círculo grande grosso vermelho	Quadrado grande grosso azul Retângulo grande grosso azul Triângulo grande grosso azul Círculo grande grosso azul
Quadrado grande grosso amarelo Retângulo grande grosso amarelo Triângulo grande grosso amarelo Círculo grande grosso amarelo	Quadrado grande fino vermelho Retângulo grande fino vermelho Triângulo grande fino vermelho Círculo grande fino vermelho
Quadrado grande fino amarelo Retângulo grande fino amarelo Triângulo grande fino amarelo Círculo grande fino amarelo	Quadrado grande fino azul Retângulo grande fino azul Triângulo grande fino azul Círculo grande fino azul
Quadrado pequeno grosso azul Retângulo pequeno grosso azul Triângulo pequeno grosso azul Círculo pequeno grosso azul	Quadrado pequeno grosso vermelho Retângulo pequeno grosso vermelho Triângulo pequeno grosso vermelho Círculo pequeno grosso vermelho
Quadrado pequeno fino vermelho Retângulo pequeno fino vermelho Triângulo pequeno fino vermelho Círculo pequeno fino vermelho	Quadrado pequeno grosso amarelo Retângulo pequeno grosso amarelo Triângulo pequeno grosso amarelo Círculo pequeno grosso amarelo
Quadrado pequeno fino amarelo Retângulo pequeno fino amarelo Triângulo pequeno fino amarelo Círculo pequeno fino amarelo	Quadrado pequeno fino azul Retângulo pequeno fino azul Triângulo pequeno fino azul Círculo pequeno fino azul

Fig. 34: Combinacões possíveis com os blocos lógicos
Fonte: DIENES; GOLDING, 1976

No jogo dos blocos lógicos existem quatro variáveis: tamanho, espessura, cor e forma. A variável tamanho e a variável espessura têm dois valores: grande e

pequeno para o tamanho e grosso e fino para a espessura. A variável cor tem três valores: vermelho, azul e amarelo. A variável forma tem quatro valores: quadrado, retângulo, triângulo e círculo. As crianças podem, inicialmente, jogar livremente com as peças. Posteriormente, os jogos estruturados são introduzidos.

Diversos jogos são sugeridos na obra, inclusive jogos que incluem o diagrama de Venn e as leis do matemático e lógico britânico Augustus De Morgan (1806-1871). Uma introdução à notação simbólica é apresentada no último capítulo do livro.

4.3.1.14 Conjuntos, números e potências, de Zoltan Paul Dienes e Edward William Golding

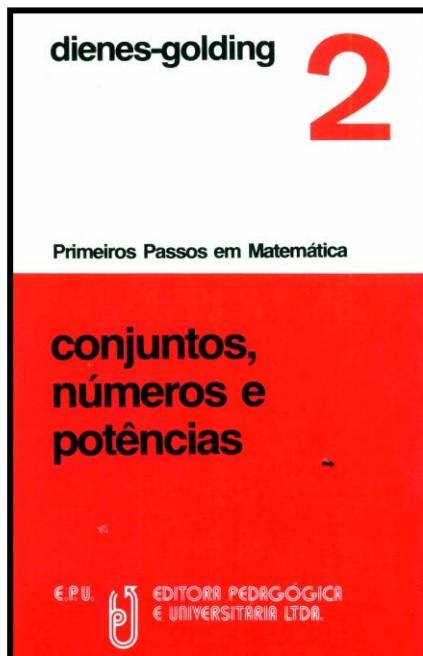


Fig. 35: Capa do livro Conjuntos, números e potências
Fonte: DIENES; GOLDING, 1977a

Esta obra introduz o conceito de número tendo como ponto de partida as propriedades dos conjuntos até chegar à noção de potência. Divide-se em duas partes. A primeira parte apresenta os seguintes assuntos: conjuntos, números, estados e operadores, potências e classes de equivalência.

Uma introdução à idéia de conjunto como uma forma de aprofundar o conceito de número e diferentes aspectos do conceito citado serão aprofundados por meio do estudo de conjuntos. O educador pode escolher trabalhar com conjunto de objetos conhecidos do aluno, sem usar a palavra conjunto.

A segunda parte compõe-se de 33 lições e jogos que conduzem a compreensão de conjuntos e de número.

Dienes explica a importância do estudo de conjuntos e defende que é importante estudar conjuntos para o entendimento de um conceito muito complexo: o conceito de número. Este construto não tem existência real, mas existe em relação a um conjunto de elementos. Portanto, a experiência relativa a conjunto deve ser as primeiras experiências da criança na escola.

O conceito pode ser construído com crianças pequenas sem utilizar, inicialmente, a palavra conjunto, mas usar termos do vocabulário das crianças como, monte, pilha, grupo, entre outros. As palavras substitutas de conjunto devem ser relacionadas à coleção de objetos conhecidos das crianças, tais como, tampinhas, bolas de gude, coleção de selos, de figurinhas, dentre outros.

Depois da experiência com diversos jogos com a ideia de monte, pilha, grupo; introduz-se o termo “conjunto” para designar uma coleção de objetos com propriedade idêntica. Desta forma,

pensamos primeiro na propriedade, depois juntamos os objetos que a possuem. Mas essa não é a única maneira de utilizara noção de conjunto. Também podemos tomar uma pessoa, um lápis, cidade, caixa, árvore, flor, pedra, e considerá-los como integrantes de um conjunto os elementos deste conjunto não possuem nenhuma propriedade comum reconhecível: é por nosso ato de vontade que decidimos que, de ora em diante, formariam um conjunto (DIENES; GOLDING, 1977a, p.2).

O simbolismo de conjuntos é um assunto que merece reflexão, porque existe uma diferença entre a experiência da criança e a expressão simbólica dessa experiência. No caso da Matemática, a experiência trazida pelos símbolos é estranha para as crianças e requer tempo para que o simbolismo matemático tenha significado para elas. O professor deve ter paciência porque senão o simbolismo não trará a informação necessária sobre o que a matemática representa: “não passará de uma coleção de fórmulas cuidadosamente decoradas, a fim de responder corretamente nas provas e obter boas notas” (*Ibidem*, p.6).

Com a compreensão do simbolismo, as crianças descobrem atributos cada vez mais complexos para a definição de conjuntos, como, por exemplo, “podemos considerar não simplesmente as crianças louras, mas aquelas que são louras, com

sapatos pretos e roupa vermelha, ou as meninas que são louras, cabelos ondulados, com olhos azuis, e assim por adiante” (*Ibidem*, p.9).

Novamente, Dienes chama a atenção para o conceito de número como uma propriedade que, para a compreensão das crianças torna-se necessário a prática de jogos de correspondência termo a termo, isto é, classificar os conjuntos de equivalência entre eles. O professor pode levar chapéus pra a sala de aula e estimular o questionamento: existem chapéus suficientes para todos da sala? Este exercício esclarece a relação um a um.

A seguir, Dienes trata da importância dos estados e operadores em matemática. Os operadores são responsáveis pela transformação dos estados. Podemos citar como exemplos, as operações aritméticas, em que se pode unir o conjunto de cinco livros com outro conjunto de sete livros que estão sobre a mesa. Após a união, ao “estado-cinco” aplicou-se o operador “juntar sete” aparecendo um “estado-doze”.

Quando as crianças sentem necessidade de comunicar números grandes, aparece a necessidade do estudo de potências. Neste caso, torna-se necessário tomar contato com conjuntos que possuem as propriedades numéricas: 2, 4, 8, 16, 32, 64 (potências de 2); 3, 9, 27, 81 (potências de 3); 4, 16, 64 (potências de 4), dentre outras.

Como exemplo, podemos trabalhar com trinta e sete tampinhas que podem ser dispostas em pares resultando dezoito pares de tampinhas e uma tampinha isolada; ou nove conjuntos de quatro tampinhas e uma isolada; ou quatro conjuntos de oito tampinhas e uma isolada; ou dois conjuntos de dezesseis tampinhas e uma isolada; ou um conjunto de trinta e duas tampinhas, um conjunto de quatro tampinhas e uma isolada.

Os quatro conjuntos de oito tampinhas podem ser transformados em dois conjuntos de dezesseis tampinhas ou um conjunto de trinta e duas tampinhas. Desta forma podemos construir a seguinte disposição dos conjuntos: um conjunto de trinta e duas tampinhas, zero conjunto de dezesseis tampinhas, zero conjunto de oito tampinhas e um conjunto de quatro tampinhas, ou a notação: 1 0 0 1 0 1.

Se a propriedade numérica for a potência da base três, teremos: doze grupos de três tampinhas e uma isolada; ou quatro grupos de nove tampinhas e uma isolada; ou um grupo de vinte e sete tampinhas e uma isolada. A notação correspondente será: 1 1 0 1.

A seguir, são estudadas classes de equivalência e operações aritméticas com a utilização dos blocos multibase, adição, subtração, jogos que conduzem à compreensão dos conjuntos e dos números, além de símbolo e simbolização.

Os autores afirmam que é importante estabelecer uma diferença entre símbolo e simbolização porque “mais tarde, quando forem tratar de simbolizar as abstrações, precisarão estabelecer esta diferença, e com bastante nitidez” (*Ibidem*, p.111)

4.3.1.15 Exploração do espaço de Zoltan Paul Dienes e Edward William Golding

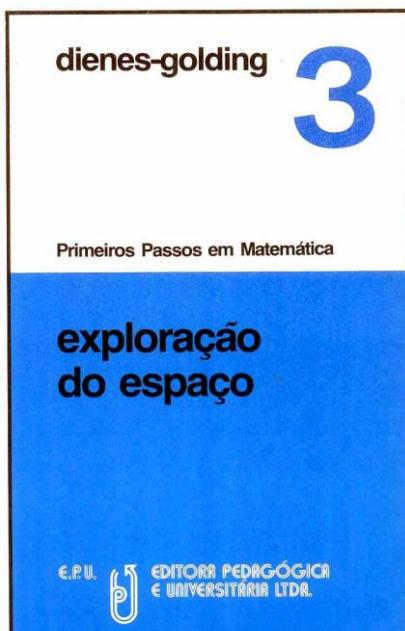


Fig. 36: Capa do livro Exploração do espaço
Fonte: DIENES; GOLDING, 1977b

Esta obra refere-se às aplicações em situações que envolvem medidas de comprimento, de peso, de capacidade, de tempo, de superfície; além de uma introdução à geometria. A obra está dividido em duas partes. A primeira parte trata de explicar as idéias fundamentais de espaço e inclui 5 jogos sobre o emprego de transformações em geometria, além de 28 jogos dirigidos a compreensão de ideias fundamentais da geometria. A segunda parte introduz práticas de medição; além de jogos que conduzem a compreensão da medição do comprimento, do tempo, da capacidade, do peso e da área.

Dienes define a geometria como a exploração do espaço e sublinha que as primeiras noções de geometria não devem começar por medidas, mas pela

construção de ideias como: “abertura”, “passagem”, fora, dentro, diante, atrás; ou seja, noções denominadas em geometria de topológicas. A topologia “é o estudo das propriedades do espaço não afetadas por deformações contínuas” (DIENES; GOLDING, 1977b, p.2).

Uma ideia muito importante a ser construída é a idéia topológica de fronteira que pode ser apresentada à criança por meio da imagem de jardim que define um espaço de duas dimensões; ou da sala de aula que é formada pelas paredes, o piso, o telhado, a porta, as janelas, que constituem fronteiras de um espaço em três dimensões.

Após a exploração inicial do espaço, o trabalho pode concentrar-se na introdução das transformações geométricas relacionadas às noções de *simetria* e *rotação*, por meio de jogos. A palavra para rotação pode ser “virar” porque se aproxima do vocabulário da criança.

Na prática de medição relacionada à medida de distância, utilizam-se vários objetos para realizar a medição entre duas paredes opostas, tais como: livros, caixas de fósforos, palitos de picolé, palitos de churrasco, entre outras. Caso a medida escolhida tenha sido palitos de picolé, podemos esperar que alguma criança faça a pergunta: quantos palitos de fósforos valem um palito de picolé? Assim, discutir-se-á submúltiplos de uma medida. Caso a pergunta não ocorra, a discussão a respeito da mesma pode ser provocada pelo educador.

Na medição do tempo, o autor aconselha o uso de uma ampulheta, uma torneira pingando, uma vela queimando ou bater o pé no chão de forma rítmica. Após a realização de jogos que comparem a utilização das três formas citadas, os jogos podem ser constituídos por um relógio grande (usado em paredes), relógios menores ou um cronômetro. O professor pode fazer perguntas, tais como: a “demora” para cair toda a areia na parte de baixo da ampulheta é a mesma “demora” de um pingo d’água para outro que cai da torneira? A “demora” para cair toda areia na parte de baixo da ampulheta, vale quantas “demoras” de pingos d’água. Após a utilização das unidades arbitrárias de tempo, o autor utiliza nos jogos as unidades oficiais, tais como: hora, minuto e segundo. Como a hora é um intervalo de tempo longo para criança, Dienes sugere o uso de um despertador que pode ser regulado para “tocar” no fim de uma hora porque “Ouvindo-o tocar todas as horas, as crianças saberão que passou uma hora” (Ibidem, p.74).

Na medição de capacidade, recipientes de diversos tipos são utilizados para servir de reservatório d'água. Como unidades arbitrárias, podem ser usadas: caçarolas, frigideiras, panelas, copos e xícaras. O professor pode fazer as seguintes perguntas: Quantos copos d'água são necessários para encher a panela? Quantas xícaras d'água são necessárias para encher a caçarola? Desta forma, podem ser construídas as ideias de submúltiplos. No final, as unidades oficiais são apresentadas, como por exemplo, o litro.

Na medida de peso, uma balança simples, de braços, com dois pratos a igual distância do centro, pode ser utilizada, para comparar o peso de diferentes objetos colocados nos dois pratos da balança. A experiência se inicia pela experiência de que os dois pratos vazios ficam no mesmo nível. O jogo também pode ser realizado em uma gangorra. Se não existem crianças sentadas nas cadeiras da gangorra, as mesmas ficam no mesmo nível. À medida que as crianças sentam-se nas cadeiras que estão a igual distância do centro, a cadeira que ficar mais baixa é ocupada com a criança mais pesada. No lugar das crianças podem ser usadas moedas, bonecas, carrinhos, além de outros.

4.3.1.16 Blocos lógicos

Os blocos lógicos são constituídos por 48 blocos (peças), distribuídas em três cores (vermelho, azul e amarelo), quatro formas geométricas (quadrado, retângulo, círculo e triângulo), dois tamanhos (grande e pequeno) e duas espessuras (grosso e fino).

As figuras podem variar de tamanho, mas devem manter as proporções: o retângulo corresponde a metade do quadrado; cada lado do triângulo equilátero (três lados iguais) possui valor equivalente ao lado do quadrado; o quadrado pequeno corresponde a um quarto do quadrado grande. Os blocos lógicos podem ser encontrados no mercado confeccionados em madeira ou em material emborrachado.

Os blocos lógicos foram criados por Dienes e correspondem a um material estruturado, isto é, organizados de acordo com critérios citados no parágrafo anterior. São considerados como um material de grande importância na construção de conceitos matemáticos.

Os blocos lógicos estimulam a análise, o raciocínio lógico e o julgamento a partir da ação, além de ajudar no desenvolvimento da linguagem, o que possibilita a

construção do pensamento abstrato, que corresponde ao estágio das operações formais, presente na teoria do desenvolvimento cognitivo do biólogo e psicólogo suíço, Jean Piaget

O primeiro contato da criança com os blocos lógicos deve ser de forma lúdica, conforme defende Dienes na obra *Seis etapas do processo de aprendizagem em matemática*, já citada anteriormente. A seguir, outras atividades podem ser sugeridas com a utilização desse material estruturado, tais como: separar os blocos de acordo com: as cores, as formas geométricas, os tamanhos e espessuras (“grossura”, conforme sugere Dienes). Podemos trabalhar com o conjunto diferença, além de outros exercícios que constam na obra *Lógica e jogos lógicos*, citada anteriormente.

Simons (2007) afirma que em vinte anos de trabalhos relacionados à Psicopedagogia, sentiu a necessidade de desenvolver materiais e estratégias voltadas para crianças com dificuldade de aprendizagem. Por meio de diversos diagnósticos, percebeu que a dificuldade de aprendizagem apresentada pelas crianças era precedida pela dificuldade de estruturação lógica, necessária principalmente no período entre 6-7 anos de idade, o que corresponde ao estágio das operações concretas da teoria de Piaget.

Observa-se que, mesmo no período entre 10-11 anos, a organização do raciocínio lógico-matemático ainda não ocorreu ou não se completou, defende a autora. Este fato observado pela pesquisadora levou-a

[...] à busca de materiais que pudessem sanar ou, ao menos, minimizar essas dificuldades. Entre outros materiais, observamos a riqueza dos Blocos Lógicos, propostos por Dienes e Golding (1976) e Kothe (1977), dos quais fizemos vasto uso durante anos, inclusive elaborando novas estratégias de jogo (SIMONS, 2007, p.23).

Muitos educadores que trabalham na educação infantil utilizam esse material de forma insípiente. Isso se deve ao fato dos livros escritos pelos autores citados no parágrafo anterior serem complexos para quem não tem um conhecimento aprofundado do assunto.

A fig. 37 mostra o autor da pesquisa e um grupo de professores discutindo a utilização dos Blocos Lógicos no Ensino da Matemática. O grupo reunia-se no Centro de Convivência da UFRN e denominou-se Grupo de Estudos de Educação

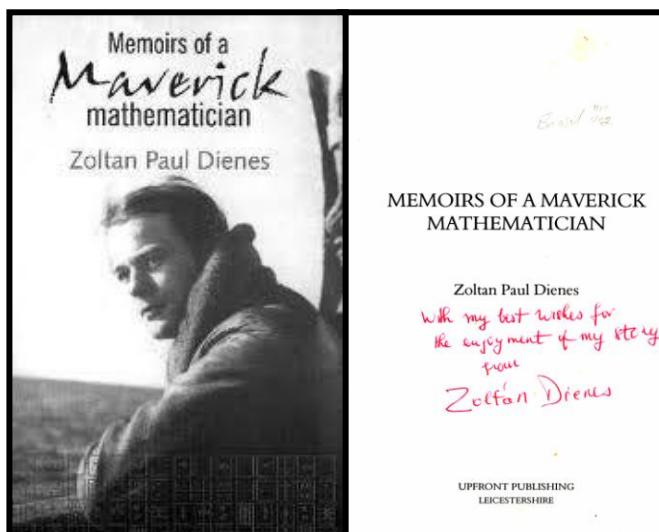
Matemática de Natal (GEEMANAT). O Grupo desenvolveu atividades durante os anos de 2007 e 2008. Entre as obras discutidas mencionamos: A teoria de Zoltan Paul Dienes e a obra *Teoria intuicionista de educação matemática*, de John A. Fossa.



Fig. 37: Professores utilizando os blocos lógicos no grupo de estudos GEEMANAT. Da esquerda para a direita: Francisco Canindé Ferreira Campos, Cleópatra Edwirges Xavier, Carmélia Regina Silva Xavier, Rosalba Lopes de Oliveira e Adailson Tavares de Macedo.
Fonte: Arquivo pessoal de Adailson Tavares de Macedo, 2008.

4.3.2 Obras não-traduzidas no Brasil

4.3.2.1. Memoirs of a maverick mathematician, de Zoltan Paul Dienes



Figs. 38: Capa do livro *Memoirs of a maverick mathematician* e dedicatória do Prof. Zoltan Paul Dienes
Fonte: DIENES, 2003a

Dienes é um teórico famoso (comparável a nomes famosos como Jean Piaget e Jerome Bruner) construtor de uma teoria para o ensino de matemática que utiliza jogos, canções e danças, de forma que o ensino de matemática se torne mais atraente, facilite a compreensão e possibilite a construção de conceitos matemáticos.

A obra **Memórias de um matemático itinerante**, de Zoltan Paul Dienes, é um relato autobiográfico. O livro cobre a infância do autor, sua passagem pela Hungria, Alemanha, Grã-Bretanha, Papua Nova Guiné, Austrália, Inglaterra, Canadá, Estados Unidos da América, Brasil e Itália. Além de mostrar a sua carreira acadêmica andarilha, sucessos, fracassos e seus assuntos pessoais, o livro desvela um pensador que vislumbrou outro caminho para o ensino da matemática, além do ensino tradicionalista.

Em um dos capítulos, sua vinda a Porto Alegre, a partir do Uruguai, é contada em detalhes. A preocupação com o trabalho e a dificuldade com a língua contribuíram para que Dienes esquecesse de confirmar o vôo. Ao chegar ao aeroporto soube que não tinha vagas no avião. De última hora, um passageiro desistiu do vôo e Dienes veio para o Brasil. Ao chegar ao aeroporto de Porto Alegre, ficou surpreso com a quantidade de pessoas e inúmeras jornalistas que foram recebê-lo. Dienes deu a entrevista em “uma mistura” de espanhol e italiano. Entre as pessoas que foram recebê-lo, estava Esther Grossi.

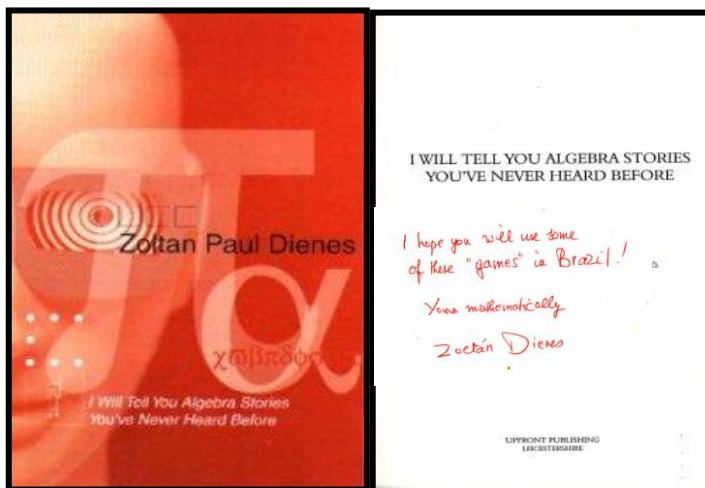
No dia seguinte foi apresentado a um grupo de crianças que falava francês e português. Dienes aproveitou para aprender um pouco de português enquanto construía com as crianças, os conceitos matemáticos por meio de jogos.

No terceiro dia tinha aprendido o suficiente para se comunicar com as crianças em português e interagir com o público. No final da semana seu conhecimento da língua portuguesa melhorou. Dienes lembrou-se de uma viagem que fez a Córsega quando teve que aprender em pouco tempo a expressar-se em corso.

Ester Grossi colocou-o em contato com São Paulo, onde Dienes ministrou um curso na Escola Leonardo da Vinci. Depois do segundo dia de curso, Dienes estava em um restaurante quando o garçom anunciou que alguém estava querendo falar com ele ao telefone. Como não conhecia ninguém em São Paulo, Dienes ficou imaginando quem poderia ser. A voz anunciou que era um colega de escola em

Budapeste que tinha tomado conhecimento de sua vinda para o Brasil por meio da divulgação na imprensa. Dienes ficou emocionado com o acontecimento.

4.3.2.2 I will tell you algebra stories you've never heard before, de Zoltan Paul Dienes



Figs. 39: Capa do livro *I will tell you algebra stories you've never heard before* e dedicatória do Prof. Zoltan Paul Dienes em que sugere ao autor da pesquisa a utilização de alguns jogos do livro no Brasil.
Fonte: DIENES, 2003b

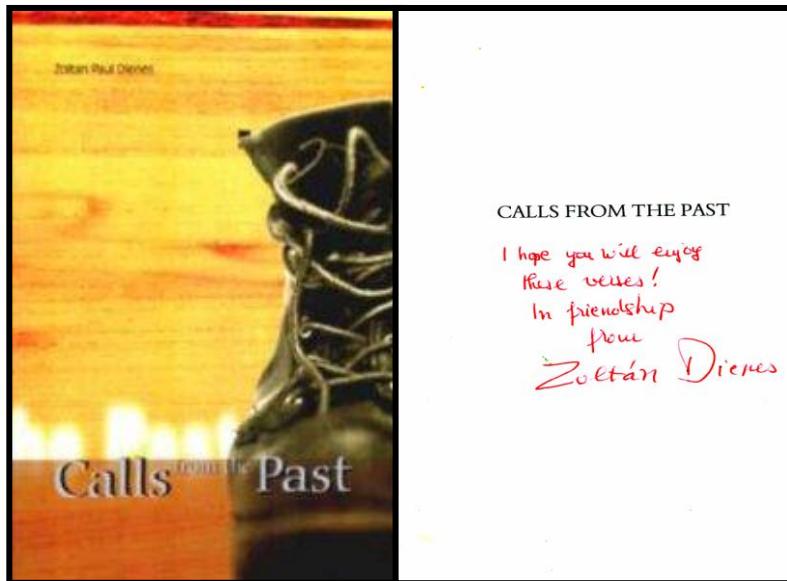
A obra *Vou contar-lhe histórias de álgebra que você nunca viu antes* é formada por dezoito capítulos. O livro anima o mundo da álgebra e analisa algumas construções matemáticas de uma forma nova e atraente. O autor se desvincilha do jargão ininteligível e transforma as lições de álgebra, que antes causavam temor na escola, em uma tarefa agradável e de fácil compreensão. O estilo informal, os diagramas que tornam a explicação clara e facilitam a compreensão, os jogos inovadores e os enigmas intrigantes transformam a aprendizagem em uma busca prazerosa.

O autor enfatiza que a obra é dirigida aos estudantes que passaram por intermináveis aulas repetitivas de álgebra, mas que não perderam a curiosidade.

As construções matemáticas não se baseiam na repetição, mas no uso de cores, formas, palavras, frases, movimentos corporais, músicas e números. A construção matemática é a arte de colocar coisas juntas e descobrir como elas se

relacionam. À medida que o estudante avança, as construções se tornam mais complexas e desafiadoras. Desta forma, torna-se necessário a utilização do material didático concreto para se desvelar os mistérios da Matemática.

4.3.2.3 Calls from the past, de Zoltan Paul Dienes



Figs. 40: Capa do livro **Calls from the past** e dedicatória do Prof. Zoltan Paul Dienes
Fonte: DIENES, 2003c

A obra **Chamados do passado**, de Zoltan Paul Dienes, é constituída de uma coleção de poemas que relatam eventos que fizeram parte da vida do autor. O primeiro grupo de poemas é autobiográfico e relata experiências do autor como refugiado na Áustria e na Hungria, sua mudança para a Inglaterra e suas experiências da vida escolar e nos feriados. O segundo grupo relata *insights* sobre os sentimentos do autor com relação a sua querida esposa Tessa. Outra série é formada por poemas engraçados que se destinam a fazer o leitor rir. Alguns poemas referem-se às dificuldades que algumas crianças encontram na tentativa de compreender a matemática por causa da forma como é ensinada, além de mostrar exemplos de formas divertidas que podem ser utilizadas no ensino de matemática. Finalmente, um grupo de poemas objetiva levar o leitor a pensar profundamente sobre o mundo em que vivemos, a beleza das estações em constante mudança, a razão do espírito, o sentido da vida e a presença de Deus.

4.3.2.4 Mathematics education and the legacy of Zoltan Paul Dienes, de Bharath Sriraman (Org.)

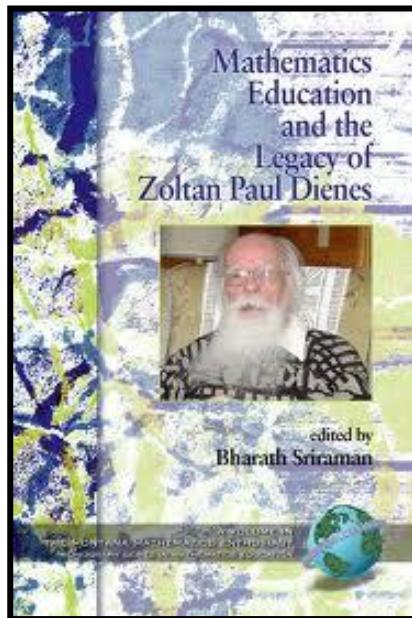


Fig. 41: Capa do livro Mathematics education and the legacy of Zoltan Paul Dienes
Fonte: SRIRAMAN, 2008

A obra, *Educação matemática e o legado de Zoltan Paul Dienes*, é constituída de um prefácio de Bharath Sriraman, intitulado O legado de Zoltan Paul Dienes e, dos seguintes assuntos:

- ✓ Reflexões de Zoltan Paul Dienes em Educação Matemática, de Bharath Sriraman e Richard Lesh;
- ✓ Problemas relativos aos blocos lógicos, Teorema de Bolzano-Weierstrass, Jogos e tetraedro; de Dienes.
- ✓ Psicologia cognitiva e educação matemática, de Lyn D. English.
- ✓ O impacto de Zoltan Dienes no ensino de matemática nos Estados Unidos, de James Histein.

Esta monografia compilada e editada por Bharath Sriraman, da Universidade de Montana (EUA), homenageia as contribuições de Dienes à Educação Matemática e inclui artigos recentes inéditos de Dienes que exemplificam sua abordagem de ensino de Matemática e revelam a construção de estruturas matemáticas acessíveis a qualquer estudante. A entrevista recebeu comentário de Richard Lesh, do Departamento de Aconselhamento e Psicologia Educacional da Universidade de Indiana.

A monografia inclui uma entrevista rara de Dienes em que ele reflete sobre sua vida, seu trabalho, o papel da linguagem, da tecnologia no ensino e da aprendizagem atualmente. Participam da entrevista: Brian Dienes, o filho mais novo de Dienes e sua esposa Tessa Dienes.

Bharath Sriraman afirma que teve a honra de conhecer Dienes em 2006 após muitos anos de correspondência. Durante a visita, Sriraman ganhou o último exemplar de um manuscrito intitulado *Algumas reflexões sobre a dinâmica da aprendizagem em matemática*, escrito por Dienes em 1995. Este manuscrito continha a forma “acabada” da teoria de aprendizagem em Matemática de Dienes. O manuscrito revela algumas interações de Zoltan Paul Dienes com Jean Piaget e Jerome Bruner.

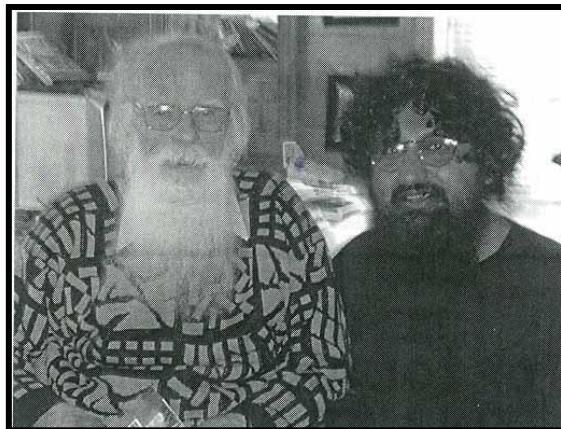


Fig. 42: Zoltan Paul Dienes e Bharath Sriraman
Fonte: SRIRAMAN, 2008

Apesar de ter ultrapassado noventa anos de idade, Dienes continua a escrever e publicar artigos em periódicos na Nova Zelândia e no Reino Unido e é considerado uma lenda viva no campo da Educação Matemática. Esta monografia está centrada no seu trabalho. Dienes sempre defendeu o uso de grupos de trabalhos colaborativo e materiais concretos e pode ser relacionado ao construtivismo. O entrevistado também iniciou o estudo de fenômenos que mais tarde os cientistas cognitivos chamaram de conhecimento incorporado e cognição situada.

No capítulo escrito por Lyn English, a relação entre a Psicologia Cognitiva e Educação Matemática é explorada. Esta relação pode ser um campo fértil para o aprofundamento do ponto de vista do desenvolvimento de uma teoria da aprendizagem.

O capítulo *Reflexões de Zoltan Paul Dienes em Educação Matemática*, de Bharath Sriraman e Richard Lesh – comentários – trata de uma entrevista que aconteceu na residência de Dienes em Wolfville, Nova Escócia, Canadá, em 25 de abril de 2006.

Dienes e o entrevistador traçam relações entre sua abordagem e temas importantes como Jean Piaget, Jerome Bruner, Construtivismo, Experiência no Brasil, Ensino de Matemática, Paulo Freire e Ciência Cognitiva, entre outros. Os assuntos são enriquecidos e desenvolvidos pelo autor desta pesquisa.

4.3.2.4.1 Jean Piaget

O nome de Jean Piaget é sempre citado por Dienes em suas obras. No livro *Aprendizado moderno da matemática*, por exemplo, Dienes (1970) cita como uma das fontes do seu esboço de teoria, o psicólogo suíço: “são as bem conhecidas pesquisas de Piaget” [...] e prossegue:

Piaget foi o primeiro a perceber que o processo de formação de um conceito toma muito mais tempo do que se supunha anteriormente e que muito trabalho, aparentemente sem relação com o conceito, deve ser realizado antes que haja qualquer indício na direção que está tomando o pensamento (DIENES, 1970, p.33).

Com base, no estudo das obras de Dienes, percebemos a influência de Piaget na formulação inicial de sua teoria de Educação Matemática, no entanto, no final de sua obra, Dienes tece comentários e questionamentos a respeito da obra do mestre suíço, conforme entrevista concedida a Bharath Sriraman (2008):

Sriraman pergunta a Dienes: O que pensa sobre a teoria de Piaget?¹
Dienes ergueu-se, entregou um manuscrito e respondeu:

¹ What are your thoughts on Piaget's theory?

Estive trabalhando com um grupo de pesquisadores de Piaget no Instituto Rousseau em Genebra. Não ouvi uma resposta consistente quando lhes perguntei o que significa “ser operacional”?... Você pode ver neste manuscrito e ler o que perguntei a Piaget (SRIRAMAN, 2008, p.3)²

Sriraman lê o manuscrito de Dienes, no qual está escrito:

Então, Sr. Piaget, uma criança pré-operacional pode operar em estados para alcançar outros estados, mas não é capaz de operar sobre um operador para alcançar outro operador, enquanto que uma criança operacional pode também operar sobre um operador, sem ter de pensar em estados de interferência? (Ibidem, p. 3).³

Dienes responde: “[...] Piaget concordou com minha definição (sorrindo). Você pode ler sobre minha concepção de operacionalidade nas crianças por si mesmo. É um pouco diferente de Piaget” (Ibidem, p.3)⁴.

Para Piaget, operacional diz respeito a operações ou ações interiorizadas ou interiorizáveis, reversíveis, isto é, que podem se desenrolar em dois sentidos, o que pode comportar uma ação inversa e que podem coordenar-se em estruturas, ditas operatórias, que apresentam leis de composição que caracteriza a estrutura como um sistema, uma totalidade. Uma operação é [...] “uma criação do sujeito, já que ela é uma ação exercida por esse sobre as coisas [...] A ação, em que consiste a operação em sua gênese, acrescenta [...] elementos novos à realidade [...]” (MONTANGERO; MAURICE-NAVILLE, 1998, p.213).

No estágio operacional concreto, devido a maturação e a influência do ambiente físico e social, aparece a operação; ação interiorizada que apresenta diversas características, sendo a mais importante, a reversibilidade. Essa característica não se apresenta no estágio pré-operacional onde predomina o egocentrismo e a criança depende das ações externas executadas. A partir do estágio das operações concretas ou estágio operatório concreto “a criança é capaz

² I was working with Piaget's group of researchers at *Institut Rousseau* in Geneva. I did not hear one consistent answer when I asked them what it means to be “operational”? ... You can look at this manuscript and read what I asked Piaget.

