

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

MARIA JOSÉ COSTA DOS SANTOS

GEOMETRIA E SIMETRIA NAS RENDAS DE BILRO

Contribuições para a matemática escolar



FONTE: [HTTP://ARACNE-ARACNE.BLOGSPOT.COM.BR/2009/02/RENDA.HTML](http://ARACNE-ARACNE.BLOGSPOT.COM.BR/2009/02/RENDA.HTML)

NATAL-RN

2012

Maria José Costa dos Santos

GEOMETRIA E SIMETRIA NAS RENDAS DE BILRO

Contribuições para a matemática escolar

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação, área de concentração em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Iran Abreu Mendes

Natal – RN

2012

Seção de Informação e Referência

Catalogação da Publicação na Fonte. UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede

Santos, Maria Jose Costa dos.

Geometria e simetria nas rendas de bilro: contribuições para a matemática escolar/Maria Jose Costa dos Santos. – NATAL, RN, 2012.

187 f.

Orientador: Professor Dr. Iran Abreu Mendes
Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Sociais Aplicadas. Programa de Pós-Graduação em Educação. Linha de Pesquisa: Educação Matemática

Tese 1. Renda de bilro. Tese 2. Estudos de geometria e simetria. Tese 3. Atividades didáticas – Tese I. Mendes, Iran Abreu. II. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. III. Título.

RN/BS/CCSA

CDU:

Maria José Costa dos Santos

GEOMETRIA E SIMETRIA NAS RENDAS DE BILRO. Contribuições para a matemática escolar

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação, área de concentração em Educação Matemática.

Aprovada em: ___/___/___

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dr. Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Examinador externo 1.

Examinador externo 2.

Examinador interno 1.
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Examinador interno 2.
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Examinador suplente externo 1

Examinador suplente interno 1.
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Renda rendeira bilro almofada e matemática

Este trabalho pretende suscitar
Uma prática cultural, secular
Cuja história é comprida, incerta
Mas os caminhos, vamos traçar

Dona Fransquinha da Prainha
É rendeira de bilro das boas
Ela apesar de ser a maior das rendeiras
Sua história não nos sabe de certo
contar.

A origem não se sabe ao certo
Há muitos dizeres, em lugares diferentes
Na Itália, no Brasil ou no Porto
As formas, os padrões são recorrentes

Falar de renda de bilro é no mínimo
curioso
A traça, a trança, a barata e o trocado
São nomes de pontos engraçados
E o papelão para o manejo é pinicado.

Colocando o papelão pinicado
E trançando os bilros na almofada
A rendeira representa movimento
De uma prática de subsistência

O artesanato das rendas de bilros
É um complemento na economia familiar
As rendeiras a dedilhar os bilros
Os moldes, as linhas, há de trançar

A renda de bilro é história e tradição
O que era fios de linha nas mãos
Aos poucos se transforma
E apresenta uma nova concepção.

A geometria das rendas de bilro
A rendeira não consegue ver
Pois seu saber é simbólico
Mas para a rendeira é só saber.

Nos desenhos das rendas de bilro
As rendeiras habilidosas a dedilhar
Entre as mãos das rendeiras de bilro
Há uma Matemática a alinhavar

Uma prática cultural aqui destacamos
Elaborada pelas rendeiras por anos
Nas linhas misteriosas ressaltamos
As simetrias e as isometrias nos planos

Nas Rendas de bilros ou de almofadas
Os movimentos de reflexão, rotação e
translação
No entrecruzamento das linhas
misteriosas
Representam a simetria em ação

A prática artesã da rendeira de bilro é
manual
As características nos padrões têm que
se observar
É preciso apresentar a matemática
cultural
E a produção artesanal valorizar

Com este poema pretendo
Tecer renda, dedilhar, tilintar
Para homenagear as rendeiras
E essa prática secular perpetuar

Também pretendo relacionar
Essa prática sociocultural
Com um saber de teor racional
E a geometria a ensaiar

Maria José Costa Santos

O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.

[José de Alencar](#)

Autorizamos, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos fotocopiadores e/ou eletrônicos.

Assinatura: _____ Local e Data: _____

AGRADECIMENTOS

A Deus Pai, por me haver dado força, sabedoria, determinação, discernimento, saúde e fé para produzir este trabalho.

A minha querida e amada filha Yuli, pela compreensão nos diversos momentos em que deixei de compartilhar sua companhia, para produzir este trabalho.

Ao Soares Neto, marido, companheiro de todas as horas, que sempre me incentivou e acreditou em minha capacidade para a realização deste trabalho, me compreendeu nos momentos de ausência em casa.

A Minha sogra, meu sogro (Jeannette e Josaphat) e, enfim, toda a sua família que sempre estiveram ao meu lado orando a Deus para que tudo desse certo.

Aos meus pais, por terem me tornado uma pessoa de bem, de valores éticos e morais e pelo porto seguro, pois sei que sempre posso contar com o apoio de toda a família.

As minhas irmãs e em especial, a minha irmã Vladiana, por ter muitas vezes me privado de problemas e, assim, contribuído para me deixar tranquila para realizar minhas atividades acadêmicas.

Ao meu orientador, Professor Doutor Iran Abreu Mendes, que me deu suporte e me mostrou caminhos para juntos desenvolvermos esse trabalho. Sempre me compreendeu e me ajudou nos momentos de maior dificuldade, e principalmente, me instigou a excelentes reflexões.

Aos colegas de doutorado que contribuíram com esse trabalho dando apoio e opiniões importantes para o desenvolvimento da tese.

A professora Claudia Flores que com sua competência veio somar e qualificar ainda mais essa obra.

E por fim, agradeço a todos que foram importantes para a realização dessa pesquisa, dentre esses a rendeira dona Fransquinha, e historiadora professora Valdelice Girão.

Dedico este trabalho
a Deus Pai Eterno, aos meus pais,
ao meu marido
e em especial, a minha filha Yuli.

Resumo

A tese tem como objetivo descrever e analisar características e princípios dos padrões das rendas de bilro de modo a estabelecer relações com a Matemática escolar, principalmente, no que se refere aos tópicos como geometria, simetria, isometria, área, perímetro, entre outros. Desse modo, elaboramos atividades didáticas, com base na Matemática explorada nos padrões da criação da renda de bilro, visando concretizar um exercício investigatório nas aulas de Matemática, de modo que, sejam estabelecidas relações conceituais entre a prática investigada e os conteúdos da Matemática escolar. Para satisfazer esses objetivos buscamos apoio metodológico na pesquisa bibliográfica, do tipo documental em catálogos como da Professora Valdelice Girão (1984) e também de Dawson (1984). Realizamos também a pesquisa empírica durante as visitas ao museu do Ceará e ao Centro das rendeiras na Prainha-Aquiraz/Ceará. Para realizar as atividades didáticas nos apoiamos em Mendes (2009). Consideramos relevante essa abordagem de ensino porque pressupõe a experiência direta do aprendiz com situações reais vivenciadas, nas quais a abordagem instrucional é centrada no aluno. Desse modo, concluímos que para o ensino de conteúdos como geometria, simetria, isometria, relação entre perímetro e área, entre outros que são abordados na Educação Básica, os modelos decorrentes da criação renda de bilro e outros modelos já descritos na tradição cearense podem ser usados como artefato cultural na criação de atividades didáticas.

Palavras-chave: renda de bilro; estudos de geometria; simetria; atividades didáticas.

Abstract

The thesis aims to describe and analyze the characteristics and principles of bobbin lace patterns to establish relationships with school mathematics, especially with regard to topics such as geometry, symmetry, isometry, area, perimeter, among others. Thus, we designed learning activities, based on the explored mathematics in the patterns of creation of bobbin lace, aiming to achieve an investigative exercise in mathematics classes, so that conceptual relations are established between practice and investigated the contents of school mathematics. To achieve these goals we seek methodological support in the literature search, the type of documentary in catalogs as Professor Valdelice Girão (1984) and Dawson (1984). We also empirically research during visits to the Museum of Ceará and the center of the lace makers Prainha-Aquiraz/Ceará. To create educational activities we relied in Mendes (2009). We consider relevant this teaching approach because it assumes the learner's direct experience with real-life situations in which the instructional approach is centered in the student. Thus, we conclude that for teaching subjects such as geometry, symmetry, isometry, relationship between perimeter and area, and others which are discussed in Basic Education, the models resulting from the creation bobbin lace and other models already described in Ceará tradition can be used as a cultural artifact in creating learning activities.

Keywords: bobbin lace; studies of geometry, symmetry; didactic activities.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	Tripé das relações da pesquisa.....	27
FIGURA 2	Mapa mundi representando a disseminação da renda de bilro para o Brasil pelos portugueses.....	31
FIGURA 3	Renda toalhinha.....	32
FIGURA 4	Gravura representando as rendeiras em pleno exercício de criação e comercialização.....	34
FIGURA 5	Homem fazendo renda de bilro.....	35
FIGURA 6	Rendeira e o movimento dos bilros.....	48
FIGURA 7	Renda de bico.....	49
FIGURA 8	Bico margarida das quatro rosas.....	50
FIGURA 9	Palha de coqueiro.....	51
FIGURA 10	Toalha de bandeja.....	52
FIGURA 11	Colocando espinho no papelão.....	58
FIGURA 12	Toalha de bandeja.....	59
FIGURA 13	A almofada.....	63
FIGURA 14	Conjunto de bilros.....	64
FIGURA 15	O papelão.....	65
FIGURA 16	Espinhos de mandacaru.....	66
FIGURA 17	Meio ponto.....	67
FIGURA 18	Ponto inteiro, uma passada.....	68
FIGURA 19	Ponto traçado com picotes.....	69
FIGURA 20	Renda feita com três pontos básicos.....	70
FIGURA 21	Molde da figura que representa os pontos básicos.....	71
FIGURA 22	O papelão pinicado. Esquema e pique.....	72
FIGURA 23	Os bilros de madeira.....	77
FIGURA 24	A barra em estilo cluny.....	80
FIGURA 25	Molde treinamento de barra em estilo cluny.....	80
FIGURA 26	Renda de cavalo.....	83
FIGURA 27	Definição de simetria.....	107
FIGURA 28	Simetria axial.....	107
FIGURA 29	Simetria central.....	108
FIGURA 30	Rotação.....	108
FIGURA 31	Reflexão.....	108
FIGURA 32	Translação.....	109
FIGURA 33	Reflexão.....	109
FIGURA 34	Transformações isométricas.....	110
FIGURA 35	Rotação como mudança de um sistema de coordenadas para outro.....	110
FIGURA 36	Translação.....	112
FIGURA 37	Renda trançada de Le Puy.....	113
FIGURA 38	Molde de renda trançada de Le Puy.....	113
FIGURA 39	Divisão em padrões recorrentes.....	115
FIGURA 40	Padrões recorrentes no movimento de translação.....	115
FIGURA 41	Renda de Bedford.....	116
FIGURA 42	Molde de renda de Bedford.....	116
FIGURA 43	Simetria por reflexão.....	117
FIGURA 44	Simetria por reflexão.....	117
FIGURA 45	Operação por reflexão.....	118

FIGURA 46	Operação por reflexão.....	118
FIGURA 47	Toalhinha de bandeja.....	119
FIGURA 48	Rotação.....	120
FIGURA 49	Rotação.....	120
FIGURA 50	Repetição por série.....	122
FIGURA 51	Renda bico.....	123
FIGURA 52	Renda estrela.....	124
FIGURA 53	Renda estrela (cor invertida).....	125
FIGURA 54	Renda de pano aberto (malha).....	139
FIGURA 55	Renda bico.....	142
FIGURA 56	Renda bico.....	143

SUMÁRIO

Título: GEOMETRIA E SIMETRIA NAS RENDAS DE BILRO. Contribuições para a matemática escolar	
1. O DESENHO NO PAPELÃO E PLANEJAMENTO DO TECIDO.....	18
1.1 A relação entre a pesquisadora e a pesquisa.....	17
1.2 A estruturação metodológica da pesquisa	21
1.2.1 Fase 1: Seleção de materiais para dar suporte teórico e metodológico a pesquisa.....	22
1.2.2 Fase 2: A construção de uma história sociocultural acerca das rendeiras e suas práticas na criação das rendas de bilro.....	22
1.2.3 Fase 3: Exploração epistemológica dos temas.....	22
1.2.4 Fase 4: Análise das contribuições da pesquisa para a ressignificação da abordagem didática dos conteúdos matemáticos.....	22
1.2.5 Fase 5: Trançando e tecendo caminhos: o método.....	24
2. A DANÇA DOS BILROS DELINEANDO AS FORMAS DA RENDA.....	27
2.1 Origem da renda de bilro: panorama histórico.....	28
2.2 Dedilhando sobre a renda de bilro.....	28
2.3 Renda de bilro catalogadas; um olhar nos modelos encontrados no Museu do Ceará.....	45
2.4 Sobre os saberes da rendeira e os saberes acadêmicos.....	49
2.5 Entrelaçando saberes.....	56
2.6 O tecer da renda de bilro num dedilhar sincronizado.....	58
2.6.1 Modo de preparar o papelão.....	66
2.6.2 Desenrolando os pontos: a finura do ofício.....	67
2.6.3 O fazer da rendeira na prática: passo a passo.....	71
2.6.4 Alinhavando os bilros na renda.....	74
3. O TRANÇADO DAS FORMAS NA RENDA E NA CULTURA MATEMÁTICA ESCOLAR.....	77
3.1 Análise histórica da renda de bilro.....	78
3.2 Breve enlace de identidade e cultura.....	80
3.3 Alinhavando a matemática cultural na sala de aula.....	82
3.3.1 Saberes da cultura popular na sala de aula de matemática.....	85
3.4 Reflexões acerca do ensino de geometria e simetria no Ensino Fundamental: o que dizem os PCN de matemática.....	88
3.5 Rendilhando acerca da Simetria e Isometria.....	91
4. ENTREMEANDO OS NÓS E A AMOSTRA DA GEOMETRIA DAS RENDAS.....	118
4.1 Proposta de atividades didáticas para aplicação de renda de bilro e a Matemática Cultural.....	119
4.2 O ensino de matemática por meio das Atividades Didáticas.....	121
4.3 Propostas de ADE seguindo o modelo de Mendes (2009).....	123
4.4 Bloco de estudos e proposta de atividades didáticas focadas no ensino de geometria e simetria.....	126
4.4.1 Bloco de atividades de pré-simetria.....	126
4.4.2 Bloco de aprendizagem de conceitos.....	144

4.4.3 Bloco de fixação da aprendizagem.....	152
5. A FINALIZAÇÃO DA RENDA E A FORMALZAÇÃO DOS PADRÕES	167
IMAGINADOS.....	
6. LEVANTANDO O PAPELÃO: AS REFERÊNCIAS.....	173

Tiro renda e boto renda,
Faço renda na almofada,
Por causa de meu benzinho
Não faço renda nem nada...

Estou fazendo esta renda
Pra buscá e ganhá dinheiro,
Pra comprá um par de pente
Pra botá no meu cabelo.

Esta almofada me mata,
Estes bilros me consome,
Os alfinetes me espeta,
As renda me tira a fome...

Repto: bendito o trabalho que se faz
cantando! ...

[Fonte: Folclore, 1980, p. 93]



Fonte: <http://trajesdeportugal.blogspot.com.br/2007/01/arte-da-renda-de-bilros.html>

1

O DESENHO NO PAPELÃO E PLANEJAMENTO DO TECIDO

Neste capítulo, tratamos sobre o envolvimento da pesquisadora com a temática, a configuração e estruturação metodológica da tese, questões de pesquisa, objetivos e método.

1.1 A relação entre a pesquisa e a pesquisadora

A arte da criação da renda de bilro é contada e cantada em múltiplas histórias e versões, que envolvem diversas práticas socioculturais no tempo e no espaço. A pesquisa que originou esta tese tem sua gênese em meados do ano de 2009, quando aceitamos o desafio para desenvolver um estudo na perspectiva de buscar possibilidades de orientação didática nas atividades de ensino de Matemática, (geometria e simetria) que trouxesse para o cenário da escola, uma abordagem *matemática cultural* com um olhar focado nas práticas socioculturais na história da criação das renda de bilro.

Como a Educação Matemática sempre foi meu norte de pesquisa desde a graduação, inseri um conhecimento a mais, essas práticas socioculturais, seria uma forma de ampliar meus saberes sobre o campo teórico e prático da área de estudos. Muitas foram minhas inquietações acerca da forma de ensinar e aprender Matemática, principalmente, nos conteúdos que envolvem a Matemática escolar na educação básica.

Assim, minha aproximação com o tema fundante desta tese (a criação geométrica nas rendas de bilro) “tomou *corpus*” logo de imediato quando comecei a fazer reflexões sobre a minha infância, quando lembrei as diversas vezes que vi minha avó fazendo rendas na almofada, e meu avô torneando os bilros de madeira.

Relacionar a criação das rendas de bilros com conteúdos de Matemática, como as explorações matemáticas que envolvem conceito de simetria, as isometrias e formas geométricas era como voltar aos tempos de infância, e ao mesmo tempo refletir sobre essa prática artesanal, que eu quando criança achava bonito minha avó fazer, que seria objeto de minha tese. Hoje revejo quanta relação de vida pude observar ao iniciar o projeto de pesquisa.

Apesar de ser pedagoga, a Matemática sempre foi minha disciplina predileta, desde o (atualizando a linguagem) Ensino Fundamental, que sempre tirei na escola as melhores notas nessa disciplina. Na graduação logo comecei a fazer pesquisas nessa área, e a Educação Matemática passou a orientar minhas pesquisas.

O mestrado então foi na linha de pesquisa em Educação Matemática, e foi então nesse momento que decidi fazer a licenciatura em Matemática, buscando agora uma fundamentação nos conteúdos que eu gostaria de explorar nas pesquisas que realizasse nessa área a partir dali.

Participei de alguns cursos, eventos diversos sempre no intuito de melhorar cada vez mais as pesquisas, e foi ainda na graduação, junto com alguns colegas da Universidade Federal do Ceará-UFC, e do laboratório de pesquisa Multimeios-MM, que criamos o Grupo de Educação Matemática Multimeios-GEM² em 2001, o qual ampliamos essas publicações até meados de 2007.

Nesse caminhar, percebi que a atividade docente se tornou ainda mais eficaz e complexa quando ampliamos nossos conhecimentos para transformar a cultura escolar, e foi essa inquietação que me levou a participar da seleção de Doutorado na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), em 2009 e, obter aprovação.

A minha preocupação inicial ao entrar no doutorado, foi delinear meu projeto de pesquisa, assim, *minha tese, teria como objeto principal a renda de bilro como prática sociocultural e a relação que essa prática poderia oferecer na abordagem didática de alguns conteúdos matemáticos*, delimitados mais adiante nessa pesquisa.

Com meu fobjeto de pesquisa delimitado, procurei inicialmente me orientar por pesquisas já realizadas e pelos focos que as mesmas estabeleceram. Assim, tracei uma nova configuração para meu projeto defini meu novo olhar no espaço e no tempo, bem como nas relações históricas, econômicas, sociais, políticas e culturais, para enfim, operar outras formas de pensar, sentir e fazer, minha pesquisa.

Baseada, nessa nova configuração de pesquisa surgiram alguns questionamentos, *a priori*, que contribuíram para delinear o problema de estudo. São eles os seguintes:

- Qual a configuração histórica que norteia a criação das rendas de bilro?
- Quais as pesquisas realizadas sobre essa prática sociocultural e histórica?
- Qual o foco que cada pesquisa abordou sobre a criação das rendas de bilros e como eu poderia conduzir esse estudo de modo a produzir conhecimento novo que pudesse subsidiar a proposição de abordagens didáticas para as aulas de geometria e simetria?
- Quais os princípios e as características dessa prática que nortearam esta investigação?
- De que forma a exploração da produção oriunda dessa prática pode contribuir no ensino de conceitos matemáticos relacionados a geometria e simetria?
- Como se pode elaborar essas atividades didáticas para a Matemática escolar a partir dos modelos, padrões das rendas de bilro explorados na pesquisa?

Alicerçada nos questionamentos mencionados anteriormente, a minha tese se configurou, na seguinte proposição:

Os modelos decorrentes da criação renda de bilro e outros modelos já descritos na tradição cearense podem ser usados como artefato cultural na criação de atividades didáticas para o ensino de conteúdos de geometria, abordados na Educação Básica.

Essas correlações foram amparadas na conexão entre a produção *histórica* e o *fazer* dessa prática sociocultural e, os conteúdos da Matemática escolar delimitados anteriormente.

As perguntas ora explicitadas, ficaram sintetizadas na pesquisa de acordo com a seguinte questão investigativa:

- Quais as noções matemáticas que aparentemente envolvem a prática da criação das rendas de bilro CE na tradição histórica considere as conexões sociocognitivas e culturais que envolvem os saberes matemáticos e sua aplicabilidade no Ensino Fundamental?

Ressalto, entretanto, que iniciei o texto na primeira pessoa do singular por se tratar da explanação de meu envolvimento com a temática do trabalho. Contudo, a partir desse ponto da pesquisa, usarei a primeira pessoa do plural, pois será estabelecida uma parceria com meu orientador.

Nesse entendimento, visamos compreender os reflexos do desenvolvimento da pesquisa estabelecendo a relação entre a prática sociocultural e histórica com a Matemática. Dessa forma, a pesquisa foi se configurando inserindo desse cenário investigatório de estudo, tomando como objetivos gerais:

- Analisar e discutir as características e princípios dos padrões das rendas de bilro de modo a estabelecer relações com a Matemática escolar, principalmente, no que se refere a conteúdos matemáticos de geometria, simetria, isometria, área, perímetro, entre outros; e,
- Elaborar atividades didáticas, com base na Matemática explorada nos padrões da criação da renda de bilro, **visando concretizar um exercício investigatório nas aulas de Matemática**, de modo que sejam estabelecidas relações conceituais entre a prática investigada e os conteúdos da Matemática escolar.

Os objetivos ora delineados apontaram para uma investigação que trata da Matemática como algo em movimento, transversal, e que busca ressignificar uma prática sociocultural e histórica que aparentemente aparece contextualmente desvinculada do conhecimento matemático abordado na escola.

Com base nos objetivos gerais, especificamente pensamos:

- Investigar os modos como a prática relacionada à criação das rendas de bilro se constituiu e se transformou historicamente como uma arte sociocultural e de que forma essa arte pode se conectar a outras áreas de conhecimento como a Matemática escolar;
- Delinear por meio de pesquisa documental algumas origens históricas das práticas de criação das rendas de bilro no Brasil, no Nordeste, especificamente, no Ceará, usando como apoio teórico livros, periódicos, revistas, teses, dissertações, catálogos, sites e outros;
- Desenvolver um estudo temático sobre o *fazer* renda de Bilro, baseada em trabalhos estudos e nas práticas das rendeiras; e,
- Formular relações matemáticas entre as criações geométricas geradas nas práticas de fazer a renda de Bilro e a Matemática escolar, identificando possíveis relações.