³ “Is it so Monsieur Piaget, that a pre-operational child can operate on states to get to other states, but is unable to operate on an operator to get another operator, whereas an operational child can also operate on an operator, without having to think of the intervening states?”

⁴[...] Piaget agreed with my definition [Laughing]. You can read about my conception of operability in children yourself. It is a bit different from Piaget's.

de uma ação mental coordenada, flexível, reversível: a *operação* [...] (FALCÃO, 1988, p.203).

Sriraman (2008, p.13) diz que lendo os trabalhos de Dienes dos anos 60, percebe uma certa influência piagetiana e enfatiza que Piaget defende a existência de uma correspondência entre o desenvolvimento das estruturas cognitivas da mente de um indivíduo com as estruturas adotadas por Bourbaki, chamadas estruturas de ordem, estruturas algébricas e estruturas topológicas. Piaget nunca foi capaz de provar sua declaração. “O que você tem a dizer sobre isso, pergunta Sriraman?”⁵

Dienes responde:

Sei do que está falando, mas nunca tive clareza a respeito. Uma vez Piaget veio e assistiu uma aula de minhas crianças em Genebra. Bem! Piaget, o próprio, e alguns alunos, inclusive Inhelder, acho. Todos vieram e lhes mostrei como ensinar números complexos com uma história. Não com manipuláveis lembrando você, mas simplesmente pela manipulação de uma linha de história e lembro que seus alunos ficaram espantados e, quando saíram, lembro deles dizendo: Não é possível! Não é possível! Você sabe, como se isto não acontecesse. E eu perguntei a Piaget: E você, Senhor Piaget, o que acha? Sua resposta foi: Realmente, é muito interessante (sorrindo). Isto foi tudo que ele comentou a respeito. Mas o fato é que você poderia ter uma história e aprender com ela o que você não vê em sua teoria. Assim você nota que era algo que nem ele nem seus alunos saberiam lidar. Piaget era um deus, entende, e ele não poderia errar. Ainda assim, aqui tinha algo que sua teoria não poderia explicar. (SRIRAMAN, 2008, p.13)⁶

A primeira parte da resposta de Dienes, contida na primeira linha da citação refere-se a relação existente entre as estruturas-mães da matemática e o desenvolvimento cognitivo da criança, relação que Dienes parece não concordar.

⁵ Do you have any thoughts on this?

⁶I know what you are talking about but I have never been very clear on that. The one time that Piaget came and listened to my teaching kids in Geneva. Well! Piaget himself and some of his students including Inhelder I think. All of them came and I showed them how to teach complex numbers with a story. Not with manipulatives mind you but by simply manipulating a story line and I remember that his students were flabbergasted and when they came out I remember them saying. C'est ne pas possible! C'est ne pas possible! You know as if this didn't really happen. And I asked Piaget. Et vous Monsier Piaget, Qu'est-ce que vous en pensez? His reply was Tiens, c'est très intéressant [laughing]. So that is the extent to which he commented on it. But the fact that you could have a story and get the learning going was not in his theory you see. So you see it was something neither he nor his students could handle. Piaget was a God you see and he can't be wrong. Yet, here was something his theory couldn't explain.

Para Piaget, existe do ponto de vista pedagógico, uma pré-matemática, uma lógica elementar. Em todos os “entes” matemáticos (número, medidas, constâncias, linhas etc.) estão latentes combinações de três estruturas-mães que são comuns à matemática e à inteligência em geral: a) estruturas algébricas (grupos); b) estruturas de ordem (redes, lattices ou malhas) e c) as estruturas topológicas finitas elementares (vizinhanças, fronteiras). Esse fato aparece tanto no desenvolvimento da criança, como na reconstrução teórica da matemática moderna, segundo Bourbaki. Desta forma,

Piaget encontrou, no desenvolvimento da criança (mesmo em tenra idade), o embrião das três “estruturas-mães” que os matemáticos identificaram. Logo se percebeu que não só a linguagem caminha para a lógica (álgebra das proposições). A ação também se logiciza (lógica das ações) (LIMA, 1984, p.142).

Seymour Papert (1928-) matemático e educador nascido na África do Sul é conhecido como o teórico que defende o uso de computadores na sala de aula. É o criador da linguagem de programação denominada LOGO, além de ser considerado um dos pais da inteligência artificial. Papert é professor de matemáticas aplicadas do Massachusetts Institute of Technology de Cambridge. Ele assinala que

Entre os matemáticos foram os Bourbaki que, segundo creio, tiveram mais profunda interacção com Piaget. Eles iniciaram o seu estudo revolucionário dos fundamentos da matemática pela questão: “A matemática ou as matemáticas?”, - uma matemática ou várias? [...] (INHELDER; GARCIA; VONOCHE, 1978, p. 57).

A respeito da questão, Piaget e Inhelder (1975) afirmam que a Epistemologia Genética busca compreender por que a organização do comportamento de classificação e de seriação, por exemplo, assume determinada forma,

e por que essas formas sucessivas tendem a converter-se em estruturas lógico-matemática (não porque a Lógica ou as Matemáticas tivessem imposto os modelos, *a priori*, mas porque o sujeito, sem os conhecer, tende por si mesmo a construir formas que lhes são progressivamente isomorfas) (PIAGET; INHELDER, 1975, p.342).

A segunda parte da resposta de Dienes refere-se aos estágios de desenvolvimento cognitivo defendidos por Jean Piaget.

O estágio pré-operacional, embora seja uma fase de grandes conquistas, falta a operação, “uma ação mental coordenada, flexível, reversível” (FALCÃO, 1998, p.203). A organização do pensamento é rígida; assim como as ações, explicações e interpretações da criança. Falta-lhe a reversibilidade que possibilite um movimento amplo na utilização das representações mentais.

No estágio das operações concretas, aparece a reversibilidade, isto é, a possibilidade de retornar ao ponto de partida, de operar mentalmente e transformar situações. Nesta fase, “a estrutura de inteligência começa a se organizar de forma específica, possibilitando a execução de operações mentais” (COSTA, 2000, p.32). No entanto, o professor, neste estágio, deve priorizar o trabalho com material concreto.

O que transparece na resposta de Dienes é o fato de que ele estava trabalhando números complexos com crianças, e não utilizava material concreto, mas histórias. A demonstração causou admiração nos alunos de Piaget. Destaca-se também que números complexos é um conteúdo que é ministrado no ensino médio.

4.3.2.4.2 Jerome Bruner

Dienes (1970) também cita como fonte de sua abordagem, a teoria do psicólogo Jerome Bruner, o “trabalho do Cognition Project de Harvard, conduzido por Bruner” (DIENES, 1970, p.33) e as pesquisas fundamentais desenvolvidas no Harvard University Center for Cognitives Studies sob a direção de Jerome Bruner. Percebe-se, desta forma, a influência de Bruner na formulação inicial de sua teoria de Educação Matemática. No entanto, na entrevista, Dienes tece comentários a respeito da obra do psicólogo norte-americano, um dos fundadores da Psicologia Cognitiva.

Sriraman (*Ibidem*) menciona a preocupação de Dienes com relação ao uso prematuro de sistemas simbólicos, em que a notação é usada muito cedo, sem que as crianças entendam completamente que estão sendo forçadas a representar,

simbolizar. O entrevistador lembra que Dienes esteve um ano em Harvard com Jerome Bruner e pergunta: “Gostaria de falar sobre isso?”⁷

Dienes responde:

Minha ênfase foi no uso de jogos matemáticos com material de apoio apropriado (manipuláveis), trabalho e comunicação em pequenos grupos de supervisão de ensino desses grupos... Não tenho argumentos com Bruner e seus seguidores sobre este assunto. Eu mesmo inventei um termo “choque Simbólico” (sorrindo) e houve desacordo com minha abordagem do seu campo. (*Ibidem*, p.4).⁸

Enquanto Piaget está interessado principalmente no conhecimento, Bruner preocupa-se com o processo de conhecer. Seu interesse foca-se em como a pessoa trata a informação por meio da seleção, retenção e transformação. Apesar da diferença entre as duas teorias, existe como semelhança os estágios ou fases. Bruner defende (1973) que, “o processo normal de desenvolvimento intelectual passa pela representação ativa do mundo para a icônica, e depois para a simbólica” (BRUNER, 1973, p.56). O termo “choque simbólico” de Dienes parece referir-se a discordância do mesmo com relação a sequência de etapas.

4.3.2.4.3 Construtivismo

Sriraman (2008) pergunta a Dienes: “Quais são seus pensamentos sobre construtivismo, que se tornou popular quando as pessoas, na educação matemática, começaram a redescobrir os escritos de Piaget e Vigotski dos anos 80?”⁹

Dienes diz que sua resposta a respeito desta questão é simples:

⁷ Do you care to talk about this?

⁸ My emphasis was on the use of mathematical games with appropriate learning aids (manipulatives), work, and communication in small groups with the teacher overseeing these groups. ... I did have arguments with Bruner and his followers on this subject. I even invented a term “Symbol Shock” [Laughing] and there was disagreement with my approach from his camp.

⁹ What are your thoughts on constructivism, which became popular when people in mathematics education started to rediscover Piaget and Vygotsky's writings in the 80's?

Estas coisas eram praticadas em minhas salas de aula antes das pessoas inventarem um nome para elas e tenho certeza que há pessoas por aí fazendo coisas semelhantes com as crianças.[...]. O que realmente interessa é que a aprendizagem real aconteça com o uso adequado de materiais, jogos, histórias e tal e este deve ser o nosso foco. Ultimamente eles têm aprendido o que é útil para fazê-los pensar? (SRIRAMAN, 2008, p.4).¹⁰

A relação entre Dienes e o construtivismo enfatizada por Sriraman (2008) já tinha sido apontada por Fossa (1998) ao estabelecer uma relação entre o intuicionismo, forma primordial de construtivismo, e a teoria de Educação Matemática de Dienes que possibilitou o florescimento da concepção intuicionista. A teoria de Dienes permaneceu como uma teoria matemática e não como uma teoria de Educação Matemática. Para Fossa

As recomendações práticas de Dienes, porém, foram claramente mostradas pela sua visão intuicionista da natureza matemática, e deveria ter ressoado profundamente nos construtivistas cuja posição estava começando a se concretizar no final dos anos 70. Assim, Dienes (1965) afirmou que “cada criança chega às ideias matemáticas através de caminhos diferentes” (pág. 110), e que está sob a responsabilidade do professor permitir que o aluno desenvolva o seu próprio pensamento matemático, sem sofrer as imposições do pensamento do professor. (FOSSA, 1998, p.70).

A familiarização com a forma de pensar da criança é uma das principais tarefas do professor. A utilização de jogos estruturados cria a oportunidade de o professor observar o raciocínio das crianças e oferecem experiências estruturadas a partir das quais o aluno possa construir conceitos matemáticos.

Uma forma de possibilitar a criança desenvolver o seu próprio raciocínio sem as imposições do educador é por meio do jogo. O jogo permite a construção de regras. O educador pode jogar com os educados e elaborar regras para cada jogo. Essa forma de proceder possibilita a compreensão de que a regra não funciona dentro de um determinado conjunto de restrições. De acordo com o método tradicional de ensino de matemática, o professor dá uma lista de exercícios, escreve

¹⁰These things were practiced in my classrooms long before people invented a word for it and I am sure there are people out there doing similar things for children.[...]. What really matters is that actual learning can take place with the proper use of materials, games, stories and such and that should be our focus. Ultimately, have they learned anything that is useful and made them think?

algumas fórmulas no quadro e pede que os alunos resolvam os exercícios empregando determinadas fórmulas matemáticas. Caso o aluno cumpra a tarefa solicitada pelo professor, é considerado um bom aluno. No entanto, para os alunos que não conseguiram resolver as questões, a matemática continua uma área de conhecimento sem sentido para eles.

4.3.2.4.4 Experiência no Brasil

Em uma das visitas ao Brasil, Dienes mostra que é possível ensinar matemática em escolas pobres e improvisar material que possa ser adaptado às circunstâncias. Dienes pede para ser levado a uma escola de periferia, com o objetivo de mostrar que sua abordagem pode ser utilizada por diversos públicos. Apesar de sempre repetir o pedido, as pessoas respondiam que ele não ia gostar de trabalhar com as crianças desses lugares. Porque elas não eram inteligentes. Depois de muita insistência, Dienes conseguiu colocar sua teoria em prática com as crianças da periferia e constatou que elas aprendiam tão bem quanto as crianças das escolas privilegiadas, apesar da falta de recursos da escola. Dienes relata:

Lembro-me de uma dessas escolas realmente pobres no Brasil. Sim, você entrava na sala de aula e metade dela estava ocupada com mesas e cadeiras quebradas e empilhadas. E cada criança tem um pedaço de papel deste tamanho (indicando a palma da mão) e um único lápis e este era seu material. Fui recebido ali e perguntado: o que você pode fazer com isso? Eu disse que este era o desafio (rindo). Eu disse: A primeira coisa que faremos é ver o que há naquele canto. Vamos desmontar aquelas cadeiras quebradas e ver o que se pode fazer com elas. Oh! Podemos? Sim! Pus as crianças para organizar a bagunça naquele canto. Reparamos todas as mesas possíveis com pregos e parafusos. E também fizemos alguns materiais reais de matemática com a sobra e começamos a aprender matemática. Tudo que precisamos foi das sobras jogadas fora. Antes todos eles haviam pensado sobre matemática com aquele pequeno pedaço de papel e um lápis (rindo) (*Ibidem*, p.14-5)¹¹

¹¹ : I remember being taken into one of these really poor schools in Brazil. Yes, you went into the classroom and half the classroom was occupied with broken down tables and chairs and what not piled up in a pile. And each child has a piece of paper about this size [indicating the palm of his hand] and the one pencil and that was their material. I was taken in there and asked what can you do with these? I said this is a challenge [laughing]. I said, first thing we'll do is see what's in that corner. Let's take those broken chairs down and see what we can do with them. Oh! Shall we? Yes! I got the kids to sort out the mess in that corner. Any tables we could make into tables we made, with screws and nails. And we also made some actual mathematics materials with the stuff and started learning mathematics. All we needed was that thrown away stuff. Previously all they had thought about mathematics was this one little piece of paper and one pencil. [Laughing].

4.3.2.4.5 Ensino de Matemática

Para Dienes o método tradicional de ensinar Matemática não faz sentido para a criança e a prova disso é que muitos alunos deixam a escola por causa de matemática. De acordo com o método tradicional o professor escreve algumas fórmulas relativas a um determinado conteúdo matemático e diz: “assim é que se soluciona isso”. No entanto, o ser humano é curioso e quer saber como as coisas acontecem. Dienes defende que as crianças podem aprender a construção de estruturas matemáticas, conforme mostram experiências realizadas por ele em numerosos países como, Nova Guiné, Austrália, Inglaterra e Canadá.

Sriraman enfatiza os experimentos inovadores criados por Dienes para investigar o raciocínio sobre estruturas isomórficas como os grupos e pergunta: “Você ainda acredita que esta é a maneira de ensinar matemática, especialmente sabendo que a matemática vem sendo cada vez mais aplicada no mundo hoje, quando comparada às décadas de 50 e 60?”¹²

Dienes responde:

Bem... Depende do que você acha que é importante e do que vem depois. Matemática é caracterizada por estruturas, não há como negar este fato e, em minha opinião, é importante expor os estudantes a estas estruturas o mais cedo possível. Isto não significa dizer-lhes diretamente o que são estas estruturas, mas usar jogos matemáticos e outros materiais para ajudá-los a descobrir e entender estas estruturas. Você leu sobre minha teoria dos seis estágios de aprendizado (ver Dienes, 2000b). E nesta teoria, o estágio de formalização vem bem no final (*Ibidem*, p.2-3)¹³

Sriraman assegura que existem teóricos que acham os tópicos trabalhados por Dienes muito difíceis para os estágios mais precoce de desenvolvimento cognitivo, apesar do trabalho indicar o contrário. No entanto, questiona: “Piaget, por

¹² Do you still believe this is the way to teach mathematics, especially knowing that mathematics has become more and more applied in today's world compared to the 50's and 60's?

¹³ Well! It depends on what you think is important and what one is after. Mathematics is characterized by structures, there is no denying this fact and in my opinion it is important to expose students to these structures as early as possible. This does not mean we tell them directly what these structures are but use mathematical games and other materials to help them discover and understand these structures. You have read about my theory of the six stages of learning [see Dienes, 2000b]. And in this theory, the formalization stage comes at the very end.

exemplo, achou que este tipo de pensamento (pensamento estrutural) era possível apenas no estágio de operações formais".¹⁴ Dienes explica que

As crianças não precisam alcançar um certo estágio de desenvolvimento para experimentar a alegria ou a emoção de pensar matematicamente e experimentar o processo de fazer matemática. Infelizmente, não damos às crianças a oportunidade de se engajarem neste tipo de pensamento. Uma das primeiras coisas que deveríamos fazer ao tentar ensinar a alguém qualquer matemática, é pensar em diferentes situações concretas com uma essência comum. (Estas situações) têm exatamente as propriedades da matemática. Então... as crianças aprenderão atuando sobre uma situação. A introdução prematura de sistemas simbólicos choca o aluno e impede o aprendizado da matemática (*Ibidem*, p.2-3).¹⁵

4.3.2.4.6 Paulo Freire

Neste trecho da entrevista, Dienes é questionado sobre a relação entre a sua abordagem de Educação Matemática e justiça social, inspirada na teoria do educador brasileiro Paul Freire, autor de importantes obras pedagógicas, tais como: *A pedagogia do oprimido*, *Pedagogia da autonomia*, *Pedagogia da esperança*; dentre outras. A resposta de Dienes enfatiza que a sua teoria de Educação Matemática, dirige-se às crianças, enquanto o professor de Chicago – que se baseia na abordagem freireana – trabalha com alunos do ensino médio.

Sriraman afirma ter lido sobre o trabalho de um pesquisador que tem ensinado em uma escola pública de Chicago, na qual as crianças são, predominantemente, da comunidade de imigrantes mexicanos e enfatiza a relação entre o pesquisador de Chicago e o educador brasileiro Paulo Freire. O entrevistador acrescenta:

¹⁴ Piaget, for instance thought this type of thinking (structural thinking) was only possible at the stage of formal operations.

¹⁵ Children do not need to reach a certain developmental stage to experience the joy, or the thrill of thinking mathematically and experiencing the process of doing mathematics. We unfortunately do not give children the opportunities to engage in this type of thinking. One of the first things we should do in trying to teach a learner any mathematics is to think of different concrete situations with a common essence. (These situations) have just the properties of the mathematics chosen. Then ... children will learn by acting on a situation. Introducing symbolic systems prematurely shocks the learner and impedes the learning of mathematics.

Este pesquisador é inspirado pelo trabalho de Paulo Freire, o brasileiro... Não sei se conhece a pedagogia pela justiça social. O principal que este pesquisador faz é ensinar matemática para essas crianças, em particular, de forma que seja relevante e promova uma consciência crítica da realidade na qual vivem. (*ibidem*, p.6-7).¹⁶

Enquanto conversam sobre os assuntos mencionados, Brian Dienes, filho mais jovem de Zoltan Dienes, entra na sala e avisa que fez cópias de um artigo que Dienes publicou na Revista de Matemática da Nova Zelândia sobre o assunto. Sriraman diz que faz um certo tempo que procurava por estes artigos. A seguir, continua a falar sobre a pedagogia que relaciona Matemática e justiça social.

Nesta pedagogia pela justiça social, a matemática é usada para compreender sua realidade. Eles usam projetos com dados do mundo real como taxas de aprovação de hipotecas em cidades maiores, de acordo com a raça, a desinformação ou distorção de grandes quantidades de terra existentes em mapas mais antigos, usando a projeção Mercator. Interessantemente, estas coisas surgiram durante o pico da colonização. Daí apareceram outros projetos, como usar o custo de um bombardeiro B2 para calcular quantos dos estudantes mais pobres daquela comunidade poderiam chegar à universidade. Parece que, nessa abordagem, o objetivo é impactar a consciência social em larga escala. Você teria alguma reflexão sobre pensamento crítico nas classes de matemática? (*Ibidem*, p. 6-7).¹⁷

Dienes entende e aceita a relevância social da pedagogia mencionada, no entanto, pergunta sobre a faixa etária das crianças:

¹⁶ This researcher is inspired by the work of Paulo Freire, the Brazilian...I don't know if you know about his pedagogy for social justice. The whole point this researcher makes is that the mathematics taught to these particular children needs to be socially relevant and promote a critical awareness of the reality in which they are living.

¹⁷ In this pedagogy for social justice, mathematics is used to make sense of their reality. They use projects with real world data like mortgage approval rates in bigger cities according to race; the misinformation or distortion of land mass given in older maps using the Mercator projection. Interestingly these things came out during the peak on colonization. Then there are other projects like using the cost of a B-2 bomber to compute how many poorer students in that community could be put through university. It seems that in this approach the goal is to impact social consciousness and larger issues. Do you have any thoughts on critical thinking in the mathematics classrooms?

Realmente entendo o que diz sobre a matemática socialmente relevante. Na medida em que o problema engaja os estudantes, permite-lhe espaço para jogar e compreender o estágio representativo com a experiência de materializações múltiplas, não importa que tipo de matemática esteja sendo usada. Presumo que essas crianças são mais velhas. (*Ibidem*, p. 6-7).¹⁸

Sriraman responde: “Sim, este pesquisador em Chicago ensinava em uma escola de ensino médio” (*Ibidem*, p.6-7).¹⁹

Percebe-se pelo questionamento de Dienes sobre a relação entre matemática e justiça social que ele acredita que a relação mencionada seja possível para crianças mais velhas.

4.3.2.4.7 Ciências Cognitivas

Segundo Teixeira (1998) a Ciência Cognitiva é o “estudo do funcionamento mental (humano ou não) que toma como modelo o computador” (TEIXEIRA, 1998, p.166). Para Moura e Correa (1997), Ciências Cognitivas referem-se a uma abordagem multidisciplinar no campo do estudo dos processos cognitivos. “Entre as disciplinas envolvidas neste projeto temos a Psicologia Cognitiva, as neurociências, a Linguística, a Lógica e as Ciências da Computação” (MOURA; CORREA, 1997, p.153). O termo ciência cognitiva pode incluir formas de conhecimento animado e inanimado, tanto humano como não-humanas. Gardner (2003) define a Ciência Cognitiva como

um esforço contemporâneo com fundamentação empírica, para responder questões epistemológicas de longa data – principalmente aquelas relativas à natureza do conhecimento, seus componentes, suas origens, seu desenvolvimento e seu emprego (GARDNER, 2003, p.19).

¹⁸ I do understand what you are saying about socially relevant mathematics. As long as the problem engages the students, allows them room for play, and getting through the representational stage with the experience of multiple embodiments, it doesn't matter what types of mathematics we are dealing with. I assume these children are older.

¹⁹ Yes, this researcher in Chicago was teaching at a middle school.

A Ciência Cognitiva foi oficialmente reconhecida em 11 de setembro de 1956, conforme destaca o psicólogo George Armitage Miller (1920-) que tomou como marco, a data do simpósio sobre Teoria da Informação realizada no Massachusetts Institute of Technology (MIT), no período de 10 a 12 de setembro de 1956. O psicólogo Jerome Bruner destacou:

Novas metáforas estavam surgindo em meados dos anos 1950, e uma das mais sugestivas era a da computação... Minha ‘Geração’ criou e fomentou a Revolução Cognitiva – uma revolução cujos limites nós não podemos ainda perceber (BRUNER apud GARDNER, 2003, p.44).

Muitas pessoas se destacaram neste evento: o psicólogo cognitivo norte-americano e pesquisador da área de computação Allen Newell (1927-1992); o economista norte-americano e pesquisador dos campos de Psicologia Cognitiva, Informática, Administração Pública e Filosofia, Herbert Simon (1916-2001) e o linguista, filósofo e cientista cognitivo norte-americano, criador da gramática gerativa, Noam Chomsky (1928-). Chomsky escreveu o artigo “Três modelos de linguagem” em que mostrou que a produção de linguagem derivada da Teoria da Informação de Claude Shannon (1916-2001) não poderia ser aplicada com êxito a “linguagem natural”. Os modelos foram traduzidos em uma gramática que estava alicerçada nas transformações lingüísticas.

Na década de 1950, neurocientistas começavam a registrar impulsos de neurônios individuais do sistema nervoso. A equipe de neurocientistas do MIT, Warren McCulloch (1898-1969), Jerome Lettin (1920-2011) e Humberto Maturana (1920-) realizaram registros da retina da rã.

Ainda em 1956, dois nomes se destacaram Jerome Seymour Bruner e George Armitage Miller. Eles fundaram em Harvard e Centro de Estudos Cognitivos. De acordo com os psicólogos Michael Posner e Gordon Shulman, o começo da Ciência Cognitiva encontra-se no Centro Harvard.

Em 1960, o professor de Psicologia norte-americano George Armitage Miller; o neurocientista austríaco, professor emérito de Psicologia e Psiquiatria da Universidade de Stanford e criador do modelo holográfico do cérebro Karl Pribram (1919-) e o psicólogo de orientação matemática, professor emérito da Columbia Univerty, Eugene Galanter (1924-), lançaram a obra *Plans and the structure of*

behavior que causou grande impacto na Psicologia e áreas relacionadas. Os autores atacavam a abordagem do psicólogo norte-americano Burrhus Frederic Skinner (1904-1990) e, em seu lugar propuseram o enfoque cibernetico do comportamento.

Outro marco de grande impacto foi o livro de Psicologia Cognitiva do psicólogo experimental versado em computação Ulric Neisser (1928-) intitulado *Cognitive Psychology*, em que apresentava uma visão construtiva da atividade humana.

A relação das ideias de Dienes com a Ciência Cognitiva é enfatizada por Richard Lesh, psicólogo educacional da Universidade de Indiana ao comentar a entrevista de Zoltan Paul Dienes dada a Bharath Sriraman. Lesh conheceu Dienes pela primeira vez em 1974, e juntamente com o matemático Bob Davis, conversaram após a conferência realizada na Northwestern University.

Richard Lesh defende que Dienes introduziu muitas ideias que só agora, mais de trinta anos depois, estão começando a ser apreciadas por sua força e beleza. Ele enfatiza que

Dienes não apenas estudou um fenômeno que mais tarde os cientistas cognitivos têm chamado de conhecimento incorporado e cognição situada – mas também enfatizou o “princípio múltiplo de incorporação”, quando os alunos precisam fazer previsões de uma situação estruturada para outra. E também enfatiza o fato que, quando os sistemas conceituais são parcialmente descarregados da mente, usando uma variedade de sistemas representacionais interativos (incluindo não apenas símbolos escritos da linguagem falada e diagramas, mas também manipuláveis e histórias baseadas em metáforas na experiência), qualquer modelo é, na melhor das hipóteses, uma super simplificação útil tanto para os sistemas conceituais sendo expressados como nos sistemas externos que estão sendo descritos ou explicados (SRIRAMAN, 2008, p.16-17)²⁰.

²⁰ Dienes not only studied a phenomenon that later cognitive scientists have come to call embodied knowledge and situated cognition— but he also emphasized the *multiple embodiment principle* whereby students need to make predictions from one structured situation to another. And, he also emphasized the fact that, when conceptual systems are partly off-loaded from the mind using a variety of interacting representational systems (including not only spoken language written symbols, and diagrams, but also manipulatives and stories based on experience-based metaphors), every such model is, at best, a useful oversimplification of both the underlying conceptual systems being expressed and the external systems that are being described or explained.

A noção de “conceito incorporado”, de Dienes foi um presságio de conceitos propostos pelos cientistas cognitivos, tais como: conhecimento incorporado e cognição situada. Desta forma, defende Lesh

a noção de Dienes de *conceito incorporado* pressagiou outros cientistas cognitivos que, eventualmente, venham a reconhecer a importância de *conhecimento incorporado* e *cognição situada* – onde o conhecimento e as habilidades são organizadas em torno da experiência tanto mais que são organizadas em torno de abstrações (como Piaget, por exemplo, levou-nos a acreditar) e onde o conhecimento é distribuído através de uma variedade de ferramentas e *comunidades de prática* (*Ibidem*, p.17)²¹.

4.3.2.4.8 Caminho complementar

Esta pesquisa está atrelada a um marco importante: a publicação da obra *Mathematics education and the legacy of Zoltan Paul Dienes*, citada neste capítulo, que se refere à entrevista dada pelo Professor Dienes a Bharath Sriraman da Universidade de Montana, em 2006. Desta forma, a teoria de Educação Matemática de Dienes pode ser apreciada antes e depois da obra citada. O livro foi mencionado pelo professor Dienes durante a troca de correspondência, via e-mail com o autor desta pesquisa.

Nas obras publicadas em português, verificamos que os teóricos que influenciaram Dienes foram: Frederic Charles Bartlett, Jean Piaget e Jerome Seymour Bruner. Este trabalho baseou-se nesta primeira fase das ideias de Dienes e toma um conceito de Piaget denominado *abstração reflexionante* como uma forma de referendar a pesquisa, além da estatística descritiva.

Após a publicação da entrevista, constatamos que as ideias de Dienes percorrem um caminho complementar às suas propostas iniciais. Ele tece questionamentos a respeito da teoria de Jean Piaget e Jerome Bruner. Sua defesa do trabalho colaborativo aproxima-se do conceito criado por Vygotsky denominado Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP).

²¹ Dienes' notion of *embodied knowledge* presaged other cognitive scientists who eventually came to recognize the importance of *embodied knowledge* and *situated cognition*-where knowledge and abilities are organized around experience as much as they are organized around abstractions (as Piaget, for example, would have led us to believe), and where knowledge is distributed across a variety of tools and *communities of practice*.

O trabalho de Dienes com histórias e não com objetos manipuláveis para ensinar números complexos às crianças afasta-se da teoria de Piaget. Este fato foi presenciado pelo próprio Piaget e seus colaboradores durante uma aula de Dienes em Genebra.

Na obra citada, o entrevistador Bharath Sriraman e o comentarista Richard Lesh traçam relações entre as ideias de Dienes e outros campos do conhecimento. O segundo destaca que Dienes é precursor de estudos de fenômenos que atualmente os cientistas cognitivos chamam de *cognição situada* e *conhecimento incorporado*. Esta novidade pode ser um campo fértil para um aprofundamento de outra linha de desenvolvimento da teoria da aprendizagem e aproxima a matemática de outras áreas do conhecimento, como, por exemplo, a neurociência.

Estes novos conceitos aparecem nas três últimas décadas, devido reflexões teóricas e epistemológicas que pretendem redefinir as relações existentes entre biologia humana, a cognição, a linguagem e a emoção.

Essas orientações teóricas norteiam, atualmente, as abordagens mais recentes das ciências cognitivas que enfatizam o conceito de *cognição situada* que, segundo Venâncio (2007)

refere-se a um conjunto de teorias que abordam a cognição sob um ponto de vista contemporâneo, dentre as quais: Biologia do conhecer, proposta por Maturana (2001); Enaction, desenvolvida por Varela; Thompson e Rosch (1991); Situated Cognition, designada por Clancey (1997) e Ecologia da Mente, proposta por Bateson. (VENÂNCIO, 2007, p.15).

A cognição situada define que o ato cognitivo é um ato experiencial onde o organismo existe em seu mundo, e ambos constituem uma unidade inseparável por meio de um processo de interação contínuo e simultâneo. O ser constrói o seu mundo no processo do viver.

Entre o conjunto de teorias que abordam a cognição situada, destacamos no presente trabalho, a Biologia do Conhecer (ou do Conhecimento), de Humberto Maturana e Francisco Varela, também conhecida como teoria da Autopoiese. Podemos estabelecer uma relação entre a teoria de Educação Matemática de Dienes e a Biologia do Conhecer de Humberto Maturana por meio da função de adaptativa.

A realidade construída ou inventada pelo sujeito cognoscente não está pronta para ser descoberta e descrita, mas para ser construída e representada a partir de uma função adaptativa que permite ao sujeito prever as regularidades e assim, viver num mundo de limitações. No entanto, previsões podem ser realizadas para as novas experiências possíveis. Desta forma, o conhecimento pode ser visto como uma função adaptativa, no sentido de construir para sobreviver em um mundo de limitações.

D'Ambrosio (2005) cita o trabalho de Maturana e destaca a interação do indivíduo com a realidade como um ponto fundamental e um desafio das ciências cognitivas, porque a interação – indivíduo, sociedade – é parte integrante e agente de transformação da própria realidade. A matemática, como uma das formas de conhecimento, fundamenta-se em formalismos. No entanto, segundo Maturana apud D'Ambrosio (2009) os

Formalismos matemáticos não se aplicam a uma realidade independente, eles se aplicam a coerências do nosso viver na medida em que encarnam configurações de relações que são isomórficas com as operações que executamos quando realizamos nosso viver (MATURANA apud D'AMBROSIO, 2009, p.53).

O conceito *incorporado* é definido por Lakoff e Johnson apud Mometti (2007) como “uma estrutura neural que é efetivamente parte do, ou faz uso do sistema sensório-motor de nossos cérebros” (LAKOFF; JOHNSON apud MOMETTI, 2007, p.65).

Varela et al (2003) afirmam que Lakoff e Johnson resumiram o trabalho de vários pesquisadores que podem ser interpretados como questionando o ponto de vista objetivista e produziram um manifesto do que eles chamam uma abordagem experencialista da cognição. Esse é o tema central de sua abordagem:

Estruturas conceituais significativas surgem de duas fontes: (1) da natureza estruturada da experiência física e social e (2) de nossa capacidade inata de projetar imaginativamente aspectos bem estruturados da experiência corporal e interacional em estruturas conceituais abstratas. O pensamento racional é a aplicação de processos cognitivos muito gerais – focalização, perscrutação, superimposição, inversão figura-fundo, etc. – nessas estruturas (LAKOFF; JOHNSON, apud VARELA et al., 2003, p.182).

Essa afirmação parece compatível com a visão de cognição como atuação, em favor da qual estamos argumentando, escreve Varela (*Ibidem*). O *conhecimento incorporado* relaciona-se a uma ação incorporada que segundo Varela, implica considerar que o conhecimento depende de dois aspectos:

primeiro, que a cognição depende dos tipos de experiência decorrentes de se ter um corpo com várias capacidades sensório-motoras, e segundo, que essas capacidades sensório-motoras individuais estão, elas mesmas, embutidas em um contexto biológico, psicológico e cultural mais abrangente. Utilizando o termo ação queremos enfatizar novamente que os processos sensoriais e motores – a percepção e a ação – são fundamentalmente inseparáveis na cognição vivida. De fato, os dois não estão apenas ligados contingencialmente nos indivíduos: eles também evoluíram juntos (*Ibidem*, p.177).

Com relação a teoria de Jean Piaget, Varela reconhece que o biólogo e psicólogo suíço foi um pioneiro e o maior expoente que desenvolveu pesquisas que relacionavam as estruturas cognitivas aos padrões sensório-motores. O programa denominado *epistemologia genética* procurou explicar o desenvolvimento da criança desde um organismo biológico imaturo, no nascimento; até um ser com raciocínio abstrato, na vida adulta.

A evolução da inteligência desde o estágio sensório-motor até a concepção de um mundo externo constituído por objetos permanentes localizados no espaço e no tempo, além da concepção de si mesma como mente interna ou como um objeto dentre outros objetos, foi pesquisado por Piaget. No entanto, Piaget, “nunca parece ter duvidado da existência de um mundo pré-determinado e de um conhecedor independente com um ponto final lógico predeterminado para o desenvolvimento cognitivo” (*Ibidem*, p. 180).

Maturana, segundo Pellanda (2009) discorda de Piaget a respeito da representação porque Piaget,

em toda a sua obra, faz sempre referência à captação de elementos externos, enfatizando o papel da representação. A ideia de representação, portanto, referenda a existência de um mundo objetivo independente da ação do observador (PELLANDA, 2009, p.28).

Na década de 80, Varela e Maturana seguiram direções diferentes em suas investigações, apesar do início em torno do conceito de autopoiesis ou autopoiese. O termo autopoiesis procede de dois vocábulos gregos: *auto* – por si e *poiesis* – produção. Logo, *autopoiesis* expressa a ideia de autoprodução dos seres vivos. Portanto, a autopoiesis implica

A construção do mundo de forma autônoma, ou seja, não existe um mundo externo objetivo independente da ação do sujeito que vive e conhece ao mesmo tempo. O mundo emerge junto com a ação/cognição do sujeito. E cognição nessa teoria tem um sentido biológico, pois considera a vida como um processo cognitivo (*Ibidem*, p.25).

Após afastar-se de Maturana, Varela desenvolveu a Teoria da Enação (ou atuação). Para Varela, o mundo por nós conhecido não é pré-definido, mas sim efetivado (*enacted*) mediante a nossa história de conexão estrutural, e os eixos temporais que articulam a efetivação. Em cada situação, micromundos alternativos ativados constituem a fonte da cognição. No conhecimento corporificado ou incorporado:

- (1) A cognição depende dos tipos de experiência que derivam da existência de um corpo com várias capacidades sensório-motoras;
- (2) Estas capacidades sensório-motoras individuais encontram-se também incrustadas num contexto cultural e biológico mais amplo (*VARELA*, 1995, p.27).

Na conclusão desta pesquisa surgem os seguintes questionamentos: Como estabelecer um diálogo entre as ideias de Jean Piaget e as ideias de Maturana e Varela? Conforme salientamos nos parágrafos anteriores, eles discordam e esta pesquisa baseou-se no conceito de abstração reflexionante de Piaget. Podemos trilhar este novo caminho baseado nos conceitos de cognição situada e conhecimento incorporado?

A resposta para esta questão parece ser encontrada na teoria da complexidade de Edgar Morin que reconhece tanto a teoria de Piaget como a teoria de Santiago (Autopoiesis), de Maturana. Morin confessa que deu um lugar pouco

explícito a Piaget no seu trabalho. Reconhece, no entanto, que Piaget se encontra no cruzamento das ciências humanas, da biologia, da psicologia e da epistemologia e enfatiza: “Piaget traz a ideia de sujeito epistêmico, que considero fecunda” (MORIN et al, 1996, p.111-112). No entanto, faz uma ressalva:

sou a favor do construtivismo piagetiano, mas com a reserva de que falta o construtor do construtivismo, porque Piaget ignorava que são necessárias fortes competências organizadoras inatas para que haja fortes aptidões para conhecer e aprender. É necessário que haja muito de inato, não no sentido de programa inato de comportamentos, é necessário que haja muitas estruturas inatas capazes de adquirir. [...] (Ibidem).

Morin também reconhece o trabalho de Maturana, Varela e Uribe e enfatiza que “estes autores consideram a *autopoiesis*, isto é, a capacidade de autoproduzir-se de modo permanente, como a propriedade central dos sistemas vivos (MORIN, 1980).

Para o autor da teoria da complexidade, com relação à aprendizagem e o conhecimento, o importante é aprender a religar e não somente a separar. Torna-se necessário aprender a religar as disciplinas, de forma que envolva a inteireza humana por meio dos aspectos físicos, biológicos, psicológicos, sociais e culturais.

O conhecimento, sob o império do cérebro, separa ou reduz. Reduziremos o homem ao animal, o vivo ao físico-químico. Ora, o problema não é reduzir nem separar, mas diferenciar e juntar. O problema-chave é o de um pensamento que une, por isso a palavra complexidade, a meu ver, é tão importante, já que *complexus* significa “o que é tecido junto”, o que dá uma feição de tapeçaria. O pensamento complexo é o pensamento que se esforça para unir, não na confusão, mas operando diferenciações (MORIN, 1999, p.33).

Na obra *Educar na Biologia do amor e da solidariedade*, Moraes (2003) defende uma abordagem para a educação com base nas concepções biológicas de Humberto Maturana e Francisco Varela. A aprendizagem pode resultar de uma história de interações onde os sistemas interagem em diferentes momentos, de forma que organismo e meio coexistam mediante processo de interdependência. A

autora também reconhece Edgar Morin como “um dos pensadores mais importantes que defendem o enraizamento do antropossocial no seio físico-biológico” (MORAES, 2003, p.223).

Na dissertação de mestrado *A árvore do conhecimento e o ensino da matemática: tópicos da teoria biológica do conhecimento de Maturana e Varela e sua aplicação à educação e ao ensino-aprendizagem da matemática*, Busch (2005) busca apontar os principais temas da Biologia do Conhecer e seus reflexos na Educação. Os pontos centrais da teoria de Maturana e Varela, tais como a autopoiese, a linguagem, os jogos, as emoções, o amor, dentre outros; são utilizados para embasar um ensino de Matemática que possibilite a criação de condições que desvele uma nova relação pedagógica entre o educador e o educando.

Desta forma, descortina-se um vasto horizonte de pesquisa no diálogo da Matemática com as Ciências Cognitivas: psicologia cognitiva, lingüística, neurociências, inteligência artificial, dentre outras. As ideias de Dienes pode ainda dar bons frutos neste cenário epistemológico. Um caminho complementar pode ser trilhado ao se utilizar a teoria de Dienes e os novos conceitos advindos das Ciências Cognitivas, tais como: cognição situada e conhecimento incorporado. Segundo Loder (2002), o físico dinamarquês Niels Bohr (1885-1962), Prêmio Nobel de Física de 1922, e autor do princípio da complementaridade, afirmou que: “O oposto de uma afirmação correta é uma afirmação falsa. Mas o oposto de uma verdade profunda pode muito bem ser uma outra verdade profunda” (BOHR apud LODER, 2002, p.26). É nesse contexto que o autor da pesquisa situa o trabalho com material concreto *versus* trabalho com alegorias, histórias, dentre outras, também iniciado por Dienes e referendado pelas Ciências Cognitivas.

4.3.2.4.9 Ruritania, de Zoltan Paul Dienes

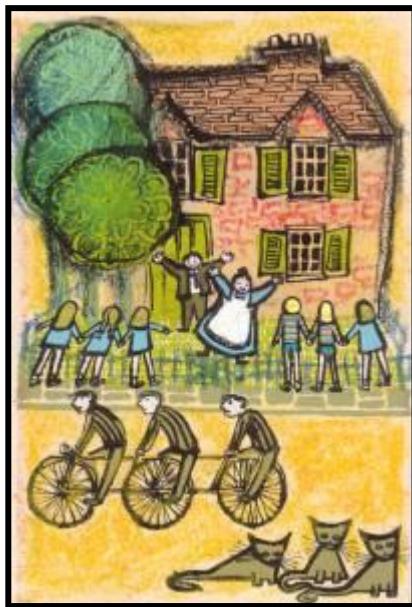


Fig.43: Ilustração do livro eletrônico Ruritania
Fonte: <http://www.zoltandienes.com>

Livro digital disponibilizado na web site de Zoltan Paul Dienes. A obra trata das aventuras de Bruce e Alice em um país hipotético denominado Ruritania. Inicialmente, seis capítulos e três apêndices compõem o livro. Os assuntos tratados são: Chegada em Ruritania, Primeiro dia na escola, Compras, Jogos, Danças e férias no país hipotético, dentre outros. A seguir, o autor insere outros assuntos, tais como: aprendizagem de álgebra, lógica e geometria; além de apresentar frases em Ruritano, um dicionário de Inglês-Ruritano, idioma e gramática Ruritano, além do hino do país.

A respeito da obra, Dienes afirma que o vocabulário de Ruritania é construído e que há uma certa ligação entre os conceitos que surgem na construção das palavras. Este fato não é explicado na web site do autor. No entanto, Dienes espera que alguém descubra.

A idéia de construir um idioma artificial pode ser uma forma de aprendizagem para o futuro. De início, sua importância pode não ser percebida, como aconteceu com os blocos multibase. No entanto, os educadores que utilizaram o material didático citado, compreenderam que realmente as crianças entendem a idéia de potências de bases diferentes ao manipular esse material. Dienes esclarece a possível importância do idioma Ruritano em entrevista a Sriraman (2008):

Pensei em algo que expressasse o que você quer expressar num idioma. Pensamentos sobre quais as condições mínimas para um idioma permitir expressar o que se deseja expressar. Obviamente, tem de ter algum tipo de gramática, algum tipo de relação entre as palavras. Qual o mínimo que tem de ter? Se você for capaz de construir um idioma mínimo como este, talvez seja algo que o ajude a entender diferentes partes do mundo, diferentes culturas e idiomas diferentes. Agora, acho realmente que isto pode acontecer em cerca de 100 anos, que alguém finalmente acessará este website (rindo) e dirá oh!, há cem anos atrás houve um cara chamado Dienes que já pensava nisso. Agora achamos óbvio. Mas há cem anos atrás ninguém sabia disso. (rindo) Está lá, naquele website. Alguém, algum dia, entenderá a força que há ali (SRIRAMAN, 2008, p.9).²²

4.4 Zoltan Paul Dienes na WEB

O endereço eletrônico de Zoltan Paul Dienes no World Wide Web, ou Web é: www.zoltandienes.com. O site está dividido nas seguintes seções: (A) About, (B) Books, (C) Ruritania, (D) Math Games, (E) Poetry, (F) Academic articles. (G) Vídeos

4.4.1 About

A seção sobre Dienes apresenta sua biografia resumida e enfatiza: o pioneirismo do autor no ensino de estruturas matemática a partir das séries iniciais, as perspectivas sócio-culturais do seu trabalho e a democratização do ensino de sua abordagem de educação matemática.

A seção também trata da monografia de Bharath Sriraman, professor do Departamento de Ciências Matemáticas da Universidade de Montana (EUA), em homenagem a Zoltan Paul Dienes.

²² I thought that something to do with expressing what you want to express in a language. you could think about what are the minimum condition for a language to allow to express what you want to express. You obviously have to have some kind of grammar,some king of relationship between the words. What is the minimun core that you have to have. If you are able to construct a minimum core language like that, maybe it is something that will help you to understand different parts of the word, different cultures and different languages. Now, I just think this may happen in about a 100 years time, that someone will finally dig up this website [laughing] and say oh, 100 years ago there was this guy called Dienes, who was already thinking about it. Now we think it is obvious. But, a 100 years ago nobody took any notice of it [laughing]. It is in there, in that website. Sonebody one Day will realiza the power in it.

4.4.2 Books – Destaca os livros mais recentes de Zoltan Paul Dienes: (01) Memoirs of a maverick mathematician. (02) Call from the past. (03) I will tell you algebra stories you've never heard before e (04) Ruritania; citados no item anterior

4.4.3 Ruritania – livro digital citado no item anterior

4.4.4 Poetry – Esta seção de poesia é composta dos seguintes títulos: Os três mundos. Nossa casamento (um poema em quatro línguas). Paz (um poema em cinco línguas). Espaço. Ilhas. Você tem certeza? A história de um comerciante Quaker. A xícara de chá. Chamados do passado. Os evangelhos traduzidos em versos: O evangelho de Mateus, O evangelho de Marcos, O evangelho de Lucas, O evangelho de João e Algumas parábolas em verso; entre outros.

4.4.5 Academic articles

Os artigos acadêmicos presentes na web site, são de autoria de Dienes e intitulam-se: (A) Matemática como forma de arte; (B) O que é base?; (C) A teoria das seis etapas de aprendizagem de matemática. A seção também apresenta o livro de Bharath Sriraman e disponibiliza os seguintes artigos em pdf:

- ✓ Sobre o ensino e a aprendizagem dos princípios de Dienes, de Bharath Sriraman Lyn D. English;
- ✓ O impacto de Zoltan Dienes no ensino de matemática nos Estados Unidos, de James Hirstein;
- ✓ Algumas notas sobre a natureza da aprendizagem matemática de Thomas Post;
- ✓ O legado de Zoltan Paul Dienes, de Bharath Sriraman e Richard Lesh;
- ✓ A teoria das seis etapas de aprendizagem em Matemática, de Zoltan Paul Dienes.²³

²³ On the teaching and learning of Dienes' principles, of Bharath Sriraman e Lyn D. English; The impact of Zoltan Dienes on mathematics teaching in the United States, of James Hirstein; Some notes on the nature of mathematics learning, of Thomas Post; The legacy of Zoltan Paul Dienes, of Bharath Sriraman; six-stage theory of learning mathematics, of Zoltan Paul Dienes.

4.4.6 Vídeos

Além das seções mencionadas, o Web site, apresenta dois vídeos: Parte I: a cerimônia e Parte II: a recepção. Os vídeos citados foram criados por Julianna Kiss, aluna de Dr. Dienes quando tinha 10 anos de idade. Tratam do registro de recebimento do título de Doutor Honoris Causa concedido ao Dr. Dienes pela Universidade de Pécs (Hungria). O convite foi feito pelo professor de Psicologia da Universidade de Pécs, Dr. Sándor Klein, marido de Julianna Kiss.

O título foi um reconhecimento da Universidade ao Dr. Dienes que passou uma vida construindo um trabalho valioso de investigação, aprendizagem e prática de ensino na área de educação matemática.

Sándor Klein e Zoltan Paul Dienes trabalharam juntos no inicio dos anos 70 na Universidade de Sherbrooke, Canadá, onde Dienes foi o diretor do Centro de Investigação Internacional de Psicomatemática

CAPÍTULO V

CAPITULO V - A TEORIA DE EDUCAÇÃO MATEMATICA DE DIENES: UMA EXPERIÊNCIA NO CURSO DE PEDAGOGIA DA UFRN

5.1 O CURSO DE PEDAGOGIA NO BRASIL

Antes do surgimento do Curso de Pedagogia no Brasil, a formação dos professores ficava a cargo das Escolas Normais. A criação da primeira Escola Normal aconteceu no Brasil no século XIX, em 1835, na cidade de Niterói/RJ. Esta escola é considerada a primeira do continente americano, de caráter público, nesta modalidade. Nos Estados Unidos, as escolas normais eram particulares. Até 1881, foram criadas no Brasil, escreve Romanelli (2008):

A Escola Normal da Bahia, criada em 1836; a do Pará, em 1839; a do Ceará, em 1845; a da Paraíba, em 1854; a do Rio Grande do Sul, em 1870; a de São Paulo, como segunda ou terceira tentativa, em 1875/1878; a Escola Normal Livre, na Corte, em 1874 e, depois, a oficial em 1880; a de Mato Grosso, em 1876; a de Goiás, em 1881. Além dessas, destacou-se a criação do *pedagogium*, em 1890, de curta duração, que deveria ter funcionado como centro de pesquisas educacionais e museu pedagógico. (ROMANELLI, 2008, p. 163).

O curso normal que tinha sido instituído desde 1827, pela primeira lei de educação do Brasil, foi instalado sete anos depois, em 1835. Tinha como objetivo formar professores que atuariam no magistério de ensino primário e era oferecido em cursos públicos de nível secundário (ensino médio atual). O Ensino Normal esteve presente durante a República e teve um papel fundamental na formação dos quadros docentes para o ensino primário em todo país.

O curso de Pedagogia no Brasil apareceu no contexto político do Estado Novo, regime político centralizador fundado pelo presidente Getúlio Dorneles Vargas (1930-1945). Neste período, promulgou-se o Decreto-Lei n.1.190, de 4 de abril de 1939 que organizou a Faculdade Nacional de Filosofia estruturada nas seguintes seções: Filosofia, Ciências, Letras e Pedagogia; além da seção especial, Didática. Enquanto as três primeiras seções eram constituídas de diferentes cursos, as duas últimas – Pedagogia e Didática – possuíam o nome do Curso idêntico ao nome da seção.

Todos os cursos organizaram-se em duas modalidades: bacharelado e licenciatura. A primeira modalidade tinha uma duração de três anos e foi estendida a

todos os cursos da Faculdade Nacional de Filosofia. A matriz curricular do curso de Pedagogia era constituída das seguintes disciplinas, segundo Cunha (2010):

1º ano: Complementos de Matemática, História da Filosofia, Sociologia, Fundamentos Biológicos da Educação e Psicologia Educacional; 2º ano: Estatística Educacional, História da Educação, Fundamentos Sociológicos da Educação, Administração Escolar e Psicologia Educacional; 3º ano: Filosofia da Educação, Educação Comparada, Administração Escolar, História da Educação e Psicologia Educacional. (CUNHA, 2010, p. 27).

Percebe-se, na citação, que a disciplina Psicologia Educacional aparece em todos os anos do bacharelado de Pedagogia. Para a obtenção do diploma de Licenciatura, acrescentava o curso de Didática com duração de um ano. Este processo educacional ficou conhecido como “esquema 3+1”. O curso de Didática era constituído das seguintes disciplinas: Didática Geral, Didática Especial, Psicologia Educacional, Fundamentos Biológicos da Educação, Fundamentos Sociológicos da Educação e Administração Escolar (SAVIANI, 2008). Deduz-se que, para se obter o título de licenciatura em Pedagogia era necessário cursar somente duas disciplinas; Didática Geral e Didática Especial. As outras disciplinas faziam parte do curso de bacharelado.

Ao concluir o curso, o bacharel em Pedagogia, estava habilitado para atuar como técnico em educação. O licenciado, além dessa função também poderia exercer a docência nas Escolas Normais de formação de professores.

Em 1949, existiam no Brasil, 540 (quinhentos e quarenta) Escolas Normais, espalhadas por todo território nacional. Suas diretrizes não eram estabelecidas pelo governo federal, e sim, pelos governos estaduais. O Decreto-Lei 8530/46 centralizou as diretrizes e oficializou a finalidade do ensino normal: prover a formação do pessoal docente necessário às escolas primárias, habilitar administradores escolares destinados às mesmas escolas e desenvolver e propagar os conhecimentos e técnicas relativas à educação da infância.

Segundo Curi (2005), o curso normal foi extinto por meio da Lei de Diretrizes e Bases (LDB) 5.692/71. Esta Lei estabeleceu a formação de professores polivalentes nos cursos de habilitação para o magistério em nível de segundo grau (atual nível médio), e também possibilitou ao graduando do Curso de Pedagogia

fazer opção pela habilitação magistério, além de lecionar nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Este cenário da Pedagogia no Brasil é importante para elucidar a importância da Psicologia da Educação, como uma disciplina básica que esteve presente em todos os anos do bacharelado de Pedagogia. É exatamente esta área de conhecimento – a Psicologia da Educação – que Dienes utilizou para construir sua Teoria de Educação Matemática, além de criar o neologismo Psicomatemática, uma aliança entre a Matemática e a Psicologia. Dienes também dirigiu o Centro de Pesquisas Psicomatemáticas, em Budapeste

5.1.1 O Curso de Pedagogia e o ensino da Matemática.

A formação de professores polivalentes em nível superior e, consequentemente, a formação para ensinar Matemática, foi instituída pela LDB 9.394/96. Um dos aspectos relativamente positivos da citada lei, segundo Ghiraldelli Jr. (2003) foi a maneira não autoritária de tratar o que deve ou não ser ensinado nas escolas:

Ela apenas colocou que deveria existir um núcleo comum, para todo o território nacional, e uma parte diversificada. Assim fazendo, ela permitiu o aparecimento por obra do Ministério da Educação, dos Parâmetros Curriculares (PCNs), que desde então vêm incentivando uma vasta literatura em torno de cada tópico abordado (GHIRALDELLI Jr. 2003, p.210).

Entre os dez volumes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), enfatiza-se o volume 3, dirigido a Matemática de 1^a a 4^a séries (2^º ao 5^º ano, atualmente) do Ensino Fundamental. Estas linhas norteadoras da educação brasileira foram disponibilizadas pela Secretaria de Educação Fundamental (SEF) do Ministério da Educação (MEC) em 1977. Constatase que no volume 3, relativo à área de Matemática, o nome de Dienes não é mencionado nas referências.

Pesquisas realizadas por Curi (2005) em ementas das disciplinas de 36 (trinta e seis) cursos de Pedagogia no Brasil, a partir de 2000, constataram que a disciplina que apareceu em 66% (sessenta e seis por cento) das grades curriculares foi *Metodologia do Ensino da Matemática*. Outras disciplinas também receberam

destaque, tais como: *Conteúdos e Metodologia do Ensino de Matemática, Matemática Básica*, dentre outras.

A disciplina Metodologia do Ensino da Matemática é apresentada por Curi (Ibidem) por meio de 07 (sete) ementas, das quais destacamos as 03 (três) primeiras:

(E9) Abordagem teórico-prática sobre as questões fundamentais relativas ao ensino de Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Objetivos, conceitos, conteúdos materiais de ensino/aprendizagem aplicáveis ao ensino de Matemática. Os processos utilizados na resolução de problemas matemáticos. Planejamento de ensino aprendizagem envolvendo os conteúdos programáticos da Matemática das séries iniciais. (E10) Matemática. História da matemática. Desenvolvimento psicogenético versus noções matemáticas. A Matemática segundo as teorias das inteligências múltiplas. Tendências da Educação Matemática. O compromisso docente enquanto agente de transformação social. Implicações pedagógicas. (E11) A linguagem matemática enquanto forma de interpretar o mundo. A matemática e o cotidiano. A relação conteúdo/metodologia. A educação matemática: elaboração e análise de práticas (CURI, 2005, p.64).

Os temas mais frequentes na disciplina *Conteúdos e Metodologia do Ensino da Matemática* são: a construção do número e as quatro operações com números naturais e racionais. Curi (Ibidem) apresenta três ementas relativas à disciplina mencionada:

(E1) Sistema de numeração. Operações com números naturais. O ensino de números racionais. Números sob a forma decimal. Porcentagens e juros. Sistema legal de unidades de medidas. Probabilidades e noções de estatística. Processos de conhecimento e ensino de Matemática. Tendências atuais do ensino de matemática. As funções básicas do pensamento e suas implicações pedagógicas, da percepção, do espaço à construção de sólidos geométricos. Geometria plana. Análise do programa de ensino. (E2) As principais correntes psicopedagógicas e as tendências atuais do ensino de Matemática. Fundamentos teóricos e metodológicos do ensino da Matemática nas séries iniciais. Habilidades específicas de conteúdo: sistema de numeração decimal e operações. Resolução de problemas, números fracionários. Sistema de medidas. Geometria. (E3) Conteúdos matemáticos relativos ao campo da lógica, do espaço e do número, em suas inter-relações. A ação e o processo que a criança realiza na construção dos conceitos matemáticos. A organização do currículo e a Educação Matemática nas séries iniciais (Ibidem, p.62).

A disciplina *Matemática básica* é a que aparece com menor frequência nas grades curriculares e as ementas repetem conteúdos dos anos iniciais do ensino fundamental. Constata-se ausência de conteúdos relativos à Geometria, medidas e tratamento de informação, nas duas ementas apresentadas por Curi (*Ibidem*):

(E7) Conjuntos numéricos: inteiros, fracionários e expressões numéricas, potenciação e radiciação, equações e inequações, produtos notáveis, razão e proporção, regra de três, porcentagem simples. (E8) Conjuntos numéricos: operações com números inteiros, fracionários e decimais, expressões numéricas, potenciação e radiciação. Equações e Inequações do primeiro e segundo graus. Produtos notáveis. Razão e proporção, regra de três, porcentagem simples (*Ibidem*, p.63).

As estratégias de ensino mais utilizadas são as aulas expositivas, seguidas por aulas em grupos de leituras e seminários. Entre os recursos utilizados destacaram-se: quadro-de-giz, lista de exercícios, materiais didáticos, jogos, material dourado e réguas Cuisenaire.

A maioria das obras citadas na bibliografia relativa a disciplina Metodologia do Ensino da Matemática, refere-se a jogos e brincadeiras. Os cursos analisados não apresentaram indicações de “que os futuros professores terão contato com pesquisas na área de Educação Matemática, em particular sobre o ensino e aprendizagem de Matemática nas séries iniciais”. (*Ibidem*, p.65).

Apesar da maioria das obras citadas na bibliografia da obra de Curi (*Ibidem*) utilizarem jogos, elemento central na teoria de Dienes, principalmente os jogos estruturados; constata-se na pesquisa realizada pela autora que o nome de Dienes não é mencionado nas referências.

5.2 O CURSO DE PEDAGOGIA DA UFRN

A Faculdade de Filosofia de Natal foi criada e mantida pela Associação de Professores do Rio Grande do Norte (APRN), em 12 de março de 1955. O primeiro quadro da direção teve a seguinte composição, segundo Duarte (1985): O diretor e o vice-diretor foram respectivamente: Prof. Edgar Ferreira Barbosa e Prof. Luis da Câmara Cascudo. O Conselho Técnico-administrativo constituiu-se da seguinte

forma: Boanerges Januário Soares de Araújo, Esmeraldo Homem de Siqueira, Hélio Mamede de Freitas Galvão, João Wilson Mendes Melo, Luis da Câmara Cascudo e Túlio Bezerra de Melo. A secretaria ficou a cargo da Profa Honória da Costa Farias.

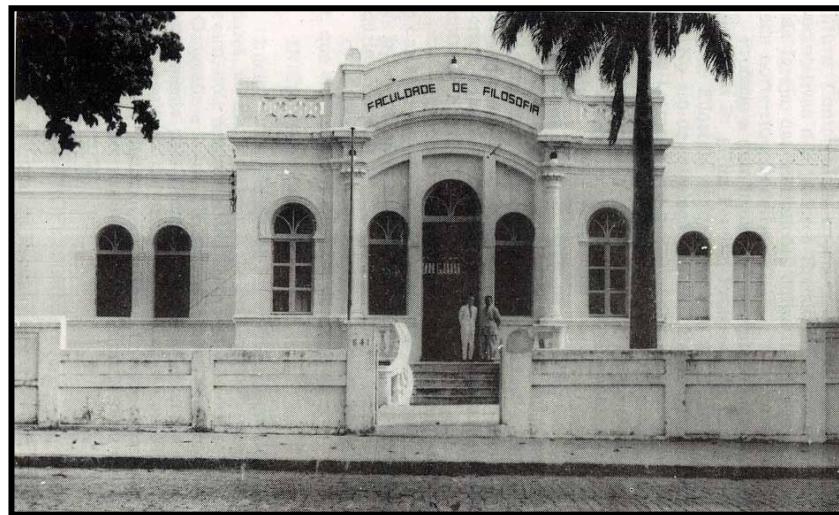


Fig. 44: Faculdade de Filosofia de Natal
Fonte: DUARTE, 1985

O curso de pedagogia fazia parte, entre outros cursos, da Faculdade de Filosofia e localizava-se à Rua Jundiaí, 641, em Natal, RN. Juntamente com o Curso de Didática, respondiam pela formação pedagógica dos candidatos do magistério do ensino secundário e normal.

Pesquisas realizadas por Medeiros (2011), na Fundação José Augusto, em Natal/RN, asseguram que, em 1960, começa a funcionar o Curso de Pedagogia que compreendia quatro anos ou séries:

- ✓ 1^a série – Psicologia Geral (Prof. Pe. Pedro Ferreira da Costa), Sociologia Geral (Prof. Otto de Britto Guerra), Sociologia da Educação (Prof. Zacarias Gurgel Cunha), Historia da Educação Oriental e Grega (Profa. Vanilda Paiva Chaves), Biologia Geral (Prof. Sebastião Monte), Matemática (Prof. Clovis Gonçalves dos Santos) e Estatística (Prof. Divanilton Pinto Varella);
- ✓ 2^a série – Psicologia Evolutiva (Prof. Francisco Quinho Chaves Filho), História da Educação Romana e Medieval (Prof. Abelardo Calafange), Biologia Aplicada a Educação (Prof. Lauro Gonçalves Bezerra) e Matemática (Prof. Clovis Gonçalves dos Santos);
- ✓ 3^a série – Psicologia Diferencial e da Personalidade (Prof. Francisco Quinho Chaves Filho), Educação Comparada (Profª. Maria Isaura de Medeiros

Pinheiro), Didática Geral (Prof. Álvaro Tavares), Filosofia da Educação (Prof. Pe. Aluízio José Maria de Souza) e Administração Escolar (Prof. Max Cunha de Azevedo);

✓ 4^a série – Psicologia da Aprendizagem (Prof. Francisco Quinho Chaves Filho), Teorias Pedagógicas Contemporâneas (Profa. Cléa Monteiro Bezerra de Melo), Didática Especial de Pedagogia (Profa. Marlíria Ferreira de Melo), Administração Escolar (Prof. Max Cunha de Azevedo) e Técnicas Áudio-Visuais de Educação (Profa. Antonia Fernandes de Melo).

O Curso de Pedagogia da UFRN passou por diversas modificações desde a sua criação até hoje. Apesar de o reconhecimento ter ocorrido por meio do Decreto Federal nº 77.499, de 07 de abril de 1976, a primeira turma consolidou-se em 1961.

Inicialmente, a formação do pedagogo incluía habilitações técnicas em orientação educacional, supervisão escolar e administração educacional. Este formato prosseguiu até o início da década de 1980. Em 1984, a habilitação em Magistério foi acrescentada como forma de contemplar a formação de professores que pudessem trabalhar com as séries iniciais do Ensino Fundamental e em disciplinas pedagógicas do 2º Grau. Este formato estendeu-se até o inicio da década de 1990.

Em 1993, surgiu a proposta de reformulação curricular iniciada no Colegiado do Curso e encaminhada ao Conselho Superior de Ensino, Pesquisa e Extensão (CONSEPE) da UFRN, em 1994. As contribuições da Associação Nacional pela Formação dos Profissionais em Educação (ANFOPE) foram incorporadas a proposta citada.

A proposta de reformulação curricular culminou com a construção do currículo 004/94 que foi aprovada pela Resolução nº 235/94 do CONSEPE/UFRN, de 27 de dezembro de 1994. A equipe de elaboração da proposta curricular foi constituída pelas educadoras: Celina Maria Bezerra Santa Rosa (Coordenadora), Luzimar de Souza e Silva, Márcia Maria Gurgel Ribeiro, Regina Lúcia Freire de Oliveira e Sandra Maria Borba Pereira. Faziam parte da Coordenação e Vice-coordenação do Curso de Pedagogia: Profa. Maria Tereza Moraes e Profa. Margarida Maria de Araújo Lima, respectivamente. O reitor em exercício era o Prof. Geraldo dos Santos Queiroz e o vice-reitor, Prof. João Felipe Trindade.

Como justificativa, a comissão de elaboração apontou o questionamento em torno das Habilidades que formam o profissional da educação que são oriundas de

reformas da década de 1970. O texto cita a defesa feita pela Associação Nacional pela Formação dos Profissionais da Educação (ANFOPE) que defende o Magistério como área primordial para o curso que tem a docência como base de identidade do profissional da Educação.

O currículo em questão foi implantado em 1985 e sofreu a primeira avaliação em 1988. Posteriormente, em 1992, outro processo de avaliação foi desencadeado por meio de fóruns de debates, mesas redondas, reunião com alunos, dentre outros. Estas discussões coletivas serviram para fortalecer a visão de que a formação do pedagogo deve ser centrada na formação docente, integrada à gestão administrativa e pedagógica nas instituições de ensino.

A estrutura curricular estabeleceu-se conforme as seguintes direções: (A) Sólida formação geral na compreensão do processo educacional; (B) Disciplinas complementares em Núcleos Temáticos: Arte e Literatura; Coordenação pedagógica, Educação de Jovens e Adultos; Educação Especial; Educação Infantil e Tecnologia Educacional.

O currículo apresentou as seguintes modificações: (A) Formação que capacita o pedagogo para a docência, além da coordenação integrada do processo educativo; (B) Incorporação de novas áreas de conhecimento, tais como: Fundamentos Linguísticos, Antropologia, Artes e Literatura; (C) A Habilitação de Magistério de 1º Grau compõe a formação geral (D) Criação de Núcleos temáticos; (E) Metodologia de Ensino de 1ª a 4ª série, além de disciplinas de Alfabetização; (F) Interação com outros Departamentos como, Letras e Artes; (G) Preparação do educando para continuação dos estudos na pós-graduação por meio do trabalho monográfico exigido para a conclusão do curso.

O objetivo principal da proposta curricular foi a formação do pedagogo para o domínio do processo de ensino-aprendizagem.

Destacamos na estrutura curricular, as disciplinas relativas à área de Matemática e suas ementas:

- ✓ EDU-633: O ENSINO DA MATEMATICA NO 1º GRAU I – 60h, 04 créditos.

EMENTA: a matemática e a educação matemática: conceitos e linguagem de ensino fundamental, metodologia do ensino de números, geometria e medidas. Materiais didáticos no ensino de Matemática.

- ✓ EDU-638: O ENSINO DA MATEMATICA NO 1º GRAU II – 60h, 04 créditos.

EMENTA: A matemática e a educação matemática: conceitos e linguagem no ensino fundamental; metodologia do ensino de números, geometria e medidas. Materiais didáticos no ensino de matemática.

- ✓ EDU-649: PRÁTICA DE ENSINO EM METODOLOGIA DA MATEMATICA – 90h, 02 créditos.

EMENTA: A educação matemática no Rio Grande do Norte. Metodologias aplicáveis aos diversos conceitos algébricos no 1º grau. O papel do professor. A prática simulada e real de exercícios de docência.

Em 2009, surgiu a proposta de construção do Projeto Pedagógico do Curso de Pedagogia que foi denominado de Currículo 005. O Projeto Pedagógico baseou-se em um amplo processo de discussão com docentes do curso que ministram as disciplinas e discentes que constituem a representação do Centro Acadêmico de Pedagogia. A coordenação dos trabalhos ficou a cargo de uma Comissão Especial do Colegiado.

O documento levou em conta as contribuições do processo nacional de reformulações dos Cursos de Pedagogia no Brasil, decorrentes das Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Pedagogia.

O documento estruturou-se com base na resolução nº 103/2006-CONSEPE, de 19 de setembro de 2006 e buscava atender às exigências nacionais relativas à formação do pedagogo, melhorar a qualidade da educação básica no que diz respeito a qualidade social e viabilizar a função social da UFRN.

A comissão de reformulação foi constituída pelas seguintes educadoras: Profa. Denise Maria de Carvalho Lopes, Profa. Érika dos Reis Gusmão Andrade (Presidente), Profa. Márcia Maria Gurgel Ribeiro, Profa. Rosa Aparecida Pinheiro e Profa. Rosália de Fátima e Silva. O reitor em exercício era o Prof. José Ivonildo Rego, e a vice-reitora, Ângela Maria Paiva Cruz.