Na educação escolar diferentes culturas se cruzam e ao nosso ver, cooperam, transformam e modificam a natureza, bem como o sentido e a consciência dos aprendizes em sua vida escolar. Assim, a cultura das práticas sociais produz um cenário que pode contribuir para construir e modificar currículos, inserindo assim, práticas cotidianas que possam contribuir para mudar e ressignificar a cultura, e promover intercâmbios entre práticas sociais, culturais, históricas e os saberes escolares.

Em nossa pesquisa, dentre as formas de culturas que se apresentam no contexto educacional e social destacamos, em especial, a cultura da prática da criação da renda de bilros. Contudo, vale ressaltar que o papel decisivo para que essa pesquisa se configurasse foi a leitura de trabalhos já realizados nessa área e posições assumidas pelas pessoas que pesquisaram, bem como, sua criticidade, poder imaginário/simbólico, senso crítico e espírito de sutileza.

Para atingirmos os objetivos delineados anteriormente, traçamos um plano de ação cuja a estrutura está detalhada a seguir.

1.2 A estruturação metodológica da pesquisa

Com relação aos procedimentos operacionais da pesquisa seguimos algumas fases logicamente planejadas e operacionalizadas no intuito de nortear a busca do alcance dos objetivos previstos.

1.2.1 Fase 1: Seleção de materiais para dar suporte teórico e metodológico a pesquisa

Nesse momento foram realizados os primeiros trançados da pesquisa, marcados pela pesquisa bibliográfica, do tipo documental, realizada com apoio em periódicos, livros, teses, dissertações, site, bem como da estrutura e delineamento da pesquisa, baseados em visitas aos locais que as rendeiras de bilro habitam, confeccionam e vendem sua arte manual, a Comunidade de Prainha, em Aquiraz-Ceará.

As leituras e discussões realizadas envolveram conhecimentos sobre o *fazer* da renda de bilro, conceito de geometria e simetria, dentre outros conteúdos matemáticos, bem como a escolha por uma fundamentação técnica que pudesse subsidiar metodologicamente essa pesquisa.

1.2.2 Fase 2: Construção de uma história sociocultural acerca das rendeiras e suas práticas na criação de rendas de bilro

Essa fase foi marcada pela exploração das fontes já selecionadas na fase 1, incluindo as visitas e entrevistas com as artesãs, as rendeiras de bilro, bem como as discussões epistemológicas do tema e delineamento entre as dimensões teóricas e metodológicas que envolvem a temática, e uma discussão acerca da transversalidade dos temas em questão.

1.2.3 Fase 3: Exploração matemática dos temas

Este foi o momento de dimensionar a pesquisa na tentativa de estabelecer possíveis relações matemáticas e os conteúdos de geometria, simetria, isometria, perímetro e área, de modo a subsidiar a elaboração e sistematização de atividades didáticas da Matemática escolar, apoiadas pelas concepções da *Investigação Histórica* defendidas por Mendes (2009) e os estudos históricos de Miguel (1993, 2005). Também nos apoiamos em outras atividades propostas aproximadas aos meus objetivos, como por exemplo, os trabalhos de Biembengut e Hein (2011).

1.2.4 Fase 4: Análise das contribuições da pesquisa para a ressignificação da abordagem didática dos conteúdos matemáticos escolares

Por fim, a fase da sistematização dos resultados encontrados e a discussão da prática de criação das rendas de bilro e suas relações com a Matemática escolar, numa relação possível e enriquecedora para o campo educacional, e também sociocultural e histórico.

Para que esse plano fosse desenvolvido em sua plenitude consideramos que toda a atividade de ensino carece de pesquisa, necessita de uma comprovação prática que a motive e a autentique.

O presente estudo está organizado da seguinte maneira: quatro capítulos, que foram denominados por expressões relacionadas à criação das rendas de bilro. Além disso, apresento minhas considerações finais, que denominei de fechando o pano, e por fim, as referências bibliográficas e os anexos.

O primeiro capítulo versa sobre uma visão panorâmica do estudo, envolvendo a justificativa e a problematização, questões norteadoras, bem como, a exposição de objetivos, estruturação da pesquisa e metodologia aplicada. No mesmo trançado, enfatizamos a base teórica da pesquisa, bem como, sobre os sujeitos e o material utilizado para a efetivação das etapas da pesquisa, a descrição da natureza do estudo aqui desenvolvido e a elaboração desta tese.

No segundo capítulo discorremos sobre o estudo sociocultural e histórico acerca da prática do *fazer*, da renda de bilro. Nele buscamos também informações em estudos já realizados sobre o assunto que tratam sobre a classificação e catalogação de tipos de rendas, bem como a arte de confeccionar a renda. Dessa forma nos apoiamos, na investigação documental, em livros, catálogos, teses, dissertações, monografias, artigos científicos, revistas, sites, visitas aos museus, no Ceará, visitas ao Centro das rendeiras, tanto na Prainha, como no Iguape, ambos no Ceará, dentre outras fontes que pudesse ser encontradas informações sobre a prática da renda de bilro e suas relações sociocognitivas e culturais.

No terceiro capítulo discorremos sobre os detalhes acerca da prática da renda de bilro, descrevemos uma entrevista realizada com as rendeiras diretamente no *lócus* da pesquisa da Comunidade da Prainha-Aquiraz-Ceará. Nesta etapa, direcionamos nosso olhar para as argumentações das rendeiras no que se refere à arte praticada por elas. A esse respeito, buscamos apresentar mais claramente o *fazer* a renda de bilro, observando as formas e movimentos realizados pelas rendeiras no momento da realização da renda de bilro, e analisando a renda como uma forma de apresentarmos alguns conteúdos matemáticos. Um fato importante

dessa etapa da pesquisa foi minha aprendizagem sobre a arte de fazer renda de bilro.

No quarto capítulo analisamos alguns modelos das rendas de bilro, apontando para um olhar analítico e sintético, no qual procuramos estabelecer possíveis relações matemáticas a partir dos modelos e padrões das rendas, produzidas, apresentando nesse momento as atividades didáticas elaboradas, como um produto desta tese. Assim, foi possível estabelecer relações entre a prática da renda de bilro e a Matemática escolar, por meio da elaboração de atividades didáticas para a sala de aula.

Para finalizarmos o quinto capítulo apresenta as considerações finais, no sentido de sinalizar a validação da tese. Este foi o momento extremamente importante da pesquisa, pois as informações foram consolidadas para a edificação do argumento de tese, em que confrontamos questões de pesquisa, objetivos gerais e específicos, com base nos métodos operacionais realizados na pesquisa bem como, na retomada e valorização da história e das relações socioculturais acerca das práticas de criação da renda de bilro e a sua conexão com conteúdos da Matemática escolar.

Assim, o estudo exploratório teve sua fundamentação teórica metodológica experimental mais claramente delimitada nas proposições conforme tratamos na próxima seção e nas seções seguintes.

1.2.5 Trançando e tecendo caminhos o método

O método tem sua relevância no sentido de organizar e tratar os dados construídos de forma a se conhecer algo ainda não conhecido. Para Descartes citado por Silva (1998, p. 97), *mas vale não tentar conhecer coisa alguma do que fazê-lo sem método. Nesse sentido, o método é o norte, a direção, o caminho, e ao mesmo tempo a avaliação e a medida do que pode ser conseguido em termos de conhecimento, além também de ser uma problematização prévia do próprio conhecimento.*

Com essa compreensão, os procedimentos foram realizados por meio de observação analítica, observações participativas, pesquisa documental, entrevistas,

filmagens, visitas ao lócus das rendeiras e, também, ao museu do Ceará, dentre outras práticas investigatórias.

O desenvolvimento deste trançado teve apoio metodológico na investigação histórica, como dito anteriormente, com base nas proposições dos autores Miguel (2005) e Mendes (2009), por considerarmos que uma boa pesquisa necessita de esforços efetivos no sentido de se sustentar, cada vez mais, e se tornar indistinta às fronteiras que afastam os campos de investigação da história, da Educação Matemática e das práticas socioculturais.

Com isso, enfatizamos que a construção da pesquisa ocorreu dentro de uma perspectiva formativa, pautada no invariável acompanhamento do processo de investigar a criação da renda de bilro e suas relações com a matemática escolar, ou seja, relacionar conteúdos matemáticos com atividades cotidianas, especificamente, das rendeiras de bilro.

Dentro dessa perspectiva, D'Ambrosio (1997) propõe um currículo dinâmico baseado em três atividades: de sensibilização, de suporte e de socialização, relacionando os conteúdos matemáticos com o cotidiano dos sujeitos investigados.

Nesse sentido, está a perspectiva da investigação histórica que atua sobre o campo das teorias socioculturais. Justificamos em nossa pesquisa o apoio teórico nessa proposição teórica por considerar que essa pesquisa necessitou de investigações e ações, as quais facilitaram a elaboração de um plano de ação que atendesse ao entendimento e à visão dos sujeitos pesquisados, bem como das relações dos temas abordados.

Corroborando com essa ideia, Minayo (2010, p.10) afirma que

O campo científico, apesar de sua normatividade, é permeado por conflitos e contradições. E para nomear apenas uma das controvérsias que aqui nos interessa, citamos o grande embate sobre científicidade das ciências sociais, em comparação com as ciências da natureza. Há aqueles que buscam uniformidade dos procedimentos para compreender o natural e o social como condição para atribuir o estatuto de “ciência” ao campo social.

Nesse sentido, essa pesquisa visou, dentre outras ações, colocar em cena a renda de bilro, como prática sociocultural e histórica, em que podemos apresentar relações com a Matemática escolar já formalizada, bem como, referendamos esse saber, o das rendeiras, de sua prática, como um ponto de partida para se produzir

conhecimento que vise aproximar o cidadão comum, a prática de seu cotidiano com a científicidade da academia, ou seja, a prática da renda de bilro, e sua relação com um saber formalizado a Matemática.

Ressaltamos que a científicidade deve ser discutida como uma estrutura que regula, de certo modo, uma alta abstração e não como sinônimo de padrões e regras para serem adotados. Além disso, precisamos ressaltar a relação do *objeto* (*a renda de bilro e a Matemática*), os *saberes* (*simbólico e racional*) e a *história* (*social e cultural*), pois nessa pesquisa o entrelaçamento desses saberes foram importantes, vejamos na figura 1 para entendermos essas relações.

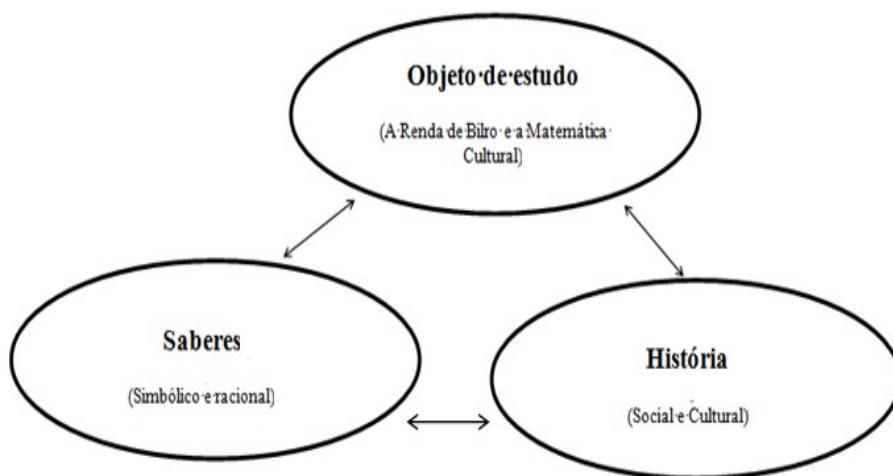


Figura 1. Relações da pesquisa. Fonte direta.

Ao refletirmos sobre essa relação encaminhamos-nos para entender a arte de *fazer* renda de bilro, e construímos nosso objeto de tese. Olhando o tripé anterior, sentimos a relevância de uma teoria que desse a essa pesquisa um sentido mais amplo. Dessa forma, *a priori*, nos detivemos ao que Mendes (2009, p.48) assinala que *toda sociedade tem uma gênese e uma história cuja realidade é construída socialmente*.

Para os registros e análises dos resultados obtidos, foi preciso definir alguns princípios e características como: a autenticidade, o compromisso, o antidiogmatismo, a restituição sistemática do conhecimento produzido, a moderação metodológica e técnica, a sistematização do conhecimento como uma construção sociocultural e histórica, e, ainda, o constante movimento do *saber-fazer*.

Consideramos nesse emaranhado de fios a tecer, que nenhuma pesquisa se esgota em si. Portanto, não é nosso intuito dar fechamento absoluto ao objeto de

pesquisa, mas ao contrário, dar subsídios para que outros pesquisadores avancem, testem e complementem nossos trançados.

Assim, sem perder o fio da meada, o próximo capítulo aborda dentre outros temas, o estudo sociocultural e histórico acerca da prática de *fazer a renda de bilro*, bem como, um estudo exploratório sobre as pesquisas já tecidas e suas acepções.

Ê muié rendêra
Ê muié rendá
Muié cadê a renda
Que eu mandei encomendá?
Ê muié rendêra
Ê muié rendá
Me ensina a fazê renda
Que eu te ensino a guerreá.
(versos colhidos por Orlando Mota)



Fonte: <http://www.flickr.com/photos/8947107@N05/4895289698/>

2

A DANÇA DOS BILROS DELINEANDO AS FORMAS DA RENDA

Neste capítulo buscamos apoio teórico em monografias, dissertações, teses, livros, artigos em anais e revistas, sites diversos, e em pesquisas variadas que já foram alinhavadas anteriormente no intuito de dar sustentação teórica a este estudo.

2.1 Origem da renda de bilro: panorama histórico

Nesse delinear as informações expostas foram em parte motivadas nos escritos dos teóricos Girão (1984), Dawson (1984), Fleury (2002), Zanella (1997), Ramos (1948), Barros (2009), Pitta (2010), Drumond (2006), dentre outros.

Portanto, com esses teóricos foi possível tecer os fios do percurso dessa prática artesanal e apresentá-la como uma prática sociocultural e histórica que tem focos em diversas áreas de conhecimentos.

A prática da criação das rendas de bilro está constituída por múltiplas muitas histórias, sob óticas diversas enfocaremos uma história social e cultural, ou seja, uma prática sociocultural e histórica que, lança um olhar que conjugue

transversalmente a prática do trançado das rendas de bilro e os tópicos de Matemática como simetria e geometria expostos ao longo da tese.

Nesse caminhar encontramos que a origem dessa prática no mundo, ainda é algo que intriga os pesquisadores, pois uns afirmam que ela surgiu em Flandres, na Bélgica, no século XV, e depois se espalhou por toda a Europa, em especial na Itália e na França, e só depois foi chegar a Portugal e ao arquipélago dos Açores, ambos se tornaram os principais centros de produção e disseminação dessa prática no Brasil. Nesse sentido, o mapa mundi ilustra essa passagem.



Figura 2: Mapa mundi representando a disseminação da renda de bilro da Europa para o Brasil.

Fonte: <http://pensandomelhorgeo.wordpress.com/page/3/>. Acesso 03/07/2012.

A arte da renda de bilro, com o passar dos anos deixou de ser apenas um atrativo comercial, ou uma prática artesanal de subsistência, e passou a chamar a atenção também por causa de seu valor sociocultural e histórico. Para se saber a origem e a tradição de tecer fios com pequenos pedaços de madeiras (bilros) nos apoiamos, em pesquisas já realizadas sobre o assunto.

Também encontramos informações de que os portugueses trouxeram a atividade da renda de bilro para o Brasil para enfeitar as vestes e alfaias da igreja, bem como toalhas, cortinas, lençóis e itens do vestuário dos nobres. Segundo Fleury (2002) em Portugal, no ano 1550, as rendas eram feitas em conventos com a finalidade de adornar os trajes dos sacerdotes e da igreja.

Já em alguns lugares do Brasil, como na Ilha de Santa Catarina, a renda de bilro chega por influência dos açorianos, que são os primeiros imigrantes que chegam ao Brasil no século XVIII. A prática da criação da renda de bilro era como a atividade da pesca, uma atividade de subsistência. Assim, as rendas eram vendidas no mercado da cidade ou cambiadas por produtos de necessidade fundamental para reforçar a renda familiar, por meio de uma tradição cultural, que foi sendo passada de geração a geração. A figura 3 a seguir é um padrão recorrente dessa época.

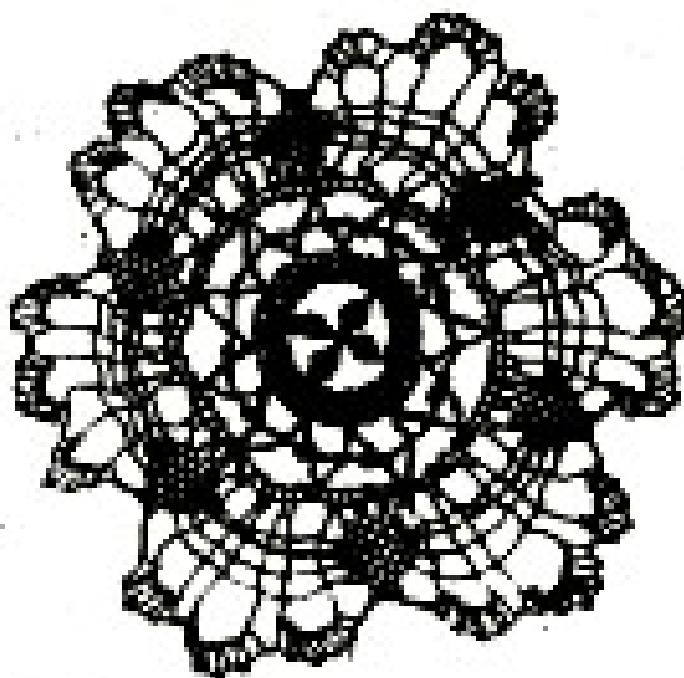


Figura 3. Renda Toalhinha. Fonte: Girão (1984, p. 142)

A figura 3, extraída do catálogo elaborado pela professora Valdelice Girão (1984) trata de uma renda de bilro¹ de origem do estado do Ceará, de 1948. Para sua confecção são necessários 14 pares de bilros. A rendeira usa os pontos como a *traça*, *trança*, *pano-meio-trocado* ou *pano-aberto e trocado*. (ver figura página 49)

Não se pode falar de renda de bilro sem falar das rendeiras. Na Espanha nos anos 70 (século XX) com a preocupação em preservar a prática artesã surgem as escolas de rendas de bilro, seguindo o modelo da escola em Barcelona, no Brasil, é provável que a renda de bilro tenha mesmo sido trazida pelos portugueses, precisamente pelas mulheres portuguesas, contudo, não há documentos que comprove, de fato, a data precisa desse acontecimento.

¹ Para melhor visualização da renda de bilro, usamos o recurso de inverter cores.

Todavia, corroborando com as informações de Ramos (1948) e pela falta de documentos oficiais, pode-se admitir que a renda de bilro foi mesmo disseminada entre os brasileiros, pelos colonizadores portugueses. Apesar de ser uma arte de cunho nacional e internacional nunca se teve de fato uma artesã que fosse destacada por seu feito, desse modo, as rendeiras apesar de serem exímias artesãs e muito talentosas, sempre permaneceram na obscuridade, e com baixa remuneração.

De acordo com o relato das próprias rendeiras pode-se constatar que tal arte, hoje em dia, é disseminada de geração a geração, uma atividade que passa de mãe para filhas e netas, e por se tratar de uma atividade predominantemente feminina, encontra-se rariíssimas exceções passada para rapazes.

De acordo com Fleury (2002) com alguma exceção, tem-se informações, que houve um tempo que algumas jovens aprendiam esse ofício nos colégios religiosos, internatos, até meados do século XX. De nome renda de bilro ou renda de almofada, como é conhecida no Brasil, a renda tem sobrevivido a evoluções e revoluções tecnológicas.

Alguns estilistas de moda, bem como turistas brasileiros e estrangeiros têm contemplado a renda de bilro e admirado o talento das rendeiras brasileiras. Entretanto, sempre existiu preconceito acerca da qualidade da renda brasileira, pois segundo alguns antropólogos, como Arthur Ramos, a renda brasileira é do tipo grosseira por ser proveniente das mulheres portuguesas.

Porém, Valdelice Girão (1984), que é uma das maiores pesquisadoras brasileiras acerca da renda de bilro, é taxativa quando retira esse preconceito dizendo que de forma alguma a nossa renda de bilro é grosseira, e que o acervo que ela catalogou no museu do Ceará, prova que possuímos rendas de retículas tão perfeitas como as francesas e as flamengas.

Em visita (2010) ao Centro Cultural das rendeiras da Prainha-Aquiraz-Ceará e de Iguape-Ceará percebi a qualidade de suas rendas de bilro, suas habilidades e talentos ao confeccionar suas artes. Observamos alguns pontos mais usados por elas como a *trança*, o *pano*, a *barata*² e que a partir desses pontos são realizados diversos padrões de renda de bilro. Tais padrões foram por nós encontrados nas peças do museu Arthur Ramos (Ceará), quando de uma visita ao referido museu em 2010.

²Explicaremos esses pontos característicos da renda de bilro mais adiante nessa pesquisa.

Dentre algumas coleções catalogadas pela professora Valdelice Girão (1984), destacamos a coleção Luiza Ramos que tem rendas de toda a parte do Brasil e do mundo. O trabalho de Girão (1984) também apresenta as variedades de rendas em nível nacional, as quais destacamos e usamos nas seções posteriores desta tese, como objeto de investigação, bem como, as rendas cearenses que ela própria catalogou.

Nesse delinear temático acerca das rendas de bilro, fez-nos verificar que essa prática foi um pouco deixada de lado pela tecnologia e praticidade que contemporiza a sociedade vigente, mas que está reconquistando seu espaço no mercado, na história e nas práticas sociais. Quando iniciamos a pesquisa acerca da renda de bilro, percebemos que existem muitos fragmentos escritos sobre o tema, embora poucas articulações foram realizadas.

Em nossa incessante busca, achamos algumas literaturas, coleções em museus, artigos, catálogos, monografias, dissertações e teses dentro de contextos sociais, culturais, econômicos e antropológicos. Por mais que tenhamos nos empenhado na pesquisa das fontes, temos a certeza que tem mais informações que não nos foi possível encontrar, mas possivelmente outros pesquisadores as localizem. Contudo, ter posse de informações que não possam ser disseminadas, não tem valor, é preciso partilhar e não deixá-las às “traças”.