Como justificativa, a comissão de reformulação apontou a necessidade de reorganização dos projetos pedagógicos da graduação com relação às dimensões socioeconômicas, políticas e educativas. O perfil do profissional de Pedagogia deve atender as transformações ocorridas no mercado de trabalho.

No âmbito educacional, a reformulação procurou contemplar as orientações de organizações internacionais, como a Conferência Mundial sobre Educação,

realiza em Jomtien, na Tailândia, que se refletiu na elaboração dos Planos Decenais de Educação do país. Outras fontes de consulta foram: A LDB nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996 e as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Pedagogia que enfatizam três eixos importantes para o Curso de Pedagogia: a docência, a gestão e a produção de conhecimento.

A estrutura curricular foi organizada em campos de conhecimento que articula as seguintes dimensões: epistemológica, política e pedagógica. Estas são materializadas nos componentes curriculares. Os campos de conhecimento ficaram definidos da seguinte forma: (A) Ciências da Educação e Práticas Pedagógicas; (B) Gestão e Política Educacional; (C) Escola, Ensino-aprendizagem e Práticas Educativas e (D) Pesquisa Educacional.

De acordo com o atual currículo (005), a duração do curso é de, no mínimo quatro anos os turnos matutinos e vespertino e de cinco anos (dez semestres) para o turno noturno.

A carga horária é distribuída conforme quadro abaixo:

Carga horária total de duração do curso	3220h
Disciplinas obrigatórias	2740h
Atividades complementares	300h
Disciplinas optativas	180h

Em 2009, o Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE) atribuiu ao Curso de Pedagogia da UFRN o conceito 5 (nota máxima) avaliando-o como um dos melhores do Brasil. Este exame integra o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (SINAES) e tem como objetivo verificar o rendimento dos alunos dos cursos de graduação em relação aos conteúdos programáticos, as habilidades e competências. O ENADE foi instituído por meio da Portaria Normativa nº 8, de 15 de abril de 2011.

O Curso de Pedagogia é uma licenciatura que forma o educador para trabalhar com a docência, base de sua identidade profissional. O pedagogo lida com o processo educativo e pode exercer as funções de professor, pesquisador e coordenador em diversos espaços educacionais. Desta forma, este educador pode

atuar em diversas instituições, tais como: escolas, hospitais, empresas privadas, presídios, Organizações Não Governamentais (ONG), dentre outras.

As disciplinas de matemática estão distribuídas no quadro abaixo conforme semestres, a carga horária e o número de créditos:

Disciplinas	Semestre	Carga Horária	Créditos
Ensino de Matemática I	5º	60h	04
Ensino de Matemática II	6º	90h	06

Atualmente, o Curso de Pedagogia funciona no Campus Central/UFRN, nos turnos vespertinos e noturnos e no Centro de Ensino Superior do Seridó (CERES) no Campus de Caicó/RN, no turno matutino. O primeiro constituiu-se no curso com a maior demanda de alunos da UFRN.

5.3 TRANSFORMAÇÕES DE MEDIDAS NO CURSO DE PEDAGOGIA DA UFRN

Esta pesquisa comprehende uma intervenção metodológica direta por meio de jogos, em sala de aula; conforme defende a teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes. O presente capítulo tem como objetivo apresentar a metodologia usada na pesquisa e analisar qualitativamente os experimentos efetuados com a turma do Curso de Pedagogia.

No presente projeto de pesquisa desenvolve-se uma metodologia constituída pelas fases de avaliação e intervenção, análise qualitativa dos resultados e conclusões. A intervenção do pesquisador objetivou investigar a aprendizagem dos educadores no que se refere à compreensão de conceitos por meio de jogos defendidos por Dienes.

O capítulo apresenta as etapas da intervenção metodológica (pré-teste, as atividades de ensino por meio de jogos e o pós-teste), além da apresentação dos dados e análise das respostas.

A intervenção metodológica foi aplicada em uma turma do 5º período, do Curso de Pedagogia na disciplina *O Ensino da Matemática no 1º Grau I*, no segundo semestre de 2008, constituída de 40 (quarenta alunos), na forma de docência

assistida. Participaram do pré-teste e do pós-teste, 30 (trinta) alunos, enquanto que 10 (dez) alunos participaram do pós-teste, mas não quiseram fazer o pré-teste. Os assuntos foram distribuídos em 04 (quatro) de aulas, cada dia com quatro aulas, totalizando 16 (dezesseis) aulas, distribuídas conforme quadro abaixo:

1ª aula	Apresentação da pesquisa, aplicação do pré-teste, apresentação da teoria de Dienes. A importância do jogo como elemento comum entre a teoria de Dienes e outros teóricos estudados no Curso de Pedagogia.
2ª aula	Resolução e discussão do pré-teste, Construção da ideia de medida de comprimento, de área e de volume. Utilização de medidas arbitrárias e legais.
3ª aula	Transformação de medidas de comprimento, de área e de volume.
4ª aula	Aplicação do pós-teste e discussão dos resultados

5.3.1 Avaliação diagnóstica inicial e apresentação dos dados

5.3.1.1 Tabelas e gráficos referentes aos discentes que fizeram o pré-teste

Tabela 1 – Respostas relativas às questões sobre significado das unidades de comprimento, área e volume

Questões/ Respostas	1ª Questão (%)	2ª Questão (%)	3ª Questão (%)
Certas	33	10	0
Erradas	54	73	83
Em branco	13	17	17

Gráfico 1 - Relativo às respostas de questões sobre significado das unidades de comprimento, área e volume.

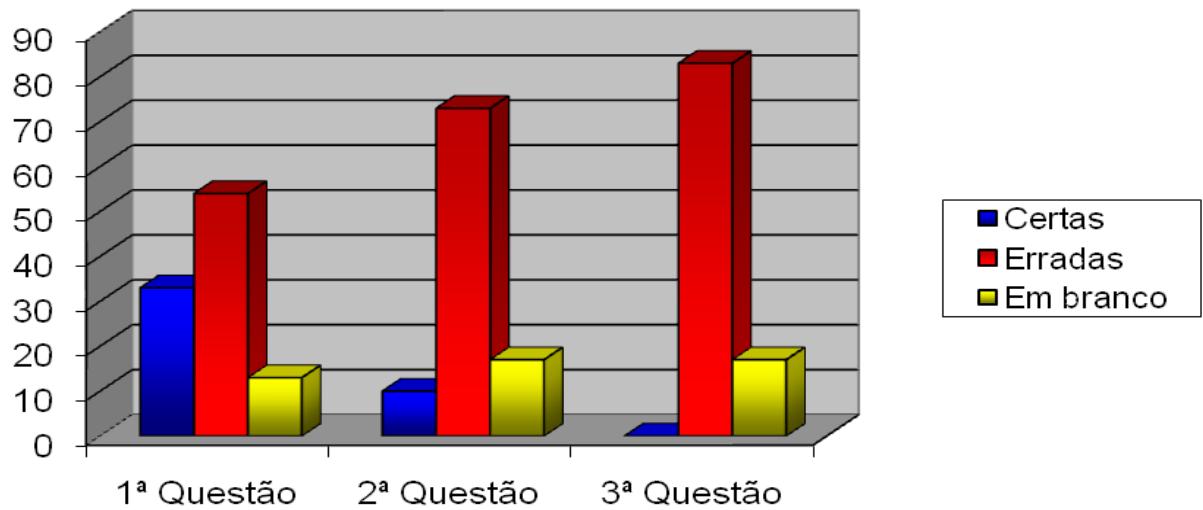


Tabela 2 – Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de comprimento

Questões/ Respostas	1ª Questão (%)	2ª Questão (%)	3ª Questão (%)
Certas	80	57	40
Erradas	7	26	50
Em branco	13	17	10

Gráfico 2 – Relativo às respostas de questões sobre transformação de medidas de comprimento

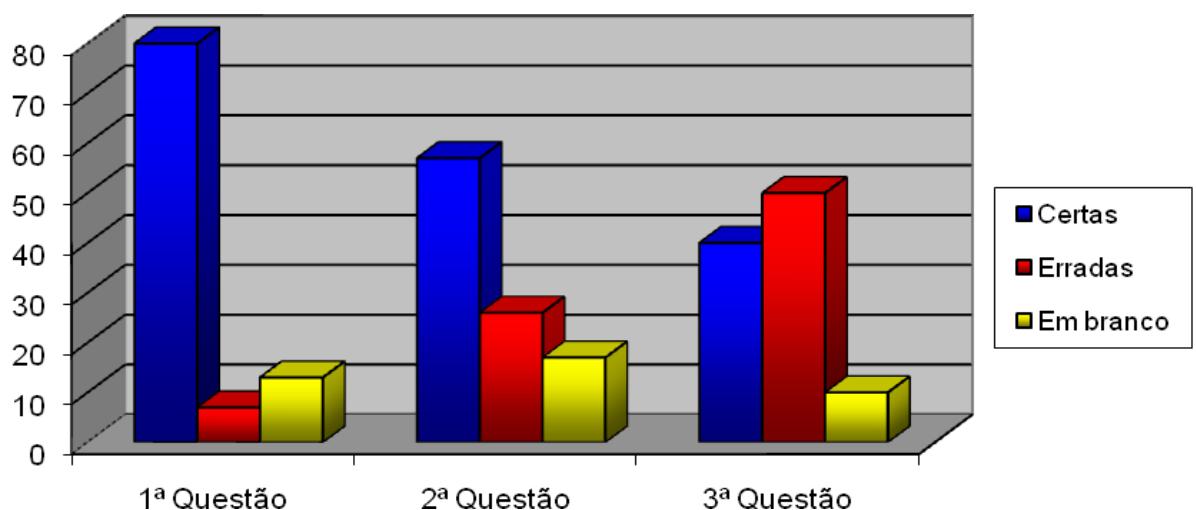


Tabela 3 – Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de áreas

Questões/ Respostas	1ª Questão (%)	2ª Questão (%)	3ª Questão (%)
Certas	10	10	0
Erradas	77	73	87
Em branco	13	17	13

Gráfico 3 – Relativo às respostas de questões sobre transformação de medidas de áreas

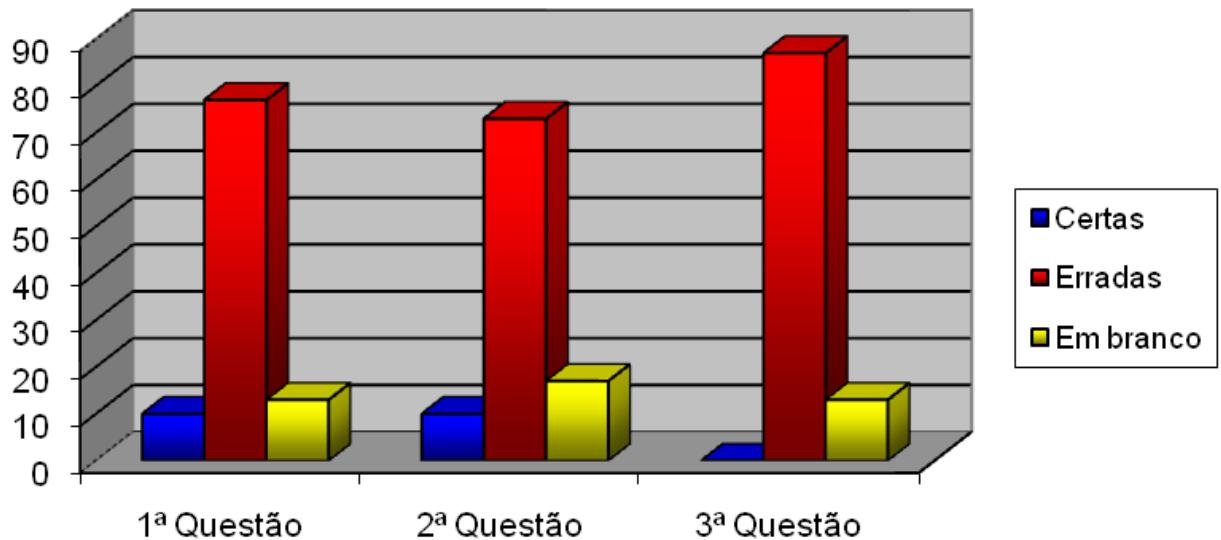
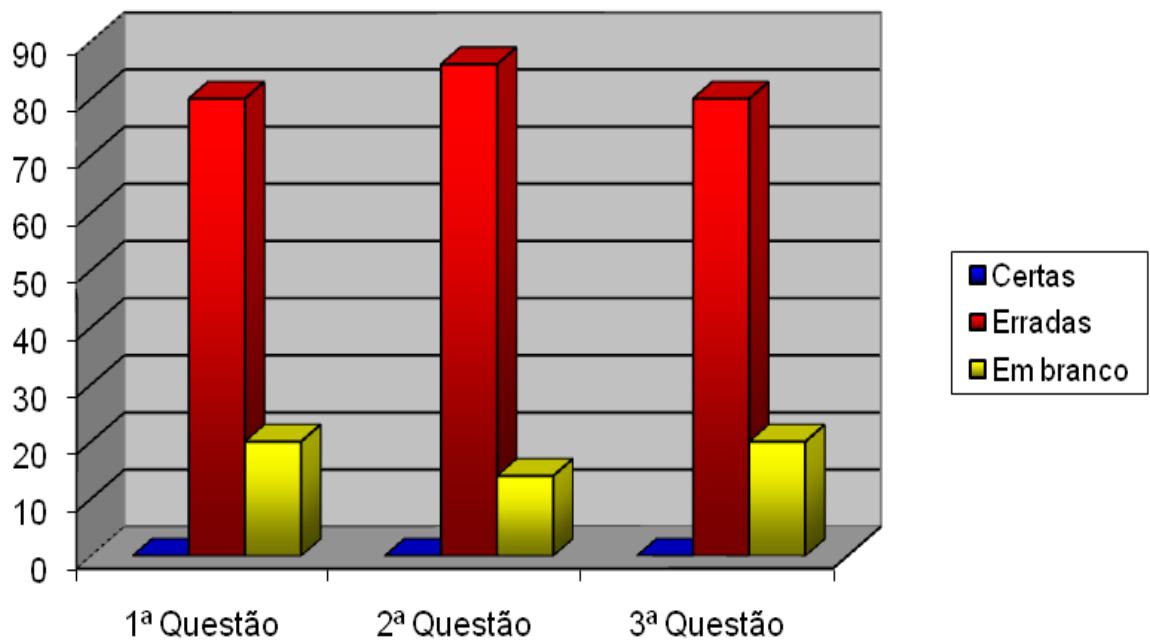


Tabela 4 - Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de volumes

Questões/ Respostas	1ª Questão (%)	2ª Questão (%)	3ª Questão (%)
Certas	0	0	0
Erradas	80	86	80
Em branco	20	14	20

Gráfico 4 – Relativo às respostas de questões sobre transformação de medidas de volumes



5.3.1.2 Alguns comentários dos(as) discentes que participaram do pré-teste.

(A) Explique o que significa as unidades de medidas das questões abaixo e estabeleça relações entre múltiplos ou submúltiplos e a unidade fundamental de medida:

(1ª) 1dam

(decâmetro) 0,1 m

A discente ISO denominou a unidade de medida da questão acima de “decâmetro”. No entanto, ao relacionar o múltiplo (dam) com a unidade fundamental de comprimento (m), assinalou o valor de 0,1 e incorreu em erro.

(2ª) 1hm²

hectômetro quadrado

A discente RMF denominou a unidade de medida da questão acima de “hectômetro quadrado”. No entanto, não apresentou a relação entre o múltiplo (hm^2) e a unidade fundamental de superfície (m^2).

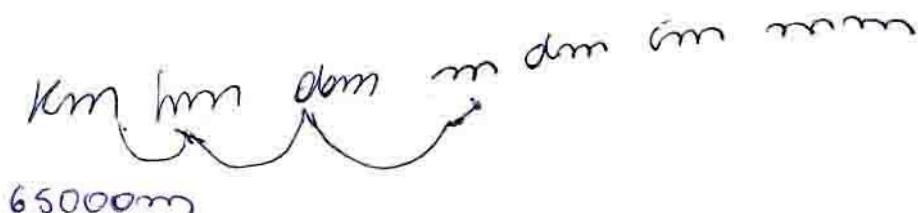
(3^a) 1dm^3

1 decímetro ao cubo

A discente SLS denominou a unidade de medida da questão acima de “1 decímetro ao cubo”. A denominação correta é “1 decímetro cúbico”. Além disso, não apresentou a relação entre o submúltiplo (dm^3) e a unidade fundamental de comprimento (m^3).

(B) Transformar as unidades de comprimento das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

(3^a) 6,5 km em m



A discente DOS apresentou o valor 65000m como resultado da transformação de 6,5 km em m. Questionada a respeito da resposta afirmou que, tomando a tabela como referência, deslocou “quatro casas para a direita”.

(C) Transformar as unidades de área das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

(1^a) $1,5\text{m}^2$ em cm^2

Km	hm	dam	M	dm	cm	mm

$$1\text{ Km} \rightarrow 1000\text{ m}$$

$$1\text{ hm} \rightarrow 10\text{ m}$$

$$1\text{ dam} \rightarrow 10\text{ m}$$

$$1,5\text{ m}^2 \rightarrow 150.000\text{ cm}^2$$

A discente KRS apresentou o valor 150.000 cm^2 como resultado da transformação de $1,5\text{m}^2$ em cm^2 . Questionada a respeito da resposta afirmou que, tomando a tabela como referência, deslocou “cinco casas” para a direita. Após o pedido de explicações, a discente compreendeu o erro cometido, inclusive nas relações efetuadas entre as unidades de medidas de superfície e a desatenção em ter colocado as unidades de medidas de comprimento na tabela. Quando estava trabalhando com medidas de superfície.

(D) Transformar as unidades de volume das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

(1ª) $3,5 \text{ m}^3$ em cm^3

$$\begin{array}{l} \text{km hm dm m cm mm} \\ \rightarrow 3.500 \text{ cm}^2 \end{array}$$

O discente RMS apresentou o valor 150.000cm^2 como resultado da transformação de $1,5\text{m}^3$ em cm^3 . Questionada a respeito da resposta afirmou que, tomando a tabela como referência, deslocou “cinco casas” para a direita. Após o pedido de explicações, a discente compreendeu o erro cometido, inclusive nas relações efetuadas entre as unidades de medidas de superfície e a desatenção em não perceber que estava lidando com transformação de unidades de volume, além de ter colocado a tabela de unidades de mediadas de comprimento.

5.3.2 Construção da compreensão de transformação de medidas de comprimento

A intervenção metodológica baseou-se em jogos para a prática de medição, conforme destacam Zoltan Paul Dienes e Golding E. W. Golding na obra *Exploração do espaço e prática da medição*, onde apresentam jogos para a compreensão de medição de comprimento e de superfície, dentre outros. A respeito dos jogos, Dienes e Golding (1977b), afirmam que:

Os jogos e atividades que descrevemos, não têm outro fim senão o de abrir, às crianças, janelas que dão sobre diversos campos de pesquisa, para que, quando chegar o momento, as ideias que desenvolverem sejam baseadas em situações já familiares para elas (DIENES; GOLDING, 1977b, p.14).

O apêndice II trata da introdução da prática de medição e consta de jogos que conduzem à compreensão da medição do comprimento, tais como: jogos conceituais, disposição por ordem de tamanho, jogos para avaliar distâncias, introdução de unidades arbitrárias de comprimentos, apresentação de unidades legais, emprego de várias unidades diferentes na mesma medição, diferentes enunciados possíveis de uma mesma medida, medição com o mínimo de unidades e emprego de marcas sobre réguas, dentre outros.

Com relação aos jogos que conduzem à compreensão da medição de superfície, o apêndice citado no parágrafo anterior apresenta cinco tipos de jogos: medição das superfícies com unidades arbitrárias, emprego do decímetro quadrado, o centímetro quadrado, medição de uma superfície com duas unidades ao mesmo tempo (decímetros e centímetros quadrados) e medição de uma superfície com uma só unidade de cada ordem.

Para a compreensão de medida de volume, os jogos desenvolvidos basearam-se no material dourado desenvolvido por Montessori. A respeito da utilização de outro tipo de material concreto, Dienes (1970) afirma que não é contra o uso de qualquer outro tipo de material concreto e enfatiza:

Podem ser muito úteis como parte de um laboratório de Matemática, onde serão usados em ligação com outras situações, outros problemas e outros materiais. Isolados, tendem a produzir um aprendizado associativo e não abstrato (DIENES, 1970, p.9).

5.3.2.1 Jogos para compreensão de medidas de comprimento

Os jogos utilizados para compreensão de medidas de comprimentos tiveram início ao se colocar uma carteira escolar a uma certa distância da parede da sala de aula e fazer para a turma que tinha sido convidada a participar dos jogos, a pergunta: qual é a distância entre a carteira e a parede?

Explicamos aos alunos que se essa pergunta fosse feita às crianças, talvez elas não tivessem condições de dar uma resposta adequada. Por isso usamos, inicialmente, diversas medidas arbitrárias para responder a pergunta, tais como: (A) 10 espetinhos para churrasco da marca Gina mais um pedaço de espetinho; (B) 12 canudos plásticos da marca Regina mais um pedaço de canudo plástico; (C) 26 (vinte e seis) fósforos extra longos, da marca Fiat Lux mais um pedaço de fósforo extra longo; (D) 66 (sessenta e seis) fósforos pequenos da marca Fiat Lux.

Para Dienes e Golding (1977b),

Os jogos [...] entram assim que as crianças sintam necessidade de medir comprimentos. O professor pode perguntar: "Qual é a distância daqui até a parede?" – Evidentemente, as crianças não sabem o que responder, pois não têm ainda nenhuma experiência de medida (DIENES; GOLDING, 1977b, p.58).

A seguir, trabalhamos com múltiplos e submúltiplos, por meio de perguntas utilizando medidas arbitrárias: (A) O comprimento de um palito de fósforo extra longo equivale ao comprimento de quantos palitos de fósforos pequenos? (B) O comprimento de um espetinho de churrasco equivale ao comprimento de quantos palitos de fósforos extra longos? (C) O comprimento de um canudo plástico equivale ao comprimento de quantos palitos de fósforos pequenos? As respostas encontradas foram: (D) 02 (dois) palitos de fósforos pequenos mais um pedaço de fósforo pequeno; (E) 02 (dois) palitos de fósforos extra longos mais um pedaço de fósforo extra longo; (F) 05 (cinco) palitos de fósforo pequenos mais um pedaço de fósforo pequeno. Estas medidas arbitrárias foram trazidas para a sala de aula pelo autor da pesquisa.

Por último, utilizamos uma trena – instrumento de medição – para encontrar a distância (ou comprimento) entre a carteira escolar e a parede, empregando a unidade fundamental de medida, o metro (m). A resposta encontrada foi 2,64m. Desta forma, discutimos a importância de termos unidades de medidas que seja utilizado pela maioria dos países, ou seja, que pertença ao Sistema Internacional de Unidades (SI).

A seguir, utilizamos o seguinte jogo: distribuímos na sala de aula pedaços de cordões de cores diferentes cortados antecipadamente com comprimento de 1m.

Dez alunas(os) foram escolhidos aleatoriamente e pedimos ao primeiro aluno que escolhesse um (uma) colega para emendar, por meio de esparadrapo, o seu pedaço com o(a) dele(a). A seguir, os dois pedaços foram emendados com o terceiro, e assim sucessivamente, até o décimo pedaço. Pedimos para que os dez pedaços emendados fossem esticados na sala de aula, no sentido diagonal. Após o pedido ter sido atendido, perguntamos: este comprimento formado por dez pedaços de 1 m como é chamado? A resposta foi decâmetro. Explicamos que se estivéssemos lidando com crianças, a resposta seria dada pelo educador. Outras perguntas foram efetuadas: Como se representa o decâmetro? A resposta foi dam. Se o decâmetro é um comprimento maior do que o metro, ele é múltiplo ou submúltiplo do metro? A resposta da turma foi: múltiplo. Quantas vezes o decâmetro é maior do que o metro que é a unidade fundamental? A resposta da turma foi 10 vezes. Então concluímos que na transformação de medidas de comprimento de uma unidade maior para uma menor imediatamente inferior podemos multiplicar por 10 e que no caso contrário, dividimos por 10.

Aproveitamos este raciocínio para construção da tabela de conversão de medidas de comprimento e explicamos que podíamos nos basear nos sufixos latinos colocados antes da palavra metro que é a unidade fundamental de medida de comprimento. Os sufixos que indicassem valor maior do que a unidade fundamental ficariam a esquerda da mesma, e os sufixos que indicassem valor menor do que a unidade fundamental ficariam à direita da unidade fundamental. As unidades de medida de comprimento seriam organizadas do maior para o menor valor na tabela de conversão.

5.3.2.2 Tabela de conversão de medidas de comprimento

Segundo Silva (2004), os historiadores consideram como criador do Sistema Métrico Decimal de Medidas o matemático, astrônomo e vigário da paróquia de São Paulo, em Lion, França: Gabriel Mouton (1618-1694).

Uma proposta de unificação dos pesos e medidas foi apresentada em 9 de março de 1790 por Charles Maurice de Talleyrand (1754-1838), bispo de Autun e deputado na Assembléia Nacional Francesa. A proposta foi votada pela Assembléia Nacional, em 8 de maio, e sancionada por Luiz XVI, em 22 de agosto do mesmo ano.

No Brasil ocorreram três iniciativas importantes para ordenação do sistema de mediação. A primeira ocorreu com a Constituição Imperial de 1924. A segunda iniciativa aconteceu em 1862, com a proposta de substituição do sistema de pesos e medidas vigentes pelo sistema métrico francês. Em 1872, D. Pedro II expediu instruções para adotar o novo sistema de pesos e medidas, por meio da Lei nº 1.157. A terceira iniciativa ocorreu em 1938, com a criação do Conselho de Metrologia, que criou o Instituto Nacional de Tecnologia (INT), órgão que realizava a inspeção técnica e fiscalização metrológica do país. Este órgão foi sucedido, em 1961, pelo Instituto Nacional de Pesos e Medidas (INPM), que por sua vez foi substituído pelo Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (INMETRO), em 1982.

Atualmente a tabela de conversão de medida de comprimento toma a seguinte disposição com relação às unidades de medidas de comprimento: km (quilometro), hm (hectômetro), dam (decâmetro), m (metro), dm (decímetro), cm (centímetro) e mm (milímetro).

A tabela de conversão de medidas foi organizada, inicialmente, da forma abaixo, para que a relação entre os sufixos e o valor correspondente ficasse estabelecida. As unidades citadas são sete e existe a relação de uma unidade maior ser 10 vezes uma unidade menor situada a sua direita na tabela de conversão de medidas.

Múltiplos			Submúltiplos			
Km	hm	dam	m	dm	cm	Mm
quilo-metro	hectô-metro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	Milímetro
Prefixos						
quilo	hecto	deca	m	deci	centi	Mili
Equivale a 1000	Equivale a 100	Equivale a 10		Equivale a 1/10	Equivale a 1/100	Equivale 1/1000
X 1000	X 100	X 10		÷ 10	÷ 100	÷ 1000
Múltiplos			Submúltiplos			
1 km = 1000 m	1 hm= 100 m	1 dam= 10 m	1 m	1 dm= 0,1 m	1 cm= 0,01 m	1 mm= 0,001 m

Discutimos a dificuldade de se trabalhar com medidas arbitrárias, porque o resultado se afasta do resultado obtido por meio da medida legal, na maioria das

vezes. Na pesquisa houve uma coincidência, entre o resultado obtido por meio de uma medida arbitrária (palitos de fósforos pequenos) e o resultado obtido por meio da unidade legal (cm). O resultado de ambas foi 264 cm ou 2,64 m.

A seguir, adaptado de Toledo e Toledo (1997) e de Reame (1998), as seguintes transformações foram efetuadas no quadro branco da sala de aula: (A) 75 dam em m (Resp: 750 m). (B) 85,3 m em dam (Resp: 8,53 dam). (C) 500 m em km. (0,5 km). (D) 3,5 km em m (Resp: 3.500 km).

5.3.3. Construção da compreensão de transformação de medidas de área

5.3.3.1 Jogos para compreensão de medidas de área

Para compreensão de medida de área, utilizamos, inicialmente, medidas arbitrárias de área. Dividimos a turma em grupos e distribuímos o material previamente escolhido: cartas de baralho, cartões telefônicos usados, cartões de visita e capas de CD.

Dienes e Golding (1977b) defendem que para compreensão da medida de área os professores podem fazer perguntas que favoreçam a compreensão de que a área é a medida de uma determinada superfície, e na utilização de medidas arbitrárias as perguntas podem ser dirigidas de forma que a medida corresponda ao número de objetos que cobrem uma superfície, tais como:

Quantos pedaços de papelão são necessários para cobrir esta mesa? E aquela? Com o auxílio do professor, as crianças dispõem cartões ou peças de cerâmica sobre as superfícies em questão de maneira que fiquem inteiramente (ou quase inteiramente) e contam os elementos [...]. (DIENES; GOLDING, 1977b, p.85).

Os grupos receberam a tarefa de cobrir a superfície de uma folha de cartolina quadrada com 18 cm de lado, previamente recortada, com quatro tipos de medidas arbitrárias: cartas de baralho, cartões telefônicos usados, cartões de visitas e capas de CD. Os seguintes resultados foram encontrados: 6 (seis) cartas de baralho mais um pedaço de carta de baralho, 6 (seis) cartões telefônicos mais um

pedaço de cartão telefônico, 6 (seis) cartões de visitas mais um pedaço de cartão de visita e quase 2 (duas) capas de CD.

A seguir, discutiu-se sobre a dificuldade de se ter um resultado adequado da área, a partir de medidas arbitrárias de área, porque a área do quadrado de cartolina de 18 cm de lado foi aproximadamente 6 (seis) cartas de baralho, de cartões telefônicos ou de cartões de visitas. Apesar disso, os cartões e as cartas possuem tamanhos diferentes.

A seguir, foram distribuídos entre os grupos, quadrados de cartolina de 10 cm de lado hachurados com a distância de um 1 cm entre as linhas horizontais e verticais, além de tesouras caso fosse necessário recortar os quadrados de cartolina. Objetivava-se trabalhar com unidades legais de medidas de área, no caso cm.

Os grupos distribuíram sobre o quadrado de cartolina de 18 cm de lado a seguinte configuração: 1 (um) quadrado de cartolina de 10 cm de lado, 2 (dois) retângulos de cartolina de 10 (dez) cm de comprimentos por 8 (oito) cm de largura e 1 (um) quadrado de cartolina de 8 (oito) cm de lado. Esta configuração totalizou 324 quadradinhos que cobriram a superfície do quadrado maior ou 324 cm de área. Discutiu-se a relação de área como a medida de superfície. Uma pergunta foi lançada para a classe: Como é denominado o quadrado maior que recobriu o quadrado de 18 cm de lado? Depois de uma breve discussão a resposta foi: decímetro quadrado.

A seguir, 100 (cem) quadrados de cartolina com 10 cm de lado foram recortados previamente, de cores diferentes: 10 (dez) quadrados de cor amarela, 10 (dez) quadrados de cor azul claro, 10 (dez) quadrados de cor verde, 10 (dez) quadrados de cor preta, 10 (dez) quadrados de cor azul escuro e 50 (cinquenta) quadrados de cor branca.

A turma foi convidada a ficar ao redor dos quadrados colocados no chão da sala de aula. Dois quadrados foram medidos com uma régua e constatou-se que possuíam 10 cm de lado. Os quadrados também estavam hachurados com linhas horizontais e verticais distando 1 cm uma da outra, para facilitar a visualização dos 100 cm². Desta forma, o material concreto poderia contribuir para a compreensão da construção de 1m².

As seguintes perguntas foram formuladas: (A) Se um quadrado de cartolina possui 10 cm de lado, qual é o valor de sua área? (B) Qual a área de 10 (dez)

quadrados de cartolina que estão sobre o chão? (C) E de 30 (trinta) quadrados de cartolina? (D) E de 50 (cinquenta) quadrados de cartolina? (E) E dos 100 (cem) quadrados de cartolina colocados lado a lado de maneira que formem um quadrado maior? (F) E se os quadrados formarem um retângulo, qual seria a área? Após um período de discussão, de cálculos e desenhos efetuados no quadro branco da sala de aula, as seguintes respostas foram elencadas: (A) 100 cm^2 , (B) 1000 cm^2 , (C) 3000 cm^2 , (D) 5000 cm^2 . (E) 10000 cm^2 . (F) 10000 cm^2 .

5.3.3.2 Tabela de conversão de medidas de área

Tomamos como base para a construção da tabela de conversão de medidas de área, a tabela de conversão de medidas de comprimento com a seguinte diferença: se o quadrado de cartolina tem 10 cm de lado, sua área equivale a 100 cm^2 . Se a área do quadrado de cartolina pode ser expressa por 1 dm^2 ou por 100 cm^2 , concluímos que para transformar 1 dm^2 em cm^2 , multiplica-se por 100.

Múltiplos			Submúltiplos			
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow	\rightarrow
$\times 100$	$\times 100$	$\times 100$	$\times 100$	$\times 100$	$\times 100$	$\times 100$
\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow	\leftarrow
$\div 100$	$\div 100$	$\div 100$	$\div 100$	$\div 100$	$\div 100$	$\div 100$

A seguir, transformamos as respostas encontradas no jogo elaborado com os quadrados de cartolina (cm^2) em dm^2 e m^2 , conforme dados apresentados na tabela abaixo

Metro	Decímetro	Centímetro
$0,01 \text{ m}^2$	1 dm^2	100 cm^2
$0,10 \text{ m}^2$	10 dm^2	1000 cm^2
$0,30 \text{ m}^2$	30 dm^2	3000 cm^2
$0,50 \text{ m}^2$	50 dm^2	5000 cm^2
$0,01 \text{ m}^2$	1 dm^2	100 cm^2

A seguir, a partir de questões recolhidas de Domênico, Lago e Ens (s/d, p.163), as seguintes transformações foram efetuadas no quadro branco da sala de aula: (A) 1,4 m² em cm² (Resp: 14000 cm²). (B) 555 dam² em km² (Resp: 0,0555 km²). (C) 72,3 m² em dm² (Resp: 7230 dm²). (D) 0,51 m² em hm² (Resp: 0,000051 hm²).

5.3.4 Construção da compreensão de transformação de medidas de volume

5.3.4.1 Jogos para compreensão de medidas de volume

Os jogos com medidas arbitrárias de volume foram realizados utilizando-se uma caixa que pudessem caber: caixas de fósforos extra longo, caixas de baralhos, caixas de perfume e caixas de fósforos pequenos.

Segundo Dienes e Golding (*Ibidem*),

É brincando de encher e esvaziar um recipiente grande, com um ou vários recipientes pequenos, que a criança adquire sua primeira experiência de volume [...] a criança adquire, com este jogo e outros análogos, uma vasta experiência de natureza implícita, que lhe é indispensável. (*Ibidem*, p.74).

A turma foi convidada a ficar ao redor do birô da sala de aula e 4 (quatro) estudantes foram escolhidos aleatoriamente para encher e esvaziar a caixa maior com os recipientes ou caixas menores citadas anteriormente. Os(as) estudantes responderam que a caixa poderia caber aproximadamente: 6 (seis) caixas de fósforos extra longo, 7 (sete) caixas de baralhos, 2 (duas) caixas e meia de perfume ou 26 caixas de fósforos pequenos.

A seguir, uma aluna foi convidada a encher e esvaziar uma caixa previamente confeccionada, com as seguintes dimensões: 8 cm de comprimento, 6 cm de largura e 4 cm de altura. Os objetos que encheram a caixa foram os cubinhos do material dourado de Maria Montessori. Desta forma, uma medida legal de unidade de volume foi utilizada, no caso, o centímetro cúbico.

Após o preenchimento e o esvaziamento da caixa foram contados 192 cubinhos do material dourado. As seguintes perguntas foram efetuadas: Qual é o

valor em centímetros de cada cubinho? Qual o volume da caixa em cubinhos? Qual o valor do volume da caixa em centímetros? As seguintes respostas foram elencadas: 1 cm³, 192 cubinhos e 192 cm³.

O próximo passo foi apresentar o “cubão” e realizar os seguintes questionamentos: (A) Qual é o valor em cm de cada lado do “cubão”? (B) Qual a outra forma de expressar o valor do lado do “cubão”? (C) Cite duas formas de expressar o volume do “cubão”. (D) Qual é a relação entre as duas formas de expressar o valor do “cubão”? As seguintes respostas foram elencadas: (A) Dez cubinhos. (B) 10 cm. (C) 1 dm³ ou 1000 cm³. (D) Que 1 dm³ equivale a 1000 cm³

5.3.4.2 Tabela de conversão de medidas de volume

Após a relação entre as unidades de medida de volume, ou seja, entre dm³ e cm³, construiu-se a tabela de conversão de medidas de volume.

Múltiplos			Submúltiplos			
km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
→	→	→	→	→	→	→
x 1000	x 1000	x 1000	x 1000	x 1000	x 1000	x 1000
←	←	←	←	←	←	←
÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000

A seguir, recolhido de Domênico, Lago e Ens (s/d, p.170), as seguintes transformações foram efetuadas no quadro branco da sala de aula: (A) 6,236 m³ em dam³ (Resp: 0,006236 dam³). (B) 0,534 dam³ em m³ (Resp: 534 m³). (C) 7,742 m³ em dam³ (Resp: 0,007742 dam³). (D) 7 mm³ em m³ (Resp: 0,000000007 m³).

5.4 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA FINAL

A avaliação diagnóstica final será discutida no item 5.5 denominado Análise dos resultados. A avaliação diagnóstica inicial que serviu de base para a formulação do módulo de ensino por meio de jogos estruturados, baseados na teoria de Dienes, também será mencionada na análise dos resultados.

5.5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.5.1 Tabela e gráficos relativos aos discentes que fizeram o pré-teste e o pós-teste.

Tabela 5 – Respostas relativas às questões sobre significado das unidades de comprimento, área e volume

Questões/ Respostas	1 ^a Questão (%)	2 ^a Questão (%)	3 ^a Questão (%)
Certas	100	100	100
Erradas	0	0	0
Em branco	0	0	0

Gráfico 5 – Relativo às respostas de questões sobre significado das unidades de comprimento, área e volume

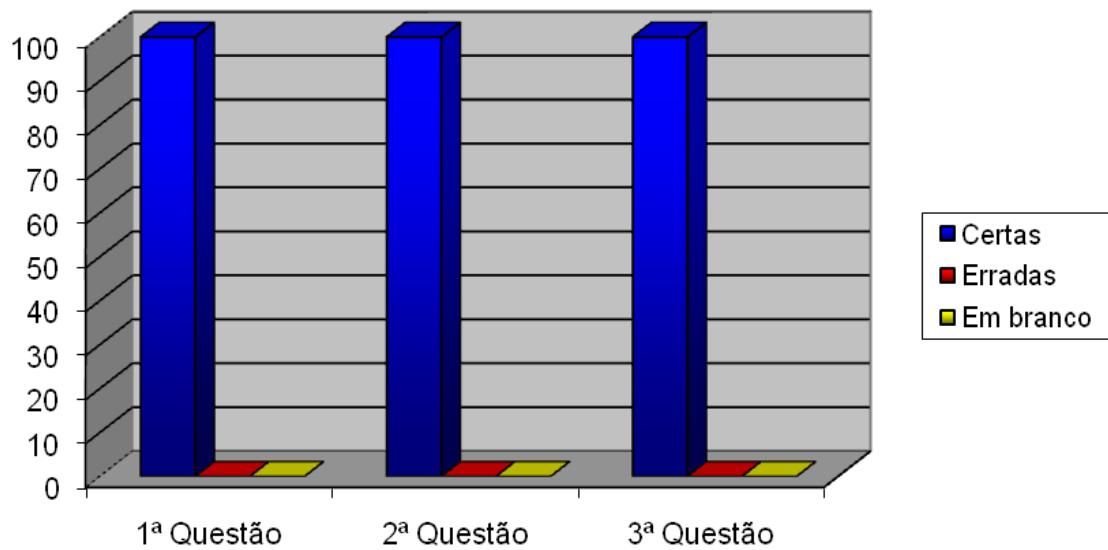


Tabela 6 – Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de comprimento

Questões/ Respostas	1 ^a Questão (%)	2 ^a Questão (%)	3 ^a Questão (%)
Certas	100	100	100
Erradas	0	0	0
Em branco	0	0	0

Gráfico 6 – Relativo às respostas das questões sobre transformação de medidas de comprimento

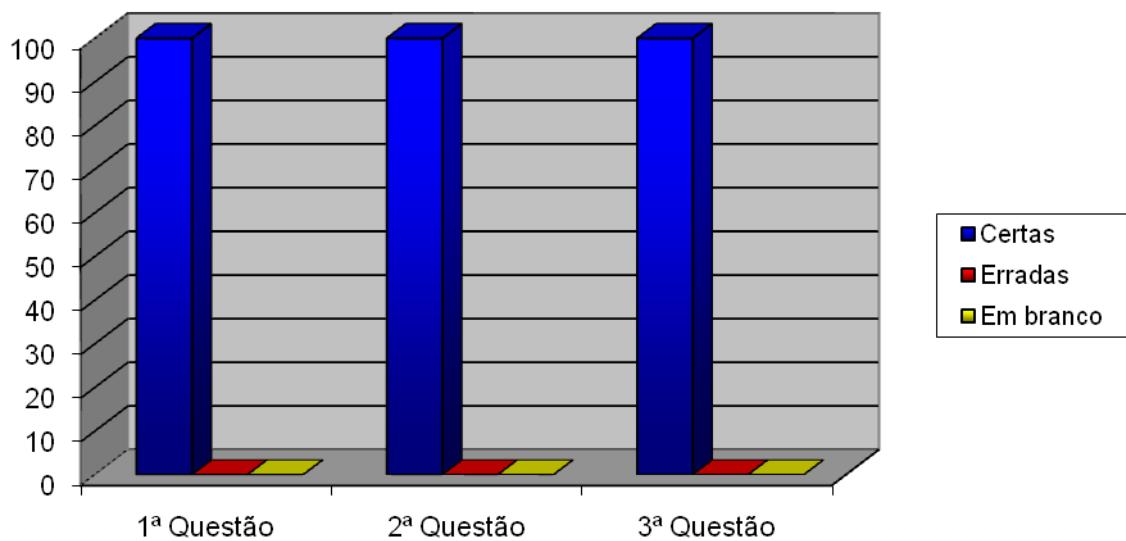


Tabela 7 - Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de áreas

Questões/ Respostas	1ª Questão (%)	2ª Questão (%)	3ª Questão (%)
Certas	93	80	77
Erradas	7	20	23
Em branco	0	0	0

Gráfico 7 – Relativo às respostas das questões sobre transformação de medidas de área

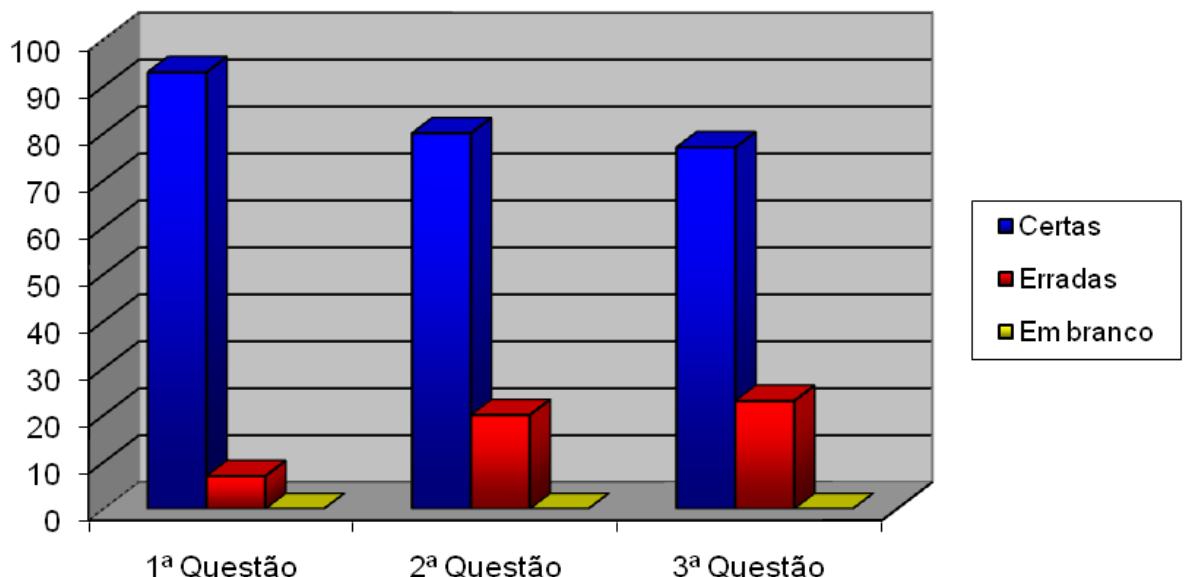
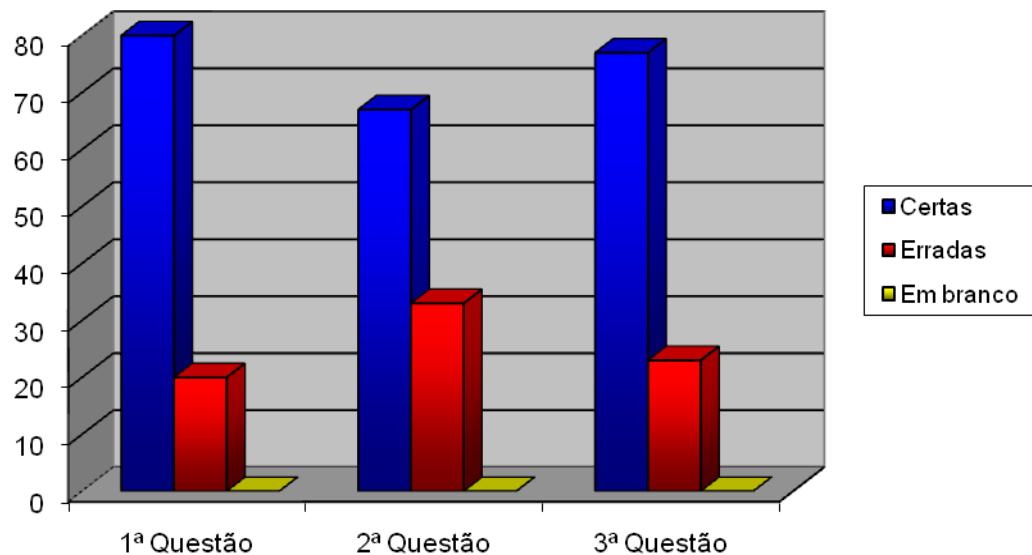


Tabela 8 – Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de volumes

Questões/ Respostas	1ª Questão (%)	2ª Questão (%)	3ª Questão (%)
Certas	80	67	77
Erradas	20	33	23
Em branco	0	0	0

Gráfico 8 - Relativo às respostas das às questões sobre transformação de medidas de volumes



5.5.2 Tabela e gráficos relativos aos discentes que fizeram somente o pós-teste.

Tabela 9 - Respostas relativas às questões sobre significado das unidades de comprimento, área e volume

Questões/ Respostas	1ª Questão (%)	2ª Questão (%)	3ª Questão (%)
Certas	90	90	90
Erradas	10	10	10
Em branco	0	0	0

Gráfico 9 – Relativo às respostas das questões sobre transformação de medidas de comprimento, área e volume

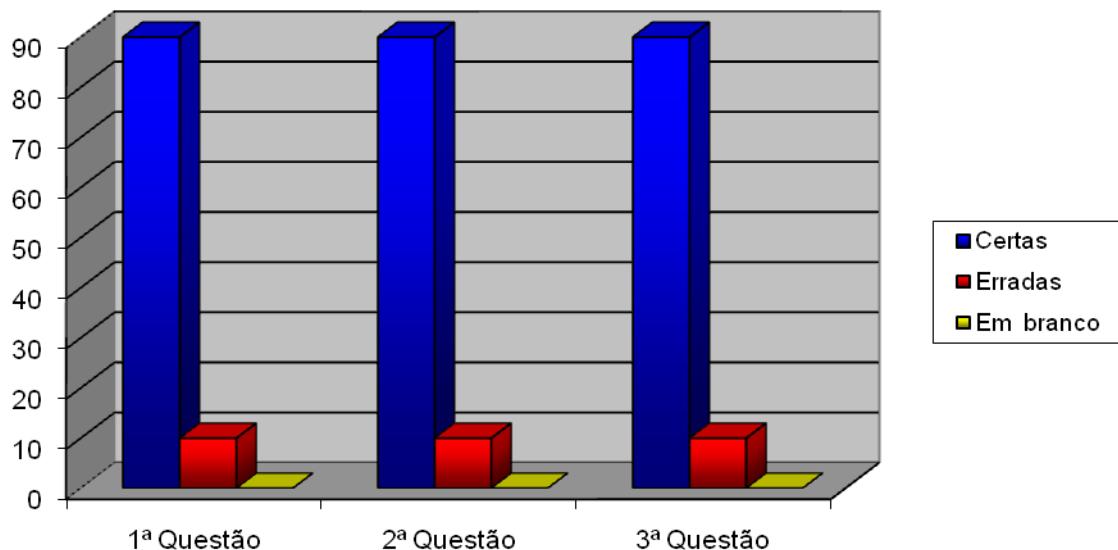


Tabela 10 - Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de comprimento

Questões/ Respostas	1ª Questão (%)	2ª Questão (%)	3ª Questão (%)
Certas	100	100	100
Erradas	0	0	0
Em branco	0	0	0

Gráfico 10 – Relativo às respostas das questões sobre transformação de medidas de comprimento

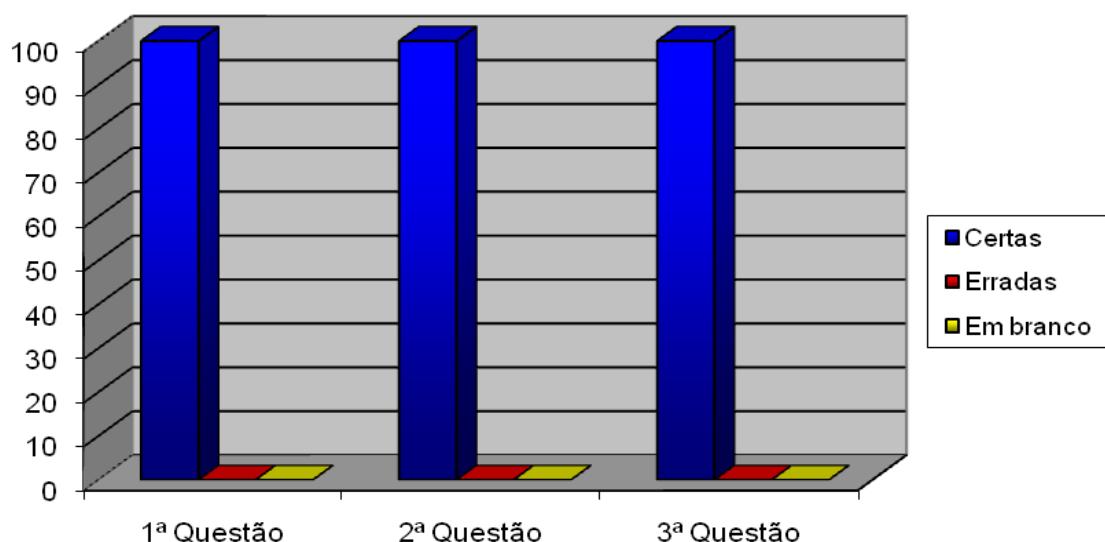


Tabela 11 - Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de áreas

Questões/ Respostas	1ª Questão (%)	2ª Questão (%)	3ª Questão (%)
Certas	90	90	80
Erradas	10	10	20
Em branco	0	0	0

Gráfico 11 – Relativo às respostas das questões sobre transformação de medidas de áreas

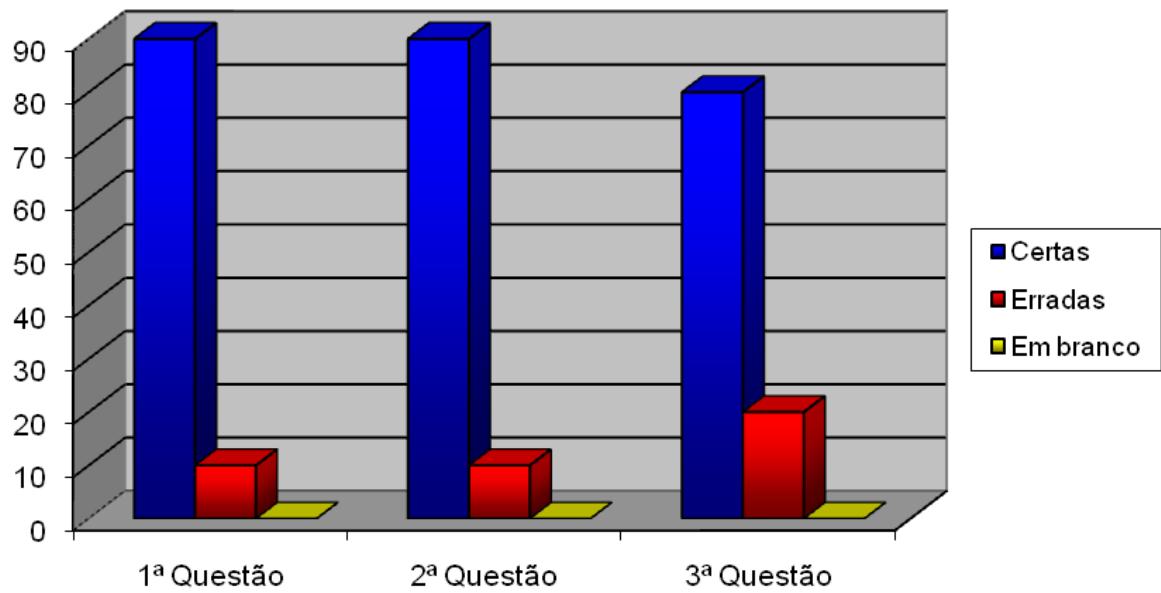
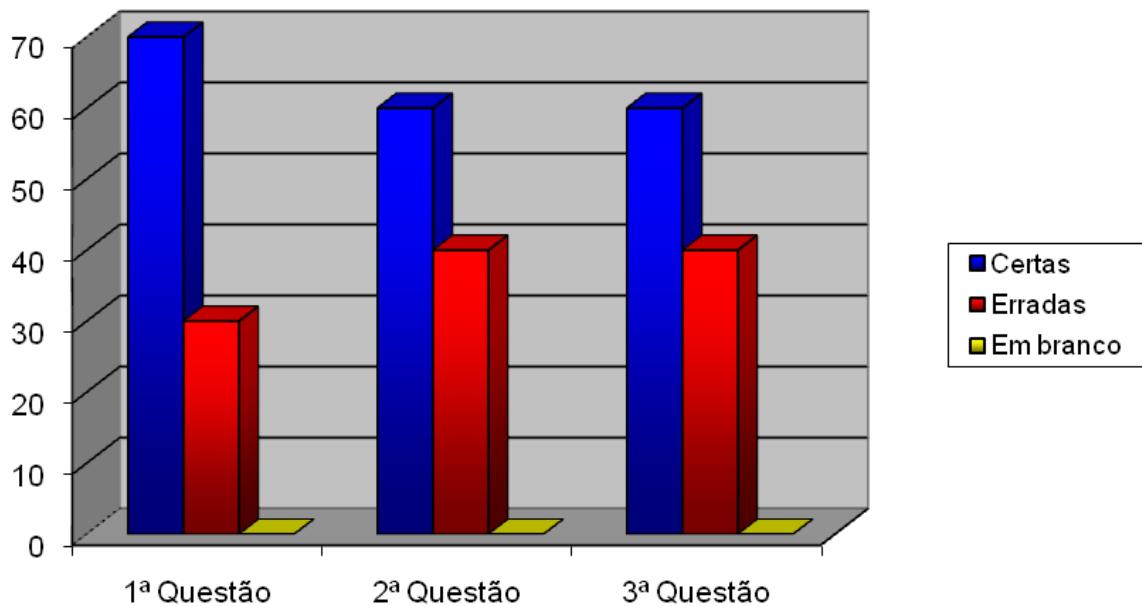


Tabela 12 - Respostas relativas às questões sobre transformação de medidas de volumes

Questões/ Respostas	1ª Questão (%)	2ª Questão (%)	3ª Questão (%)
Certas	70	60	60
Erradas	30	40	40
Em branco	0	0	0

Gráfico 12 - Relativas às respostas das questões sobre transformação de medidas de volumes



5.5.3 Critérios para classificação das respostas do pós-teste

A classificação das respostas dos alunos sobre as questões do pós-teste foi feita, com base em Rodrigues Neto (1998), e adaptadas da seguinte forma:

- 1)Classificamos como A as respostas consideradas como de bom nível de representação simbólica, indicando que o aluno atingiu o nível de abstração reflexionante relativa ao conceito explorado;
- 2)As questões classificadas como B são aquelas em que o aluno demonstra que atingiu o nível de abstração empírica sobre o conceito em questão;
- 3)As questões não respondidas são indicadas por C

5.5.4 Alguns comentários dos discentes que participaram do pré-teste e do pós-teste

- (A) Explique o que significa as unidades de medidas das questões abaixo e estabeleça relações entre múltiplos ou submúltiplos e a unidade fundamental de medida:

(1ª) 1 km

Resposta da discente:

1 Km → um quilômetro - Medida equivalente a 1000 metros

A discente AKM estabeleceu a relação entre múltiplo (km) e a unidade fundamental de comprimento (m). Ao ser questionada sobre a resposta, a discente respondeu que: "posso colocar 1000 (mil) pedaços de 1 m (um metro) lado a lado e formar 1 km (um quilômetro), o que significa multiplicar mil por um ou deslocar a vírgula na tabela de conversão três casas para direita", afirmou. Os objetos foram modificados pelas ações do sujeito e enriquecidos por propriedades advindas de coordenações de suas ações (propriedade de multiplicação e tabela de conversão). A resposta não está nos objetos, mas em um patamar superior, isto é, no que a discente *retirou* deles e que não lhes é próprio, cuja fonte se encontra nos *não-observáveis* (coordenações endógenas). Desta forma, a resposta indica que a discente atingiu o nível de abstração reflexionante.

(2ª) 9 dam²

Resposta da discente:

9 dam² - é um quadrado com 3 dam de lado,

A discente ISN encontrou o valor correto do lado do quadrado (3 dam). Questionada a respeito da resposta, respondeu que 9 dam² seria representado por um quadrado de 3 dam de lado. "Os quadrados são parecidos com os quadrados dispostos no chão da sala de aula durante a utilização dos jogos. Só que o quadrado é grandão", completou. Questionada a respeito da relação entre o comprimento do lado do quadrado (3 dam) e a resposta de (9 dam²) de área, a discente respondeu que "a multiplicação de um lado por outro é igual a área". Os objetos (quadrados de cartolina) – a representação oriunda da memória – foram modificados pelas ações do sujeito e propriedades oriundas da coordenação endógena possibilitaram a compreensão de que a resposta de 9 dam² seria dada pela fórmula de área ($A = l \times l = l^2$). Esta compreensão acontece em um patamar superior. Mesmo não tendo apresentado as relação entre 9 dam² e a unidade fundamental de medida de área, a

resposta da discente aponta no sentido de que a mesma atingiu o nível de abstração reflexionante.

(3^a) 1 dm³

Resposta do discente:

1 dm³, significa uma figura cubica com três dimensões iguais a 1 dm

Questionado a respeito da resposta, o discente AAR explicou o significado da medida de volume (dm³), comparando-o com o “cubão” do material dourado de Maria Montessori que possui três “quinhas”. À respeito da relação entre o submúltiplo e a unidade fundamental de volume (m³), o discente apresentou a resposta correta: 0,001 m³, valor obtido por meio da tabela de conversão de medidas de volume, “deslocando a vírgula uma casa para esquerda (cada casa vale três porque é cúbico) ou dividindo por 1000”, afirmou. A resposta do discente necessitou de objeto de apoio para coordenação de suas ações (operação de divisão e deslocamento para esquerda na tabela de conversão). Desta forma, a resposta do discente indica que o mesmo atingiu o nível de abstração reflexionante.

(B) Transformar as unidades de medidas de comprimento das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

(1^a) 15 dam em dm

Resposta da discente:

Km	hm	dam	m	dm	cm	mm
----	----	-----	---	----	----	----

15 dam em dm = 1500 dm (muda a vírgula 2 casas pra direita dividindo por 100)

A discente LGS transformou 15 dam em dm, a partir da tabela de conversão de medidas de comprimento e explicou a relação entre o deslocamento da vírgula “duas casas” para direita, com a multiplicação por 100 (duas casas). Instigada a

aprofundar a relação com a construção de 1 dam efetuado na sala de aula, explicou que “são quinze vezes aquele comprimento, ou seja 150 m; e se cada metro tem “dez partes de dez (10 decímetros), logo são, $150 \times 10 = 1500$ dm”. A discente necessitou do apoio de objetos: construção de 1 dam com dez pedaços de cordão, cada um com um metro de comprimento, e a partir desse jogo realizado na sala de aula; modificar o objeto por meio de coordenações de ações (multiplicação e tabela de conversão) para atingir um patamar superior. A resposta indica que a discente atingiu o nível de abstração reflexionante.

(C) Transformar as unidades de medidas de superfície das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

(1ª) $1,9 \text{ m}^2$ em cm^2

Resposta da discente:

$$\begin{array}{ccccccccc} \text{km}^2 & \text{hm}^2 & \text{dam}^2 & \text{m}^2 & \text{dm}^2 & \text{cm}^2 & \text{mm}^2 \\ 1,9 \text{ m}^2 & \rightarrow \text{cm}^2 & 19,000 \end{array}$$

$19.000 \text{ cm}^2 \rightarrow$ Multiplica-se por dez mil. Desloca a vírgula 4 casas

A discente FKR transformou $1,9 \text{ m}^2$ em cm^2 a partir da tabela de transformação de medidas de superfície e explicou a relação entre o deslocamento da vírgula “quatro casas” para direita e a multiplicação por “dez mil”. A resposta da questão segue a tabela de conversão de medidas de área. Indagada a respeito, a discente não estabeleceu a relação adequada do significado das medidas. No entanto, lembrou da construção do m^2 realizado no chão da sala de aula com quadrados de cartolinhas cujo lado de cada quadrado valia 1dm ou 10cm. O seguinte raciocínio foi estabelecido: “Se o metro quadrado foi constituído por 100 quadrados de cartolina, então cada lado tinha 100cm, logo a área do metro quadrado tinha $(100 \times 100) 10000 \text{ cm}^2$. Conclui-se que, $1,9 \times 10000 = 19000 \text{ cm}^2$ ”. A discente apoiou-se nos objetos para estabelecer coordenações de ações (multiplicação e tabela de

conversão) e atingir um patamar superior a abstração empírica, denominada abstração reflexionante.

(D) Transformar as unidades de medidas de volume das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

(2^a) 6,5 m³ em cm³

Resposta da discente:

TABELA

Aquilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km ³	hm ³	dam ³	0,5 m ³	dm ³	cm ³	mm ³

$\times 1000$ $\times 1000$

$$6,5 \text{ m}^3 \text{ em } \text{cm}^3 = 6500000 \text{ cm}^3$$

$$(6,5 \times 1000000 = 6500000)$$

A discente ECM transformou 6,5m³ em cm³ a partir da tabela de conversão de volume e explicou que “ao deslocar a vírgula para direita ‘duas casas’, multiplicou por $(1000 \times 1000 = 1000000)$, pois cada casa vale mil, por ser cúbico. Um objeto de 1 dm³ seria mil cubinhos de 1cm³, igual ao ‘cubão’ do material dourado, de Montessori, pois cada placa tem cem cubinhos. O metro cúbico teria mil ‘cubão’ ou 1000 dm³ que multiplicado por mais mil, teria 1000000cm³. A transformação de 6,5 m³ em cm³ tem um raciocínio semelhante, multiplica 6,5 por 1000000”, afirmou. O apoio nos objetos utilizado pela discente possibilitou a retirada de operações (deslocamento de vírgula, multiplicações) não presentes nos mesmos, o que permitiu que a discente atingisse o nível de abstração reflexionante.

A análise das questões dos discentes que participaram do pré-teste e do pós-teste baseou-se nos conceitos de abstração empírica e abstração reflexionante de Jean Piaget. No entanto, a aprendizagem dos conceitos matemáticos desenvolvida na intervenção metodológica e desvelada nas respostas do pós-teste

pode ser apreciada por meio dos princípios defendidos por Dienes (1970) que possibilitam uma verdadeira compreensão do conteúdo. Dentre os princípios, destacamos: o princípio dinâmico, o princípio da construtividade e o princípio da variabilidade matemática.

O princípio dinâmico destacou-se nas respostas ao serem citados os jogos estruturados que serviram de apoio para as respostas das questões do pós-teste. Para crianças pequenas os jogos devem ser forçosamente concretos. Os estudantes de Pedagogia, a partir dos jogos concretos realizaram jogos mentais por meio da comparação com os jogos estruturados realizados na sala de aula. Para Dienes, “os jogos mentais podem ser gradualmente introduzidos para dar um gostinho desse mais fascinante de todos os jogos, a pesquisa matemática” (DIENES, 1970, p.41). A discente LGS transformou 15 dam em dm, apoiando-se na construção de 1 dam efetuada na sala de aula. A seguir, estabeleceu a relação entre o jogo estruturado realizado na sala de aula e a questão do pós-teste, que multiplicado por quinze, e depois, por dez resultou em 1500 dm.

O princípio da construtividade foi destacado nas respostas a partir do momento em que os discentes realizaram a análise após a construção dos conceitos de unidade de comprimento, de área e de volume. Para Dienes, “ao estruturar os jogos, a construção deve preceder a análise” (Ibidem). Por exemplo: A discente FKR transformou $1,9 \text{ m}^2$ em cm^2 . Ela descreveu a construção de um metro quadrado por meio de cem quadrados de cartolina cujo lado vale 10 cm ou um decímetro obtendo uma área de 10000 m^2 . Finalmente multiplicou este valor por 1,9 cujo produto foi igual a 19000 cm^2 . Conclui-se que na resposta da discente, a construção da ideia precedeu a análise.

O princípio da variabilidade matemática foi destacado no pós-teste quando as respostas incluíam o maior número possível de variável, no caso: material concreto, tabela de conversão e alusão aos jogos construídos na sala de aula. Na transformação de $6,5 \text{ m}^3$ em cm^3 , a discente ECM utilizou várias formas de explicação: o material dourado de Maria Montessori, a tabela de conversão e a multiplicação por múltiplos de dez, conforme explicação anterior.

5.5.5 Alguns comentários dos discentes que participaram do pós-teste, mas não quiseram participar do pré-teste

(A) Explique o que significa as unidades de medidas das questões abaixo e estabeleça relações entre múltiplos ou submúltiplos e a unidade fundamental de medida:

(1^a) 1 km

Resposta da discente

1 Km equivale a 1.000 m

1 dam → 10 partes iguais de 10 m
 1 hm → " " " " de 100 m
 1 Km → " " " " de 100 m

A discente MJC escolheu relacionar o múltiplo 1 km e a unidade fundamental de comprimento (m). Apesar de efetuado corretamente a transformação de km em m, errou ao transformar hm em m e de dam em m. Questionada a respeito respondeu que na tabela de conversão de medidas de comprimento para cada casa deslocada multiplica por dez. A resposta parece indicar que o erro cometido foi devido ao fato de basear-se exclusivamente na tabela de conversão e, mesmo assim, de forma incorreta.

(2^a) 4 hm²

Resposta da discente:

4 hm² → Representa um quadrado com 2 lados iguais - cada lado vale 4.000 vez maior que o valor do metro.

A discente ABR calculou de forma incorreta que lado do quadrado com 4 hm² de área é igual a 4, também não anunciou a unidade de medida e apresentou

como resultado da transformação de 4 hm² em m² o valor de 4000 m². Questionada a respeito da resposta “4000 vezes maior que o valor do ‘metro²’”, explicou que “a vírgula se desloca duas casas”, o que também incorreu em erro.

(3^a) 1 dm³

Resposta do discente:

$1 \text{ dm}^3 \rightarrow \text{dez pedaços de } 1 \text{ cm}^3$

O discente BLS calculou de forma incorreta que 1 dm³ corresponde a “dez pedaços de 1 cm³”.

(B) Transformar as unidades de comprimento das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

(1^a) 15 dam em dm

Resposta da discente:

$\begin{array}{ccccccc} \text{km} & \text{hm} & \text{dam} & \text{m} & \text{dm}^{10} & \text{cm}^{10} & \text{mm}^{10} \\ 15 \text{ dam} \Rightarrow \text{dm} : 15 \times 10 \times 10 = 1500 \text{ dm} \end{array}$

A discente DSC transformou 15 dam em dm a partir da tabela de conversão de medidas e relacionou o deslocamento da vírgula “duas casas para a direita” com multiplicar por 10 x 10. Instigada a aprofundar a resposta relacionou a construção do decâmetro realizada na sala, isto é, “1dam equivale a 10 pedaços de cordão de 1 m, 15 dam vale 15 vezes 10 pedaços de 1 m (150m) e de metro para decímetro multiplica por 10 ($150 \times 10 = 1500 \text{ dm}$)”. A discente tomou com apoio o objeto (1 dam construído na sala de aula), mas a coordenação das ações ou operações efetuadas (multiplicação e tabela de conversão) permite concluir que a discente atingiu o nível de abstração reflexionante.

(C) Transformar as unidades de área das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

(2^a) 216 m² em dam²

Resposta da discente:

$\text{Km}^2 \text{ hm}^2 \text{ dam}^2 \text{ m}^2 \text{ dm}^2 \text{ cm}^2 \text{ mm}^2$

216 $\text{dam}^2 \rightarrow$ desloca a vírgula 2 casas para esquerda ou divide por 100

A discente WSB transformou 216 m^2 em dam^2 a partir da tabela de transformação de medidas de superfície. Questionada a respeito da resposta, explicou: "desloquei a vírgula duas casas para a esquerda, o que equivale a dividir por cem". "Instigada a relacionar a conversão com a construção da ideias de medidas de superfície realizada na sala de aula, explicou que "o m^2 equivale a quadrado pequeno no canto de um quadrado muito maior, o hectômetro quadrado". A resolução da questão baseada na tabela de conversão e a relação com os objetos utilizados na sala de aula permite dizer que a discente atingiu o nível de abstração reflexionante.