De fato, ao nos apropriarmos das literaturas sobre as rendas de bilro, percebemos que existem muitas lacunas, não há documentos comprobatórios se, de fato, a renda foi criada pelos índios ou foi trazida para o Brasil pelos europeus-portugueses. Com essa compreensão, os escritos referentes a origem da criação da renda de bilro, serão tratados nesta tese como supostamente corretos, pois o que se tem são mais relatos que documentos. A figura 4 a seguir está representando as rendeiras em pleno exercício de criação e comercialização.



Figura 4. Criação e comercialização da renda de bilro.

Fonte: http://jornalocarona.blogspot.com.br/2011_04_03_archive.html. Acesso 03/07/2012.

No século XVIII apareceram os primeiros homens rendeiros³ da história, que foram os índios brasileiros. No século XIX, aparece a primeira referência brasileira de trabalhadoras rendeiras, em Sergipe e as primeiras gravuras que retratam mulheres vestindo renda da história do Brasil. Também a primeira gravura de uma rendeira brasileira, e o modelo de almofada exclusivo. Além da primeira foto brasileira, de rendas. Em seguida, no século XX, acontece a primeira exposição nacional onde a renda de bilros esteve presente. Essa exposição em nível nacional ocorreu em 1908, durante a comemoração ao primeiro centenário de abertura dos portos do Brasil ao comércio internacional. Também nesse século foi conferido a medalha de ouro à Escola Industrial D. Maria Pia de Lisboa, em Peniche. Veja imagem da época a seguir.

³Ver revista A Rede da Renda na Biblioteca Nacional – RJ.



Figura 5. Oficina da Escola Rainha D. Maria Pia, em Peniche, no início do século XX.

Fonte: Pinto (2008, p. 5).

No século XX os homens rendeiros brasileiros, são encontrados fazendo rendas no litoral do Ceará.



Figura 6. Homem rendeiro na praia de Morro Branco-Ceará.

Fonte: <http://diariodonordeste.globo.com/materia.asp?codigo=485821>. Acesso 04/07/2012.

Alguns acontecimentos referentes ao tema, que marcaram este século, foram o lançamento da primeira cachaça que homenageia as rendeiras em Minas Gerais, a instalação da primeira fábrica de rendas e bordados do país em Pilar no Estado de Alagoas, a impressão do primeiro postal brasileiro que homenageia as rendeiras brasileiras, pelo IBGE – Aspectos do Brasil: O Nordeste – Rendeiras Trabalhando, Primeiras figurinhas de rendeiras do Brasil.

De grande importância ainda no século XX, foi a edição do primeiro livro sobre renda de Bilros, intitulado A renda de bilros e sua aculturação no Brasil, de autoria de Arthur Ramos e a edição do primeiro disco vinil da música Mulher Rendeira, um disco de 78 rotações por minuto – Rpm, gravado pelo Trio Marabé, cuja gravação original foi feita na gravadora Copacabana sob o título Mulher Rendeira - Popular Baião, e pro fim a Primeira foto de um homem rendeiro da história, foto de autoria de Katarina Real, feita em 1964 em Maceió – Alagoas – Fundaj.

De fato, o século XX foi muito significativo para a história da renda de bilro e valorização dessa arte. Destacamos, ainda, a primeira exposição de renda de bilros do Brasil, no museu MAUC em Fortaleza-Ceará; a primeira Miss cearense a vestir traje típico, intitulado – Rendeira no país e no mundo por Francy Carneiro Nogueira e a rendeira Vera Maria Veras.

Temos ainda o Selo cultura popular e a renda de Bilro, bem como o selo com Tipos e profissões, e o selo - Rendeiras de Bilro no estado do Rio de Janeiro. A primeira pesquisa realizada sobre a renda no Rio de Janeiro(RJ) e a primeira homenagem à renda brasileira por uma escola de samba, a Estácio de Sá título do samba - Onde há rede há renda.

Em seguida ainda temos a edição do primeiro catálogo de rendas do Brasil Renda de Bilros, da Professora Valdelice Girão (1984), bem como a primeira publicação européia que consta a renda brasileira, de título *Trois Siècles de Dentelle – Musées Royaux d'Art et d'Histoire* em Bruxelas. No Brasil, a renda de bilro esteve na única moeda de rendeiras da história da renda mundial, na época do Cruzado Novo, teve ainda o primeiro livro escrito com informações sobre a renda no Espírito Santo, intitulado Armadilhas para pássaros vermelhos.

De forma análoga encontramos ainda uma homenagem às rendeiras em um samba enredo da escola de samba Mangueira, no Rio de Janeiro de nome As Três Rendeiras do Universo. Tem ainda o primeiro artigo sobre a renda no Brasil em uma revista da renda na Europa – *Bulletin OIDFA – Organisation Internationale de la Dentelle au Fuseau et à l'aiguille*, em 1989 a revista *La Dentelle*, na França. Em junho de 1999, a revista colocou a foto na capa da Rendeira de José Corbiniano –

Fortaleza – Ceará. Já a prova de cédula de 10.000 cruzeiros novos com o tema Rendeira, acabou não sendo emitida.

Em seguida, e não menos relevante o século XXI apresenta suas homenagens às rendeiras de bilro, dentre elas o primeiro cartão de telefone da história que representa a Renda de Bilros, emitido pela Telemar de Pernambuco, uma tiragem de 210000 e o primeiro cartão de telefone da história de uma rendeira emitido pela Brasil Telecom, com tiragem de 150000. Houve um concurso público de Arquitetura para o Aeroporto Internacional de Florianópolis – SC, onde o trabalho de nº 60 do Arquiteto Francisco Luiz Muniz Deusdara do Ceará; recebeu Menção honrosa.

Também o primeiro vinho brasileiro – Rendeiras, bem como a primeira exposição de rendas brasileiras em Paris – *mairie du 1º arrondissement* (ano do Brasil na frança, ainda a inauguração do primeiro blog brasileiro exclusivo sobre renda de bilros da história e o aparecimento de Ômi Rendero⁴ na história da renda mundial, uma exposição de Rendas e Bordados do Baixo São Francisco - A casa e a apresentação da produção de rendas e bordados dos grupos do Xingó, integrantes da ArteSol e do Núcleo de Trabalho Comunitário (Nutrac), do governo estadual de Sergipe, ainda tem o primeiro *outdoor* publicitário que coloca em cena uma rendeira fazendo renda, em Natal no Rio Grande do Norte– RN, pela empresa Cyrella – incorporadora de imóveis residenciais e Plano & Plano – Construções, o primeiro mapa do Brasil em renda, por Ômi Rendero que pode ser visto no museu Câmara Cascudo em Natal no Rio Grande do Norte.

Além disso, tem o lançamento do primeiro calendário de Rendas de Bilros do Brasil - Série Bilros Brasileiros – por Ômi Rendero, a primeira rendeira brasileira feita em renda de bilro e o primeiro homem rendeiro da história em renda por Ômi Rendero, foi na Fundação Escola de Samba União da Ilha da Magia, em Florianópolis que a rendeira Dona Celestina dos Santos 83 anos desfilou como Mulher Rendeira em uma escola de samba, tem ainda a criação do museu das rendeiras no Morro da Mariana, no Piauí, e foi lançado em Paris o primeiro selo personalizado de um homem rendeiro da história do mundo.

De importância acadêmica, neste século temos a primeira vez que um brasileiro/a escreve um artigo para um das melhores revistas da renda na Europa

⁴<http://omirendero.blogspot.com/2010/09/cronologia-da-renda-de-bilro-no-brasil.html>. Acesso 06/01/2011.

(*La Dentelle* – França), marco na história da renda mundial, foi a criação do primeiro instrumento de medida dos bilros da história da renda mundial – o Bilrômetro; e a criação da primeira renda de bilro em cartão postal da história que homenageia a Copa do Mundo de futebol, dentre outras.

Historicamente já mencionamos que não se tem precisamente a origem da criação da renda de bilro na linha do tempo, pois em sua gênese há muitas diferenças nas discussões. Um fato que quando perguntamos as próprias rendeiras e elas mesmas só sabem dizer que faz muito tempo que presenciam tal prática, quando conversamos com *dona Fransquinha* (2010), vice – presidente do Centro das Rendeiras da Prainha⁵, ela nos disse que tem 67 anos e faz renda de bilro desde os 6 anos de idade. Aprendeu com sua mãe que tinha aprendido com sua Avó, assim constatamos o fato de que se trata de uma prática no mínimo secular que segue de geração em geração.

Refletindo sobre a chegada da renda de bilro no Brasil, a pesquisadora Maria Luiza (1961) apresenta uma rica contribuição para o nosso trabalho, assinalando em sua pesquisa que os primeiros relatos de renda de bilros são do século XVI e XVII na Europa.

A autora corrobora com o trabalho de Arthur Ramos (1948), quando trata sobre a aculturação da renda de bilro no Brasil e faz um resgate sobre tipos de rendas espalhadas por toda região brasileira, inclusive no exterior, o que fez originar a coleção Luiza Ramos e Arthur Ramos. O autor traz uma visão antropológica acerca da cultura de uma forma geral, de modo a contribuir para a organização do acervo e preservação da tradição das rendas de bilro no Ceará.

Arthur Ramos apresenta um vasto domínio científico-acadêmico em suas obras marcadas pela visão antropológica das questões culturais brasileiras. Muitas de suas obras foram dedicadas a sua esposa inclusive a coleção de Renda de Bilro que está no Museu Antropológico do Ceará. (GIRÃO,1984).

Nesse mesmo contexto, está o catálogo de Girão (1984) que trata das Rendas de Bilros, e tem uma sequência detalhada e descrição das rendas do Brasil e do mundo, as quais daremos destaque mais adiante por se tratarem do nosso objeto de estudo.

⁵Lócus da busca de dados para a construção da pesquisa.

Quando nos debruçamos sobre os escritos de Girão (1984), percebemos sua dedicação acerca das rendas de bilro coletadas por Ramos, que segundo a museóloga Márcia⁶ do Museu do Ceará

foi um trabalho moroso que contou com apoio de muita gente, de muitas cidades e países diferentes, mas que resultou em uma coleção muito interessante, valiosa para o patrimônio cultural não só de nosso estado, mas de nosso país, e talvez até mundial, contudo, falta maior interesse das autoridades na preservação e divulgação, pois as mesmas encontram-se numa sala em catálogos e vitrines ‘empoeiradas’.

Nos seus trabalhos sobre a história das rendas de bilro, a professora e pesquisadora Valdelice Girão (1984) considera que é possível afirmar com relativa segurança, que a renda de bilro foi trazida por mulheres portuguesas, vindas com suas famílias da mãe-pátria, onde tradicionalmente se dedicavam a esse ofício. A renda de bilro, desse modo, veio aculturar-se e difundir-se entre nós, nas zonas do litoral e do sertão e, por meio da mulher do povo, tornou-se uma “*cultura de folk*” (O termo identificava o saber tradicional preservado pela transmissão oral entre os camponeses e substituía outros que eram utilizados com o mesmo objetivo (...) “antigüidades populares”, “literatura popular” (...)). Contudo, a ideia de identificar nas tradições populares uma sabedoria não era nova quando a palavra folclore foi criada)⁷.

A autora ainda assinala que no início do século XVII essa arte contraiu claramente a forma nacional, que segue até os dias de hoje e se conserva notadamente pelos nomes dados aos seus diferentes tipos. No Brasil, a região Nordeste, é a região, por excelência, das rendas de bilros, mas particularmente o litoral do Ceará, com foco especial para as localidades Prainha, Iguape e Flecheiras.

Para Girão (1984) a distribuição geográfica da renda de bilro tem a contribuição de Luiza Ramos e de Artur Ramos (1948) posto que em suas pesquisas eles dão destaque para o Nordeste, principalmente, para o Ceará e Alagoas. Fato que originou a coleção Arthur Ramos e Luíza pertencente ao Museu Arthur Ramos em Fortaleza, onde encontramos várias amostras das mais variadas rendas de bilros e dos materiais empregados em sua confecção.

As amostras para compor a coleção foram coletadas e reunidas por Luisa Ramos, e resultaram na composição, pela mesma, da coleção e no livro: *A Rendas*

⁶ Conversa gravada na visita ao Museu do Ceará em julho de 2010.

⁷ Ver referências.

de Bilros e sua Aculturação no Brasil, o qual foi escrito em companhia com o seu marido e antropólogo Arthur Ramos, contudo a obra só foi publicada em 1948, ano de sua morte. Vale ressaltar que a coleção não é só de amostras brasileiras, mas de vários outros países.

No que diz respeito a documentos oficiais, a fonte de dados sobre a renda de bilro no Brasil provém de estudos e pesquisas financiadas por órgãos estatais, como ministérios e bancos. Os trabalhos financiados, embora poucos, têm como foco principal analisar sócio-economicamente e contribuir para a elaboração de políticas públicas que visem o desenvolvimento regional, com foco para o turismo e o comércio exterior.

De acordo com Mendes (2008), ao citar Girão (1984), o trabalho da professora tem uma visão mais etnográfica, pois traça um mapa cultural das rendeiras brasileiras, destacando sua origem europeia. Ainda para o autor o trabalho de Girão descreve uma vasta fonte de referência acerca das rendas de bilros e onde encontrá-las em nosso país, fato que nos despertou e nos proporcionou o encontro com um vasto campo documental acerca das rendas de bilro e sua tipologia em nosso país.

2.2 Dedilhando sobre a renda de bilro

Presenciamos, no cenário mundial, certa estagnação do tema e um pouco de desvalorização dessa arte. Entretanto, a renda de bilro, emerge na última década e, novamente, o tema volta a receber certo espaço. Dentre os trabalhos mais recentes e de expressão estão os trabalhos de Zanella, Balbinot e Pereira (2001), Dantas (2002), Fleury (2002), Barros (2004), Angelo (2005), Bühler (2005), Pires e Ramos (2005), Dantas (2005), Drumond (2006), Lopes (2007), Brussi (2009) e Pitta (2010).

Dessa maneira, pretendemos reforçar o debate no intuito de contribuir para o adensamento da produção literária, valorização da arte e disseminação da mesma como alternativa de substrato para desenvolvimento em outras áreas, como por exemplo, a Matemática, em especial, os tópicos de geometria e simetria.

Com essa contextualização segue-se com o panorâmico histórico do trabalho de Zanella, Balbinot e Pereira (2001) que está pautado nos pressupostos teóricos da Psicologia histórico-cultural, em que trata da renda de bilro dentro de uma visão

analítica das transformações das significações sociais e suas alusões no processo de constituição de um sujeito aprendiz.

Nesse sentido, as autoras contribuíram para o resgate histórico dos sujeitos e da atividade em pauta, pois para as autoras o trabalho ora citado contribuiu para o desenvolvimento e compreensão da constituição de um sujeito que faz parte de um

(...) processo complexo, multifacetado e ininterrupto onde a participação dos outros sujeitos têm relevância significativa, mas não determinante nas suas escolhas, de maneira a singularizar algo que é socialmente partilhado.⁸

A relevância desse trabalho se dá no sentido de analisar uma manifestação cultural, bem como uma atividade social desempenhada por sujeitos dentro de um determinado agrupamento. Assim, ao praticar essa atividade o sujeito apropria-se não somente de um fazer, mas de toda a narrativa e valores que o distinguem, mas ao mesmo tempo, transmite a estes sua marca particular.

Em seguida temos o trabalho de Dantas (2002) que embora compreenda o mesmo objeto traz uma visão diferenciada acerca das rendas de bilro. Seu trabalho apresenta uma visão acerca da preservação do patrimônio cultural. Nesse sentido umas das preocupações da autora encontra-se nas rendas de bilro, por estas serem comuns em diferentes partes deste país.

Com isso é preciso conscientizar as pessoas, as autoridades locais para a urgência em conservar os diversos tipos de sabedorias e práticas culturais que estejam se perdendo pela desvalorização de uma sociedade capitalista, que não tem tempo para esperar o lento processo de produção das mãos talentosas das artesãs que sofrem com a desvalorização.

Dantas (2002) ainda retrata muito bem sua preocupação em busca de um olhar mais amável da sociedade, quando escreve a biografia de Artur de Araújo Pereira Ramos, ou simplesmente Artur Ramos⁹, que como professor de Antropologia teve um papel significativo no processo de institucionalização e difusão desse campo de saber, não só por meio do ensino, mas também da criação da Sociedade Brasileira de Antropologia e Etnologia (1942).

Além disso, Dantas em outros trabalhos (2003, 2004, 2005, 2006, 2007), apresenta o mesmo sentimento de preocupação com a preservação do patrimônio

⁸ <http://www.scielo.br/pdf/es/v21n71/a11v2171.pdf>. Acesso dia 12 de janeiro de 2011.

⁹ Pretendemos focalizar mais adiante seus trabalhos acerca da renda de Bilro, por ser um dos autores do século XX que mais contribuiu para disseminação de conhecimentos dessa prática sócio-cultural.

cultural e social, ela convida a todos para lutar pela preservação e dar continuidade a prática da renda de bilro.

Assim, Dantas (2007, p. 224) relata que

(...) foram sendo colhidas histórias de vida das artesãs, histórias que cruzavam com cangaceiros, vendiões, paus-de-arara, donas das rendas, órgãos do governo, personagens de uma trama que girava em torno da renda. Esta, surgida nos últimos séculos, adentrava o século XXI ameaçando silenciar os bilros e interromper a sua dança frenética sobre as almofadas, pois diziam as rendeiras, em cantilena tristemente apocalíptica: quando se acabar as velhas, vai se acabar a renda. As novas não querem mais fazer renda.

O trabalho de Dantas (2007) remete a ideia, obstinadamente ecoada pelas artesãs e dita de diferentes maneiras, ganhava mais força e se tornava mais nefasta, quando elas mesmas, as rendeiras, perceberam que passavam dos 60 anos e não estavam conseguindo transmitir a sua arte manual para as jovens de suas famílias.

Assim, a autora faz um trabalho brilhante com as rendeiras de Poço Redondo, onde mapeia as rendeiras que se encontram em plena atividade, (mas de vinte), no momento de seu trabalho, e assim, começa a obter pequenas histórias de vida, ou seja, suas biografias. Vale ressaltar que esse trabalho se passa no pequeno Poço Redondo, situado no semi-árido sergipano, aos grandes centros do sudeste.

O trabalho de Fleury (2002) aborda uma visão mais folclórica e cultural acerca das rendas de bilro. É um dos trabalhos mais completos sobre renda de bilro, em nossa opinião, pelo menos no que diz respeito aos aspectos culturais e sociais, antropológicos e arqueológicos que envolvem a história, o fazer e a comercialização dessa arte manual.

Fica claro quando a autora inicialmente aborda a trajetória do fazer a renda, com a história da renda, numa relação indissociável, pois a história da renda de bilro é antes de tudo uma história oral passada de geração a geração. Para Fleury (2002, p. 45) *falar de rendas é falar também de rendeiras*. E em seu trabalho ela segue esse paradigma.

Seu trabalho ainda destaca que o trabalho da rendeira é um trabalho doméstico e também de subsistência, contribuindo para a receita familiar, a renda de bilro, também conhecida como renda de almofada, é uma atividade intrinsecamente relacionada com os valores da região onde a mesma é praticada, vale ressaltar que o trabalho de Fleury (2002) teve como lócus o Ceará, especialmente, a localidade de

Flecheiras¹⁰. O mesmo para sua publicação contou com o apoio do Governo do estado do Ceará, da Secretaria da Cultura e Desporto, tamanha sua relevância.

Já o trabalho de Barros (2004) percebemos que tem um olhar antropotecnológico do desenvolvimento de novos produtos na produção artesanal com foco nas rendas de bilro, tendo como lócus de pesquisa a praia de Ponta Negra no Rio Grande do Norte-Natal. Esse trabalho está relacionado com as questões da Engenharia de Produção, embora apresente questões comerciais, culturais e sócio-econômicas, o trabalho de Barros (2004) tem como foco principal uma oficina de *design* com algumas rendeiras de Ponta Negra. A intenção era subsidiar e reorganizar essa prática à luz da antropotecnologia, ressaltando a importância da ergonomia, Engenharia de produção *Design* no setor Artesanal.

Contudo, as rendeiras não se sentiram à vontade, pois embora a ideia de inovar a prática da renda de bilro, levando a renda para outros objetos de aplicação, *design*, elas só se sentem livres é fazendo a renda de bilro tradicional que aprenderam com suas mães, avós, no seio da família.

Assim, o trabalho de Barros (2004) serve aqui para que tenhamos um olhar conservador dessa prática, que resiste a tecnologia e aos entraves sócio-econômicos, pois não é simplesmente uma prática social, é a história e cultura de um povo.

O trabalho de Angelo (2005), realizado em Lagoa da Conceição em Florianópolis/SC, aborda as questões da história Social, preocupada em destacar como essa prática cotidiana passa de geração a geração. O trabalho versa também sobre o tema da preservação da tradição do "saber-fazer" rendas de bilros, enfocando diferentes gêneses de artesãs, particularmente nos recantos da Lagoa da Conceição, em Florianópolis, Santa Catarina.

O trabalho buscou analisar o caminho que essa prática percorreu e foi circunscrita dentro de um processo que demonstrou certa variância na qual as diversas gerações de mulheres ora conservaram, ora romperam com a tradição, requerendo uma ponderação a respeito dos momentos delicados que permeiam suas histórias em que misturam vida e arte.

A autora enfatiza que a pesquisa partiu da conjectura de que as mulheres redefinem suas afinidades com as novas gerações e que por meio dessas questões

¹⁰ FLECHEIRAS distrito de TRAIRI – CE. Está localizada numa enseada, entre coqueirais e dunas brancas.

aparentemente externas cooperam para mudar os valores calcados em suas práticas artesanais. Assim, por meio de uma história contada, foi possível, relata Angelo (2005), conhecer suas trajetórias, as probabilidades e visibilidades do *fazer* as rendas de bilros. A autora ressalta ainda, como historicamente foi possível uma redefinição da tradição como um trabalho artesanal, de cunho feminino que foi reescrito e re-valorizado.