(D) Transformar as unidades de volume das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

(3^a) 512000 m^3 em hm^3

Resposta da discente:

$\text{Km}^3 \text{ hm}^3 \text{ dam}^3 \text{ m}^3 \text{ dm}^3 \text{ cm}^3 \text{ mm}^3$

000 000 000

0,512 000

$512000 \text{ m}^3 \text{ em } \text{hm}^3 = 0,512 \text{ hm}^3$. Desloquei a vírgula 6 vezes (casas) para a esquerda, uma vez que m^3 é submúltiplo de hm^3 .

A discente KAM encontrou a resposta 0,512 hm^3 para a transformação de 216 m^3 em hm^3 a partir da tabela de transformação de medidas de volume. Questionada a respeito da resposta apresentada explicou: "desloquei duas casas para esquerda e isto corresponde a 'seis casas' porque é medida de volume. Usei a

tabela de conversão de medidas de volume em que m^3 é submúltiplo de hm^3 ". Questionada a respeito de relação com o material concreto, explicou que "é necessário mil 'cubão' para se ter um metro cúbico". A resposta indica que a discente atingiu o nível de abstração reflexionante, porque as relações efetuadas (operações) não permaneceram inconscientes e possibilitaram uma tomada de consciência em um patamar superior.

A análise das questões dos discentes que participaram do pós-teste, mas não quiseram participar do pré-teste, também baseou-se no conceito de abstração reflexionante de Jean Piaget. O princípio dinâmico, o princípio da construtividade e o princípio da variabilidade matemática, de Zoltan Paul Dienes podem enriquecer a análise das respostas dos discentes, além do conceito Piaget citado anteriormente.

O princípio dinâmico aparece quando os jogos estruturados realizados na sala de aula são mencionados para servir de apoio na construção da ideia de transformação de medidas de comprimento, de área e de volume. Por exemplo: a discente DSC apoiou-se no material concreto 1 dam (um decâmetro) construído com 10 (dez) pedaços de cordão de 1 m de comprimento, na transformação de $216 m^2$ em dam^2 .

O princípio da construtividade se destaca nas respostas dos discentes quando percebem que a análise sucede a construção dos conceitos. Por exemplo: a discente WSB transformou $216 m^2$ em dam^2 . A resposta foi precedida da alusão ao jogo construído na sala de aula (o m^2 equivale a um quadrado pequeno no canto de um quadrado muito maior, o hectômetro quadrado) e da construção da tabela de conversão de medidas de área.

O princípio da variabilidade matemática se destaca quando diversas variáveis são envolvidas na compreensão de um conceito. Por exemplo: na transformação de $512000 m^3$ em hm^3 , a discente KAM relacionou o cubo colocado sobre o birô (material dourado) com o metro cúbico e utilizou a tabela de conversão de medidas de volume para encontrar a resposta da questão, ou seja, $0,512 hm^3$.

A partir das tabelas e os gráficos (p.216-219) antes e após a intervenção metodológica dos alunos que realizaram o pré-teste e o pós-teste, realizamos uma comparação somente com as respostas certas *antes-depois* da intervenção metodológica.

5.5.6 Tabela referente à comparação percentual entre as respostas do pré-teste e do pós-teste

Tabela 13. Comparação percentual entre as respostas do pré-teste e do pós-teste

Questões/ Respostas certas	1ª Questão (%)		2ª Questão (%)		3ª Questão (%)	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
Compreensão do significado de medidas	33	100	10	100	0	100
Transformação de medidas de comprimento	80	100	57	100	40	100
Transformação de medidas de área	10	93	10	80	0	77
Transformação de medidas de volume	0	80	0	67	0	77

Ao se confrontar os dados dos discentes que realizaram o pré-teste e o pós-teste percebemos que na primeira questão que versava sobre o significado das unidades de medidas de comprimento, área e volume, ocorreu um aumento de 67% de respostas certas na 1^a questão, 90% de respostas certas na 2^a questão e de 100% de respostas certas na 3^a questão. As porcentagens baixas no pré-teste o que indica que não houve uma verdadeira compreensão do conteúdo pelos estudantes de Pedagogia no Ensino Fundamental. Este fato corrobora a afirmação de Dienes (1970) a respeito da situação, no campo da compreensão das ideias,

que pode ser descrita como séria, talvez até desesperada. É verdade que uma atenção não muito convicta tem sido dada à necessidade de compreender a Matemática: permanece o fato de que o atual sistema de difundir informações matemáticas falha a respeito na grande maioria dos casos (DIENES, 1970, p.17).

Constata-se pela análise dos gráficos e tabelas que, no pré-teste, 33 % dos discentes responderam a 1^a questão, somente 10% dos alunos responderam a questão relativa a compreensão de medidas de área (2^a questão) e nenhuma resposta foi dada a questão relativa a compreensão de medida de volume (3^a questão). Isto indica que não houve uma verdadeira compreensão dos conceitos

discutidos no Ensino Fundamental. Apesar do aumento das porcentagens nas questões relacionadas a transformação de medidas de comprimento (próximo parágrafo), as respostas basearam-se exclusivamente nas tabelas de transformação, o que indica que os discentes atingiram o nível de abstração empírica.

As transformações das medidas de comprimento apresentaram um aumento de 20% de respostas certas na 1^a questão, 43% de respostas certas na 2^a questão e de 60% de respostas certas na 3^a questão. De acordo com os resultados apresentados, no pré-teste, pela turma de Pedagogia parece que ocorreu uma compreensão dos conceitos trabalhados no Ensino Fundamental, porque as porcentagens de respostas certas no pré-teste foram acentuadas, tais como: 80% (1^a questão), 57% (2^a questão) e 40% (3^a questão). No entanto, afirma Dienes (*Ibidem*),

Também é muito fácil para um professor ficar com a impressão de que uma criança entende alguma coisa, quando de fato, tal não acontece, porque a criança aprende facilmente as respostas-padrão às perguntas-padrão e, assim, dá a impressão de saber um conceito (*Ibidem*, p.17-18).

A afirmação de Dienes dirigida às crianças ocorre nesta pesquisa. Segundo Dienes (*Ibidem*), “existe, é claro, uma diferença entre compreender a técnica e entender o assunto” (*Ibidem*, p.18). Uma pessoa pode conhecer bastante toda a técnica de transformação de medidas sem ter muita noção do que venha a ser uma medida de área. Em outras palavras, um aluno pode ter a impressão de que entende transformação de medidas, quando, na realidade, isso não acontece. Para Dienes (1967) isto ocorre porque “a antiga perspectiva consiste em considerar o ensino de Matemática como um adestramento em processos mecanizados” (DIENES, 1967, p.10).

As porcentagens de respostas certas no pré-teste não aconteceram na transformação de medidas de área. As porcentagens de respostas certas no pré-teste na 1^a, 2^a e 3^a questões, foram respectivamente: 10%, 10% e 0. Como os discentes não construíram a ideia de unidades de comprimento e de área, sentiram dificuldade de transformar as medidas de área apresentadas nas questões, além da maioria não lembrar-se da tabela de transformação de medidas.

Com relação à transformação de medidas de volume ocorreu um aumento de 80% de respostas certas na 1^a questão, 67% de respostas certas na 2^a questão e de 77% de respostas certas na 3^a questão. No entanto, no pré-teste não ocorreu nenhuma resposta certa. As porcentagens de respostas certas ocorridas na transformação de medidas de comprimento não aconteceram na transformação de medidas de volume, o que confirma que os estudantes não compreenderam realmente o conteúdo trabalhado durante o Ensino Fundamental.

5.5.7 Alguns comentários sobre as respostas dos alunos às perguntas do questionário aplicado e a relação com o conceito de abstração reflexionante de Piaget e com a teoria de Dienes.

As perguntas do questionário são: A utilização do material e dos jogos baseados na teoria de Educação Matemática de Dienes contribuiu para a compreensão: (A) da prática de medição de comprimentos, áreas e volumes? (B) de transformação de medidas?

A discente FMS apresentou a seguinte resposta:

Sim, o material concreto usado em sala de aula, auxilia na compreensão de ensino das medições de comprimentos, áreas e volumes e transformações de medidas.

A técnica do quadrado feito com cartolina onde dividimos 100 (cm) partes de cada lado e calculamos a área e transformamos medidas.

Utilizamos palitos de fósforos, canudos, cordões, palitos de picolé, para medir o comprimento em milímetros e centímetros. O material dourado para transformações de medidas.

com esses materiais foi aplicado o método construtivista, os quais facilitaram no aprendizado.

Além de citar o material concreto utilizado durante a intervenção pedagógica – quadrados de cartolina, palitos de fósforos, palitos de picolé, canudos, cordões, material dourado etc – a estudante FMS percebeu a base construtivista presente nos

jogos utilizados para facilitar a compreensão das unidades de medidas e da transformação das unidades de comprimento, área e volume. A abordagem construtivista pressupõe que existe um mundo exterior que depende do observador. A realidade construída pelo sujeito cognoscente está pronta para ser representada a partir de uma função adaptativa, como defende Dienes, dentre outros. O manusear os objetos físicos possibilita uma abstração física – mecanismo pelo qual o sujeito, ao agir sobre os objetos e fazer experiências deles, retira deles seus caracteres e propriedades inerentes.

Piaget (1995) afirma que “designaremos por ‘abstração empírica’ (*empirique*) a que se apóia sobre objetos físicos ou sobre os aspectos materiais da própria ação, tais como movimentos, empurrões, etc” (PIAGET, 1995, p, 5). A abstração reflexionante, ao contrário, apóia-se sobre todas

as atividades cognitivas do sujeito (esquemas ou coordenações de ações, operações, estruturas, etc.), para delas retirar certos caracteres e utilizá-los para outras finalidades (novas adaptações, novos problemas, etc.). Assim, ela é reflexionante em dois sentidos complementares, que nós designaremos como segue. Em primeiro lugar, ela transpõe a um plano superior o que colhe no patamar precedente (por exemplo, ao conceituar uma ação); e designaremos esta transferência ou esta projeção com o termo “reflexionamento” (*réfléchissement*). Em segundo lugar, ela deve necessariamente reconstruir sobre o novo plano B o que foi colhido no plano de partida A, ou pôr em relação os elementos extraídos de A com os já situados em B; esta reorganização, exigida pelo processo de abstração reflexionante, será designada por “reflexão” (*réflexion*) (Ibidem, p.6).

A discente LPS apresentou a seguinte resposta:

3) Sim. Pois foi feita durante as aulas a construção do conhecimento a partir do material concreto e não somente a memorização de fórmulas.

Sobre a questão da utilização de material concreto, Dienes (1970) afirma que nas escolas “as situações concretas das quais as crianças têm de passar à

abstração, são meramente o que é pôsto no quadro-negro" (DIENES, 1970, p.23). A utilização de material concreto nas classes das séries iniciais na escola, não teria somente o objetivo, de possibilitar a criança o uso dos sentidos como "tocar" e "sentir", os objetos, como se pensa normalmente, mas possibilitar à criança fazer abstrações que permitam a construção de novos conhecimentos, não somente a partir dos objetos, mas a partir das ações que ela exerce sobre os objetos, enriquecidas pela participação de outras crianças nesse processo de interação. Os educadores que assim procedem dão condições aos alunos de desenvolverem e recriarem o conhecimento. Os educadores que não permitem a construção do conhecimento, não favorecem a invenção e a descoberta por parte da criança (FRANCO, 1998).

A discente MPM apresentou a seguinte resposta:

A utilização do material concreto contribui de forma direta para a compreensão de conceitos, principalmente os conceitos que envolvem a matemática. Visualizando e tocando os alunos entendem melhor os conhecimentos propostos, ministrados pelo professor. Com certeza, a utilização feita pelos doutorando Adailson contribui significativamente para a assimilação dos alunos por ele explorados.

A estudante MPM destaca a importância do material concreto utilizado pelo autor da pesquisa com base na teoria de Dienes. Realmente, a construção do conhecimento acontece na medida em que o sujeito interage com o objeto. Piaget divide a abstração em abstração empírica e abstração reflexionante. A primeira refere-se à informação extraída dos objetos físicos por meio da observação, por exemplo: a bola é redonda, vermelha. No entanto, não realiza a abstração necessária que seja baseada na reflexão e na inferência lógica. A segunda envolve

a reflexão sobre as relações não-observáveis, mas elaborada na mente. Nasce de um conhecimento lógico-matemático que não é inerente aos objetos físicos. Essa abstração, afirma Pulaski (1986,)

envolve a projeção em um nível mais elevado de compreensão e a reordenação naquele nível. Este é o verdadeiro significado da aprendizagem: o conhecimento adquirido em um nível é transposto para um nível mais elevado e reconstruído neste nível mais elevado de abstração (PULASKI, 1986, p.195).

A discente MFS apresentou a seguinte resposta:

✓ Utilizações do material concreto contribuem p/
✓ a compreensão da prática de medição de
comprimentos, áreas e volumes, já que a
visualização facilita a memorização,
o entendimento na prática e o aluno fazendo
a relação entre o concreto e medidas torna
mais coerente o aprendizado.
Já para transformação de medidas, a função da tabela
e o estabelecimento das medidas através dos materiais
tornaram possível a compreensão dessas transformações

Segundo Franco (1998), na medida em que o sujeito interage com o objeto e, portanto age sobre e sofre ação deste, produz “sua capacidade de conhecer e vai produzindo também o próprio conhecimento” (FRANCO, 1998, 21). No entanto, afirma Montoya (2005)

contrariamente à abstração física, a abstração reflexionante se produz quando o sujeito, ao agir sobre os objetos, retira não destes mas sim das próprias ações propriedades inerentes a elas: inserir objetos em totalidades, ordenar diferenças. (MONTOYA, 2005, p.135).

Ques. A contribuição do material concreto utilizado em sala de aula influenciou positivamente para a compreensão da medida de comprimentos, áreas e volumes pelos alunos? Tais materiais permitem ao professor ensiná-los diretamente as medidas exatas como também o processo de transformação de medidas auxiliando nesse entendimento sobre o assunto, além de demonstrar a eficácia desse método.

A discente EKR apresentou a seguinte resposta:

O material concreto possibilita uma retirada do real para transformação de algo “humano”, como uma ideia, por exemplo. Como explicar a criação de novidades que ocorre no decorrer do desenvolvimento do ser humano? Piaget formulou a teoria da abstração. O material concreto possibilita a abstração empírica que retira o conhecimento diretamente dos objetos ou da ação que exerce sobre os mesmos. Desta forma, o conhecimento é retirado diretamente dos observáveis. A abstração se realiza por meio dos aspectos básicos dos objetos, tais como: forma, cor, peso, textura, etc. No caso da segunda abstração, a mais fundamental, retira não dos objetos, mas das ações do sujeito e, as generaliza. Com efeito, diz Piaget (1995):

o resultado de uma abstração reflexionante é sempre uma generalização, bem como o resultado de uma abstração empírica conduz a precisar o grau de generalidade dos caracteres extraídos do objeto (PIAGET, 1995, p.59).

A discente LGS apresentou a seguinte resposta:

Sim, a partir da utilização do material concreto pelo professor em sala de aula, os alunos têm uma melhor compreensão do que são as medidas de comprimentos, áreas e volumes. Além disso, permite aos alunos um entendimento mais real de transformação de medidas, algo que é abstrato passa a se tornar concreto à medida que o material concreto é apresentado aos alunos.

A atividade com o material é bastante significativa para professor e alunos, uma vez que, possibilita aos alunos utilizarem material do seu dia-dia, como por exemplo, sala de aula, cadeira, caderno, etc, para concretizar os conteúdos.

A estudante LGS destaca a importância do material utilizado, tais como: cadeiras, experiências na sala de aula, etc. O material concreto possibilita uma abstração em um nível superior, denominado abstração reflexiva ou reflexionante que é considerada um dos motores do desenvolvimento da inteligência e caracteriza-se como um processo de reorganização da estrutura com novas combinações cujos elementos são retirados do sistema anterior – abstração física – integrando a estes as novidades provocadoras do desequilíbrio, afirma Rangel (1992). A autora escreve que quando a abstração reflexiva ultrapassa o nível da ação para o da conceituação, acontece a tomada de consciência conforme esclarece Piaget apud Rangel (1992):

A tomada de consciência consiste em fazer passar alguns elementos de um plano inferior inconsciente a um plano superior consciente; constitui, pois, uma reconstrução no plano superior do que já está organizado de outra maneira no plano inferior [...]. Do ponto de vista do procedimento estrutural, é reconstrução, o que se constitui numa conceitualização. O inconsciente é povoado de esquemas sensório-motores ou operatórios já organizados em estruturas, exprimindo, contudo, o que o sujeito pode “fazer” e não o que ele pensa. Dito isto, a reconstrução conceitualizada que caracteriza a tomada de consciência pode ser de antemão suficiente, quando não é inibida por nenhuma contradição. Se não, ela é primeiramente deformante e lacunar, depois de completa, pouco a pouco, graças a novos sistemas conceituais, permitindo ultrapassar as contradições por integração dos dados nesse novo sistema (PIAGET apud RANGEL, 1992, p.47).

A discente RMF apresentou a seguinte resposta:

Sim. Pois a utilização do “material concreto” facilita a compreensão das crianças devido elas precisarem ter um contato concreto para melhor desenvolver o seu raciocínio. A explicação de maneira abstrata (no quadro) dificulta a aprendizagem da criança.

Os objetos físicos possibilitam a abstração simples, enquanto que a abstração reflexiva origina-se da coordenação das nossas ações por nós mesmos de diversas formas, afirma Fossa, (1998) e “as atividades que induzem a desenvolver várias coordenações e a se tornar consciente destas promoverão o desenvolvimento das estruturas matemáticas” (FOSSA, 1998, p.58).

Na teoria de Zoltan Paul Dienes, a utilização de material concreto por meio de jogos possibilita a verdadeira compreensão dos conceitos matemáticos e possibilitam a construção da ideia de medidas de comprimento, de área e de volume (DIENES, 1977b). Os jogos utilizados neste trabalho de pesquisa foram acompanhados das perguntas mencionadas a seguir, dentre outras: (A) Jogos para a compreensão de medidas de comprimento. Ex: “Qual a distância entre a carteira escolar e a parede, dada em canudos plásticos?” (medida arbitrária). (B) Jogos para a compreensão de medidas de área. Ex: “Quantas cartas de baralho são necessárias para cobrir a superfície de um quadrado de cartolina com 18 cm de lado?” (medida arbitrária) e (C) Jogos para a compreensão de medidas de volume: Ex: “Quantos cubinhos do material dourado de Maria Montessori são necessários para encher a caixa que se encontra sobre o birô?” (caixa que representa as medidas não-arbitrárias cujas dimensões são: 8 cm de comprimento, 6 cm de largura e 4 cm de altura).

Os jogos confeccionados e utilizados na intervenção metodológica possibilitaram aos estudantes do Curso de Pedagogia o desvelamento do nível de compreensão atingido, tais como, abstração empírica e abstração reflexionante, além de possibilitar trabalhar em sala de aula os princípios preconizados por Dienes, como: princípio dinâmico, princípio da construtividade e princípio da variabilidade matemática, dentre outros.

Após realizar o confronto entre os resultados do pré-teste e do pós-teste, advindos das tabelas e dos gráficos relativos aos mesmos, concluímos que a intervenção do pesquisador ao apresentar e utilizar jogos baseados na teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes facilitou a compreensão dos(as) alunos(as) do Curso de Pedagogia da UFRN com relação a transformação de medidas de comprimento, área e volume.

Enfatizamos a importância que os alunos do Curso de Pedagogia dão a utilização de material concreto (jogos, no caso) na aprendizagem de Matemática, conforme mostram as respostas relativas ao questionário empregado. Este fato está

relacionado à importância que possui o jogo para os teóricos que são estudados durante o curso.

As respostas dos discentes que participaram do pré-teste e do pós-teste e as respostas dos alunos que participaram somente do pós-teste estão representadas nas tabelas abaixo, segundo os níveis A, B e C:

5.5.8 Tabelas referentes às relações entre as respostas dos discentes e o nível de abstração obtido

Tabela 14: Relação entre as respostas dos discentes que participaram do pré-teste e do pós-teste e o nível de abstração alcançado.

Respostas dos discentes que participaram do pré-teste e do pós-teste	Questões	Nível de abstração
	1CP	A
	2CP	A
	3CP	A
	1TM	A
	2TM	A
	3TM	A

Níveis de abstração: (A) O discente atingiu o nível de abstração reflexionante. (B) O discente atingiu o nível de abstração empírica. (C) Questões não respondidas.

1CP, 2CP, 3CP: Questões referentes a compreensão de unidades de medidas de comprimento, área e volume; respectivamente.

1TM, 2TM, 3TM: Questões relativas a transformação de medidas de comprimento, área e volume; respectivamente.

Tabela 15: Relação entre as respostas dos discentes que participaram somente do pós-teste e o nível de abstração atingido.

Respostas dos discentes que participaram somente do pós-teste	Questões	Nível
	1CP	C
	2CP	C
	3CP	C
	1TM	A
	2TM	A
	3TM	A

Níveis: (A) O discente atingiu o nível de abstração reflexionante. (B) O discente atingiu o nível de abstração empírica. (C) Questões não respondidas.

1CP, 2CP, 3CP: Questões referentes a compreensão de unidades de medidas de comprimento, área e volume; respectivamente.

1TM, 2TM, 3TM: Questões relativas a transformação de medidas de comprimento, área e volume; respectivamente.

Enfatizamos que os discentes que constam na tabela foram escolhidos aleatoriamente e são os mesmos que constam nos comentários desta pesquisa. As questões analisadas referem-se à compreensão de unidades de medidas de comprimento, área e volume e a transformação de medidas de comprimento, área e volume.

Constatamos que a partir da análise dos comentários a respeito das respostas do pós-teste realizado por 12 (doze) discentes, somente 3 (três) não conseguiram atingir o nível de abstração reflexionante. Verificamos que 75 % (setenta e cinco por cento) dos discentes analisados atingiram o nível de abstração reflexionante. Este fato corrobora a importância da Teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes (baseada em jogos estruturados) para o Curso de Pedagogia.

CONCLUSÃO

6 CONCLUSÃO

6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As conclusões do presente estudo se assentam sobre os objetivos da pesquisa e na análise qualitativa dos seguintes itens: avaliação diagnóstica inicial, módulo de ensino (ou atividades de ensino) por meio de jogos baseados na teoria de Dienes, avaliação diagnóstica final e entrevistas. Os itens citados serão apresentados de forma resumida nesta conclusão. Ao final apresentamos sugestões para futuras pesquisas.

6.2 OBJETIVOS

1. O objetivo geral do presente estudo é empregar a teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes no ensino de Grandezas Geométricas.

2. Os objetivos específicos são:

- (i) Discutir os conceitos de comprimento, área e volume por meio de atividades de ensino com o uso de materiais concretos;
- (ii) Obter transformações de medidas de comprimento, de área e de volume;
- (iii) Identificar possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos no entendimento de múltiplos e submúltiplos do metro e de transformação de medidas;
- (iv) Verificar o efeito e aceitação da teoria de Zoltan Paul Dienes na compreensão de transformação de medidas pelos alunos.

6.3 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA INICIAL

A análise das respostas dos alunos que participaram da avaliação diagnóstica inicial mostrou que:

1. Não aconteceu uma compreensão verdadeira da ideia de unidade de medida de comprimento, área e volume.
2. A falta de construção da ideia de comprimento, área e volume; dificultou a compreensão de transformação de medidas de comprimento, área e volume.
3. A não construção da tabela de transformação de medidas contribuiu para o esquecimento da mesma por parte da maioria dos discentes.

4. Os discentes que empregaram a tabela de transformação de medidas fizeram de forma mecânica.

6.4 ATIVIDADES DE ENSINO POR MEIO DE JOGOS BASEADOS NA TEORIA DE DIENES.

A compreensão verdadeira dos conceitos matemáticos, conforme defende Dienes (1967), acontece para quem queira pagar o preço justo que significa empregar uma grande quantidade de material concreto na construção dos conceitos matemáticos. Desta forma, tornou-se possível que a maioria dos discentes do Curso de Pedagogia comprehendesse bem, as facetas da atividade matemática desenvolvida referentes a compreensão e transformação das unidades de medidas. A disposição na sala de aula de uma quantidade suficiente de material e a utilização de experiências ativas, por meio de módulo de atividades estruturadas constituída de jogos, possibilitou uma reflexão consciente e consequentemente uma melhoria na aprendizagem.

O uso de vários tipos de material concreto é crucial para a compreensão dos conceitos de grandezas geométricas em qualquer estágio de desenvolvimento e a utilização dos conceitos de abstração empírica e abstração reflexionante, adaptadas para os discentes do Curso de Pedagogia permitiram situá-los em um dos níveis de abstração citados.

A utilização de material concreto para a compreensão de grandezas geométricas mostrou-se como um recurso pedagógico de grande importância porque sua utilização não ficou restrita apenas à manipulação dos alunos de forma lúdica e sem função educativa, mas esteve atrelada a objetivos bem definidos quanto ao aspecto de promover a verdadeira compreensão e transformação das grandezas geométricas estudadas.

O material concreto utilizado na Teoria de Educação Matemática de Dienes possibilitou uma ação reflexiva e uma aprendizagem significativa dos conceitos construídos na sala de aula. As atividades desenvolvidas por meio de jogos estruturados possibilitaram a elaboração e a reelaboração do conhecimento e contribuíram para desvelar os discentes do Curso de Pedagogia como sujeitos ativos na construção do conhecimento, advindo de experiências e ações individuais ou compartilhada com o outro.

6.5 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA FINAL

Os resultados da avaliação diagnóstica final que refletem a aprendizagem dos discentes, mostraram que:

1. Ocorreu realmente a compreensão da ideia de unidades de comprimento, de área e de volume.
2. Os jogos realizados na sala de aula foram citados ou comparados às questões que constituíam o pós-teste.
3. A tabela de transformação de medidas foi construídas pelos discentes.
4. Ocorreu a compreensão a respeito da transformação de medidas de comprimento, área e volume; com o desvelar do nível de abstração reflexionante.

6.6 ENTREVISTAS

As entrevistas mostraram a aceitação do material concreto por parte dos discentes do Curso de Pedagogia, porque ajudaram na compreensão dos conteúdos matemáticos trabalhados durante as atividades realizadas.

6.7 PREPARANDO A CONCLUSÃO

A análise qualitativa das respostas às questões formuladas a respeito da compreensão e transformação das grandezas geométricas estudadas; aliada a apresentação de dados por meio de uma estatística descritiva, permite concluir que:

1. A metodologia utilizada nesta pesquisa com atividades constituídas por jogos com base na teoria de Dienes atingiu os objetivos estabelecidos e reafirmou a importância de uma teoria de Educação Matemática de base construtivista em que a aprendizagem acontece por meio da interação entre o sujeito e a realidade e o conhecimento é construído de forma ativa pelo discente com a mediação do educador.
2. A utilização do material concreto constituiu-se em um fator importante na construção dos conceitos relativos a ideia de unidades de medidas e transformação de medidas de comprimento, área e volume.
3. As entrevistas realizadas mostraram a grande aceitação do material concreto que apóia a teoria de Educação Matemática de Dienes pelos discentes do

Curso de Pedagogia, apesar deste público já ter alcançado o estágio das operações formais, conforme a teoria de Jean Piaget.

4. Os conceitos de abstração empírica e abstração reflexionante, permitiram que os discentes fossem situados em um dos níveis de abstração citados.

5. Os resultados apresentados pela avaliação diagnóstica final mostraram um aumento do nível de compreensão dos discentes do Curso de Pedagogia relativos aos conteúdos estudados, o que significa que os objetivos foram alcançados.

Pelas razões elencadas acima podemos concluir que: *a teoria de Educação Matemática de Zoltan Paul Dienes continua atual, contribui para a verdadeira compreensão dos conceitos matemáticos e pode ser utilizada com sucesso pelo pedagogo na sua atividade profissional e em pesquisas de sua área.*

6.8 OUTRAS CONCLUSÕES

Caminho complementar: aprofundamento de dois conceitos que são discutidos atualmente na Neurociência: cognição situada e conhecimento incorporado. Bharath Sriraman, da Universidade de Montana (EUA) e Richard Lesh, da Universidade de Indiana (EUA), apontam Dienes como precursor dos mesmos. Estes conceitos podem enriquecer a prática profissional do pedagogo, além de criar um espaço de diálogo entre a Neurociência e a Matemática.

REFERÊNCIAS

REFERÊNCIAS

ALVES, Eva Maria Siqueira. **A lúdicode e o ensino da matemática:** uma prática possível. Campinas, SP: Papirus, 2001 (Coleção Papirus Educação).

ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. **História da Educação.** 2.ed. São Paulo: Moderna, 1996.

_____. **Filosofia da educação.** São Paulo: Moderna, 1989.

AZEVEDO, Maria verônica Rezende de. **Jogando e Construindo Matemática:** a influência dos jogos e materiais pedagógicos na construção dos conceitos em Matemática. 2.ed. São Paulo: VAP, 1999.

BARROS, Célia Silva Guimarães. **Psicologia e construtivismo.** São Paulo: Ática, 2006. (Série Educação).

BAQUERO, Ricardo. **Vygotsky e a aprendizagem escolar.** Trad. Ernani F. da Fonseca Rosa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

BENJAMIN, Walter. **Reflexões: a criança, o brinquedo, a educação.** Trad. Marcus Vinicius Mazzari. São Paulo: Summus, 1984. (Novas buscas em educação; v.17)

BECKER, Fernando. **O caminho da aprendizagem em Jean Piaget e Paulo Freire:** da ação à operação. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

_____. **Educação e construção do conhecimento.** Porto Alegre: Artmed, 2001.

_____. FRANCO, Sergio (Orgs.). **Revisitando Piaget.** Porto Alegre: Mediação, 1998. (Cadernos de Autoria, v.3).

BIAGGIO, Ângela M. Brasil. **Psicologia do desenvolvimento.** 2.ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1976.

BOCK, Ana Mercês Bahia et al. **Psicologias:** uma introdução ao estudo de psicologia. 14.ed. São Paulo: Saraiva, 2008.

BOMTEMPO, Edda. **A brincadeira de faz-de-conta:** lugar do simbolismo, da representação, do imaginário. In: KISHIMOTO, Tizuko Morschida (Org.). Jogo, brinquedo, brincadeira e educação. 2.ed. São Paulo: Cortez, 1997.

BORGES, Rosimeire Aparecida Soares. **A matemática Moderna no Brasil:** as primeiras experiências e propostas de seu ensino. São Paulo, 2005, 230 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica.

BOYER, Carl B. **História da matemática.** Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRAGA, Ciro. **Função:** a alma do ensino da matemática. São Paulo: Annablume; FAPESP, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRITO, Arlete de Jesus; GUTIERRE, Liliane dos Santos. **A formação de professores que ensinavam matemática no Rio Grande do Norte entre 1960 e 1970:** o convênio SUDENE/USAID. Disponível em: <www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao.../CC07731845893R.doc>. Acesso em: 16 de março de 2011.

BRUNER, Jerome Seymour. **Sobre o conhecimento:** ensaios da mão esquerda. Trad. Phorte. São Paulo: Phorte, 2008.

_____. **A cultura da educação.** Trad. Marcos A. G. Domingues. Porto Alegre: Artmed, 2001.

_____. **O processo da educação.** Trad. Lólio Lourenço de Oliveira. 8. ed. São Paulo: Companhia Nacional, 1987.

_____. **Uma nova teoria de aprendizagem.** 2.ed. Trad. Norah Levy Ribeiro. Rio de Janeiro, Bloch, 1973.

BURIGO, Elizabete Zardo. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil:** estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Porto Alegre, 1989, 152p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

BUSCH, Yara. **A árvore do conhecimento e o ensino da matemática**: tópicos da teoria biológica do conhecimento de Maturana e Varela e sua aplicação à educação e ao ensino-aprendizagem da matemática. São Paulo, 2005, 138f. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro Universitário Nove de Julho (UNINOVE).

CERIZARA, Beatriz. **Rousseau**: a educação na infância. São Paulo: Moderna, 1990.

CLARAS, Antonio Flávio. **A teoria de conjuntos proposta pelo NEDEM**: do ideário do MMM às práticas escolares. Curitiba, 2010, 141p. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

COLOMBO, Luis Augusto Beraldi. **Comenius, a educação e o ciberespaço**. Bragança Paulista, SP: Comenius, 2006.

COMÉNIO, João Amós. **Didactica Magna**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1996.

COSTA, Maria Luiza Andreozzi. **Piaget e a intervenção psicopedagógica**. São Paulo: Olho d'água, 2000.

COTRIM, Gilberto; PARISI, Mário. **Fundamentos da educação**: história e filosofia da educação. 9.ed. São Paulo: Saraiva, 1984.

CUNHA, Deisi Rôos. **A matemática na formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental**: relações entre a formação inicial e a prática pedagógica. Porto Alegre, 2010, 108 p. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica.

CURI, Edda. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa, 2005 (Biblioteca aula Musa educação matemática).

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005 (Tendências em Educação Matemática).

DIENES, Zoltan Paul. **Memoirs of a maverick mathematician**. Second Edition. Leicestershire: Upfront Publishing, 2003a.

_____. **I will tell you algebra stories you've never heard before**. Second Edition. Leicestershire: Upfront Publishing, 2003b.

_____. **Calls from the past.** Leicestershire: Upfront Publishing, 2003c.

_____; GOLDING, Edward William. **Exploração do espaço e prática de medição.** 3.ed. Trad. Euclides José Dotto. São Paulo: EPU, 1977b. (Os primeiros passos na matemática, 3).

_____; GOLDING, Edward William. **Conjuntos, números e potências.** 3.ed. Trad. Euclides José Dotto. São Paulo: EPU, 1977a, (Os primeiros passos na matemática, 2).

_____; GOLDING, Edward William. **Lógica e jogos lógicos.** 3.ed. Trad. Euclides José Dotto e Ormil Alves Pilatti. São Paulo: EPU, 1976. (Os primeiros passos na matemática, 1).

_____. **Frações.** Trad. Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo: EPU; Brasília: INL, 1975a.

_____. **Frações:** fichas de trabalho. Trad. Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo: EPU; Brasília: INL, 1975b.

DIENES, Zoltan Paul; GOLDING, Edward William. **A geometria pelas transformações I:** topologia, geometria projetiva e afim. Trad. Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo: EPU; Brasília: INL, 1975c.

DIENES, Zoltan Paul; GOLDING, Edward William. **A geometria pelas transformações II:** topologia, geometria euclidiana. Trad. Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo: EPU; Brasília: INL, 1975d.

DIENES, Zoltan Paul; GOLDING, Edward William. **A geometria pelas transformações III:** grupos e coordenadas. Trad. Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo: EPU; Brasília: INL, 1975e.

DIENES, Zoltan Paul. **As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática.** Trad. Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo: EPU; Brasília: INL, 1975f.

_____. **O poder da matemática:** um estudo da transição da fase construtiva para a analítica do pensamento matemático da criança. Trad. Irineu Bicudo, Maria parecida Viggiani Bicudo e Ieda C. Tetzke. São Paulo: EPU; Brasília: INL, 1975g.

_____. JEEVES, M. A. **O pensamento em estruturas** Trad. Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo: EPU; Porto Alegre: UFRS, Brasília: INL, 1974.