Seguindo com nossas análises teóricas, trago para compor esse quadro de discussão, o trabalho de Pires e Ramos (2005). As autoras ao destacar as Rendas de Bilros de Vila do Conde/Portugal, focalizam a necessidade de preservação de um patrimônio cultural de um povo. Esse trabalho tem o apoio da Associação para a Defesa do Artesanato e Patrimônio de Vila do Conde que tem um papel de extraordinária importância no amparo e conservação desta prática artesanal, também conta com apoio da Câmara Municipal de Lisboa/Portugal que continua a tutelar a organização das (rendilheiras)¹¹, pois embora tenha tido em tempos antigos grande força econômica, atualmente apresentando-se fragilizada.

O trabalho de Drumond (2006) é realizado como o de Fleury (2002), em Aquiraz no Ceará, com um olhar no Centro das Rendeiras da Prainha. A autora, dá destaque as culturas tradicionais da renda de bilros e da pesca como práticas complementares para a sobrevivência e cesteamento das comunidades locais. O estudo ainda confirma as ações políticas que envolvem as rendeiras na perspectiva cultural, bem como suas práticas na concepção e sustentação do ambiente de trabalho, visando a demarcação da pesquisa, por meio de uma produção historiográfica dedicada à história social dessa prática. (DRUMOND, 2006).

O trabalho dá destaque ao Ceará porque no cenário nacional, esse estado sempre esteve entre os grandes produtores de artesanato. Mas deixa claro que isso deve a atividade ser fonte de sobrevivência para a expressiva parcela da população de baixa renda. Contudo essa prática é reconhecida como expressão da identidade cultural, além de sua relevante significância dentro do sistema econômico do estado.

Segundo Lopes (2007) em seu trabalho acerca das rendas de bilro, ela aborda como as rendilheiras da Vila do Conde/Portugal organizam o seu trabalho no presente relativamente ao passado, esse trabalho não tem a dimensão dos demais, mas avalia o modo como as rendilheiras de bilros de Vila do Conde organizam seu trabalho, apresentando uma gama de possibilidades para facilitar essa análise,

¹¹Nome dado as rendeiras de bilro em Portugal.

visando contemplar a tecnologia adotada para a organização da produção, bem como os níveis de qualificação, as trajetórias profissionais dessas artesãs e o contexto familiar, colocando em proeminência ainda os dados que caracterizam a renda e as rendeiras.

Este trabalho, como os demais, tem sua relevância no sentido de se preocupar com a continuação dessa prática que deve ser passada de geração em geração, de mãe para filhas e netas.

Acompanhando o inventário desses teóricos, Brussi (2009), que assim como Fleury (2002) e Drumond (2006), realiza sua pesquisa em dois contextos distintos do Estado do Ceará: Alto Alegre e Prainha. Essas localidades são um pouco distantes, mas a relevância desses dois estudos está nos modelos de rendas de bilros distintos. A autora teve o objetivo principal entender a transmissão da prática de renda de bilro nessas localidades, como essa transmissão acontecia, mas ao chegar nessas localidades percebeu que o processo de ensino e de aprendizagem da renda de bilro não havia praticamente, nenhuma difusão dessa prática sociocultural em caminho.

De fato o que lhe moveu, foi o caso de que existia ali uma condenação de extinção, da supressão dessa habilidade. A autora, então buscou enfatizar a produção que ocorria lá e procurou destacar como uma forma de obstinação dessas mulheres rendeiras, pois para elas essa prática é muito importante pelo aspecto recreativo e também pela partilha e troca, envolvendo a produção, as pessoas e o comércio das rendas de bilro.

Ainda revisitando as pesquisas sobre a prática da criação das rendas de bilro, abrimos espaço para um enfoque diferenciado dos demais já citados até aqui. Destacamos o aspecto distinguido do trabalho de Pitta (2010), quando ela aborda a prática da renda de bilro com um viés de contribuição para a saúde da mulher rendeira, tratando dessa temática dentro do campo de estudo da terapia ocupacional.

A autora, ainda destaca que o acesso a saúde deve ser uma ação ampla e contínua, envolvendo aspectos como a prevenção, educação e a participação, bem como os diferentes domínios da sociedade na preparação de estratégias que admitam a relação da efetividade com a educação para a saúde. Entretanto, a autora alerta que o fazer renda de bilro em si não pressupõe como uma prática terapêutica ocupacional. Contudo, pode se constituir em um recurso que possibilite o

resgate dessas mulheres rendeiras adoecidas fisicamente ou mentalmente. (PITTA, 2010). Com isso a renda de bilro se apresenta na visão da autora como

[...] recurso terapêutico é o pressuposto básico da terapia ocupacional que defende que o fazer, a ação, pode exercer um efeito terapêutico sobre o sujeito da ação. A atividade em si não é necessariamente terapêutica, mas o fazer junto, com objetivo voltado para a superação de uma incapacidade ou inabilidade, vem revestir esse fazer com a ação terapêutica que a Terapia Ocupacional usa como recurso. (PITTA, 2010, p. 17).

Envolvidos pelas informações, ideias, concepções dos pesquisadores ora citados, foi possível nos fundamentarmos nesses conhecimentos para dar continuidade ao processo de construção investigatória acerca das rendas de bilro, sua história, o fazer a arte e suas concepções.

Com essa compreensão, o foco se deteve as rendeiras cearenses, porém em todo o espaço Nacional e Internacional encontramos essas artesãs (ou artesãos), confirmamos na visita realizada ao Museu do Ceará, em julho de 2010, onde pudemos ver as amostras de rendas de bilro.

Embora diferenciem no modo de fazer, na denominação dos pontos das rendas e no lócus, a arte é praticamente a mesma, pois, para cada aplicação e tipos de bicos, elas lhes atribuírem um nome, sempre diferente e muitas vezes ‘estrano’ ou ‘engraçado’, mas peculiar a arte das rendeiras de bilro.

Esse trabalho teve como ponto central explorar a renda de bilro, especificamente, os modelos recorrentes no Ceará, particularmente, os catalogados pela Professora Valdelice Girão (1984), de forma a relacioná-los com conteúdos matemáticos. Nesse tecer os fios das rendeiras nos levaram durante o delinear do campo investigatório relacionar essa prática artesã, seus modelos, padrões recorrentes e tipologias.

Verificamos diante dos modelos das rendas de bilro a possibilidade de exploração de conceitos matemáticos que trataremos amplamente nas próximas seções, tais como: *simetria, isometria, movimentos dos bilros - rotação, translação e reflexão*, bem como a recorrência dos modelos e os movimentos dos bilros no ar que são determinados pela rendeira, ou melhor, dizendo, pela renda que a rendeira pretende fazer.

Para compreender o tilintar dessas informações precisamos ampliar o tamanho do nosso papelão em nesse sentido foi possível trazer para ser tecido mais conhecimentos, como os que citamos anteriormente acerca dos conteúdos matemáticos. Assim, literalmente, percebemos a ideia geral de como as rendeiras

manipulam seus bilros, o valor que o papelão exerce para que os modelos tomem suas formas. E ainda, podemos observar que elas têm sempre em mãos dois pares de bilros para qualquer modelo de renda, o número de bilros sempre varia de acordo com o modelo a ser feito, de acordo com o modelo (desenho) pinicado no papelão.



Figura 7. Rendeira e o fazer. Os movimentos dos bilros.

Fonte: <http://www.oblogdadmc.com/2011/10/bilros-na-academia-dmc.html>. Acesso 05/07/2012.

A figura 7, apresenta o papelão e o tecer das ideias que usamos para construir nossas concepções de pesquisa. Nessa concepção o tópico a seguir vem trazendo uma reflexão acerca das formas transversalizantes como tratamos nosso objeto de estudo, a renda de bilro.

2.3 Rendas de bilro catalogadas: um olhar nos modelos encontrados no Museu do Ceará

Girão (1984) vem trazendo em seu catálogo diversas amostras de rendas de bilro que estão presentes no Brasil e no mundo, desde a coleção Luiza Ramos até a coleção de rendas do Ceará. Nesse estudo pretendemos dar maior enfoque a esta última.

A seguir temos alguns dos nomes de rendas de bilro feitas pelas mulheres rendeiras cearenses, são elas: ponta-de-arrebite, caracol, miss, quatro-baratas, tampa-de-violão, fundo-de-tigela, Pequeno-grande, raspa-coco, Carolina, dezesseis-dados, cigana, Maria-bonita, cruzeiro, mariposa, casco-de-burro, peixinho-de-traça, dente-de-soim, porta-de-igreja, saudade, cajá-encontrado, florzinha-de-goiaba, flor-mimosa, Quitéria, guipure sem traça, acode-precisão, miolo, charita, riquife, pé-de-

moleque, pé-de-rato, pata-de-siri, tripa-de-porco, casa-de-aranha, espuma-do-mar, lacinho, olho-de-boi, correntinha, um-dado-só, pau-nas-costas, besouro, caminho-do-céu, miolo, dentre outros nomes encontrados e destacados no catálogo de Girão (1984).

Para melhor conhecer esses modelos indicamos o catálogo da professora Valdelice Girão (1984). Contudo não os expomos aqui porque não é o objetivo principal da pesquisa. Nesse sentido, alguns desses nomes tratam de modelos recursivos, pois os pontos pouco se diferenciam, tendo em vista que a maioria dos modelos tem sempre os pontos: a *traça* e/ou a *trança, trocado*.

Como já havíamos mencionado, para cada tipo de renda há um número adequado de bilros e um tamanho de papelão diferenciado, a depender do tamanho da renda que se deseja fazer. Para referenciar, podemos apresentar o modelo denominado de Pequeno-grande (ver figura 8 a seguir). As rendeiras faziam este modelo exclusivamente para uso dos sacerdotes. Os pontos usados nesse tipo de renda são: traça, *trança, pano-meio-trocado, ponta-de-prata e batuque*, por padrão, para uma largura de 60mm é preciso 23 pares de bilros. Segundo a professora Valdelice Girão (1984) esse modelo (Pequeno-grande) data de 1944, faz parte da coleção do Museu do Ceará.

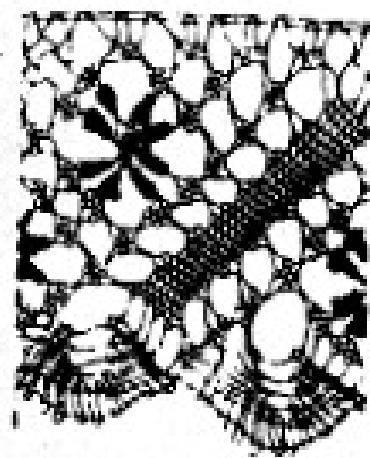


Figura 8. Renda de bico – Pequeno-Grande. Fonte: Girão (1984, p.97 e 145)

A figura que apresentamos anteriormente representa um dos vários tipos de rendas de bilro apresentadas no catálogo da professora Valdelice Girão, e solidifica nossos argumentos de que essa prática artesanal é original, embora lenta em sua produção, mas sem igual beleza em seu produto final.

Nesse sentido destacamos mais um modelo de renda de bilro, o bico de nome margarida-de-quatro-rosas, cujos pontos são a traça, a trança, pano-meio-trocado

ou pano-aberto. Seu modelo foi encontrado em 1948 e tem de largura 120mm. É preciso 44 pares de bilros para a confecção deste bico. A figura 9 a seguir representa o exposto.

Figura 9. Bico margarida-de-quatro-rosas. Fonte: Girão (1984, p. 129 e 164)

Além das rendas, bicos, toalhinhas, encontramos no catálogo da professora Girão (1984), também modelos de *aplicação*, como palha-de-coqueiro, que para sua confecção é preciso o uso de 15 pares de bilros, para uma largura de 235mm, os pontos usados são a traça, trança, pano-fechado e trocado. Vejamos o modelo a seguir.

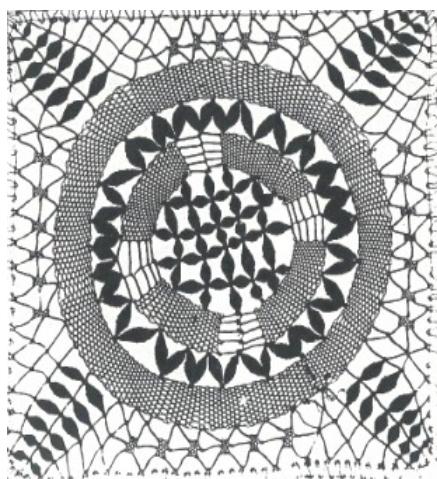


Figura 10. Palha-de-Coqueiro. Fonte: Girão (1984, p.135 e 166)

O catálogo com as amostras das rendas de bilro elaborado pela professora Valdelice Girão (1984) e as fichas técnicas que ela pode preparar para dar as informações sobre cada tipo de renda de bilro, é um trabalho belíssimo de rememoramento histórico de uma arte que existe ainda, mas que precisa ser repensada para não cair no esquecimento e, consequentemente, em decadência e

chegar até mesmo a sua extinção, pelos vários motivos já explanados ao longo do texto.

Com essa compreensão acerca dos tipos, modelos, formas de fazer e procedência das rendas de bilro queremos propor um entendimento maior acerca de uma prática artesanal tão aparentemente fragilizada pelo tempo e pelo avanço tecnológico, numa forma diferente de ver uma outra ciência, relacionando sua forma de fazer, seu produto final com a arte dos movimentos geométricos, com a Isometria e Simetria dos pontos realizados nessa arte, proporcionando a observadores leigos conceitos matemáticos embutidos nessa prática sociocultural.

Diante do exposto asseguramos que nosso trabalho não é pioneiro ao tratar da criação das rendas de bilro, mas se tem originalidade no que diz respeito ao seu uso para fins didáticos nas aulas de matemática, principalmente na perspectiva de valorizar essa arte em uma proporção maior em seu lócus, bem como na sua inclusão acadêmica.

Com isso é possível contribuir para sua valorização, visto que o foco de sua disseminação não será apenas as filhas e netas das rendeiras, mas uma parcela da população que não pertence a esse lócus, mas que conhecerá essa prática nas suas práticas com Matemática, especificamente, com seus trabalhos com a geometria e simetria.

A coleção de rendas do Ceará não traz especificamente um modelo da renda de Prainha-Aquiraz, embora cite vários outros municípios, assim como este é nosso lócus da pesquisa, fomos a campo buscar esses modelos, que são recorrentes e muito parecidos com os modelos apresentados por Girão (1984) em seu catálogo.

Não obstante, observamos nesses modelos que os pontos usados pelas rendeiras são repetitivos, portanto, podemos dizer que os modelos colhidos não fogem aos já apresentados pela professora Valdelice Girão (1984).

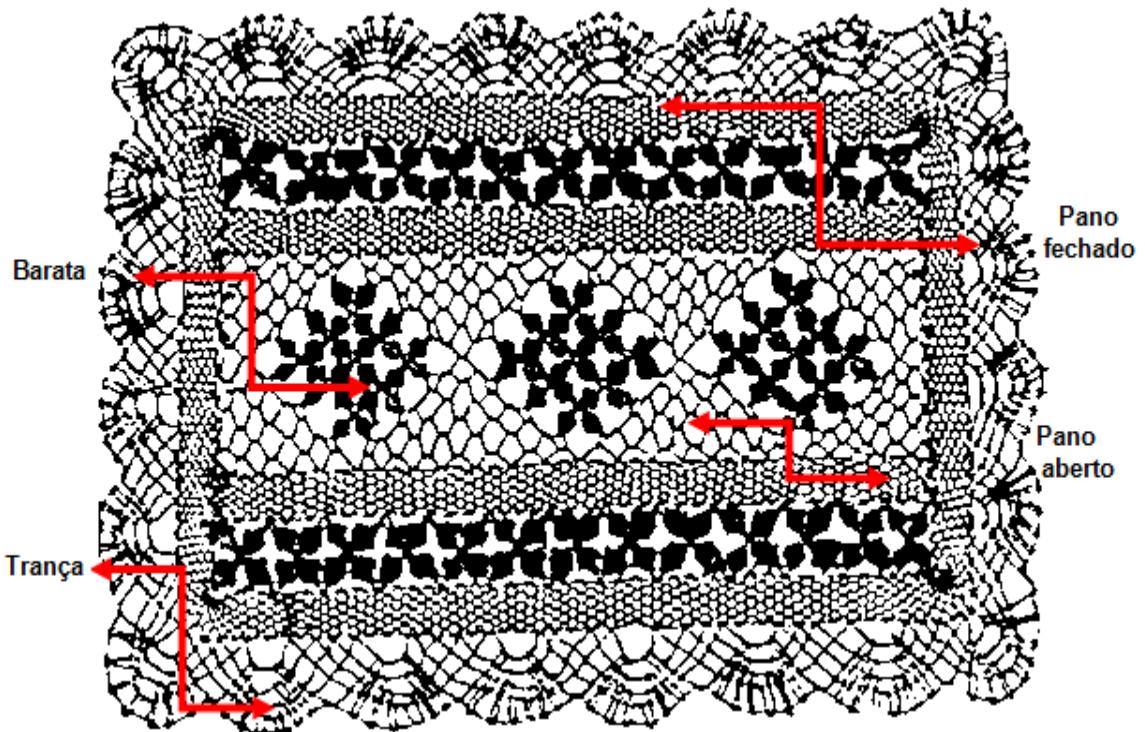


Figura 11. Toalha de bandeja. Fonte: fotografia tirada na Prainha-Aquiraz-Ceará em 10/07/2010 e adaptada pela autora.

Vejamos que a figura 11 apresenta detalhadamente os tipos de pontos usados pelas rendeiras de bilro na Prainha-Aquiraz-Ceará. Este modelo é bastante comercializado pelas rendeiras, pois além de ser mais rápida a confecção, o preço é bem acessível para os turistas.

Na seção seguinte após essa explanação histórica sobre a renda de bilros iremos relacioná-la com outros saberes, como os saberes acadêmicos.

2.4 Sobre os saberes da rendeira e os saberes acadêmicos

No nosso entendimento, são duas faces do mesmo saber, pois trata-se de um conhecimento criado por pessoas que se diferenciam por apresentar sensibilidade ao observar fenômenos diversos, cunham métodos característicos no intuito de melhor entender para melhor explicar. Enfatizando Almeida (2010) diz que esse intelectual pode ser, por exemplo, um sacerdote ou um cientista, vai depender do contexto, do lugar de onde se estar.

Nessa mesma linha, segue a construção do pensamento que pode operar entre o simbólico/mítico/mágico e empírico/lógico/racional. O homem apresenta seu pensamento entre essas duas maneiras: o simbólico e o racional. Nesse sentido, o que difere uma pessoa da outra é a forma de operar o pensamento, da forma criativa

de observar os fenômenos do mundo, com essa explicação, podemos assinalar que é possível encontrarmos em cada época pessoas de diferentes sabedorias, intelectuais, que se destacam de uma forma ou de outra por sua forma diferenciada de produzir conhecimentos. (ALMEIDA, 2010)

Os cientistas com sua ciência experimental buscam explicar o mundo, mas também não podemos negar as outras formas de conhecer o mundo que não são reconhecidas pela academia e ficam perdidas no tempo e no anonimato, pela falta de oportunidades e até mesmo pela falta de aceitação acadêmica. Nesse contexto, trazemos a discussão sobre os saberes da tradição que, segundo Almeida (2010), estão espalhados por toda parte, desde mulheres que cuidam e curam doenças, pois descobrem o poder das plantas medicinais; ao homem sábio que, ao ir a trabalho, vai lendo a natureza, observando os pássaros, compreendendo e aprendendo com os animais e com as plantas, os segredos da mata.

Suas sabedorias são usadas para sua subsistência e de seu grupo cultural, esses saberes não estão escritos nas encyclopédias, mas em suas leituras de mundo, na encyclopédia da vida, e para que esses saberes sejam disseminados é preciso que as gerações mais novas escutem, aprendam, guardem para disseminar mais tarde.

Com base nas acepções de Almeida (2010), podemos considerar que esse intelectual da tradição não foi à escola formalizar seu conhecimento, mas longo do tempo sistematizou esses saberes para melhorar sua vida em sua comunidade, transformar o meio em seu beneficio e também ao grupo em que está inserido. Tais saberes não podem por nós ser ignorados, não podem ser rejeitados pela academia, não se trata de um saber inferior, mas de um saber que tem sua científicidade envolta no pragmatismo. O “intelectual da tradição”, aquele que sistematiza o saber da tradição, é movido pela curiosidade, dialoga com as incertezas, por ser um pensamento retotalizador e hábil, capaz de religar as aptidões humanas por meio da observação e da apreensão intuitiva.

Não podemos aceitar que o saber da tradição seja domesticado pelo saber científico, pois ambos podem caminhar lado a lado, um contribuindo com o outro, sendo que a hegemonia de um não deve se sobrepor ao outro, ao contrário, devem se suplementar, pois a negação de um deles se constitui em um problema para o avanço no campo da construção e reorganização do conhecimento. Nesse sentido, devemos incitá-los a um diálogo, a uma transversalidade, pois o paralelismo dos

saberes não é aceitável, tendo em vista que ambos têm o desafio de possibilitar ao homem uma vida prazerosa na terra. (ALMEIDA, 2010)

Assim, em bases teóricas os saberes da rendeira se diferenciam dos saberes escolares, porém faz-se necessário uma relação dialógica para que esses conhecimentos sejam apresentados dialeticamente em suas correlações.

De acordo com este diálogo Lévis-Strauss, citado por Almeida (2010) considera que esses *dois modos de pensar operam por estratégias distintas: um próximo da lógica do sensível, outro afastado dessa lógica.*(p. 77). Assim, o desafio maior é promover um diálogo que estabeleça o encontro entre esses dois saberes, considerando que ambos representam a universalidade do pensamento humano, das práticas sociais e culturais de um povo.

Quando Almeida (2010) salienta que “*Aconselha a prudência a entrar devagar em território estrangeiro.*” (p.115), nos leva a compreender que é preciso cuidado para adentrar na universalização de uma prática, de um modo de pensar, e nessa diferenciação e relação desses saberes. Segundo a autora é preciso conviver com a diversidade, diminuir o absolutismo diante do desigual, do que não é padrão, pois para compreender a organização do pensamento humano na atualidade, é preciso aceitar que a criatividade é uma propriedade do pensamento comum a todos os homens, que não é por que temos condições sócio-econômicas e culturais diferentes que um fazer ou pensar é melhor ou pior que o outro.

Em linhas gerais, essas relações servem para compreendermos que os saberes podem ser religados, que as formas de leitura do mundo desde a Grécia antiga são percebidas de maneiras diferenciadas, mas não se negam e que, portanto, nosso intuito é transdisciplinar a arte e a geometria, bem como as práticas sociais e os saberes acadêmicos.

Corroborando com Morin (2009, p. 25) sobre a importância da religação dos saberes para transformar e unificar o pensamento, ele nos provoca a reflexão de que para reorganizar os conhecimentos é preciso que os saberes sejam transformados em Ciência por meio da transdisciplinaridade.