_____. **Aprendizado moderno da matemática**. 2. ed. Trad. Jorge Enéas Fortes. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

_____. et al. **Um programa de matemática para o nível elementar**. Trad. Anita Rondon Berardinelli, Porto Alegre, 1969.

_____. **A matemática moderna no ensino primário**. Lisboa: Livros Horizonte; Rio de Janeiro: Fundo de Cultura, 1967.

DOMÊNICO, Luiz Carlos; LAGO, Samuel Ramos; ENS, Waldemar. **Matemática moderna**: 5^a série. São Paulo: IBEP, s/d.

DUARTE, Aparecida Rodrigues Silva. **Henri Poincaré e Euclides Roxo**: subsídios para a história das relações entre filosofia da matemática e educação matemática. São Paulo, 2002, 179p. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica.

DUARTE, José Haroldo Teixeira. **História da Associação de Professores do Rio Grande do Norte**. Natal: Companhia Ed. do Rio Grande do Norte, 1985.

DUBOC, Benoît. **Maria Montessori**: a criança e sua educação. In: GAUTHIER, Clermont; TARDIF, Maurice (Orgs.). *A Pedagogia: teorias e práticas da Antiguidade aos nossos dias*. Trad. Lucy Magalhães. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Unicamp, 2004.

FALCÃO, Gerson Marinho. **Psicologia da aprendizagem**. 4.ed. São Paulo: Ática, 1998.

FARIA, Anália Rodrigues de. **O desenvolvimento da criança e do adolescente segundo Piaget**. São Paulo: Ática, 1989.

FERREIRA, Ana Célia da Costa. **Propostas Pedagógicas de Geometria no Movimento de Matemática Moderna.** Curitiba, 2006, 190f. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

FLAVELL, John H. **A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget.** Trad. Maria Helena Souza Patto. São Paulo: Pioneira, 1975.

FOSSA, John A. **Teoria intuicionista da educação matemática.** Trad. Alberta M.R.B. Ladchumananandasivam. Natal: EDUFRN, 1998.

FRANÇA, Iara da Silva. **Um olhar histórico sobre as práticas avaliativas ao tempo do Movimento da Matemática Moderna.** Curitiba, 2007, 113p. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

FRANCO, Sergio Roberto Kieling. **O construtivismo e a educação.** 8.ed. Porto Alegre: Mediação, 1998.

FRAWLEY, William. **Vygotsky e a ciência cognitiva:** linguagem e integração das mentes social e computacional. Trad. Marcos A. G. Domingues. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

FREIXO, Manuel João Vaz. **Metodologia Científica:** fundamentos métodos e técnicas. Lisboa: Instituto Piaget, 2009 (Epistemologia e Sociedade).

GADOTTI, Moacir. **Os mestres de Rousseau.** São Paulo: Cortez, 2004.

_____. **História das idéias pedagógicas.** 8.ed. São Paulo: Ática, 2002.

GARDNER, Howard. **A nova ciência da mente:** uma história da revolução cognitiva. 3.ed. Trad. Claudia Malbergier Caon. São Paulo: EdUSP, 2003 (Ponta, 9).

GASPARIN, João Luis. **Comênia: a emergência da modernidade na educação.** Petrópolis, RJ: Vozes, 1997.

GHIRALDELLI Jr, Paulo. **Filosofia e história da educação brasileira.** Barueri, SP: Manole, 2003.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 3 ed. São Paulo: Atlas, 1991.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da Matemática.** Campinas, SP, 1995, 175p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Campinas.

GROSSI, Esther Pillar. **Celebração do conhecimento na aprendizagem:** GEEMPA 25 anos. Porto Alegre: Sulina, 1995. (Série Limiar).

INCONTRI, Dora. **Pestalozzi:** educação e ética. São Paulo: Scipione, 1997. (Pensamento e ação no magistério).

INHELDER Bärbel; Garcia, Rolando; VONÈCHE, Jacques (Orgs). **Epistemologia genética e equilibração.** Trad. Jorge Correia Jesuíno. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

KISHIMOTO, Tizuko Mochida. **O brincar e suas teorias.** São Paulo: Pioneira, Thomson Learning, 2002.

KOTHE, Siegfried. **Pensar é divertido.** Trad. Tomás Johann Burchard. São Paulo: EPU, 1975.

LAVILLE, Christian; DIONNE Jean. **A construção do saber:** manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Trad. Heloísa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Artmed; Belo Horizonte: EdUFMG, 1999.

LIMA, Flainer Rosa de. **GEEM – Grupo de estudos de Ensino de Matemática e a formação de professores durante o Movimento de Matemática Moderna no Brasil.** São Paulo, 2008, 170p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica

LIMA, Lauro de Oliveira. **A construção do homem segundo Piaget:** uma teoria da educação. São Paulo: Summus, 1984. (Novas buscas em educação; v.18).

_____. **Piaget para principiantes.** São Paulo: Summus, 1980. (Novas buscas em educação; v.8).

LODER, Liane Ludwig. **Epistemologia versus pedagogia**: o locus do professor de engenharia. Porto Alegre, 2002, 229f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

LÓPEZ, Rafael Ernesto. **Introdução à psicologia evolutiva de Jean Piaget**. Trad. Álvaro Cabral. São Paulo: Cultrix, 1974.

MABUSHI, Setsuko Takara. **Transformações geométricas**: a trajetória de um conteúdo ainda não incorporado às práticas escolares nem à formação dos professores. São Paulo, 2000, 259p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e educação**: alegorias, tecnologias e temas afins. 3.ed. São Paulo: Cortez, 2001. (Coleção Questões da Nossa Época; v.2).

MARTINEAU, Stéphane. **Jean-Jacques Rousseau**: o Copérnico da educação. In: GAUTHIER, Clermont; TARDIF, Maurice (Orgs.). **A Pedagogia: teorias e práticas da Antiguidade aos nossos dias**. Trad. Lucy Magalhães. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

MARTINS, João Batista. **Vygotsky & a Educação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005 (Pensadores e a educação, v.7).

MARX. Melvin H.; HILLIX William A. **Sistemas e teorias em psicologia**. 3.ed. São Paulo: Cultrix, 1978.

MATURANA, Humberto; VERDEN-ZÖLLER, Gerda. **Amar e brincar**: Fundamentos esquecidos do humano – Do patriarcado à democracia. Trad. Humberto Mariotti e Lia Diskin. São Paulo: Palas Athena, 2004.

MAYER, Frederic. **História do pensamento educacional**. Trad. Helena Maria Camacho. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

MATUI, Jiron. **Construtivismo**: teoria construtivista sócio-histórica aplicada ao ensino. São Paulo: Moderna, 1995.

MEDEIROS, Cristiana Moreira Lins de. **O programa educacional, extensionista e social da Faculdade de Filosofia de Natal, RN (1956-1960)**. Disponível em: <www.faced.ufu.br/colubhe06/anais/.../504CirstianaMoreiraATUAL.pdf>. Acesso em: 16 de agosto de 2011.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução a História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MIRANDA, Simão de. **Do fascínio do jogo à alegria de aprender nas séries iniciais**. Campinas, SP: Papirus, 2001. (Coleção Papirus Educação).

MOMETTI, Antonio Luis. **Reflexão sobre a prática**: argumentos e metáforas no discurso de um grupo de professores de cálculo. São Paulo, 2007, 273p. Tese (Doutorado em Educação). Pontifícia Universidade Católica.

MONDIN, Battista. **Introdução à filosofia**: problemas, sistemas, autores, obras. 6.ed. Trad. J. Renard. São Paulo: Edições Paulinas, 1980.

MONROE, Paul. **História da educação**. 19. ed. Trad. Idel Becker. São Paulo: Nacional, 1988 (Atualidades pedagógicas; v. 34).

MONTANGERO, Jacques; MAURICE-NAVILLE, Daniele. **Piaget ou a inteligência em evolução**. Trad. Tânia Beatriz Iwaszco Marques e Fernando Becker. Porto Alegre: Artmed, 1998.

MONTESSORI, Maria. **Pedagogia científica**: a descoberta da criança. Trad. Aury Azélio Brunetti. São Paulo: Flamboyant, 1965.

_____. **Formação do homem**. Trad. Hauptmann e Eunice Arroxelas. Rio de Janeiro: Portugália, s/d.

MONTOYA, Adrian Oscar Dongo. **Piaget**: imagem mental e construção do conhecimento. São Paulo: EdUNESP, 2005.

MORAES, Maria Cândida. **Educar na biologia do amor e da solidariedade**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

MORIN, Edgar et al. **O problema epistemológico da complexidade**. Lisboa: Publicações Europa-América, 1996.

MORIN, Edgar. **Por uma reforma de pensamento**. In: PENA-VEGA, Alfredo; ALMEIDA, Elimar Pinheiro de (Orgs.). *O pensar complexo e a crise da modernidade*. Rio de Janeiro: Garamond, 1999.

MORIN, Edgar. **O método II:** a vida da vida. Trad. Maria Gabriela de Bragança. Lisboa: Publicações Europa-América, 1980.

MOURA, Maria Lucia Seidl de; CORREA, Jane. **Estudo psicológico do pensamento:** de W. Wundt a uma ciência da cognição. Rio de Janeiro: EdUERJ, 1997.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **A séria busca no jogo:** do lúdico na matemática. In: KISHIMOTO, Tizuko Mochida (Org.). Jogo, brinquedo, brincadeira e educação. 2.ed. São Paulo: Cortez, 1997.

MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática.** Campinas, SP: Papirus, 1997. (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

NARODOWSKI, Mariano. **Comenius & a educação.** Trad. Alfredo Veiga-Neto. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. (Coleção Pensadores & Educação, 1).

OLIVEIRA, Francismara Neves de **O lugar do jogo na teoria de Jean Piaget:** compreensões para o estudo da reciprocidade social. In: OLIVEIRA, Francismara Neves de; BAZON, Fernanda Vilhena Mafra (Orgs.). (Re) significando o lúdico: jogar e brincar como espaço de reflexão. Londrina: EDUEL, 2009.

OLIVEIRA, Marcos Barbosa de. **O que todo cientista cognitivo deve saber sobre a lógica.** In: GONZALES, Maria Eunice Quilici et all (Orgs.). Encontro com as ciências cognitivas. 2.ed. Marília,SP: Faculdade de Filosofia e Ciências,1997.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky:** aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1993.

PALMER, Joy A (Org.). **50 grandes educadores modernos:** de Piaget a Paulo Freire. Trad. Mirna Pinsky. São Paulo: Contexto: 2006.

_____. **50 grandes educadores:** de Confúcio a Dewey. Trad. Mirna Pinsky. São Paulo: Contexto: 2005.

PELLANDA, Nize Maria Campos. **Maturana & a educação.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009. (Coleção Pensadores & Educação).

PENA-VEGA, Alfredo; ALMEIDA, Elimar Pinheiro de (Orgs.). **O pensar complexo e a crise da modernidade**. Rio de Janeiro: Garamond, 1999.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. **A psicologia da criança**. Trad. Octavio Mendes Cajado. 2.ed. Rio de Janeiro: DIFEL, 2006.

_____. **Gênese das estruturas lógicas elementares**. 2.ed. trad. Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar; Brasília: INL, 1975. (Biblioteca de Ciências da Educação).

PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia**. 24.ed. Trad. Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006.

_____. et al. **Abstração reflexionante**: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Trad. Fernando Becker e Petronilha Beatriz Gonçalves da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

_____. **Psicologia e pedagogia**. 4.ed. Trad. Dirceu Accioly Lindoso e Rosa Maria Ribeiro da Silva. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1980.

_____. **A formação do símbolo na criança**: imitação, jogo e sonho, imagem e representação. 2.ed. Trad. Álvaro Cabral e Christiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar; Brasília: INL, 1975. (Biblioteca de Ciências da Educação).

PIRES, Rute da Cunha. **A presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo**. São Paulo, 2006, 577p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica.

PULASKI, Mary Ann Spencer. **Compreendendo Piaget**: uma introdução ao desenvolvimento cognitivo da criança. Trad. Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1986.

RANGEL, Ana Cristina Souza. **Educação matemática e a construção do número pela criança**: uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos. Porto Alegre: Artes médicas, 1992.

REAME, Eliane. **Matemática criativa**. Vol. 4. São Paulo: Saraiva, 1998.

REGO, Teresa Cristina. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 5.ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995. (Educação e conhecimento).

RIBEIRO, Maria Luisa Santos. **Introdução à história da educação brasileira**. São Paulo: Cortez & Moraes, 1978. (Coleção Educação Universitária).

RODRIGUES NETO, Francisco Peregrino. **Um estudo sobre aprendizagem de conceitos algébricos fundamentais**. Natal, 1998, 270p. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

ROMANELLI, Otaíza de Oliveira. **História da educação no Brasil: 1930/1973**. 33.ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

ROUSSEAU, Jean-Jacques. **Emílio ou Da Educação**. Trad. Roberto Leal Ferreira. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

RUDIO, Franz Victor. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. 35. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

SAVIANI, Dermeval. **A pedagogia no Brasil**: história e teoria. Campinas, SP: Autores Associados, 2008. (Coleção memória da educação).

SCHUBRING, Gert. **O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha**. In: VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil. Brasília: EdUnB, 2004.

SEARA, Helenice Fernandes. **Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática – NEDEM – “Não É Difícil Ensinar Matemática”**. Curitiba, 2005, 552p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Paraná.

SHIROMA, Eneida Oto et al. **Política educacional**. 4.ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

SILVA, Cláudia Mara Soares da. **Concepções e práticas avaliativas no Movimento da Matemática Moderna**. Curitiba, 2006, 89p. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

SILVA, Clóvis Pereira da. **A matemática no Brasil**: história de seu desenvolvimento. 3.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2005.

SILVA, Irineu da. **História dos pesos e medidas**. São Paulo: EdUFSCar, 2004.

SILVA, Paulo Sérgio. **Jogar e aprender**: contribuições psicológicas ao método lúdico-pedagógico. São Paulo: Expressão & Arte, 2007.

SIMONS, Ursula Marianne. **Blocos lógicos**: 150 exercícios para flexibilizar o raciocínio. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

SOUZA, Cristiane Fernandes de. **Um estudo sobre a aprendizagem de alguns conceitos algébricos e geométricos**. Natal, 2006, 240f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

SRIRAMAN, Bharath (Org.). **Mathematics education and the legacy of Zoltan Paul Dienes**. Missoula: Information Age Publishing; The Montana Council of Teachers of Mathematics, 2008.

_____; LESH, Richard. **Reflections of Zoltan P. Dienes on mathematics education**. In: SRIRAMAN, Bharath (Org.). In: Mathematics education and the legacy of Zoltan Paul Dienes. Missoula: Information Age Publishing; The Montana Council of Teachers of Mathematics, 2008.

TEIXEIRA, João de Fernandes. **Mentes e máquinas**: uma introdução à ciência cognitiva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

TOBIAS, José Antonio. **História da educação brasileira**. 3.ed. São Paulo: IBRASA, 1986.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de matemática**: como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997. (Conteúdo e metodologia).

TURNER, Johanna. **Desenvolvimento cognitivo**. Trad. Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. Brasília: EdUnB, 2004.

VARELA, Francisco J et al. **A mente incorporada**: ciências cognitivas e experiência humana. Trad. Maria Rita Secco Hofmeister. Porto Alegre: Artmed, 2003.

_____. **Sobre a competência ética**. Lisboa: Edições 70, 1995.

VASCONCELOS, Mário Sergio. **A difusão das idéias de Piaget no Brasil.** São Paulo: Casa do Psicólogo, 1996. (Coleção psicologia e educação).

VENÂNCIO, Ludmila Salomão. **O caminhar faz a trilha:** o comportamento de busca de informação sob o enfoque da cognição situada. Belo Horizonte, 2007, 128p. Dissertação (Mestrado em Ciências da Informação). Universidade Federal de Minas Gerais.

VIEIRA, Sofia Lerche. **Desejos de reforma:** legislação educacional no Brasil – Império e República. Brasília: Liber Livros, 2008.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação social da mente:** desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 4.ed. Trad. José Cipolla Neto, Luis Silveira Menna Barreto e Solange de Castro Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 1991a.

_____. **Pensamento e linguagem.** Trad. Jeferson Luiz Camargo. São Paulo: Martins Fontes, 1991b.

WERNECK, Arlete Petry Terra. **Euclides Roxo e a reforma Francisco Campos:** a gênese do primeiro programa de ensino de matemática brasileiro. São Paulo, 2003. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica.

ZOTTI, Solange Aparecida. **Sociedade, educação e currículo no Brasil:** dos jesuítas aos anos de 1980. Campinas, SP: Autores Associados; Brasília, DF: Plano, 2004.

ANEXOS

Anexo 01



O PROFESSOR DIENES

«O professor Dienes ensinou-me a gostar mais da matemática. E a saber que estudar não é só escrever, pesquisar e desenhar. E sim, jogar, brincar, imaginar. Isso foi muito bom porque aprendi muitas coisas boas.»

«O professor Dienes é uma pessoa muito querida e muito boa, ele é como se fosse meu avô.

Eu adoro o professor Dienes.»

MÁRCIA MACHADO KOCH — 9 anos — 4.a série — I. E. Gen. Flores da Cunha.

O TRABALHO REALIZADO COM O PROFESSOR ZOLTAN P. DIENES

«Eu gostei muito do trabalho com o prof. Dienes, porque eram atividades novas, interessantes.

Foi uma bela experiência, porque enriqueceu muito nosso trabalho de matemática na aula, a terceira fundamental do Instituto de Educação Gen. Flores da Cunha, apesar de que o prof. Dienes não falava corretamente a Língua Portuguesa.

Aprendemos, através da Matemática Moderna, digo, Matemática Reformulada, as operações: Subtração, Adição, Multiplicação e Divisão.

Foi a melhor época do ano letivo de 1972.



O prof. Dienes

O prof. Dienes esteve em agosto aqui conosco, trazendo muita renovação e enriquecimento e algumas crianças que trabalharam com ele escreveram contando suas impressões sobre o professor e a Matemática Moderna.

Agradeço às professoras MARIA CELESTE KOCH, NANCY GARCIA, ESTHER GROSSI, que facilitaram meu ingresso nesta maravilhosa experiência de Matemática.»

ANA FLAVIA TOLBERG — 4.a série — 9 anos — I. E. Gen. Flores da Cunha.

CONVIVENDO COM O PROF. DIENES

«Aquelas aulas extraordinárias com o professor Dienes me fizeram gostar mais da matemática. Fizeram-me ficar mais a vontade. Pareciam brincadeiras com joguinhos.

Quando saía, eu ficava triste. Quando entrava, ficava feliz. Fazia parte da diversão do dia.

Até agora sinto saudades dele e das aulas.»

PATRICIA HECKTHEUER.

RELATÓRIOS SOBRE NÓS E O PROFESSOR DIENES

«Não esqueço os dias bons que passei com o prof. Dienes. Gostei muito de aprender com ele a Matemática Moderna.

Além dele ser um ótimo professor, é uma pessoa muito querida. Imaginei que até no aeroporto na hora de ir embora ele nos ensinou dois ou três jogos.

Tenho certeza de que todos que trabalharam com ele aprenderam e gostaram muito.

Gostaria de trabalhar com ele novamente.

Quando eu crescer, quero ensinar muita a Matemática dele.»

ANDRÉA CAUDURO DE CASTRO — 4.a série — I. E. Gen. Flores da Cunha.

Anexo 02

Matemática: Dienes dá novas lições

Amanhã, das 10 às 12h, qualquer aluno de I ou II Grau poderá se inscrever na IV Jornada sobre Aprendizagem da Matemática, que será orientada pelo professor Zoltan Dienes. O local de inscrição é o Colégio Estadual Júlio de Castilhos. Por solicitação do próprio orientador se constituirá grande número de grupos de crianças e adolescentes para experimentar materiais e jogos inéditos com a finalidade de aprender Matemática.

As sessões de jogos matemáticos para os alunos inscritos serão na sexta-feira que vem, dia 22 e na quarta-feira da semana seguinte, dia 27, pela manhã e à tarde, de acordo com a preferência do interessado. Já estão inscritos os membros do Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática da Escola da Área das Nações Unidas, que pela natureza da entidade, denotam seu gosto por aprender Matemática.

Nos sábados, dias 23 e 30 de agosto, às 9h haverá sessões de aulas-demonstração de Matemática Moderna (com ênfase na metodologia ativa com que ela deve ser abordada) no ginásio de esportes do Colégio Anchieta. Qualquer interessado poderá comparecer a essas aulas-demonstração. Ingressos gratuitos no Instituto de Educação ou no Colégio Júlio de Castilhos.

Anexo 03

As crianças aprendem Matemática brincando com cadeiras na pista

O ginásio do Colégio Anchieta estava cheio no último sábado para a apresentação do jogo matemático, em que o professor húngaro Zoltan Paul Dienes explicou seu método de ensino no aprendizado da Matemática moderna.

Na demonstração, crianças escolhidas ao acaso foram para a quadra brincar com cadeiras ou lidar com produtos de um supermercado, a fim de que seu jogo fosse a explicação de um processo de aprendizado. Neste processo, interessava mais a maneira de se chegar aos resultados do que a conclusão.

Na semana passada, o professor Zoltan Paul Dienes quis fazer com alunos de diversos grupos escolares uma demonstração de seu método no aprendizado da matemática. Ele reuniu alguns professores para explicar o que queria e as tarefas que deveriam ser executadas pelos alunos. No final, os professores receberam por escrito uma descrição das tarefas.

Mas nada entenderam. Durante toda a tarde, discutiram e estudaram. Até que chegou o professor Zoltan e reuniu os alunos. Em 20 minutos, sorrindo e considerando mais uma diversão do que aprendizado, as crianças entenderam e executaram as tarefas.

Então Dienes disse às crianças para terem um pouco de paciência com seus professores, que eles poderiam demorar mas que iriam aprender a lidar com matemática. No sábado passado, no ginásio do Colégio Anchieta, houve mais uma demonstração do método de Dienes. Desta vez o ginásio estava cheio, como que para um jogo, só que os espectadores já sabiam antecipadamente que não interessava a competição, ou a conclusão, mas a própria estrutura de um jogo chamado matemática.

OS JOGADORES

O professor Dienes é alto, um pouco calvo e, apesar de húngaro de nascimento, ter estudado em Paris e se doutorado em Londres, desceu para a quadra para explicar em português as atividades que seus alunos deveriam executar.

O primeiro grupo de quatro alunos tinha idade entre seis e sete anos. Estavam dispostas na quadra 18 cadeiras, divididas em três posições em pés e três posições deitadas. As crianças foram convidadas a combinar de todas as maneiras possíveis estas três posições em cada situação (em pé ou deitada), havendo nove possibilidades.

Os jogadores nunca tinham desempenha-

do aquele tipo de atividade. Um deles foi chamado entre os assistentes: Outro estudava matemática moderna e por isso sentiu-se mais a vontade, não vendo as cadeiras apenas com sua serventia de descanso mas com a possibilidade de ser também um instrumento no aprendizado.

As alunos receberam também triângulos, retângulos e quadrados coloridos em três cores, para que estabelecessem uma correspondência entre cada bloco lógico e um par de cadeiras. Então o professor Dienes, explicando o que queria pelo microfone, quis saber como as crianças conseguiam realizar essa correspondência.

A utilização de cadeiras foi feita para que o conjunto e suas transformações pudessem ser avistadas e compreendidas de longe pelos assistentes. Numa sala de aula, servem carteis, vidros de remédios vazios, ampolas ou caixas de fósforos.

De início houve certa indecisão entre as crianças, mas depois os movimentos surgiam mais espontâneos. A aula durou cerca de 40 minutos, em que as crianças deitaram e levantaram as cadeiras, construíram e desfizeram conjuntos participando ativamente de todo o processo de correspondência entre objetos, até a conclusão.

Pelo método do professor Dienes, a conclusão, ou o objetivo final, não é importante. A criança aprende apenas todas as propriedades dos objetos e possibilidades de sua organização dentro de um sistema lógico.

APRENDENDO A MULTIPLICAR

A segunda parte das aulas foi dedicada ao aprendizado da multiplicação e divisão. Depois que numa primeira fase o aluno sabia as propriedades do material que tinha nas mãos, ele passava de um jogo livre para um jogo estruturado: a diferença entre as abordagens tradicional e moderna de multiplicação ou divisão, é que, tradicionalmente estas duas operações visam apenas uma conclusão, um objetivo final, enquanto o método moderno, sobretudo o do professor Dienes, visa a que o aluno entenda o que é multiplicar.

Ele não recebe um processo pronto, mas aprende dentro do próprio processo e atua com ele fazendo com que, depois, saiba aplicar estas operações efetivamente na compreensão e resolução de problemas.

No final de cada tarefa, as crianças caíam cansadas porque não estavam ainda acostumadas às atividades. Mas deixavam a quadra como quem tivesse saído de um jogo e não de uma prova com lápis e papel, em que o importante é decorar a tabuada e encontrar uma fórmula feita para sua aplicação.

Anexo 04

CORREIO DO POVO

28 DE ABRIL DE 1974

PROF. DIENES VAI DAR NOVO CURSO EM PORTO ALEGRE

No dia 5 de maio próximo estará no Brasil o professor Zoltan P. Dienes para uma estada de um mês. A 1.a semana será dedicada a cursos em Belo Horizonte e São Paulo, devendo permanecer em Porto Alegre por três semanas, de 13 a 31. Nesta oportunidade deverá realizar um Curso de Geometria e outros de Números Reais. Virão professores para este curso do resto do Brasil e outros países da América do Sul. A data e o local dos cursos, bem como das inscrições, serão oportunamente publicados pelo GEEMPA.

31 DE MARÇO DE 1974

CURSOS DO GEEMPA

O Grupo de Estudos do Ensino da Matemática de Porto Alegre informa que suas atividades regulares terão inicio na primeira semana de abril. O GEEMPA vai promover cursos de Lógica e Conjuntos, e de Sistema de Numeração e Adição. Funcionarão também diversos grupos de orientação, Informações e inscrições na sede da entidade (Rua Sarmento Leite, 425).

CORREIO DO POVO

PEDAGOGIA DA MATEMÁTICA

Quarta-feira próxima, dia 8, às 18h30min, no Laboratório de Matemática do Instituto de Educação General Flores da Cunha as professoras Monica Bertoni dos Santos e Esther Pillar Grossi farão palestra a respeito dos encontros sobre aprendizagem de matemática na Hungria e Inglaterra, de que participaram. Estão convidados todos os sócios do GEEMPA e qualquer pessoa interessada na renovação... assim no da matemática.

CURSO COM O PROF. DIENES

O prof. Zoltan Dienes, estará em Porto Alegre no próximo domingo, sendo que hoje chega no Rio, para mais uma jornada de estudos sobre a aprendizagem de matemática. Permanecerá 20 dias em nossa cidade e ministrará dois cursos, diretamente aos professores sem os alunos como intermediários em aulas demonstração. Temas dos cursos serão os seguintes: Geometria no ensino do 1.o Grau e Números Reais.

O Curso de Números Rerais será realizado pela manhã das 8h 30min às 11h30min e terá duração de nove dias, a partir do dia 13 para a 1.a turma e do dia 23 para a 2.a. As inscrições são em número limitado e poderão ser feitas à Rua Sarmento Leite, 425 das 14h às 18h, diariamente.

5 DE MAIO DE 1974

Anexo 05

A renovação do ensino de matemática no mundo

Prof.^a Esther Pillar Grossi

Regressamos esta semana, minha colega Mônica Bertoni dos Santos, atual presidente do GEEMPA e eu, de dois encontros sobre pedagogia de matemática na Europa.

O primeiro foi em Visegrade, na Hungria, há alguns quilômetros de Budapest e reuniu representantes do ISGML (International Study Group Mathematic Learning) para relatório e planejamento de pesquisas neste setor. Três aspectos foram primordialmente abordados neste encontro restrito, onde tivemos a chance de estar com renomados mestres internacionais, tais como Sofia Krygowska (Polônia), Dienes (Canadá), Jeeves (Inglaterra), Klein e Varga (Hungria) — avaliação, integração e concretização. Os três temas são do nosso maior interesse e não nos cansariam de alegrar-nos com a oportunidade de termos visto e ouvido pessoas tão categorizadas trabalharem sobre eles, tão proximamente.

Voltamos com uma grande bagagem de idéias, de livros e materiais, bem como de compromissos de participação nas pesquisas internacionais, pois justamente a característica deste encontro foi o engajamento dos diversos membros do ISGML em pesquisas científicas de suma importância, já levadas a efeito em alguns países, a fim de internacionalizar ou contestar os resultados obtidos até agora.

Na Hungria tivemos também a ocasião de tomar contato com a implantação da reforma nesse país, iniciada há 12 anos e agora em fase de generalização. O número de elementos lá engajados é naturalmente significativo e muitos deles se salientam no cenário internacional.

Da Hungria seguimos para a Inglaterra, mais precisamente Canterbury, a Roma dos anglicanos com sua linda e imensa catedral, carregada de história, onde convivemos com 140 professores da Europa e da América. Dividimo-nos em pequenos grupos durante a maior parte do dia, mas sempre havia a assembleia geral com a presença de alunos em classe-demonstração. Foi uma oportunidade esplêndida de conviver com colegas de tantos países, cada um dando de si e convencido de que uma reformulação no ensino é urgente e intransferível, trocando idéias e experiências. Nos grupos de trabalho, os mais diferentes temas de matemática foram tratados e a nossa escolha recaiu no grupo que abordava Probabilidade e Estatística sob a orientação

do Doutor Tomas Varga, do que muito nos rejubilamos, porque foi de imensa utilidade. Combinatória, estatística e probabilidade são assuntos muito atuais e o que é interessante é a sua inclusão no ensino até de 1º grau, nos países mais avançados nessa reformulação. Com vistas à inclusão deste tópico também em nosso meio, sabemos que em primeiro lugar devemos formar os professores e para tanto já iniciamos conversações com Varga para que venha ao Brasil no próximo ano orientar estes estudos.

Os argentinos, também presentes ao Congresso da Inglaterra, mostraram-se do mesmo modo interessados e, provavelmente empreenderemos uma iniciativa conjunta neste sentido.

E' importantíssimo que os professores estudem cada vez mais, pois é constatação generalizada que as crianças são capazes de fazer muito melhor matemática do que vêm fazendo até agora. Se os alunos têm mais possibilidades, será gravíssima omissão dos adultos não as aproveitarem. Por isso, o GEEMPA, além dos estudos que promove com os recursos locais, procura trazer professores do exterior que possam impulsionar esta formação em nosso meio. E' uma chance extraordinária podermos trazer mais uma vez o Prof. Zoltan Dienes no próximo dia 13 e é justo e honroso salientar a compreensão de homens de negócios de nosso Estado, muito especialmente os Diretores do Banco do Estado do Rio Grande do Sul, que patrocinam estas Jornadas de Estudo, há 3 anos.

Também está prevista a vinda no próximo ano da Doutora Nicole Picard, da França, Diretora da Secção de Matemática do Departamento de Pesquisas Pedagógicas do Instituto Pedagógico Nacional de Paris, durante vários anos.

A consciência geral entre os propagadores da reformulação do ensino-aprendizagem que encontramos nestes congressos internacionais é de que ela não se restringe à Matemática, e de que ela não se fará da noite para o dia, dada a sua profundidade e ampliação.

Sentia-se em cada colega a convicção de que nós apenas iniciamos esta imensa tarefa e que só o engajamento com vistas à reformulação corresponde às exigências do momento histórico que vivemos.

CORREIO DO POVO

9 DE MAIO DE 1974

Anexo 06

SEXTA-FEIRA, 10 DE MAIO DE 1974

CORREIO DO POVO

Professor Dienes em Porto Alegre

Domingo próximo chegará a Porto Alegre o prof. Zoltan Dienes, presidente do Grupo Internacional de Estudos sobre Aprendizagem da Matemática e diretor do Centro de Pesquisas Psico-matemáticas da Universidade de Sherbrooke, no Canadá. Referido professor, doutor em Matemática Pura e Psicologia, dirigirá a III Jornada sobre Aprendizagem de Matemática que o GEEMPA organiza.

Permanecerá três semanas em nossa cidade, onde dará um Curso sobre Números Reais para duas turmas de professores. A primeira turma iniciará o curso dia 13 próximo, 2.a feira, e terminará dia 22, com aulas todas as manhãs, das 8h30min às 11h30min. A segunda turma funcionará no mesmo horário, do dia 23 ao dia 30 do corrente.

As vagas são limitadas e as inscrições estão sendo feitas à Rua Sarmento Leite, 425, das 14 às 18 horas, na sede do GEEMPA.

Das 16 às 19 horas, diariamente, de 13 a 30 deste mês, o prof. Dienes orientará um Seminário sobre Geometria para os professores do GEEMPA responsáveis por suas atividades mais importantes, ou sejam, classes-piloto, grupos de orientação e cursos, bem como para os professores do Rio de Janeiro, São Paulo, Belo Horizonte, Salvador e Argentina, especialmente convidados.

Estão previstas, também na programação do prof. Dienes, cinco apresentações na televisão, em forma de aulas-demonstração com alunos de três níveis de idade, permitindo a pais e professores um contato com sua pedagogia, que é sui-generis e de muita atualidade.

Anexo 07

Avaliar, Concretizar e Integrar

Esther Pillar Grossi

Estes foram os três temas abordados no encontro do LSGML (Grupo Internacional de Estudos sobre a Aprendizagem de Matemática) em Visegrade (Hungria) de 7 a 14 de abril último, do qual participamos como representantes do GEEMPA.

Avaliação é assunto de sempre, em dias de estudo e reuniões em nossas escolas. Quando e como avaliar é um sério e grave problema para quem é professor. Porem, essa questão se avoluma quando se quer medir não só conteúdos memorizados pelo aluno, mas o seu grau de desenvolvimento mental. Este era o caso dos participantes do encontro de Visegrade, pois o consenso dos pesquisadores e pedagogos lá presentes "é de que, num ensino digno deste nome, não interessa em primeiro lugar a resposta certa a determinação questão, mas o processo que o aluno percorre para chegar a ela. A resposta correta ele provavelmente a esquecerá, mas não esquecerá os passos que deu para atingi-la, pois estes correspondem a estruturas internas que ele a atualizou no dinamismo em busca de um conceito. Avaliar este estágio de desenvolvimento intelectual é o que foi debatido em Visegrade. Avaliar para poder propiciar novas oportunidades de aprendizagem, não como dispositivo de punição e recompensa.

Além de testes já elaborados por psicólogos do Grupo e lá apresentados, foi objeto de reflexão conjunta a base para elaboração de provas, que avaliem não só aspectos figurativos da aprendizagem, mas sobretudo os aspectos operativos — testes que façam apelo à criatividade do aluno e a sua habilidade de transferir e aplicar conhecimentos. O GEEMPA se servirá deles em suas classes-piloto e com aqueles que estão engajados em suas atividades.

Nesta perspectiva, vê-se que não têm nenhum sentido as avaliações que constam somente de questões da mesma natureza das que já foram trabalhadas em classe. Reproduzir, por exemplo, em uma sabatina, a demonstração de um teorema exposta em aula pelo professor é realmente muito pobre em relação a uma outra questão na qual, a partir de alguns dados conhecidos dos alunos, se peça a descoberta de novos. Porem, para poder exigir isso dos alunos, uma outra importante modificação deve ser feita no ensino da matemática, ou seja a concretização adequada de conceitos abstratos em modelos pedagógicos.