Ao refletirmos sobre esses conhecimentos, percebemos que em séculos passados os saberes se organizavam em grupos, porém com o passar do tempo e

com a visão fragmentária do ensino e da aprendizagem, esses saberes foram se desconectando, e foram cada vez mais sendo ensinados sem uma conexão, e desse modo, essa falta de relação tem alterado o ensino e aprendizagem dos diversos saberes, e hoje a educação como um todo está compartmentalizada.

O ser humano tem sido forçado de forma evolutiva cada vez mais a assumir sua capacidade superior e singular de abrangência e de síntese. Crema (1989) relata que D'Ambrosio levanta a questão de estarmos presenciando o “final de um modelo cognitivo” e nos aproximando de uma “verdade totalizadora que nos desvenda o grande e o pequeno, o interior e o exterior”. O autor contribui com essa pesquisa ao enfatizar que a transdisciplinaridade, transcende o enfoque disciplinar e destaca a ligação entre os ramos da ciência com outros caminhos.

Assim, contribuindo no teor das proposições acerca da temática, D'Ambrosio (2011, p. 44) diz

A transdisciplinaridade é um enfoque holístico, que procura elos entre peças que por séculos foram isoladas. Não se contenta com o aprofundamento do conhecimento das partes, mas com a mesma intensidade procura conhecer as ligações entre essas partes. E vai além, pois não reconhece a maior ou menor essencialidade de qualquer das partes do todo.

O autor ainda diz que esse enfoque por ele defendido supera a arrogância do pretenso saber absoluto. E que

A transdisciplinaridade é um enfoque holístico ao conhecimento que procura levar a essas consequências de respeito, solidariedade e cooperação que se apoia na recuperação das várias dimensões do ser humano para a compreensão do mundo na sua integridade.

D'Ambrosio (2011) nos faz refletir que para seguirmos nesta direção, devemos abrir as portas de nossas ‘*gaiolas epistemológicas*’, ele nos assegura que essa é uma condição relevante para a construção do conhecimento e da aprendizagem.

Ainda sobre a transdisciplinaridade acreditamos que serve para influenciar de forma positiva a educação, proporcionando uma mudança de atitude na construção de uma prática docente que se abre para o rigor e a tolerância, indicados na “*carta da transdisciplinaridade*”¹². (D'AMBROSIO, 1997).

¹² Carta da Transdisciplinaridade. Adotada no primeiro Congresso Mundial de Transdisciplinaridade. Convento de Arrábida, Portugal, 2-6 de novembro de 1994. Comitê de redação: Lima de Freitas,

No desenrolar dessas ideias, os educadores imbricados pelo objetivo de trazer à tona uma Matemática viva, significativa e transversalizante, procuram retomar e tornar por meio da interdisciplinaridade e transdisciplinaridade, a relação do saber científico com os saberes periféricos, em nossa pesquisa o saber que vem da prática das rendas de bilro.

Corroborando com esse modelo de ensino, entendo que para realizar uma aprendizagem significativa¹³ é preciso que os educadores assumam uma postura diferenciada diante das atividades educacionais, em que as mesmas apresentem atividades didáticas motivadoras que envolvam saberes diversos, pois essa transversalidade precisa estar bem em foco, assim, como exemplo, a geometria e a simetria nas rendas de bilro, provocando a abertura de caminhos que valorizem um modelo transversalizante.

Em busca desse modelo, procuramos reconhecer os conteúdos matemáticos como um saber possível de ser aplicado às práticas socioculturais, como a renda de bilro, de acordo com padrões abstratos, propondo uma releitura dos fenômenos da realidade em que professores e alunos possam desenvolver uma modelização matemática¹⁴, com base na prática sociocultural e histórica.

Pensar os saberes com tudo que eles têm de mais criativo, reaver antigas sabedorias, abrir esses conhecimentos para a experimentação e transversalidade com outros conhecimentos, faz-se necessário essa universalização pela acumulação e sistematização da cultura científica, ainda sobre essa reorganização do conhecimento, supõe-se uma complementaridade entre “*estratégias distintas das universais aptidões cognitivas da espécie humana*”. (ALMEIDA, 2010, p. 42)

Contextualizando as ideias originais de nossas reflexões é possível assegurar que os saberes que permeiam os grupos acadêmicos e os grupos socioculturais, aqui especificamente, o grupo das rendeiras, precisam ser descobertos, problematizados e reconstruídos, ampliando assim, o papel do intelectual mensageiro de saber científico, tradutor privilegiado das explicações dos fenômenos. É fundamental se pensar nas conexões dos saberes em que existem de um lado o

Edgar Morin e Basarab Nicolescu. http://forumeja.org.br/df/files/carta.trans_.pdf. Acesso dia 02 de 07 de 2012.

¹³ Termo usado sem compromisso com nenhuma teoria.

¹⁴ Aqui ressaltamos essa expressão pela relevância como a aplicação de Matemática em outras áreas do conhecimento, mas sem uma limitação teórica, visando uma ampliar as várias formas de aplicação da Matemática. (BARBOSA, 2004).

intelectual que pensa e de outro o intelectual que opera, ou seja, os saberes existem em toda parte.

Buscando essa transversalidade, podemos estabelecer conexões entre os saberes das rendeiras de bilro e as abordagens de alguns conteúdos matemáticos. Para que tais conexões se tornassem realidade, foi necessário tecer um processo histórico de recriação da renda de bilro, para que entendêssemos melhor sobre essa prática histórica e sociocultural, desde o *fazer* até a comercialização.

Nesse sentido, os estudos da pesquisadora Girão (1984), de cunho catalográfica , descreve para a confecção da renda de bilro são necessários alguns materiais, tais como almofada, bilros, fios, papelão (chamado por pique em Portugal e em alguns estados do Brasil como cartão grosso) – nele vem o desenho da renda.

Diante disso, inicialmente ‘o *fazer*’, o ato se manifesta por meio do cruzamento dos bilros, torcendo-os e imprimindo um movimento de rotação, vale ressaltar que o número de bilros utilizado varia conforme a complexidade do modelo da renda, os movimentos dos bilros terminam quando o papelão está preenchido com alfinetes, ou no Ceará, com os espinhos do mandacaru, como os papelões não ultrapassam 50cm, as rendeiras estão sempre fazendo um movimento chamado levantar o papelão. Para entendermos melhor esse processo do *fazer* observemos a figura 12 a seguir.



Figura 12. Colocando espinho no papelão.

Fonte: <http://ouniversodasnoivas.blogspot.com.br/2011/05/tao-querida-renda-renda-se-essa-ideia.html>. Acesso 02/06/2010.

A figura 12 ora exposta nos apresenta e dá ideia de como as rendeiras constroem suas rendas, tecem seus modelos, manipulam os bilros. Observando bem essa figura é possível perceber as formas que a renda vai tomado no movimentar dos bilros, e nos dá as primeiras impressões do que queremos ressaltar, estudar e apresentar no entrelaçar das linhas dos bilros com a geração das formas geométricas e suas propriedades.

Observando a figura 12 nos sinaliza que é possível ver alguns padrões de simetrias e Isometrias nas formas construídas pelas rendeiras. Nesse delinear, consideramos os tipos de Isometrias, como: *translação, reflexão e rotação* e com essa compreensão podemos observar que os movimentos dados pelas rendeiras podem apresentar uma conexão com os movimentos propostos nas relações matemáticas referentes aos conceitos de simetria que queremos destacar.

Assim, pretendemos, nesse viés, apresentar a Matemática a ser explorada nessa arte prática sociocultural e histórica. Nesse sentido, a figura a seguir evidencia as formas geométricas de uma renda de bilro já pronta e que representa bem um modelo viável para se explorar alguns conteúdos matemáticos, como faremos a seguir com a figura 13.

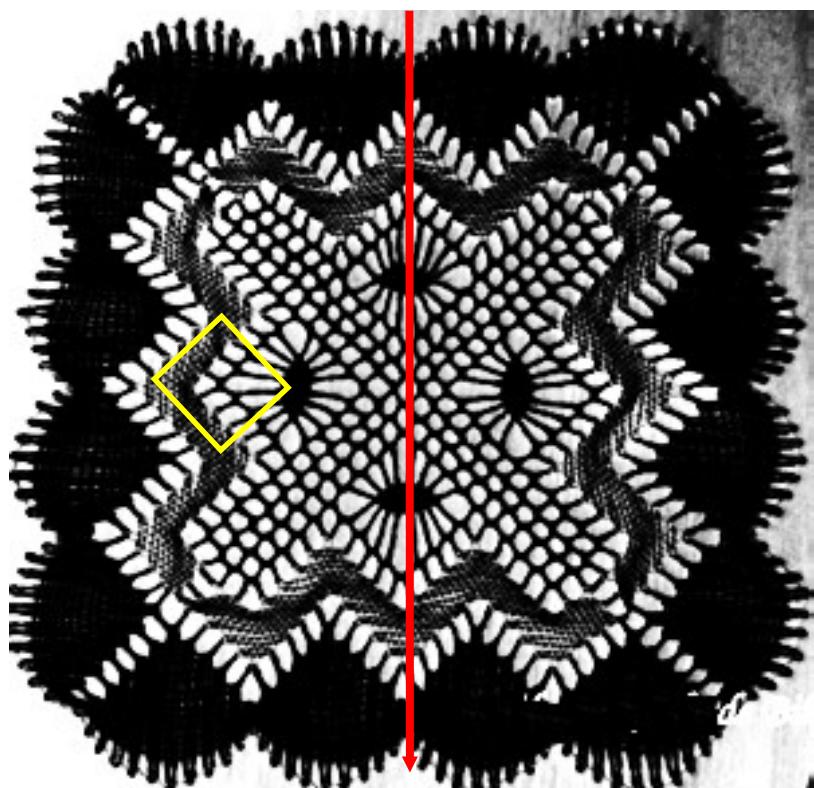


Figura 13. Toalha de bandeja. Fonte: <http://www.fashionbubbles.com/historia-da-moda/a-historia-da-renda/>. Acesso 01/04/2011.

Nessa perspectiva, trazemos para discussão alguns aspectos matemáticos que envolvem essa prática sociocultural e histórica para uma discussão em nível acadêmico, no intuito de apontarmos algumas possibilidades didáticas para o ensino e aprendizagem da matemática escolar, especificamente no que se refere aos conteúdos que envolvem a geometria, simetria e isometria.

Nessa linha de raciocínio, queremos entender a origem da renda de bilro e as histórias controvérsias que envolvem essa história é instigante, e ouvir das rendeiras essa história é interessante. Pois para as rendeiras a renda de bilro, não é simplesmente uma prática cultural de tradições, mas uma prática secular que passa de mães para filhas, de geração a geração. Comprovamos esse fato no diálogo que mantivemos com algumas delas em nossa visita ao seu lócus.

Porém, a rendeira dona Fransquinha¹⁵ diz que:

minha vó fazia renda, minha mãe aprendeu com ela, e eu aprendi com minha mãe, ela não queria me ensinar e quando ela saia de casa eu ia mexer na almofada dela, eu tinha uns seis anos e quando ela chegava perguntava: - Fransquinha, por que você embaralhou os bilros, ela não queria me ensinar e eu aprendi sozinha.

O diálogo foi mantido com dona Fransquinha que faz renda de bilro há mais de sessenta anos, sempre na Prainha-Aquiraz-Ceará e por mais de 25 anos naquele mesmo local, o Centro das rendeiras da Prainha.

Com isso, a presente pesquisa seguiu norteada pela produção e apropriação da significação da atividade das rendeiras no processo de ensinar e aprender a renda de bilro, posto que a vivência e a prática dessa arte foi decisiva para confrontar a prática com a teoria. Consideramos necessário, entretanto, entender um pouco o fenômeno, transversalizando os temas.

2.5 Entrelaçando saberes

No nosso entendimento, os temas que envolvem o saber científico da Matemática e o saber sociocultural e histórico, estão entrelaçados. Ampliando o

¹⁵ Dona Fransquinha é vice-presidente do centro das rendeiras dona Luiza Távora, na Prainha-Euzébio. Diálogo mantido em uma visitação em julho de 2010, o mesmo foi filmado com autorização da mesma.

tamanho do papelão, o homem comum, apresenta sensibilidades ao observar fenômenos diversos, cunha métodos característicos no intuito de melhor entender para melhor explicar. (ALMEIDA, 2010).

Nesse sentido, o que difere uma pessoa da outra é a forma de operar o pensamento, da forma criativa de observar os fenômenos do mundo. Com essa explicação, pode-se assinalar que é possível encontrar em cada época pessoas de diferentes sabedorias, intelectuais, que se destacam de uma forma ou de outra por sua maneira diferenciada de produzir conhecimentos.

Dessa visão de produção de conhecimentos é possível, portanto, assegurar que embora os cientistas com sua ciência experimental busquem explicar o mundo, é fundamental dar oportunidades para que as práticas socioculturais e históricas manifestem e formulem as sabedorias usadas para sua subsistência e de seu grupo sociocultural e histórica.

É nessa perspectiva que almejamos relacionar a experiência prática criação das rendas de bilros sua produção e consumo de alguns conteúdos matemáticos. Não pretendemos, entretanto, tornar essa prática artesanal em prática científica e/ou torna-la submissa a Matemática acadêmica, mas mostrar que esta relação pode se tornar um benefício ao contexto sociocultural e histórica e educacional para todos os grupos, seja da comunidade das rendeiras, seja para a comunidade escolar.

Nesse sentido, precisamos estabelecer um diálogo entre as duas práticas, a cultural e acadêmica, buscando a transversalidade do conhecimento. Lembramos, entretanto, que é preciso abrir as nossas “*gaiolas epistemológicas*”, e ampliar nossa sociocognição no processo educacional.

Assim, os saberes da rendeira (intuitivo/simbólico) se diferenciam dos saberes escolares (racional/científico), pois os saberes escolares compreendem como base métodos sistemáticos, experiências controladas e capazes de refutação, reformulação, atualização. Opera por meio das aptidões universais para conhecer e expressar contextos, narrativas e métodos distintos, assim, para que os saberes da rendeira mantenha diálogo com os saberes matemáticos, é necessário que promovamos esse encontro.

Antes de estabelecer essa relação entre práticas socioculturais e matemática, é necessário definir de que lugar estou apresentando a prática sociocultural e histórica das rendeiras, quais são suas características, formulações geométricas e principalmente em que sentido o saber da rendeira manifestado em cada peça

criada, pode ser relacionado ao saber matemático, visando situar conceitualmente a renda de bilro, e a rendeira, como uma prática artesanal, cujo saber fundamentado varia entre o *simbólico* e o *racional* e pode contribuir para o ensino de Matemática a partir da exploração de suas formas geométricas.

Na próxima seção, discorremos na direção dos nossos objetivos para fundamentar e situar o saber das rendeiras.

2.6 O tecer da renda de bilro num dedilhar sincronizado

Para fazer a renda de bilro, a rendeira precisa de algumas ferramentas especiais. Assim, temos inicialmente a almofada, um objeto de trabalho que é praticamente igual em todo território nacional, variando em cores, dimensões e formas, podendo ser redondas ou cilíndricas; tudo depende também do tipo de renda de bilro a ser executada.

Não existe um tecido especial para ser confeccionada, nem um tamanho padrão, vai depender mesmo é das condições econômicas das rendeiras, conforme ressalta a rendeira Dona Fransquinha em entrevista (Prainha-Aquiraz-Ceará, 2010). Vejamos essa representação por meio da figura 14.

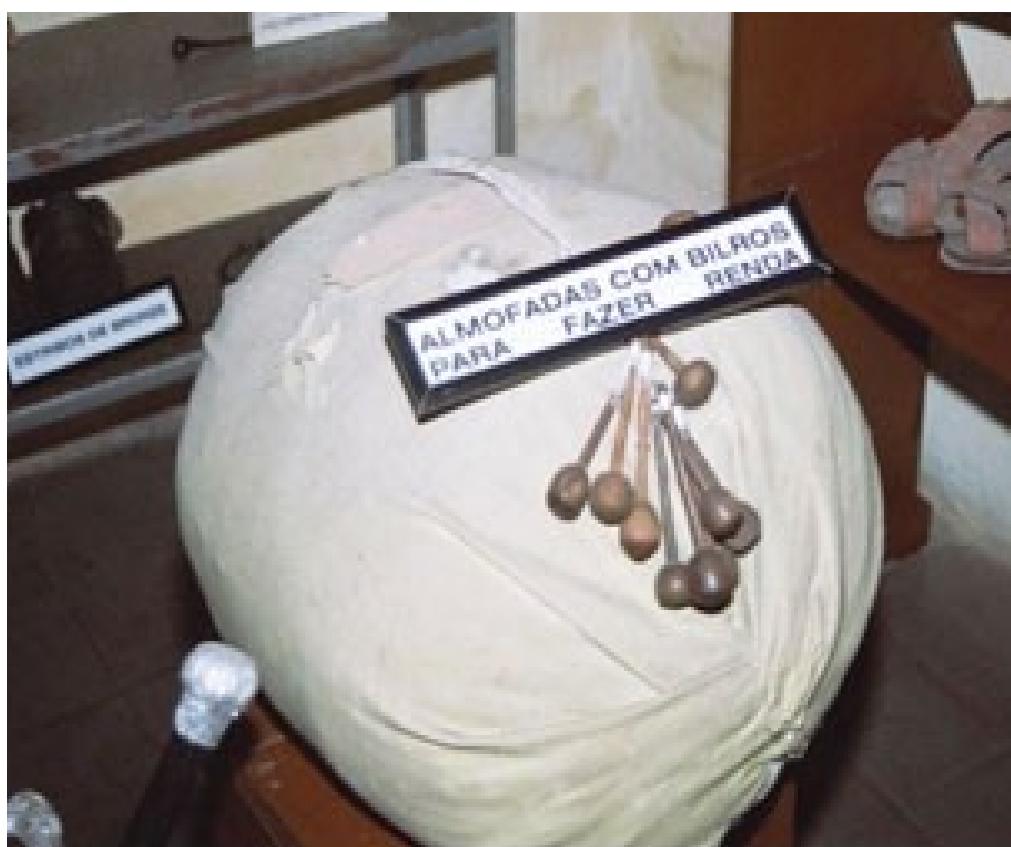


Figura 14. A almofada. Fonte: <http://www.nordesterural.com.br/nordesterural/matler.asp?newsId=3988>. Acesso 10/07/2012.

Ainda sobre as almofadas, Girão (1984, p. 9) assinala que

(...) as de melhor qualidade são feitas de algodãozinho encorpado, medem mais de 80cm de largura, 15 a 30cm de diâmetro, e suas extremidades são cosidas, formam um cilindro oco. Na orla do pano fazem-se duas bainhas, em cada uma das quais se introduz um cordão grosso, que serve para franzi-las. As porções franzidas recebem o nome de *cabeceira*. Estes sacos estão cheios de capim, palhas de bananeiras. Os pequenos orifícios situados nas cabeceiras, chamados *ouvidos*, servem de depósito para os bilros excedentes, novelos de linha, tesoura etc.

Ferramenta fundamental para a realização da renda, os bilros são usados para enrolar a linha, são sempre enrolados em pares, é importante não enrolar muito fios, e sempre dar um meio ponto para não desenrolar o fio, vale ressaltar que para cada tipo de renda tem um número específico de bilros.

Encontramos bilros de todos os tipos de materiais, madeira, plástico, os mais antigos são segundo Dawson (1984) os mais macios para trabalhar, contudo não são facilmente encontrados, pois algumas pessoas colecionam o que eleva e muito o preço dos mesmos, e nesse caso o mais viável é apelar para os fabricados em madeira, muito usados atualmente.

Os bilros são constituídos por pequenas hastas de madeira, cilíndricas e terminadas, em uma das extremidades, por uma esfera. Medem aproximadamente entre 12cm e 17cm, podem ser inteiros (de uma só peça), como também de duas peças (cabeça e corpo), que são atualmente mais comuns, mais usados. Vejamos a figura 15 a seguir onde destacamos os fios enrolados na canela dos bilros e os bilros de duas peças.



Figura 15. Bilros com fios enrolados na canela. Fonte:
<http://www.overmundo.com.br/overblog/tradicao-e-renovacao-da-renda-de-bilro>. Acesso 02/07/2012.

Dedilhando sobre o tema, encontramos os fios, que são também parte integrante do processo de produção de renda de bilro. Eles são previamente enrolados na canela nos bilros (observemos na figura 15 anterior), que desempenha o papel de uma bobina. Para essa operação, as rendeiras dispõem de uma laçada, bem particular, que termina o enrolamento possibilitando à obreira soltar a linha, quantas vezes forem preciso. (GIRÃO, 1984).

O papelão é considerado mais uma dessas ferramentas que são de extrema necessidade para o desenvolvimento dessa arte. Em Portugal é chamado de *pique*, assim como em muitos estados do Brasil. Ao traçar a renda, dizem que a rendeira está a picar o papelão.

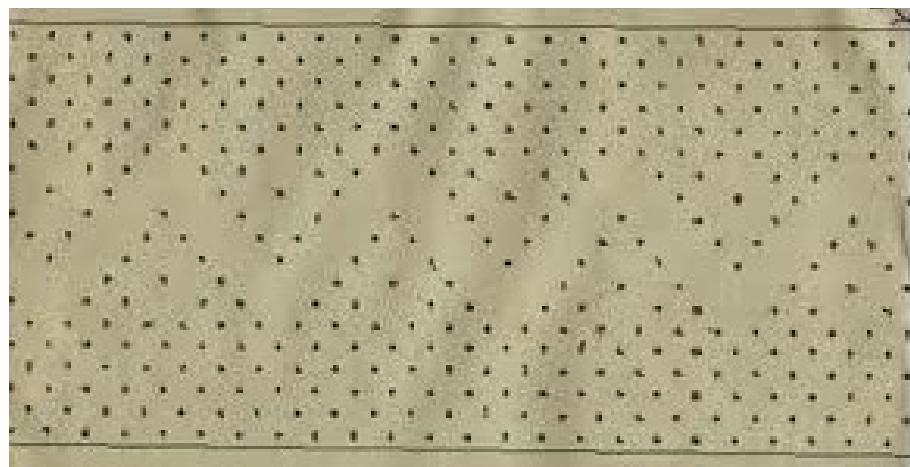


Figura 16. O papelão. Fonte: <http://aracne-aracne.blogspot.com.br/2009/11/renda-de-bilros.html>.
Acesso 03/07/2012

Este papelão é um papel grosso, perfurado com o modelo de renda imaginado para a execução. É comum algumas rendeiras se valerem de caixas de sapatos, caixas de papelão para transformarem em seu cartão perfurado com a renda a ser confeccionada, o importante para elas é que esse modelo de renda esteja em papel duro de pelo menos 1mm de espessura. Porém, o tamanho do papelão a ser usado pela rendeira varia de acordo com o tipo de renda que ela deseja fazer. Os mais comuns medem cerca de 20cm a 40cm de comprimento, havendo alguns que chegam a contornar a almofada.

Com relação aos alfinetes e espinhos Girão (1984) assegura que esses instrumentos são essenciais para que a rendeira possa prender a porção da renda

recém-feita ao papelão. Ela usa alfinetes ou longos espinhos que no Ceará são retirados do xique-xique ou do mandacaru.

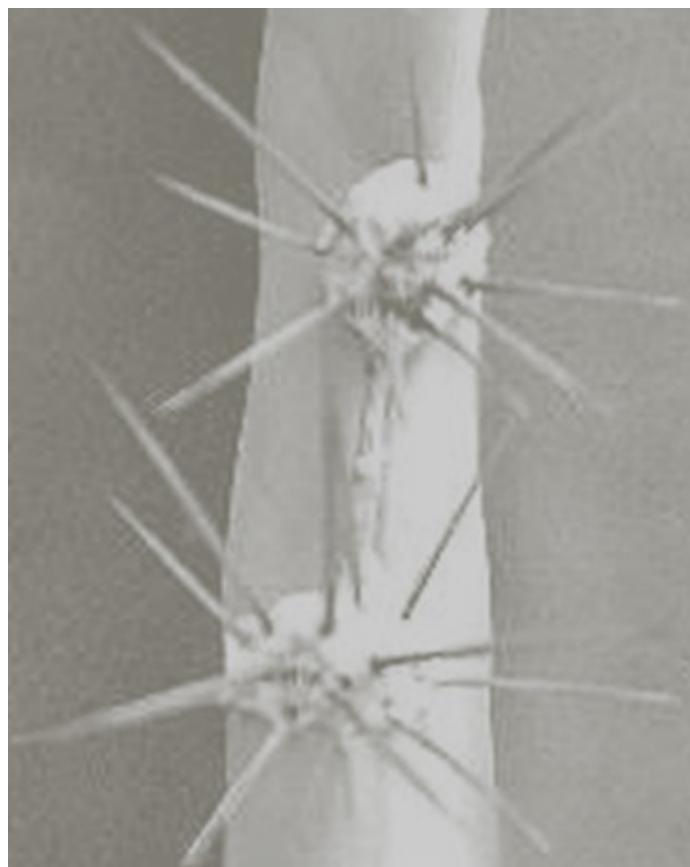


Figura 16 Espinhos de mandacaru. Fonte: <http://edfotos.fotosblogue.com/68950/ESPINHOS-DE-MANDACARU-CLICK-NA-FOTO>. Acesso 03/07/2012.

Nessa construção eles vão sendo colocados sucessivamente nos furos dos desenhos. A esse respeito Dawson (1984) ressalta que nada é muito difícil quando se aprende ‘*como fazer*’ e que fazer renda é fácil, desde que se disponha de tempo e muita força de vontade para adentrar nesta arte antiga, ainda enfatiza que o ideal é aprender diretamente com uma pessoa que tenha experiência.

A autora ainda em sua obra *Renda de bilros para principiantes* (DAWSON, 1984), assegura que a melhor maneira de aprender é estudar a execução de pelo menos os três pontos considerados básicos *ponto inteiro, meio ponto e ponto trançado*.

Vale dizer que essa nomeação dada pela autora é observada por ela na prática das rendeiras em Londres, mas que aqui no Brasil, precisamente na Comunidade de Prainha, Iguape e Flecheiras, no litoral do Ceará, os pontos mais comuns são o *trocado, a trança e a barata*.

As figuras a seguir 18, 19 e 20 estão relacionadas aos pontos citados pela autora Dawson (1984).

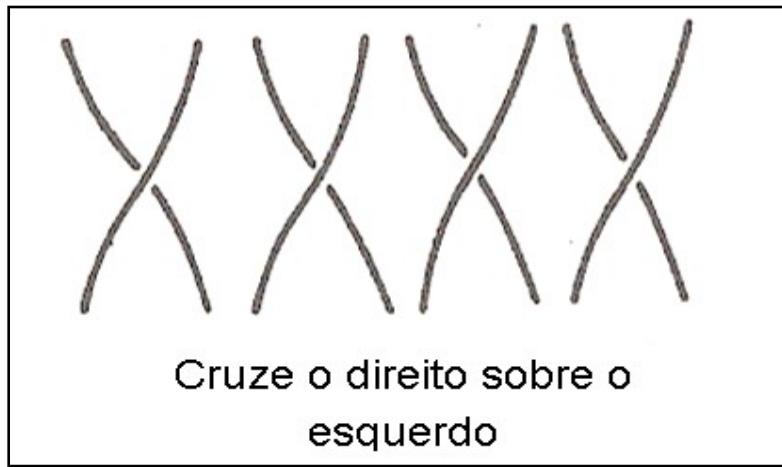


Figura 18. *Meio Ponto*. Fonte: Dawson (1984, p.30)

Observando a figura 18 anterior a autora nos ensina a cruzar o bilro direito sobre o esquerdo para iniciar a confecção da renda, e apresentar o uso dos pontos, o meio ponto. Contudo, podemos observar um padrão recorrente no movimento dos bilros e analisando à luz da matemática, percebemos imediatamente um padrão de simetria que se desloca no plano, e se repete em cada movimento que se segue, e nos apresenta uma isometria no plano que denominamos movimento de translação.

A figura 19 apresenta um modelo proposta pela autora, referente ao ponto inteiro, ou a uma passada. Observamos os movimentos dos bilros no trançado dos pontos.

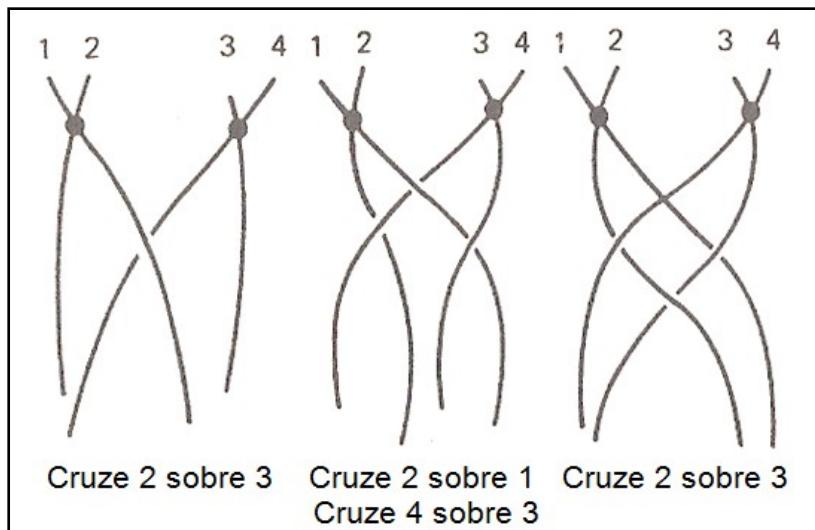


Figura 18. *Ponto Inteiro, uma passada*. Fonte: Dawson (1984, p. 30).

Analisando a figura 19 observamos que a mesma não apresenta padrões de simetria, pois os movimentos realizados para dar uma passada completa foram diferentes. Tivemos mais movimentos, pois para fazer o ponto inteiro, é preciso cruzar o bilro 2 sobre o bilro 3, depois cruzar o bilro 2 sobre o bilro 1, e cruzar o bilro 4 sobre o bilro 3, 3 por fim, cruzar o bilro 2 sobre o bilro 3 e, assim, completar a laçada.

Contudo, após completar a laçada, toda a renda de bilro que seguir esse padrão apresentará padrões de simetria recorrentes que mais adiante constataremos, por exemplo, na figura 20.

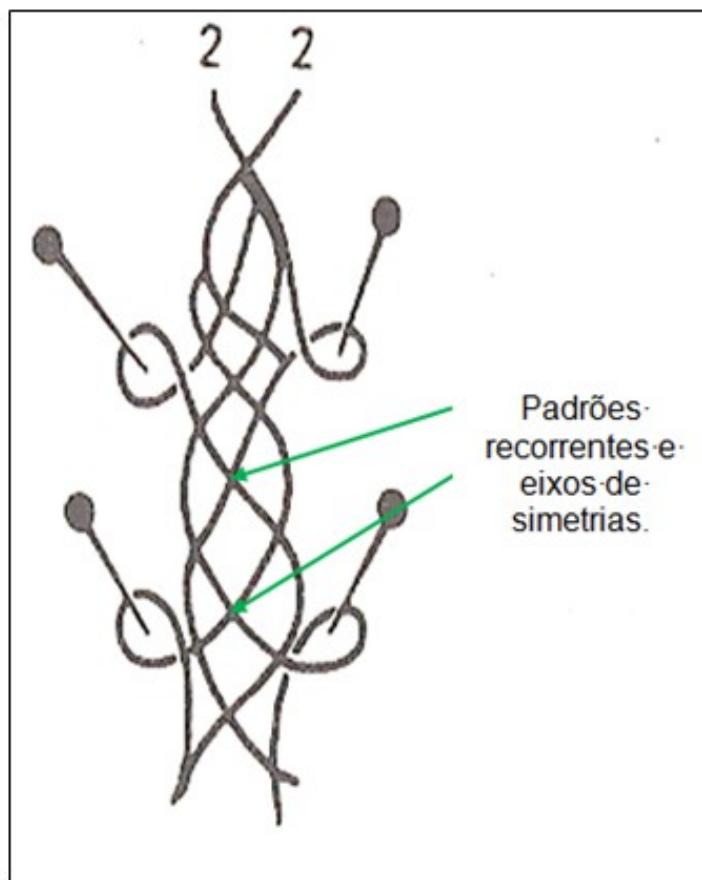


Figura 20. *Ponto Trançado com picotes*. Fonte: Dawson (1984, p. 31)

Observando o entrelaçar dos fios, a autora Dawson (1984) nos apresenta o *passo a passo* do ‘fazer’ a renda de bilro, desde a construção das ferramentas até o produto final – a renda.

Dessa forma, nos possibilitou compreender as relações que ela estabelece entre a criação da renda de bilro e o seu modelo para iniciantes. Dessa forma, os pontos detalhados estarão definidos e apresentados na figura 21 a seguir.

Nessa compreensão, a figura 21 foi elaborada com os três pontos básicos. Observemos o *fazer* no produto final da renda de bilro.

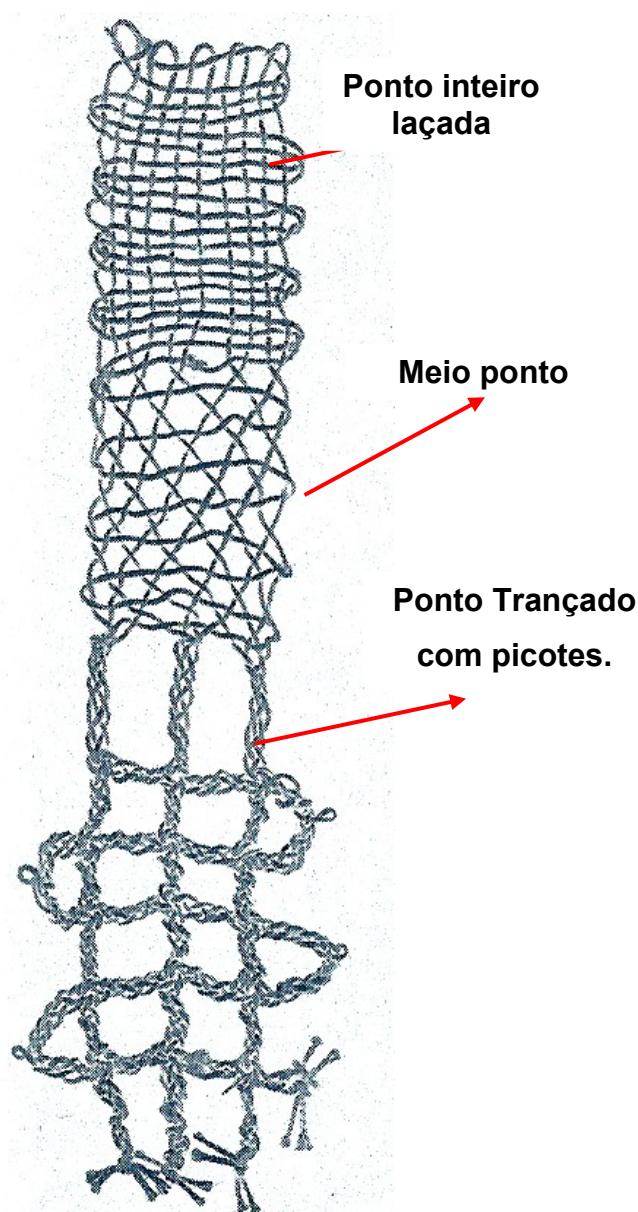


Figura 21. Renda feita com os três pontos básicos. Fonte: Dawson (1984, p. 29)

Analisamos a figura 21 da renda de bilro e percebermos os pontos básicos que foram necessários para sua elaboração. Em seguida observarmos a figura 22 a seguir que apresenta o molde da renda de bilro exposta na figura 21. A observação

do molde nos possibilita a visualização matemática de conceitos que queremos apresentar por meio das rendas de bilro.

Lancemos nosso olhar na figura 22 que apresenta o molde 1 da renda de bilro (DAWSON, 1984).

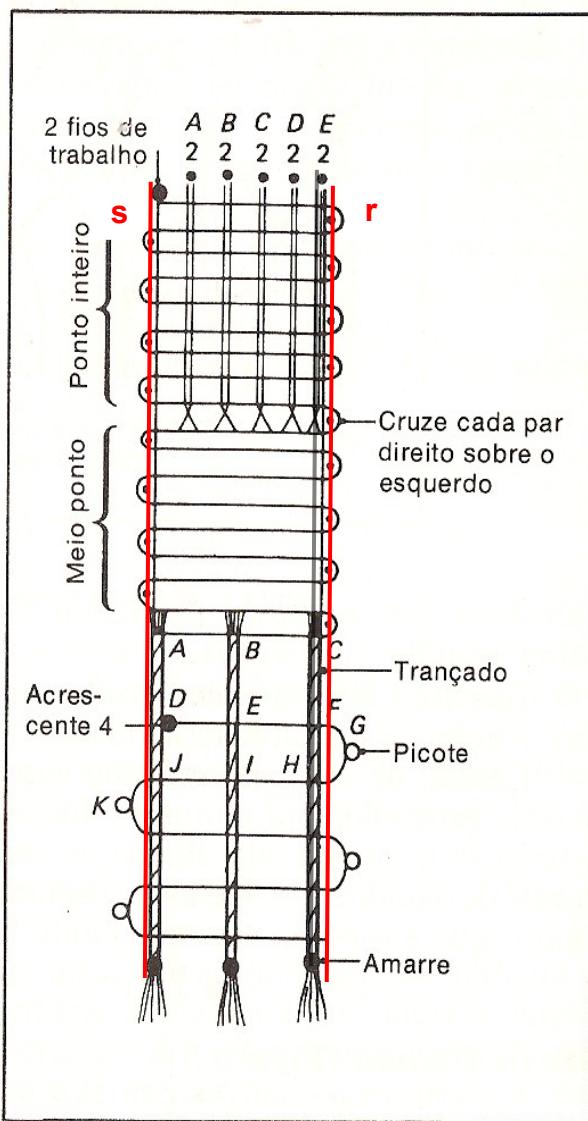


Figura 22. Molde 1: Renda feita com os três pontos básicos. Fonte: Dawson (1984, p. 29)

A figura 22 é um molde, como já dito, a partir da figura 21 que apresenta os três pontos básicos. Segundo Dawson (1984), na renda de bilro construída foram usados três pontos básicos, que são o *meio ponto*, o *ponto inteiro* e *trançado com picotes*. Tal molde, apresenta padrões de simetria e alguns movimentos de translação, além de observarmos que esses pontos se configuram entre as retas **r** e **s** paralelas destacadas em vermelho na figura 22.

Ressaltamos esse olhar matemático, pois em nossas atividades buscaremos sempre este entrelaçamento, renda de bilro e a Matemática. Todavia, para iniciar a elaboração da renda de bilro é preciso primeiramente fazer um molde no papelão e é sobre esse tema que trataremos a seguir.

2.6.1 Modo de preparar o papelão

O papelão é cortado em tiras, é necessário *picar*¹⁶ ou *pinicar* o papelão, o que significa passar para o cartão o desenho da renda que deseja realizar. Coloca-se o modelo da renda sobre o papelão, e com uma agulha incrustada em uma haste de madeira, ou uma esferográfica vazia vai de desenhando a renda no papelão por meio de furos no cartão, esses furos são feitos com uma agulha ou um furador apropriado seguindo-se sempre os pontos da renda.

Os desenhos no papelão são feitos de lápis ou canetas, e esses modelos uma vez picados, ou pinicados, são bem guardados pelas rendeiras, assim como suas amostras de rendas, ou seja, é um trabalho que pode ser recorrente dependendo da necessidade das rendeiras de bilro.



Figura 23. O papelão pinicado. Esquema ou pique.
Fonte: <http://trajesdeportugal.blogspot.com.br/2007/01/arte-da-renda-de-bilros.html>. Acesso 02/07/2012.

O ato de ‘fazer’ acontece quando o papelão está com o modelo da renda pronto, ou seja, o desenho traçado as linhas e picado, que é colocado na almofada

¹⁶ Quem pica ou pinica o papelão é uma rendeira denominada pelas outras de pinicadeira.(Prainha-Aquiraz, 2010).

pela rendeira preso por quatro alfinetes ou espinhos de mandacaru, os bilros são cheios, o número de bilros usados em cada renda varia pelo modelo a ser executado. Com esse processo dar-se início a confecção das rendas que consiste em *cruzar os bilros*, torcendo-os e imprimindo-lhes *movimentos de rotação*, entre o polegar e o indicador, fazendo-os passar de um em um sobre os outros.

Esse movimento vai seguindo os furos no papelão até alcançar os últimos furos que é logo repetida tantas vezes forem necessários. Outra operação comum no processo do fazer renda de bilro, é o *levantar o papelão*, como o papelão mede aproximadamente de 20cm a 40cm é comum a rendeira precisar levantar o papelão para reiniciar a renda.

2.6.2 Desenrolando os pontos: *a finura do ofício*

A renda de bilro, renda da terra, renda do norte, renda do Ceará, é a mesma tradicional renda de almofada, que varia no nome, mas as ferramentas de execução são as mesmas, e da mesma forma, mas variam as tipologias de região para região.

Para Girão (1984, p. 13) as mais comuns são:

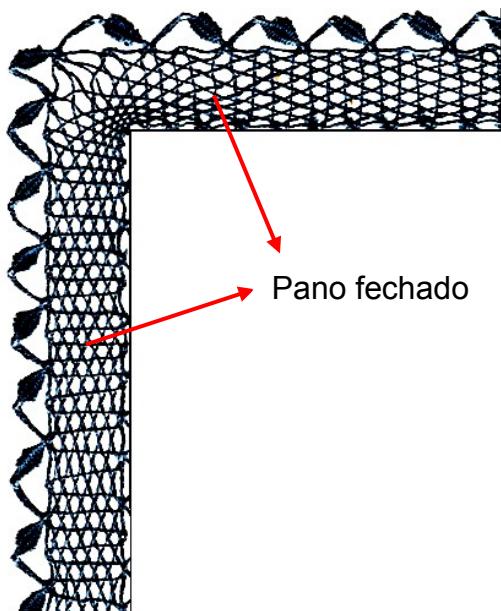
renda- o entremeio com duas ourelas, que se destinam a ligar um tecido ao outro, ao mesmo tempo com finalidades ornamentais. (...) entremeio no Sul do País e, *apegamento*, em Santa Catarina, é o *entre-deux* dos franceses; *bico* – renda que tem ourela de um só lado e ponta no outro e recebe dos sulistas a denominação de *ponta*; *aplicação* – “*pilica*” entre as rendeiras cearenses, serve, como bordado, para o preparo de colchas, toalhas e trabalhos menores; *toalhinhas*, *paninhos*, *golas*, *matames*, *gregas*, *galões*, etc.

No que se refere aos tipos de *pontos*, toda renda tem um ponto inicial, como por exemplo, o *trocado*, ponto que Girão (1984) destaca em seu catálogo e que forma uma combinação dos movimentos dos bilros, origina-se de uma variedade de cruzados e torcidos conhecidos como pontos, *formados pela trança, traça, tijolo, búzio, aranha, pano-fechado, pano-aberto*. (GIRAO, 1984).

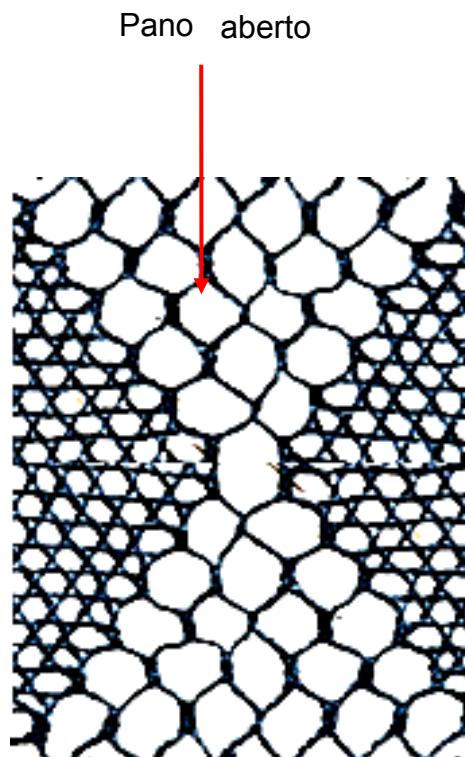
Um dos pontos mais comuns em todo o país e também em Portugal, é a *trança*, também conhecida no Ceará como *ponto-de-espinho*. Em seguida temos a *traça*, um ponto muito difundido original de Gênova na Itália, e está sempre presente nas rendas de mais qualidade, tanto no Nordeste como em outras regiões do País e também no exterior.

É preciso esclarecer que no Ceará, *traça* é o mesmo que *barata*, ponto encontrado em quase todas as rendas desse estado, seja em toalhas, toalhinhas, vestidos, blusas etc.