Esta concretização pode constar da criação de materiais didáticos com os quais determinadas atividades serão propostas. Porem, fica como assunto de outra conversa em próxima oportunidade.

Por ora, ressaltada a importância da formação contínua do professor, congratulamo-nos com aqueles que irão participar da III Jornada sobre a Aprendizagem da Matemática, que o GEEMPA promove em Porto Alegre, sob a

orientação do Prof. Zoltan Dienes e que iniciará amanhã, na sala 80 da Faculdade de Educação da URGSS. A todos os outros professores do Rio Grande do Sul e aos pais de alunos, anunciamos a possibilidade de assistirem proximamente pela televisão uma sequência de 5 aulas-demonstração dirigida pelo Prof. Dienes, com dinâmica e conteúdos da matemática reformulada.

CORREIO DO POVO

DOMINGO,

12 DE MAIO DE 1974

Anexo 08

CONCRETIZAR PARA ABSTRAIR.

Esther Pillar Grossi

Fazer matemática é sinônimo de fazer abstrações cada vez mais gerais. É estabelecer relações tanto mais interessantes, quanto mais amplas, que se apliquem ao maior número de casos.

Há quem pense que a criança é completamente incapaz de abstrair e, portanto, também incapaz de estudar qualquer matemática.

Ora, apanhar uma abstração já feita por outro, descrita em um livro e por um professor em aula é algo extremamente difícil, realmente inacessível a uma criança, para não dizer que também o é para adolescentes e adultos, se desejamos uma verdadeira aprendizagem.

Uma autêntica aprendizagem não é a simples memorização de fatos, sequências ou técnicas. É a construção de estruturas cada vez mais complexas em um processo dinâmico de adaptação ao ambiente. Esta construção de estruturas inclui a abstração de conceitos.

Como chegar a um conceito abstrato?

Aqui reside algo essencial no estágio atual de nossos conhecimentos sobre o processo de aprendizagem.

Para abstrair um conceito, um caminho pedagógico, ou seja, aquele que adotamos, consiste em buscar modelos concretos, ou seja, materiais didáticos com os quais o aluno se familiarizará primeiramente. O professor, ou ele mesmo proporá um ou mais problemas a respeito destes materiais. Os modelos devem concretizar, de vários modos diferentes, o mesmo conceito. A comparação destas várias concretizações, levará à descoberta do que elas têm em comum, o conceito abstrato, apesar das diferenças perceptuais que apresentam.

Descrever este processo é mais ou menos incorrer no mesmo erro que condenamos, isto é, o do ensino expositivo, pois só é realmente possível entendê-lo, vivenciando-o; é o que procuramos oportunizar nos cursos do BEEMPA, inclusive na III Jornada sobre Aprendizagem de Matemática que ora se realiza sob a orientação do Professor Dienes.

Porém, o que gostaria de enfatizar nesta abordagem rápida sobre a concretização no ensino da Matemática é uma necessi-

dade fundamental do uso adequado de materiais didáticos. Só a voz do professor e giz são materiais muito pobres para produzir aprendizagem.

O objetivo do uso de materiais concretos é produzir a abstração. Se o aluno não se libertar depois de um certo tempo do material utilizado para conduzi-lo a uma ideia matemática é porque não a alcançou, pois a libertação do material é fato normal no processo.

O uso de um único material com vistas a um conceito é insuficiente e poderá produzir a não libertação da criança.

Falar em materiais didáticos não significa onerar pesadamente o sistema educacional, pois da nossa experiência nas 14 classes-pilotos do GEEMPA e de todas as outras que seguem nossa orientação aqui em Porto Alegre, bem como do que vimos em outros países, estes podem ser confeccionados com pouco dinheiro. O que é necessário é a formação do professor para que os saiba construir e um pouco de imaginação.

Relando em formação do professor não posso deixar de mencionar durante esta terceira temporada de estudos em Porto Alegre com o professor Dienes, os dois cursos que ele está orientando: Números Reais e Geometria são os temas de estudo.

Abordagem muito novas e extremamente interessantes, ele nos está propondo. E há ainda possibilidades de inscrição para alguns colegas na 2a turma do Curso de Números Reais, que começará dia 23 próximo.

12 — NOTICIÁRIO TERÇA-FEIRA,

21 DE MAIO DE 1974

Conteúdo do Povo

Anexo 09

CORREIO DO POVO

DOMINGO, 26 DE MAIO DE 1974

REPORTAGEM — 21

Professor Zoltan Dienes, húngaro, atualmente vivendo no Canadá, introdutor dos blocos lógicos no moderno ensino da Matemática e diretor do Centro de Psicomatemática da Universidade de Sherbrooke.



Em outros tempos, era difícil alguém dedicar à Matemática alguma afecção. A não ser os próprios matemáticos, poucos preocupavam-se em conhecê-la, além dos números e cálculos.

Hoje abe-se que as verdades matemáticas não são simples fatos de muros, resultantes de uma operação mecânica. Eles envolvem profundas e íntimas relações psicosociais.

A Matemática Encontra Novos Valores

Vera Regina Morganti

Terá a Matemática se modernizado, adaptando-se às exigências da vida atual, ou este o homem se descondicionado ao ponto de reconhecer-lhe alguns valores subjetivos? O Professor Zoltan Dienes diz que não existe Matemática Moderna. A que conhecemos era conhecida há dois séculos. Relativamente nova é a tentativa de ensinar à todos as crianças a verdade matemática.

"A Matemática é definitiva quando se trata de estabelecer se é algo que viveremos ou não. Ela não admite nenhuma incerteza, impossibilidade. Suas conclusões são objetivas e práticas, mas o processo de aprendizagem deve ser encarado sob o ponto de vista psico-social para facilitar à criança a compreensão precisa daquelas noções matemáticas. Não se pode, afirmava ainda o Professor Dienes, "sob pena de falhar-nos totalmente em nossos objetivos educacionais, ensinar apenas as respostas certas a certas perguntas. O mundo é mais que isto e, para ele que devemos preparar as crianças".

sendo feitas pesquisas que visam a coordenar as exigências psicológicas da criança, levando em conta seu desenvolvimento afetivo-social, e as exigências estruturais da própria Matemática, ou seja, o conceito de número (Matemática Pura) e suas aplicações a problemas reais (Matemática Aplicada).

"A criança é uma pessoa total", lembra o Professor Dienes. "Não podemos esquecer seu lado afetivo. Além disso, ninguém aprende isoladamente determinada coisa. A vida é feita de relações, entre pessoas e fatos, e sobre elas e que acumulamos conhecimentos sempre mais avançados".

Quando foi descoberto o cálculo infinitesimal, há trezentos anos, isto era, trivial, coisa que poucas pessoas podiam entender. Agora, utilizando o cálculo infinitesimal em todas as obras de engenharia, Ele deixou de ser um privilégio e passou a pertencer à cultura geral. Assim são elaboradas as novas ideias, partindo sempre das mais simples relações apli-

cadas na vida prática.

metos: conscientizar as propriedades comuns aos objetos (ou achintamentos), classificá-los, estabelecer as diferenças e as relações entre elas".

"A cada nível de abstração continua o Professor Dienes, "o professor deve objetos logicamente já conhecidos. Com os bloco logicos estuda-se de modo muito concreto, as situações concretas. Em sua mesa, a criança pode tocar e construir uma configuração. Isto é indispensável para um perfeito raciocínio, pois as situações condicionadoras são muito diferentes de entender sem uma realização concreta".

Muitas atividades, aparentemente desligadas dos conceitos a que se pretende chegar, são realizadas antes de qualquer definição. "Esta é a fase do jogo, estádio inconsciente, quando se brinca com os elementos do conceito sem que se tenha qualquer ideia de que, no futuro, eles irão auxiliar a organizar a própria realidade de um modo mais acessível".

PROFESSOR-MATEMÁTICA-CRIANÇA

"É muito mais fácil para uma pessoa que entende as necessidades psicológicas e pedagógicas da criança aprender um pouco de Matemática do que um matemático mudar todos as atitudes éticas de uma classe. Se o professor cometer alguns erros matemáticos, isto importa menos do que se ele comete erros pedagógicos".

O professor fala neste sentido.

Professor Dienes, que acentua a importância de se dar a cada criança uma "verdade apropriada. É preciso levar em conta as individualidades infantis porque a aprendizagem está baseada nestes aspectos de ordem profundamente psicológica e, mais amplamente, social. Das relações que a criança estabelece resultam as relações matemáticas; somente que algumas crianças estão prontas para receber determinadas conceitos e outras ainda

não. Não se pode impor uma mesma situação intelectual, emocional e pedagógica para todos".

O Professor Zoltan Dienes explica ainda que a criança não difere, nem um pouco de Matemática do que um matemático

mudar todos as atitudes éticas de uma classe. Se o professor cometer alguns erros matemáticos, isto importa menos do que se ele comete erros pedagógicos".

O professor fala neste sentido.

Professor Dienes, que acentua a importância de se dar a cada criança uma "verdade apropriada. É preciso levar em conta as individualidades infantis porque a aprendizagem está baseada nestes aspectos de ordem profundamente psicológica e, mais amplamente, social. Das relações que a criança estabelece resultam as relações matemáticas; somente que algumas crianças estão prontas para receber determinadas conceitos e outras ainda

"Pela terceira vez, professores gaúchos recebem orientação do professor Dienes, trazido a Porto Alegre pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática, grupo autônomo, com sede na Universidade, que promove sistematicamente cursos de "Matemática Moderna", inclusive para pais

Anexo 10

Crianças e adolescentes na jornada de matemática

C. do Povo | 15/8/75

O Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Porto Alegre (GEEMPA) convida crianças e adolescentes para a IV Jornada sobre Aprendizagem da Matemática, que será orientada pelo professor Zoltan Dienes, já conhecido por alunos de nossa cidade que tiveram a oportunidade de trabalhar com ele, nas jornadas precedentes.

Trata-se, desta vez, por solicitação do próprio professor Dienes, de constituir um grande número de grupos de alunos para experimentar materiais e jogos inéditos a fim de aprender algo de Matemática. Qualquer aluno do 1.o ou do 2.o grau pode se inscrever amanhã, sábado, das 10 às 12 horas, no Colégio Júlio de Castilhos.

As sessões de Jogos Matemáticos para os alunos inscritos serão na 6.a-feira, dia 22 e na 4.a-feira, dia 27 do corrente, pela manhã ou pela tarde, conforme a preferência do interessado.

Já estão inscritos os membros do GEMNU, grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática da Escola de Área Nações Unidas, que, pela natureza de sua entidade, denotam seu gosto por aprender matemática.

CURSOS DE ALGEBRA E GEOMETRIA

Durante 2 semanas, a partir do dia 18 do corrente, professores de Porto Alegre, Curitiba, São Paulo, Rio de Janeiro, Belo Horizonte, Salvador, Argentina e Chile, além de cidades do interior do Rio Grande do Sul, estarão reunidos para fazer os 2 grandes cursos da IV Jornada sobre Aprendizagem da Matemática.

O Curso de Álgebra funcionará pela manhã, das 8h30min às 11h30min e o de Geometria à tarde, das 14h30min às 17h30min, numa das salas do Centro de Ciências no Colégio Júlio de Castilhos.

Serão abordados nos Cursos, de forma moderna, conteúdos de álgebra e geometria do 1.o grau ou início do 2.o, com trabalhos em grupo e treinamento dos participantes na metodologia ativa, mediante preparo e realização de sessões de jogos matemáticos com alunos de Porto Alegre.

As inscrições que ainda restam podem ser feitas pelo fone 22-1342.

AULAS-DEMONSTRAÇÃO

Nos sábados, dias 23 e 30 do corrente, no Ginásio de Esportes do Colégio Anchieta, às 9 horas da manhã, terão lugar duas sessões de aulas-demonstração de matemática moderna, com ênfase na metodologia ativa com que ela deve ser abordada.

O professor Zoltan Dienes proporá atividades de matemática a 3 grupos de alunos, pequenos, médios e grandes, após o que analisará os princípios que norteiam a reformulação do ensino da matemática, respondendo perguntas e analisando as experiências que vêm sendo realizadas.

Qualquer interessado pode comparecer a essas duas aulas-demonstração, bastando apenas procurar o seu ingresso, no Instituto de Educação Gen. Flores da Cunha, ou no Colégio Júlio de Castilhos, sala 319.

O ingresso é gratuito, por gentileza do GEEMPA.

Anexo 11

Ensino da Matemática

C. do Povo 1718175

Ester Pilar Grossi

A reforma do ensino da Matemática no mundo se concretizou de dois modos: houve aqueles que, percebendo as deficiências de resultados nesta disciplina e, por outro lado, os progressos notáveis que a matemática como ciência vivenciava, julgaram que o problema do ensino estava na inadequação dos conteúdos, e realizaram uma reforma calcada sobre a introdução de novos assuntos matemáticos nos programas escolares, sobretudo os famosos conjuntos. Dessa corrente, é que vêm as notícias que algumas vezes circulam — a matemática moderna já caiu —; em alguns países ela não deu os resultados esperados. Como falou durante sua estada aqui, o professor Tamas Varga, "expert" da UNESCO sobre metodologia da matemática, houve e há deficiências nesta maneira de renovar o ensino desta disciplina. Ele se referiu a estas deficiências como doenças da infância, da renovação do ensino da matemática e logo acrescentou: "felizmente já há remédios para estas doenças".

Podemos dizer que a segunda corrente na forma de conduzir a reforma já foi uma reação e um remédio aos defeitos da primeira.

Nesta, a ênfase da reformulação do ensino-aprendizagem de matemática está mais na metodologia que nos conteudos, isto é, mais na maneira de ensiná-la. E, a esse respeito, escreve o professor Claude Gaulin, do Ministério da Educação do Canadá, dizendo que podemos caracterizar esta segunda corrente, várias tendências básicas, tais como a preocupação primordial com o processo mental que o aluno vivencia numa aprendizagem, mais do que com o resultado final, donde segue uma valorização dos erros que o aluno comete durante o processo, justamente como elementos úteis para o seu progresso, se bem aproveitados — é a busca de individualização e personalização na aprendizagem pessoal e a participação do aluno, levando-o a aprender a matemática por ele mesmo.

Sobre essas tendências, muito se poderia escrever. Por exemplo, por que levar o aluno a aprender por ele mesmo? Em vista do crescimento rápido dos

conhecimentos, o ensino escolar deve inevitavelmente se limitar a alguns conhecimentos e habilidades. Além disso, as mudanças que se produzem na sociedade são tantas e tão rápidas que se torna impossível predizer do que os alunos terão necessidade quando forem adultos. Trata-se portanto, de prepará-los para que assumam sua permanente atualização quando tiverem saído da escola.

Justamente a esta segunda corrente, da qual citamos algumas tendências acima, pertence o professor Zoltan Dienes, que estará hoje em Porto Alegre.

E, o que é interessantíssimo saber, é que, mesmo numa perspectiva metodológica de reforma do ensino da Matemática, onde a ênfase é dada a como ensinar, há uma linha de conteúdos, pois se aprende como aprender através de algum tópico. E o professor Dienes acena para uma organização desses conteúdos, mais apoiada ainda na intuição, o que se constitui numa novidade dentro da novidade global que é toda sua sugestão metodológica.

Dois cursos serão orientados pelo professor Dienes, um de Álgebra e um de Geometria — o primeiro pela manhã e o segundo pela tarde, no Colégio Júlio de Castilhos de 18 a 31 de agosto corrente.

Aos sábados (dias 23 e 30), terão lugar duas aulas-demonstrações, para todos os interessados (professores, pais, etc.), às 9 horas da manhã, onde se poderá ter um excelente contacto com as novas tendências na reformulação do ensino da matemática.

*Correio
do
Povo*

Anexo 12

FOLHA DA TARDE 19-8-75

Matemática centrada nas crianças e não nos adultos: Dienes

Se o professor Zoltan Dienes, catedrático da Universidade de Winnipeg, no Canadá, e presidente do Grupo Internacional de Estudos sobre Aprendizagem da Matemática, estiver trabalhando com crianças da Nova Guiné, empregará o mesmo método que utiliza nos Estados Unidos na África ou no Brasil, variando apenas o material de apoio, que pode ser desde a pedra, o coco, até figuras de plástico coloridas.

Acontece que na sua sistemática de trabalho ele se propõe a ensinar matemática através de um método que procure facilitar a aprendizagem, baseado no fato de que cada vez mais terá que se intensificar o nesino pela tendência à compilação da matemática. "O mundo moderno nos exige a cada dia uma cultura matemática", argumenta ele, fazendo questão de deixar claro o ponto principal que define seu trabalho: "Minha metodologia é centrada na criança e não no conteúdo".

É por ter estas características que Zoltan Dienes foi convida-

do pelo Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Porto Alegre, Geempa, para ministrar as duas semanas de curso que fazem parte da 4.ª Jornada de Matemática, visando completar o conteúdo de 1.º grau com metodologia ativa.

Na realidade, além dos seus conhecimentos reconhecidos mundialmente, o professor Dienes, como presidente do Grupo Internacional de Estudos sobre Aprendizagem da Matemática, está a par de toda a nova experiência que se faz no campo das novas metodologias de ensino, já que a sua entidade se dedica à realização de pesquisas em todo o mundo.

Segundo ele, "nós fizemos pesquisas psicológicas, em que discutimos o progresso que estámos tendo nos trabalhos de grupo realizados, no Canadá, na Escócia, na Hungria ou em Porto Alegre; e também efetuamos pesquisas pedagógicas, tentando aplicar os resultados das investigações feitas em laboratório".

Desta forma, ele tem autoridade para dizer que "os conhe-

cimentos a criança esquece, o que jamais acontecerá se ela aprender a ter hábitos mentais. Por este motivo é que seu método visa muito mais desenvolvimento de atitudes do que de conhecimentos precisos.

O que importa é que o processo seja dinâmico e não estático, fazendo com que a criança aprenda matemática através da manipulação de figuras que lhe permitirão abstrair, condensar ou de codificar, mesmo que tenham de 7 a 14 anos de idade, como faz questão de ressaltar a professor Zoltan.

Com isso se pretende fazer com que tenha condições de enfrentar no futuro, "as imposições de uma sociedade cada vez mais complexas", como pondera ele, permitindo o desenvolvimento de dois fatores altamente significativos para os objetivos a que se propõe o método: "Desenvolver o raciocínio e também a intuição".

Na verdade, o que o método pretende é dissociar o desenvolvimento de idéia do concreto: Primeiro porque "a matemática não é concreta", como quer o professor Dienes; e segundo as idéias abstratas podem ser empregadas em muitas outras situações porque se depararão os estudantes.

Sem contar o seu emprego na lida com os computadores ou nas atividades cada vez mais modernas da indústria, a nova sistemática ensinada pelo professor Zoltan Dienes visa dar aos estudantes competência mental — "que só a matemática tem condições de proporcionar" — por mil-e-uma necessidades que podem ser resumidas nesta sua afirmação: "É preciso pensar de modo não redundante e a matemática é a ciência que diz as coisas somente uma vez".



Para o professor Zoltan, é necessário dissociar a idéia do concreto

Anexo 13

25 de Agosto
de 1975

Aguas FOLHA DA TARDE

Um novo método de ensino da matemática está sendo aplicado nas escolas de Porto Alegre. É o método desenvolvido pelo professor Zoltan Dienes, da Universidade de Winnipeg, Canadá, que apresentou-o sábado pela manhã no Colégio Anchieta, trabalhando com crianças de seis a dez anos.

Os estudos do professor Dienes eram desconhecidos pelos professores de matemática no Brasil, até pouco tempo atrás. Este é o quarto ano que ele vem passar breves períodos em Porto Alegre, orientando os professores gaúchos sobre sua metodologia de ensino.

Esta matemática o aluno descobre por si



Professor Dienes ensina matemática por símbolos, brincando

A diferença básica introduzida pelo novo sistema é a dinamização do estudo de conceitos matemáticos. A criança, trabalhando com objetos, comprehende a estrutura do cálculo, ao invés de se preocupar apenas com os resultados. O professor será apenas um orientador, ficando a cargo da criança a descoberta das relações existentes entre os diversos arranjos do material.

PRIMEIROS TRABALHOS

No Brasil existem dois grupos de professores que realizam estudos sobre este método. Um em São Paulo e o Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática, de Porto Alegre. Alguns dos professores estão aplicando parte do método em suas turmas. Ana Zardini, da Escola Estadual Ildefonso Gomes, está realizando este trabalho com suas turmas. Ela diz: "neste trabalho, nós estamos preocupados que a criança comprehenda porque chega a determinados resultados". Isto, segundo ela, não era conseguido com o método tradicional. "Os professores geralmente não estão preocupados com os processos mentais por que o aluno passa, mas apenas com o resultado", diz ela.

A principal dificuldade que se apresenta para o professor é a diferença no período de tempo que cada criança leva para chegar às conclusões finais.

SEIS FASES

A técnica do professor Zoltan é baseada na teoria do psicólogo Jean Piaget. Ele aplica as hipóteses de Piaget ao ensino da matemática, se preocupando não só com os conteúdos mas com os processos mentais. "Não é o professor que ensina, é a criança que descobre", diz Ana Maria. O processo está dividido em seis fases.

A primeira delas são os jogos livres, onde a criança manipula o material sem nenhuma regra. Na fase seguinte são acrescentadas regras que o aluno tem que obedecer. A aula-demonstração apresentou esta situação. Ao comparar diferentes jogos, com diferentes materiais, na terceira etapa do processo, a criança conclui que existem certas propriedades que se repetem nos jogos.

Uma quarta etapa vai corresponder à representação destas propriedades e o aluno começa a trabalhar com símbolos matemáticos. Aqui ele compara as constantes, as repetições de propriedades que ocorrem em diferentes tipos de jogos. Depois disso ele passa a descrever as propriedades observadas e começa a perceber as possibilidades de generalizar estes conceitos aprendidos.

REESTRUTURAÇÃO

Este novo método de ensino vai exigir do professor, segundo Ana Maria, uma reestruturação. Ele vai ter que compreender o método e todo o processo que será realizado pela criança. No processo de Zoltan Dienes os professores têm maior dificuldade de realizar as tarefas que as crianças.

Uma experiência feita em uma das aulas, no Colégio Anchieta, evidenciou isto. Os professores levaram uma tarde inteira para realizar o mesmo trabalho que os alunos realizaram em vinte minutos. O professor Dienes diz que esta dificuldade em compreender a estrutura dos conceitos, "faz com que os professores resistam um pouco à aplicação do novo método".

O professor Zoltan Dienes é presidente do Grupo Internacional de Estudos para o Ensino da Matemática. Sua metodologia de ensino está sendo aplicada em escolas do Canadá, Hungria, Itália e Nova Guiné.

Anexo 14



ANIMAÇÃO NO CURSO DE MATEMÁTICA MODERNA: ALUNOS E MESTRES PARTICIPARAM

O húngaro Zoltan Paul Dienes, já habituado a lidar com crianças, não estranhou muito a animação no anfiteatro do Hospital de Clínicas, sábado pela manhã, em mais uma sessão de Lógica, dentro da II Jornada sobre Estudos da Matemática Moderna. Ele é Presidente do Grupo Internacional sobre Aprendizado da Matemática e Diretor do Centro de Pesquisas Psico-Matemáticas da Universidade de Sherbrook, Canadá. Mais de 178 pessoas, entre crianças e professores do 1º e 2º graus, estiveram presentes à sessão de sábado.

ESQUEMAS NOVOS

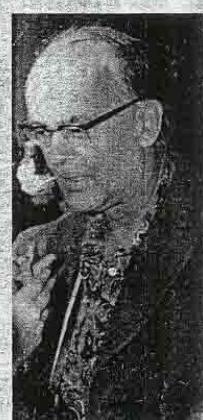
Zoltan prefere utilizar esquemas novos, a fim de estimular o processo mental infantil. Assim, organizou três grupos, de acordo com as idades: quatro crianças de seis a oito anos; seis de nove a 11 e quatro crianças de 12 a 15 anos. Em três ambientes diferentes, elas percorreram caminhos lógicos, de tal maneira que as

peças utilizadas nos jogos chegassem no lugar certo. As próprias crianças manejavam o aparelho de slides, mostrando seus desenhos, feitos com pincel atômico.

Todas trabalhavam com entusiasmo, prestando a máxima atenção às explicações de Dienes, que apesar do sotaque carregado, era bem compreendido.

Andréa, Márcia e Anne Flávia, de seis a oito anos, já participaram, em 1972, das sessões de matemática e, este ano, fizeram questão de voltar: porque adoram Dienes. Uma das meninas estava com dor de barriga, provavelmente provocada pela emoção de poder trabalhar com Paul Dienes.

Os professores, que estavam lá para assistir ao desenvolvimento das questões pelas crianças, ficaram surpreendidos com sua rapidez e agilidade de raciocínio, pois nem eles conseguiram terminar os problemas em tempo tão curto.



zero hora

ANO IX Segunda 20-8-73 n° 2892

80

Porto Alegre CENTAVOS

Anexo 15

ensinoPorto Alegre
Zero Hora
25/5/74


ZOLTAN DIENES:

AS CRIANÇAS ENTRE 5 E 7 ANOS QUE BRINCAM NA RUA, PROVAVELMENTE APRENDEM MAIS MATEMÁTICA DO QUE AS QUE SENTAM NUMA SALA DE AULA.

O húngaro naturalizado inglês Zoltan Dienes, 56 anos, é um homem simples e muito acessível, o que, para muitos, pode contrastar com seu título de autor em Matemática e Psicologia. O professor Dienes está pela terceira vez em Porto Alegre a convite do GEEM (Grupo de Estudos Sobre o Ensino da Matemática) e permanece aqui até dia 31. Veio continuar a orientação e a coordenação dos seminários de estudos que vem dando há três anos, e também treinar professores que participam do projeto de pesquisa que o GEEM realiza para avaliar a eficiência de seus métodos no ensino da Matemática para crianças da Grande Porto Alegre. Em 72, Dienes deu aulas para 900 professores; em 73, para 250 e, este ano, para 50, entre os quais nove de outros Estados. Dá suas aulas em português, enfocando os conteúdos matemáticos relacionados à continuidade do ensino de primeiro grau. Dienes é um dos autores das reformas de ensino na Hungria, Austrália, Inglaterra, Canadá e Nova Guiné, e entende que uma reforma não se faz sem um prazo mínimo de 10 anos. Atualmente ele é diretor do Centro de Pesquisas Psico-Matemáticas da Universidade de Sherbrooke, do Canadá. Aproveita suas férias dando cursos pelo mundo inteiro. Esta entrevista foi realizada com a colaboração das professoras Sônia Azambuja e Cibele Fagundes.



P - De que forma o senhor aprendeu Matemática na escola?

R - Resposta - Eu não aprendi na escola, mas como meu pai. Aos poucos comecei a ficar intrigado com algumas coisas que ouvia e, quando estava em férias, na Tchecoslováquia, comecei a fazer perguntas. Tinha um rapaz mais velho lá, austríaco, que me ensinou álgebra, e então eu construi álgebras.

P - O que é uma álgebra?

R - Álgebra é uma estrutura matemática, um conjunto de regras, um certo número de operações, de propriedades. Algumas álgebras têm propriedades boas, outras não. De acordo com as regras se podem relacionar elementos, e eu brincava com as regras. Assim, procurei achar caminhos para construir as melhores álgebras, com as melhores propriedades. Eu costumava levar as álgebras para esse rapaz austríaco e perguntava o que ele achava delas, discutia com ele. Enda dizia: "Oh, não, essa álgebra não é verdadeira! Não seria bom que fosse verdadeira?" Então eu respondia: "Está bem, vou trazer outra amanhã."

P - E as regras funcionavam?

R - Algumas funcionavam melhor do que outras. Numá outra vez, quando estava de férias na Itália, meu pai estava ensinando a meu irmão mais velho algumas equações lineares, polinômios, coisas assim... E ele dizia para mim: "Tu és muito jovem, isto não é bom para ti". Mas eu me escondia de qualquer modo e ouvia a conversa. E foi como eu aprendi a Matemática básica. Assim, uma vez que aprendi essa linguagem, ia para a biblioteca e tirava livros para ler.



P - Quantos anos o senhor tinha?

R - Uns 12 anos. E eu costumava pedir à minha mãe, como presente de aniversário, duas coisas que eu gostava muito: gramáticas de línguas estrangeiras e livros matemáticos. Me lembro que num aniversário ganhei 10 livros de gramática de diferentes línguas que eu gostava, como romeno, tcheco, alemão. Porque essas também são estruturas. Eu estava interessado em ver como uma língua se diferencia de outra e para mim isso é como a Matemática, eu não via diferença. Para se falar uma língua tem que se dominar algumas regras. Uma estrutura matemática também tem regras e descobri como elas se relacionavam. Quando eu finalmente entrei para o secundário, tive um professor que era um matemático. Um dia ele descobriu que eu não estava prestando atenção na aula e ficou me observando de longe, enquanto eu solucionava umas equações diferenciais. Eu tinha somente 14 anos e ninguém pensaria que eu pudesse fazer tal coisa. Depois da aula, ele me chamou muito severamente e me perguntou o que eu estava fazendo. Então eu expliquei, em termos bem simples, o que era uma equação diferencial (porque pensei que talvez ele não soubesse) e o que estava tentando fazer para solucioná-la. Ele se desculpou e me disse que pensava que eu estivesse somente brincando durante a aula. Foi muito simpático e falou que eu estava certo em não prestar atenção nas aulas dele, porque eram desinteressantes para mim. Além disso disse que eu poderia fazer o que quisesse nas aulas, porque ele não iria me aborrecer mais e se ofereceu para conversar comigo sobre Matemática depois das aulas, se eu quisesse. Como vocês podem ver, não foi o colégio que me fez ficar interessado na Matemática. Eu tinha interesse pela arquitetura do pensamento, em ver como o pensamento se relaciona com outros pensamentos...

Anexo 16

ZERO HORA — Segunda-feira, 25.8.75 —

A NOVA DIMENSÃO PARA SE APRENDER MATEMÁTICA



Professor Dienes, teatralizando o ensino

O professor Zoltan Paul Dienes, da Universidade Brandon em Winnipeg, no Canadá, demonstrou, no ginásio de esportes do Colégio Anchieta, sábado, para professores e crianças como conseguiu tornar a disciplina Matemática fascinante e não temida pelos alunos. Ele é o criador de uma nova metodologia do aprendizado da Matemática através de materiais aplicados sob a forma de jogos. Para ele, essa matéria deve ser ensinada de uma maneira natural e não como faz "a maioria dos professores que apenas manipula as regras que aprenderam".

A aula demonstração sábado, inserida na IV Jornada Sobre Aprendizagem da Matemática, teve três atividades em grupos com a participação de crianças com idades que variavam de seis a 10 anos. Na primeira atividade, as crianças trabalharam com um conjunto de 18 cadeiras para as quais se convencionaram três posições em pé e três posições deitadas. As meninas foram convidadas a combinar de todas as maneiras possíveis estas posições em cada situação, o que deu nove posições. Depois, o professor propôs aos alunos que formassem com os pares de cadeiras uma fila, não de modo qualquer, mas na qual se soubesse perfeitamente, mesmo sem olhar, o lugar de cada par. Os alunos perceberam, em seguida, um conjunto de blocos lógicos. Estabeleceram-se correspondências entre cada bloco lógico e um par de cadeiras. No caso, se a correspondência fosse estabelecida com critérios bem deter-

minados, poderia se saber claramente, mesmo sem olhar, dado um bloco lógico, qual o par de cadeiras que lhe corresponderia: Seriação, equivalências, correspondências, funções, que são subjacentes a essas atividades, são adaptadas e importantes para as crianças de seis ou sete anos, pois elas são pré-requisitos para a aquisição da idéia de número cardinal que resulta de uma síntese entre elas.

A confusão inicial das meninas, aos poucos, passou para um interesse e participação muito ativa. Todos gostaram de trabalhar e aprender com o professor. Aliás, para ele, as dificuldades do ensino da Matemática são meros artificialismos, não existem. É necessário haver trabalho, o pensamento ser preciso. E mais: um dos problemas fundamentais é que não se cria ambiente para a Matemática, como é o caso de outras ciências. O ensino tradicional não concretiza, a criança aprende a multiplicar por exemplo, e faz a operação certo. No entanto, quando o professor dá um problema, ela não sabe se deve dividir ou multiplicar. Sem saber as relações subjacentes nas operações matemáticas, através de experiências concretas, ela não as entenderá. Não saberá que operação utilizar, nem por que, nem quando. Para o professor, aprendizagem é um processo de adaptação. "O ensino tradicional pretende ensinar a linguagem e por meio dela explicar o processo. O processo não diferencia os níveis e causa confusão para a criança, ela se perde".

APÊNDICES

Apêndice 01

Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Sociais Aplicadas
Departamento de Educação
Curso de Pedagogia
Doutorando: Adailson Tavares de Macedo
Professor: Francisco Peregrino Rodrigues Neto
Aluno(a):

PRÉ-TESTE

(A) Explique o significado das unidades de medidas das questões abaixo e estabeleça relações entre múltiplos e submúltiplos:

- (1^a) 1dam
- (2^a) 1hm²
- (3^a) 1dm³

(B) Transformar as unidades de comprimento das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

- (1^a) 3 dam em dm
- (2^a) 3500 hm em km
- (3^a) 6,5 km em m

(C) Transformar as unidades de área das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

- (1^a) 1,5m² em cm²
- (2^a) 16 m² em dam²
- (3^a) 1.000.000 m² em km²

(D) Transformar as unidades de volume das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

- (1^a) 3,5 m³ em cm³
- (2^a) 12,5 hm³ em km³
- (3^a) 4,62 m³ em dm³

Apêndice 02

Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Sociais Aplicadas
Departamento de Educação
Curso de Pedagogia
Doutorando: Adailson Tavares de Macedo
Professor: Francisco Peregrino Rodrigues Neto
Aluno(a):

PÓS-TESTE

(A) Explique o significado das unidades de medidas das questões abaixo e estabeleça relações entre múltiplos e submúltiplos:

- (1^a) 1 dam, 1 hm, 1 km, 1 dm
- (2^a) 1 km², 4 hm², 9 dam²
- (3^a) 1 dm³

(B) Transformar as unidades de comprimento das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

- (1^a) 15 dam em dm
- (2^a) 45000 hm em km
- (3^a) 16,5 km em m

(C) Transformar as unidades de área das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

- (1^a) 1,9 m² em cm²
- (2^a) 216 m² em dam²
- (3^a) 9000 m² em km²

(D) Transformar as unidades de volume das questões abaixo e explicar como obteve os resultados.

- (1^a) 1 dm³ em cm³
- (2^a) 6,5 m³ em cm³
- (3^a) 512000 hm³ em m³

Apêndice 03

Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Sociais Aplicadas
Departamento de Educação
Curso de Pedagogia
Doutorando: Adailson Tavares de Macedo
Professor: Francisco Peregrino Rodrigues Neto
Aluno(a):

QUESTIONÁRIO

A utilização do material e dos jogos baseados na teoria de Educação Matemática de Dienes contribuiu para a compreensão: (A) da prática de medição de comprimentos, áreas e volumes? (B) de transformação de medidas?