Quanto ao *pano-fechado ou pano-aberto*, é feito trocando ou cruzando os bilros, os fios se entrelaçam, formando um tecido, o mais compacto, é o pano-fechado, o mais aberto, apresenta o tecido mais aberto, formado pelo *meio-ponto*. Tanto um como outro variam de nome de acordo com o local, mesmo no Ceará o *pano-fechado* pode ser chamado, por exemplo, de *paninho-corrido*, e segundo Girão (1984) em Santa Catarina, pode ser encontrado como *tramóia*. Vejamos as figuras 24 e 25 representando o tipo de pano indicados por Girão (1984).



Figuras 24. Parte da borda de uma toalha.



Figuras 25. Parte do meio de uma toalha.

Figuras 24 e 25. Fonte: Prainha-Aquiraz-Ceará (2010).

O *pano-aberto*, também conhecido no Ceará como *pano-meio-trocado*, também é conhecido igualmente em Portugal como *pano-aberto*. Encontramos uma nomenclatura bem interessante em Santa Catariana, onde ele é chamado de *favo-de-abelha*, nesse mesmo sentido vem o nome *esteirinha* no estado do Rio de

Janeiro, dentre outros nomes em outros países e estados do Brasil, como *point de filet*, França, *fondo reticella*, na Itália.

Um dos pontos também mais comuns no Ceará está o *cordão*, que também pode ser conhecido como *bordão ou rengalho*, este fio que na maioria das vezes é de seda ou algodão Mercerizado serve para formar desenhos, que podem ser: as gregas, linhas sinuosas, desenhos geométricos. Fora do Brasil ele pode ser conhecido como guião, fita-do-pé, ou torçal, *bourdon* e também *filettatura*.

Como podemos ver nossa renda de bilro tem qualidade, e no dizer de Girão (1984, p. 14,), as amostras de renda existentes em nossa coleção desmentem, de maneira cabal, a afirmação corriqueira e errônea de que a renda brasileira é de tipo grosseira.

Nesse sentido dentre os tipos de retículas temos o *filó*, como é conhecido no Ceará *ponto-de-ló, ló, ou carreira-de-ló*, que são malhas hexagonais usadas como fundo ao modelo de renda de bilro, são bem finas, essas malhas, podem ser comparadas ao *tulle* europeu.

Outro ponto que recebe destaque ao fundo das rendas, é a sucessão de trocados, presos com espinhos formando malhas quadrangulares, que são conhecidos no Ceará como *carreira* e pode ser aberta ou fechada.

Esses pontos citados atualmente no Ceará não recebem destaque das rendeiras, elas usam mais a *trança, trocado, barata, pano*, já apresentados anteriormente, se perguntamos a elas sobre os pontos que elas usam em suas rendas são esses que estão em evidência.

As terminologias são relevantes, mas não muito necessárias as rendeiras, pois elas sabem exatamente o modelo de renda que querem fazer e como querem fazer. Mas no sentido folclórico e cultural dessa prática artesã, existe a necessidade de nominá-las para caracterizá-las por estado, região, lócus.

Muitas vezes, os nomes atribuídos são em homenagem ao local originário da rendeira, como por exemplo, Girão (1984) destaca que o modelo *tripa-de-porco*, é um destaque para um alinha no centro da renda, o losango, no centro da mesma, formado por um tecido hexagonal que sugestiona uma denominação de *urupemba*, utensílio doméstico usado no interior cearense.

De Itapipoca, interior do estado do Ceará, temos uma amostra de renda com esse nome. Temos o bico *Maranguape*, originário desse município, em Mucuripe, em homenagem a praia cearense, tem o bico *volta-do-mucuripe*.

O resultado dessas nomenclaturas se dá pela disseminação natural da renda de bilro no Brasil, transportada de um lugar a outro, foi sofrendo modificações de modelo e, principalmente, de nome. No interior do Ceará, destaque para Limoeiro do Norte, encontramos um tipo de *bico* chamado *farinha-seca*, fácil e rápido de fazer, por ser estreito.

Assim, seja no Norte ou no Sul, temos uma imensidão de denominações para os modelos de rendas de bilro, algumas são descritivas, outras arbitrárias e outras pitorescas, mas todas bem comuns a todas as rendeiras. Contudo, embora tenhamos renda de bilro em todos os estados de nosso país, mas os maiores centros rendíferos estão nos estados nordestinos, com um destaque maior para o estado do Ceará, assinala Girão (1984).

A renda de bilro, como já delineamos para sua execução precisa de algumas ferramentas e procedimentos dentre esses destacamos a almofada cilíndrica, o papelão com o modelo pinicado, as linhas (de crochê), os bilros de madeira ou plástico, os alfinetes ou espinhos de mandacaru, e uma boa rendeira para dar a renda de bilro para dar finura no trabalho final.

Como podemos perceber os instrumentos são de fácil aquisição, e as rendeiras são quem confeccionam suas próprias almofadas. Contudo, essa arte tem uma organização insipiente, percebemos a desinformação acerca da comercialização, a falta de uma visão empreendedora, a limitação do comércio que é mais local, ausência de marketing, bem como é perceptível o descaso e desvalorização por parte das autoridades, em geral.

Portanto, hoje não é tão fácil a rendeira de bilro, viver dessa arte, muitas ainda persistem no ofício, mas encontram muitas dificuldades, pois podemos dizer que essa arte encontra-se quase em decadênciac, porque a rendeira tem de comprar um fio muito caro e, ainda, gasta muito tempo fazendo, pois o fazer renda é moroso, e além disso, quando ela apronta a renda tem um lucro mínimo. Sendo assim, algumas velhas rendeiras estão abandonando a renda de bilro para se dedicarem ao bordado na máquina.

Contudo as rendeiras que persistem estão fazendo modelos mais fáceis, às vezes mais grosseiros, e se não houver uma preocupação das autoridades em preservar essa arte manual secular belíssima, a mesma aos poucos pode extinguir-se. Mas, como enfatizamos a pouco, é uma arte belíssima e não pode ser esquecida, desvalorizada, e as rendeiras de bilro precisam de apoio para continuar

disseminando essa arte, dando curso as gerações mais novas para que a arte continue.

Nesse sentido, esperamos que esse trabalho possa voltar o olhar das autoridades para essa prática cultural não apenas como uma arte manual de subsistência familiar, mas como um patrimônio cultural que pode ser usado como suporte pedagógico para o ensino de matemática.

Toda via, é importante que entendamos o modo de fazer a renda de bilro, e possamos nos aproximar um pouco dessa prática sociocultural e histórica.

2.6.3 O fazer da rendeira na prática: *passo a passo*

Para as rendeiras, no Brasil, especificamente, no Ceará, o exemplo trata de um modelo de bico, mas para Dawson (1984), trata de uma *Barra em estilo Cluny*, assim, vamos acompanhar o passo de sua confecção de acordo com a autora.

Inicialmente é preciso fazer furos no molde, que é o exemplo para treinamento para a confecção da renda. Dessa forma, enrole 20 bilros em pares com fio de algodão de crochê nº. 20.

Segundo Dawson (1984, p. 34 e 35), começamos pela esquerda, ligando um par de bilros a cada uma das 4 posições indicadas. Pegamos o par de trabalho, e fazemos um ponto inteiro com o primeiro par passivo, torçamos uma vez, e façamos um ponto inteiro com o segundo e terceiro pares, torcendo uma vez entre eles.

A autora indica que coloquemos um alfinete (no Brasil, especificamente, no Ceará, coloca-se um espinho de mandacaru) em A, façamos outro ponto inteiro, para trabalharmos com o segundo e terceiro pares passivos. Façamos uma virada em B e sigamos da mesma forma até C. coloquemos um alfinete para esperarmos o próximo passo. Prendamos 4 bilros em D – trancemos 3, e devemos por um alfinete em E. Prenda mais 4 bilros em E, trancemos 3, e juntemos aos 2 bilros que estamos trabalhando em C. isso é feito executando-se um ponto inteiro com os 2 fios de trabalho e os 4 bilros trançado. Assim, coloquemos um alfinete; e façamos outro ponto inteiro.

Continuemos trabalhando o canto esquierdo com 2 fios de trabalho, indo para trás e para frente através dos bilros passivos, e unindo-os aos trançados da direita. Façamos 3 trançados de E a F, e 3 trançados de C a F. devemos cruzar o trançado, e fazer 3 trançados de F a G, para colocarmos um alfinete e deixemos de lado. Trancemos 3 e deixemos um alfinete em H. no recorte ondulado da direita, vamos

prender 2 bilros que serão os passivos da barra em I, e mais 2 bilros de trabalho em J.

Continuando o processo, façamos um ponto inteiro com os fios de trabalho de J sobre o par de I. torça os fios trabalhando uma vez. Tiremos o alfinete de G; faça um ponto inteiro com os fios de trançado abertos – 2 de cada vez. Recoloquemos o alfinete de G, e façamos um ponto inteiro para trás cruzando os 4 fios.

Torcemos uma vez, e façamos um ponto inteiro sobre o par do canto, coloquemos um alfinete e executemos um ponto inteiro. Segundo, torcemos uma vez; para trabalharmos no sentido contrário ao do recorte até K, assim, vamos por um alfinete em K, para fazermos um ponto inteiro até o canto e voltemos da mesma maneira até o centro.

Então, torçamos os fios de trabalho 3 vezes, e façamos um ponto inteiro em H, torçamos duas vezes, devemos unir os fios de trabalho internos com um ponto inteiro em L. Torçamos duas vezes e façamos outro ponto inteiro em H. Torçamos 3 vezes e continuemos trabalhando em pontos inteiros, cruzando a barra recortada até a borda e voltando ao centro, indo outra vez à borda e retornando a N.

Façamos um ponto inteiro, coloquemos um alfinete; os fios de trabalho voltam à borda externa, mas os fios do recorte em pontos inteiros formam um trançado de 3 até M.

A seguir devemos cruzar o trançado em M, com o trançado de 3 em H. Façamos 4 trançados, e coloquemos um alfinete em P; com os outros 4 bilros, façamos um trançado de 3 de M e O, e de O a P.

Dado essas informações, *passo a passo* a autora encerra o molde, e aconselha ao aprendiz que repita o mesmo desenho em torno do canto e faça tantos recortes quantos forem necessários entre os cantos.

Os 4 fios de um trançado são, frequentemente, abertos dessa maneira para formar recortes ondulados. Os 3 pares de bilros passivos formam uma borda agradável e firme, em linha reta, chamada às vezes de “*cabeça*” da renda. (DAWSON, 1984).

Assim, encerramos essa lição passada pela autora em sua obra renda de Bilro para principiantes, assinalando que como ela mesmo enfatiza que para aprender é preciso se dispor de tempo e muita força de vontade.

Os pontos ora construídos no *passo a passo*, foram destacados por Dawson (1984) como pontos básicos para que iniciantes possam fazê-la com habilidades mínimas.

Ainda, sobre os pontos, detalhados, são a representação da renda da figura 24 e resulta no molde representado na figura 25 a seguir, ambas apresentadas como exemplo para quem deseja aprender a arte da criação das rendas de bilro e deseja ser um rendeiro, ou uma rendeira, ou mesmo compreender esse fazer com outras pretensões como são as nossas, a de relacionar a renda de bilro com a Matemática.

Nesse sentido, as figuras 26 e 27 da renda de bilro e o desenho do molde da mesma, elaborados por Dawson (1984) representam o passo a passo descrito pela autora.

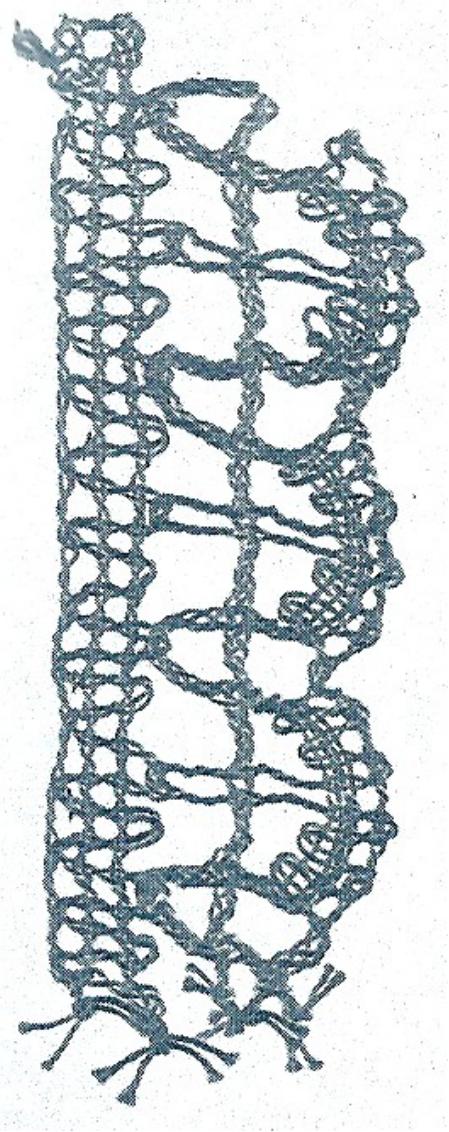


Figura 26. A Barra em estilo Cluny. Fonte: Dawson (1984, p. 35)

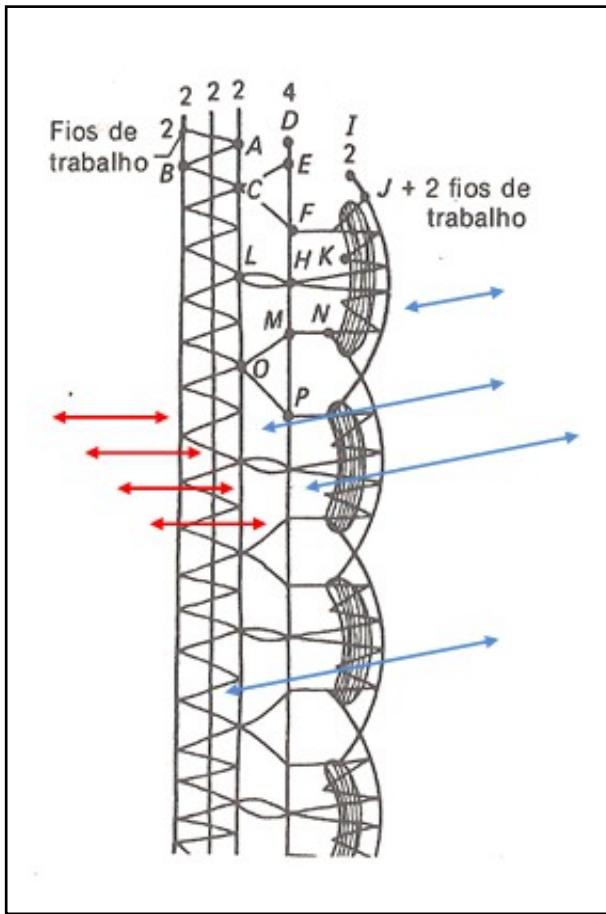


Figura 27. O molde: treinamento de Barra em estilo Cluny. Fonte: Dawson (1984, p. 35)

É interessante que logo de início estabeleçamos as relações da renda feita com o molde para treinamento, pois possibilita-nos de imediato um olhar investigador nas formas, movimentos e trançados. Observemos que as setas vermelhas apontam na figura 27 uma sequencia de retas paralelas que podemos explorar e matematizar na sala de aula. A figura 26 que deu origem a figura 27, essas formas não estão definidas, porém o nosso pensamento matemático lançado a figura 26 é que nos permite visualizar a Matemática que queremos construir.

Na figura 27 as setas azuis indicam alguns dos padrões simétricos que vão aparecendo no molde de treinamento da figura.

Vejamos mais detalhadamente na figura 28 a seguir a qual colocamos de forma horizontal para mostrarmos os padrões simétricos que vamos descobrindo e que mais adiante exploraremos matematicamente em outras figuras.

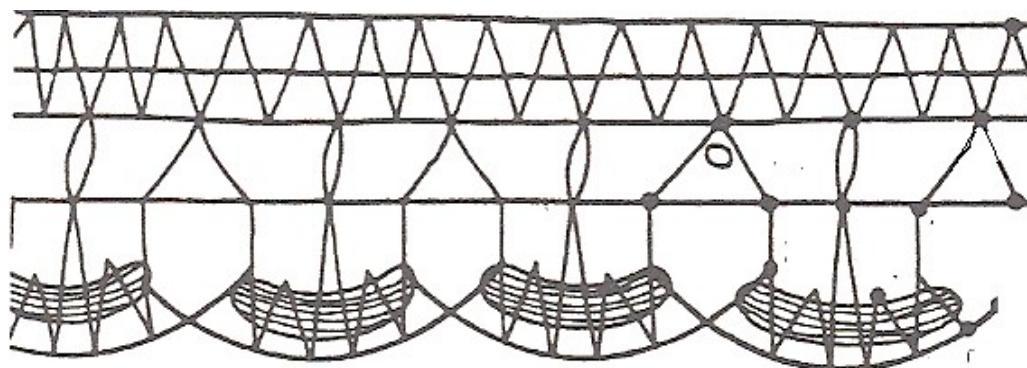


Figura 28. Forma horizontal da figura 26. Fonte:Dawson (1984, p. 35).

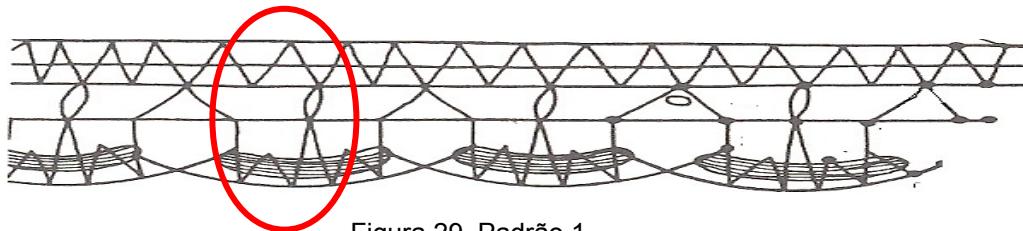


Figura 29. Padrão 1.

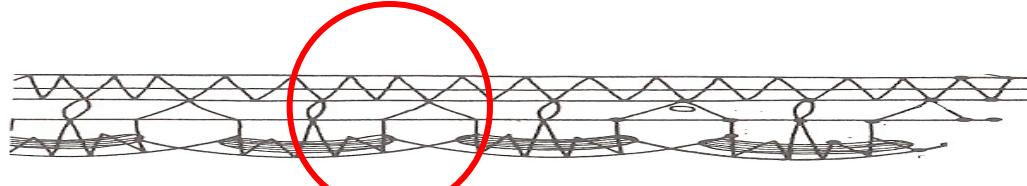


Figura 30. Padrão 2.

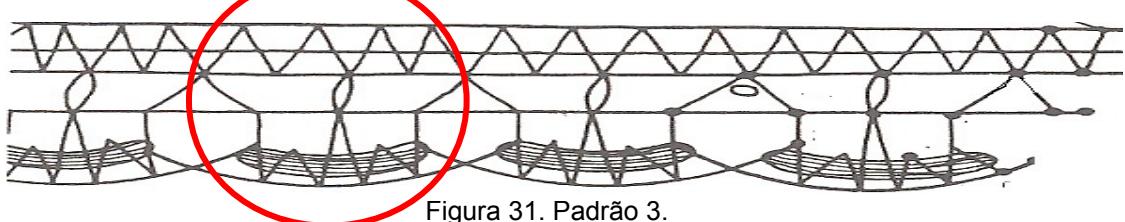


Figura 31. Padrão 3.

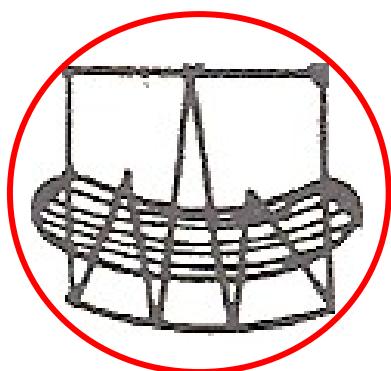


Figura 32. Padrão 4.

Como enfatizamos inicialmente os padrões destacados a partir da figura 27 é para pensarmos matematicamente nos padrões simétricos que podemos construir com um olhar matemático sobre as rendas de bilro. Para fundamentar nosso trabalho nos apoiamos em Mendes (2008, p. 30) assegura que

O que distingue o pensamento matemático elementar do pensamento matemático avançado é o grau de complexidade de cada um deles e o modo como lidamos com essa complexidade. Uma das maneiras de se evidenciar esses graus de complexidade do pensamento matemático está nos modos de representar esse pensamento: as representações mental e simbólica.

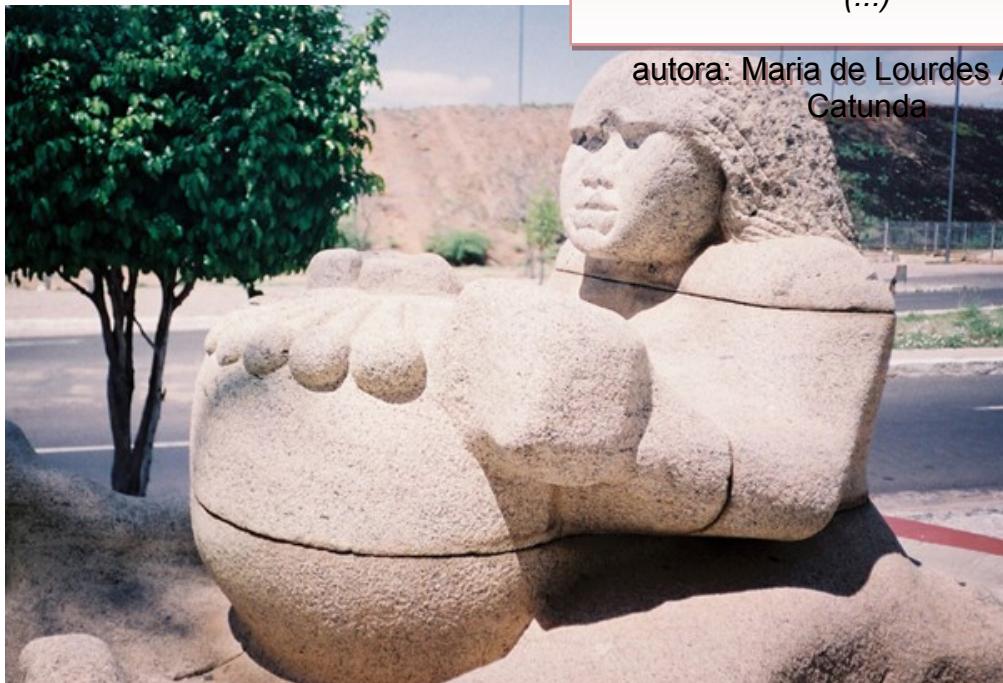
No próximo tópico esses entrelaçamentos de temas que interligam áreas diversas de conhecimentos que contribuem e muito para a construção do objeto de tese e estarão mais detalhados. Desse modo, na próxima seção apresentamos a relação da criação das rendas de bilro com a Matemática escolar.

*Debruçada na almofada,
sentadinha na cadeira.
Tecendo com mãos de fada,
entretinha-se a rendeira.*

*O que era fios de linha,
aos poucos se transformava.
Nas mãos daquela rendeira,
que em seu ofício encantava.*

*Entre o canto e o bailado,
dos bilros manipulados,
espetava firme o alfinete
num papel bem desenhado.
(...)*

autora: Maria de Lourdes Aragão
Catunda



Fonte: http://serrotedourubu.blogspot.com.br/2011_05_01_archive.html

3

O TRANÇADO DAS FORMAS NA RENDA E NA CULTURA MATEMÁTICA ESCOLAR

Nos trançados anteriores foi possível retratar e situar historicamente a arte das rendas de bilro, bem como analisar por meio de fontes literárias sua origem, disseminação, comercialização, ressalvando a relevância da aprendizagem e continuidade da mesma pelas gerações mais jovens.

3.1 Análise histórica das rendas de bilro

Assim, aprofundamos e fundamentamos esse trançado, procurando contemplar os objetivos e confrontar as questões, pois a partir daqui trataremos dos modelos catalogados pela professora. Girão (1984), e pela autora Dawson (1984), assim, pretendemos fazer conexões dos padrões encontrados em suas obras com alguns conteúdos matemáticos, em destaque os conteúdos de Geometria, formas geométricas, Simetria, Isometria, área, perímetro, entre outros, a serem alinhavados pela renda de bilro.

E, assim, provocar os intelectuais de outras áreas a lançarem um olhar acerca das possibilidades diversas de aplicação que permeiam essa prática, olhando-a como uma prática sociocultural e histórica que pedagogicamente usada se apresentou como um suporte pedagógico que nos despertou para o aprendizado mais significativo de alguns conteúdos matemáticos da educação básica.

Nesse sentido, desenvolvemos um trabalho subsidiados pelo processo de construção de matemática e cultura, por considerar que essas relações podem facilitar nessa construção. (DANTAS, 1987).

Nesse sentido, o tópico a seguir retrata a visão de alguns teóricos tecendo acerca da renda de bilro e, propomos e correlação com a matemática cultural.

3.2 Breve enlace de identidade e cultura

De acordo com Woodward (2011) para entender como a identidade funciona, é preciso conceitua-la e dividi-la em suas diferentes dimensões, ou seja, a identidade de quem pertence e de quem não pertence a um determinado grupo. Os critérios para definir esse pertencimento são variados, desde a raça, ao simples uso de um determinado produto. Assim, a autora define que

a identidade é, na verdade, relacional, e a diferença é estabelecida por uma *marcação simbólica* relativamente a outras identidades (na afirmação das identidades nacionais, por exemplo, os sistemas representacionais que marcam a diferença podem incluir um uniforme, uma bandeira nacional, ou mesmo os cigarros que são fumados). (WOODWARD, 2011, p. 13-14).

A identidade também está intrinsecamente ligada às condições sociais e materiais, bem como, o nível psíquico, pois tratam de dimensões juntamente com a simbólica, necessárias para uma completa conceitualização da identidade, e

facilitam o entendimento de como a identidade é formada e mantida. (WOODWARD, 2011).

Após essas informações é prudente a discussão acerca do lugar da identidade no “círculo da cultura”. Assim, a cultura molda a identidade ao dar sentido à experiência e ao tornar possível optar, entre as várias identidades, por um modo específico de subjetividade, que leva a convergência de culturas e estilos de vida nas sociedades.

Com esse entendimento, as identidades que são construídas pela cultura são contestadas sob formas particulares no mundo contemporâneo. Com isso, a afirmação das identidades exige uma autenticação, que segundo Woodward (2011) é feita por meio da reivindicação da história do grupo sociocultural em questão, que para autenticar essa identidade é necessário a descoberta de um passado supostamente comum. Assim, a construção de uma identidade passa por um passado possivelmente glorioso, mas que seja de acordo com Woodward (2011) “real”.

No que diz respeito à construção da identidade das rendeiras e da renda de bilro, com foco nos dizeres da autora, uma comunidade, ou grupo social que busca recuperar a “verdade” sobre seu passado, sua história, uma única história, assim, é preciso que esse grupo específico, venha se posicionar pela identidade, de reconstruir e de transformar as identidades históricas de um suposto passado comum, sempre considerando o grupo sociocultural em que está inserido.

Considerando o contexto cultural do grupo social das rendeiras, pode-se considerar o que a autora assinala que

A política de identidade não “é uma luta entre sujeitos naturais; é uma luta em favor da própria expressão da identidade, na qual permanecem abertas as possibilidades para valores políticos que podem validar tanto a diversidade quanto a solidariedade” (...) (WOODWARD, 2011, p. 38)

Algumas características são importantes na definição da identidade de um grupo, no caso das rendeiras de bilro, o que podemos descrever são: suas habilidades manuais, sua agilidade com os instrumentos de trabalho, como os bilros, a almofada, o pinicar do papelão, a criação de padrões recorrentes, a tipologia da arte além de ter como resultado desse trabalho uma arte sem igual.

Como uma identidade é uma construção em relação à outra, a rendeira de bilro, por exemplo, não usa agulha, o que a diferencia da renda de labirinto. Assim, segundo Silva (2011, p. 75) *a identidade depende da diferença, a diferença depende da identidade. Identidade e diferença são, pois, inseparáveis.*

Os grupos humanos têm sido permeados desde sempre pelas preocupações em se definir enquanto grupo cultural, assim como tem a necessidade de definir sua identidade, pois as duas dimensões se entrelaçam e se complementam na hora de entendermos em que grupo social um ou outro pertence.

Assim, segundo Santos (1986, p. 44-45)

Cultura é dimensão do processo social (...) é uma histórica construção, (...) cultura é um território bem atual das lutas sociais por um destino melhor, (...) cultura tem e diz respeito a todos os aspectos da vida social, e não se pode dizer que exista em um local e não em outro.

Assim, relacionando cultura, identidade e saberes, pode-se tecer que cultura é a dimensão da sociedade que inclui todo o saber num sentido ampliado e todas as maneiras como esse saber é expresso. Assim, ainda para finalizar cultura é uma dimensão dinâmica, criadora, fundamental nas sociedades atuais.

Nesses termos, identidade e cultura estão para a renda de bilro, assim como o saber está para a humanidade, são partes de um todo indissociáveis, tomando como apoio as linhas que tecem a história, o social e a cultura.

3.3 Alinhavando a matemática cultural na sala de aula

É comum encontrarmos nos dizeres de alguns teóricos como Mendes (2009), D'Ambrósio (2006), Gerdes (1991, 2010), Flores (2010), Flores e Wagner (2011), Rêgo (2006), dentre outros que estão imbricados na Educação Matemática, que a Matemática é parte da vida social e cultural de todo ser humano, e assinalam que todo saber matemático é construído a partir de conhecimentos ou fatos já conhecidos, cotidianos.

Conforme Kulesza et al (2006, p. 11) se a matemática é parte integrante da cultura e a aprendizagem se realiza a partir do já conhecido, então o saber cotidiano, a cultura popular, também precisam ser acionados na educação matemática.

De fato alguns teóricos da educação como Vygotski (1988), Bruner (1997) de igual modo fizeram essa relação da aprendizagem humana influenciada pela cultura,

que é possível entender nossa forma de ser, de agir como fatores que contribuem e interferem no desenvolvimento cognitivo do homem. Com isso é possível afirmar que o homem passa a ser produto da sua cultura e não da natureza e que adquire conhecimentos por meio da internalização de significados socialmente compartilhados.

A correlação da matemática x cultura, desperta o olhar que se deve lançar para as matemáticas ‘escondidas’ nessas culturas, assim, queremos ressaltar a matemática ‘ocultada’ numa prática sociocultural e histórico, pois a matemática precisa ser vista como uma ferramenta que deve ser usada na vida. Assim, como assinala D’Ambrosio (1985) a matemática antropológica ainda é um *estudo pobremente cultivado*.

Nesse sentido, queremos ressaltar e corroborar com o que diz Gerdes (1991, p. 22) que *o reconhecimento das práticas e tradições científicas populares e a incorporação no currículo contribui para o renascimento cultural, por reforçar a autoconfiança cultural*.

E assim, também contribui para a autoconfiança social, valorizando nossas artesãs e apresentando a elas que o seu trabalho, aparentemente tão simples pode nos ajudar num processo de construção de ensino e de aprendizagem mais significativo, com base no cotidiano, na cultura.

Nesse entendimento, queremos ressaltar um currículo Antropológico dentro de uma visão transversal dos conteúdos da Matemática.

Com isso, queremos fortalecer um paradigma que valorize as práticas sociais e culturais e apresente-as também como um *saber a ser aprendido*, e construído dentro de um sistema que não marginalize, mas inclua.

Um paradigma é um modelo, padrão e exemplos compartilhados que visa explicar, e compreender a realidade, com isso queremos ressignificar uma nova visão de mundo, pois é preciso superar o paradigma cartesiano-newtoniano, e despontar para uma nova racionalidade, diante de novas formas de ensinar e aprender matemática para a vida.

Em linhas gerais, esse cenário delineado, serviu para apresentar uma prática sociocultural e histórica, uma arte que é um patrimônio cultural e que nos possibilitou contribuir para se construir saber – a renda de bilro.

Assim, corroboramos com Gerdes, D’Ambrosio e Bishop que propõem multiculturalizar o currículo de matemática, objetivando a melhoria no ensino de

matemática, e para isso eles acreditam que é preciso ‘descobrir’ matemática nas várias culturas. (GERDES, 1991).

Nesse sentido, consideramos o que diz Almeida (2010, p. 13) quando valoriza o saber da tradição, que aqui se pode associar ao saber da rendeira (saber da cultura), com isso ela nos faz refletir acerca de que

(...) não basta religar áreas disciplinares internas ao conhecimento científico, sendo necessário aproximar domínios de saberes identificados como opostos e contraditórios por força de um processo civilizacional pautado pela monocultura da mente.

Mais adiante esse paradigma se apresenta mais claramente e, desse modo, foi possível verificar essa afinidade, no momento da relação da imagem da renda de bilro e o olhar que construímos ao nos debruçar sobre ela, e nos proporcionou enxergar um saber matemático, a ser construído.

Assim, seguimos entrecruzando e tecendo saberes, visando a sala de aula como *lócus* propício para o desenrolar dessa trama.

3.2.1 Saberes da cultura na sala de aula de matemática

Não existem dificuldades inerentes ao conhecimento matemático, o que existe é uma falta de ligação entre a cultura do aluno e os conteúdos, aponta Gerdes (1991, p. 83), ao falar do povo Kpelle, e nós corroboramos, pois defendemos um modelo de ensino que faça correlação com a cultura do aluno, com sua realidade, suas práticas cotidianas.

Quando os alunos são obrigados a usarem fórmulas e regras a matemática torna-se estéril e sem sentido, apenas mecânica. Desse modo, a utilização da cultura popular, aqui especificamente, um olhar para a renda de bilro, possibilita ao professor a realização de um ensino mais significativo, numa linguagem mais usual do aluno, e valoriza uma prática sociocultural e histórica de nosso país.

Contextualizar o ensino possibilita que o aluno adquira condições de construir significados, baseando-se em generalizações, abstrações e reconstruções. (Rêgo, 2006).

Nesse sentido a Matemática e a Cultura são duas temáticas que podem ser associadas, sem muito estranhamento, pois essa discussão vem sendo realizada a algum tempo por alguns teóricos como D’Ambrósio (1997), Gerdes (1991), Mendes

(2010), dentre outros. Assim, a matemática é útil e está presente nas situações do dia a dia.

Explicando melhor Rêgo (2006, p. 48) aponta que

Enquanto a matemática acadêmica é sistematizada, compartimentada em subáreas e tende a ser mais teórica do que prática, a matemática popular, em contraste, geralmente é uma coleção não sistematizada de procedimentos que tendem a se preocupar mais com as questões práticas e aplicadas do que as teóricas.

O diálogo que propomos com a matemática escolar com a matemática cultural, aqui especialmente, essa dialética se dá por meio das rendas de bilro, e nos aproxima de uma discussão que de certo modo se apresenta envolta a ‘preconceitos’, pois qualquer saber que seja diferente do acadêmico é marginalizado, pois se apresenta envolta a cultura, aos saberes da tradição.

Contudo, em defesa do enlace da matemática com a cultura está o PCN (1997, p. 30) que dentre as suas contribuições para um currículo mais dinâmico aponta que

(...) um currículo de Matemática deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, impedindo o processo de submissão no confronto com outras culturas, de outro, criar condições para que o aluno transcendia um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente.

Infelizmente, o ensino mediado pela cultura, ainda, sofre uma barreira social, pois reforça a estrutura de poder, em que a avaliação é o principal aspecto negativo, assinala D’Ambrósio citado por Gerdes (1991).

Gerdes por sua vez (1991, p. 79) indica que

A reafirmação matemático-cultural é uma parte da luta contra o ‘subdesenvolvimento matemático’ e o combate ao preconceito racial e (neo) colonial. Parece indispensável e, por exemplo, de forma já descrita, uma ‘consciencialização cultural’ dos futuros professores de matemática.

Tal proposição nos faz refletir sobre as dificuldades na aprendizagem matemática, tão presentes, em resultados de pesquisas e testes de larga escala, que o governo protagoniza (SAEB, PROVA BRASIL, PISA, ENEM, dentre outros em nível estadual e municipal).

Nesse contexto, a matemática deve ser usada para auxiliar na construção de uma abordagem crítica, necessárias às lutas de construção de identidade pelas práticas sociais, e assim, visando uma educação compromissada com a diversidade e a igualdade cultural.

Nesse sentido, D'Ambrosio (1997), propõe um currículo dinâmico. Seguindo esse mesmo ponto de vista, vem Rêgo (2006) afirmando que o uso da matemática cultural na sala de aula serve para motivar o aluno inicialmente, mas que o professor deve dar continuidade a essa motivação, destacando elementos da cultura que cative o interesse deles. O autor ainda aponta *que ao introduzimos um conteúdo por meio de elementos da cultura popular estaremos facilitando ao aluno uma aprendizagem significativa, ou seja, a atribuição de um sentido aos conteúdos de conhecimentos trabalhados.* (RÊGO, 2006, P. 25).

Portanto, o autor nos faz refletir que

Com o uso de elementos da cultura popular, a escola reconhece, reelabora e divulga conhecimentos que são diferenciais no processo de imersão do país no mundo globalizado contribuindo, assim, para a nossa identidade cultural com toda a riqueza e complexidade que lhe são peculiares. (RÊGO, 2006, p.25).

Reportando-nos, a Almeida (2010), nos apoia também nos dizeres de Rêgo (2006) quando assinalam que a cultura popular (para Almeida o saber da tradição), não exclui os saberes acadêmicos nem o inverso, pois toda construção é um resultado do conjunto de outros saberes anteriores.

Contudo, esse entrelaçamento precisa ser feito com cuidado, pois para Rêgo (2006, p. 26) a influência do professor pode reforçar ou originar crenças e concepções, provocadas pela disseminação da cultura, o que pode dificultar o contato do aluno com a educação em nível científico, nesse sentido, é relevante atenção na seleção dos conteúdos para a construção de conhecimentos em sala de aula, assim, a prática docente, influencia no desenvolvimento e sedimentação de ideias, formas de pensar e de agir dos discentes, e, portanto, precisa ser bem orientada.

Considerando a relevância dessa discussão entendemos a importância de trabalhar a transversalização de cultura e matemática, e nesse sentido, uma reflexão acerca do que dizem os PCN (1997) de matemática sobre esse assunto é pertinente. Vejamos as reflexões a seguir melhor detalhada no tópico a seguir.

3.4 Reflexões acerca do ensino de geometria e simetria no Ensino Fundamental: o que dizem os PCN de matemática

Alguns conceitos geométricos são quase sempre deixados de lado, contudo historicamente sabemos que a matemática tem sua origem com a Geometria.

A simetria é um desses conceitos que vem sofrendo esse ‘preconceito’ e muitas vezes não é ensinada como deveria. Os Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN (BRASIL, 1997), tratam a simetria e suas relações com situações apresentadas no cotidiano, assim, destaca a simetria em algumas partes do corpo humano, na natureza e em objetos diversos a nossa volta, em nosso cotidiano.

As rendas de bilro em geral são produzidas, como já constatamos no tópico anterior, por meio de uma combinação dos movimentos dos bilros, nesses movimentos realizados identificamos as isometrias, pelo fato desses pontos conservarem as distâncias dos pontos em movimento, mas à frente vamos entender que para esses movimentos mais simples, denominamos de translação.

Os conceitos a seguir delineados e desenhados são definidos de forma intuitiva, e dentro de uma linguagem não muito rebuscada, para atender o entendimento dos leitores mais simples, como alunos e professores da educação básica.

Assim, vamos explorar um pouco esses conceitos de Simetria e as transformações isométricas no plano euclidiano e suas relações cotidianas. Pois os Parâmetros Curriculares – PCN (1997, p. 124), das séries finais do Ensino Fundamental apontam que as transformações embora não pareça um assunto presente no dia-a-dia, mas se pararmos para observar e analisar os objetos a nossa volta vamos nos deparar facilmente com objetos simétricos.

Nesse entendimento, a relevância de termos incluído o estudo de Simetria e Isometria como conteúdos para trabalhar as formas geométricas presentes nos padrões das rendas de bilro, podemos apontar como sendo a principal relação da geometria e a vida cotidiana, possibilitando ao educando uma releitura do mundo em que vive pelos objetos físicos a sua volta, fato que iremos perceber claramente a relação nos estudos apontados pelos PCN (1997) de Matemática.

As preocupações que envolvem o ensino de geometria e Simetria no ensino fundamental são intrínsecas ao processo de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos. Contudo, a Geometria, segundo Pavanello (2004) e Bittar e Lopes (2005) esses conteúdos tem cada vez mais estado ausente das salas de aula,

e quando são trabalhados, é a “geometria calculista”, totalmente desligada dos demais conteúdos e concepções. Porém de acordo com Pavanello (2004) para compreender bem os conceitos geométricos é preciso dominar os três polos que são: polo geométrico, polo numérico, polo grandeza. Onde o polo geométrico trata das superfícies planas, o polo numérico formado pelas medidas de superfícies planas, ou por números pertencentes ao conjunto dos números reais não negativos, por exemplo, 3 , 15 , $\frac{1}{4}$, $\sqrt{3}$, π , etc.

Com esse entendimento, os PCN (1997) de matemática, acerca dos ciclos 1º., 2º., 3º. e 4º. se apresentaram com uma possibilidade de inserção desses conteúdos nas salas de aula de matemática, contudo, sabemos que as dificuldades ainda são presentes e pertinentes, após 15 anos de publicação desse documento oficial.

Segundo o PCN de matemática

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, p.39, 1997)

Assim, os estudos aqui propostos por meio da relação da renda de bilro e a matemática têm em sua base na transdisciplinaridade, na matemática cultural, na prática social, e nas conexões que os conteúdos de geometria e simetria podem fazer na sala de aula. Nesse sentido, nos apoiamos em D'Ambrosio que assinala

O essencial na transdisciplinaridade reside numa postura de reconhecimento de que não há espaço e tempo culturais privilegiados que permitam julgar e hierarquizar, como mais correto ou mais correto ou mais certo ou mais verdadeiro, complexos de explicação e convivência com a realidade que nos cerca. A transdisciplinaridade repousa sobre uma atitude aberta, de respeito mútuo, sobre mitos, religiões e sistemas de explicações e conhecimentos, rejeitando qualquer tipo de arrogância e prepotência. A transdisciplinaridade é, na sua essência, transcultural. Exige a participação de todos, vindo de todas as regiões do planeta, de tradições culturais, formação e experiência profissional as mais diversas. (D'Ambrosio, In. Teresa Vergani, 2008, p. 16).

Com essa compreensão transdisciplinar, o ensino de Geometria, centra-se, ainda, na realização de atividades exploratórias do espaço. Assim, deslocando-se no espaço, e manuseando formas, os alunos percebem as conexões dos objetos no espaço e o uso de direções, porém, vale ressaltar a importância de os alunos serem motivados a trabalhar com representações do espaço, possibilitando que os mesmos as produzam e interpretem-nas.

Com isso, a renda de bilro, pode facilitar o trabalho com malhas e diagramas, fazendo-se indispensável, que o professor estimule a observação de características das figuras bidimensionais, o que lhes permite identificar propriedades e, desse modo, estabelecer algumas classificações e relações com o objeto de estudo - a renda de bilro.

Segundo os PCN (BRASIL,1997) de matemática a

Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode ocorrer por meio de atividades em que ele possa explorar formas como as de flores, elementos marinhos, casa de abelha, teia de aranha, ou formas em obras de arte, esculturas, pinturas, arquitetura, ou ainda em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos, etc. (BRASIL, p. 81)

Pretendemos por meio das atividades geométricas, e suas relações com a prática sociocultural e histórica das rendas de bilro, apresentar algumas possibilidades de desenvolvimento de processos de *estimativa visual*, seja de comprimentos, ângulos ou outras propriedades métricas das figuras. (BRASIL, 1997).

Com esses entendimentos, propomos algumas reflexões acerca de conteúdos matemáticos de geometria, simetria e isometria que consideramos relevantes para desenvolver as atividades que envolvem as transformações de uma figura no plano. No decorrer das atividades exploratórias fez-se relevante propor situações que possibilissem as comparações de duas figuras, em que a segunda é resultante da reflexão da primeira (ou da translação ou da rotação) e permitiu a descoberta do que permanece invariante e o que muda.

As atividades partiram da observação e identificação dessas transformações nas rendas de bilro. Assim, o estudo das transformações isométricas (transformações do plano euclidiano que conservam comprimentos, ângulos e

ordem de pontos alinhados) se constituiu no ponto de partida para a construção das noções de congruência, simetrias.

As principais isometrias são: reflexão numa reta (ou simetria axial), translação, rotação, reflexão num ponto (ou simetria central), identidade. Desse modo, foi importante perceber que as transformações que conservam propriedades métricas puderam servir de base não apenas para a ampliação e construção do conceito de congruência de figuras planas, mas também para a compreensão das propriedades destas.

Inicialmente, segundo os PCN (BRASIL, 1997) as transformações podem parecer um assunto que não tem relação com o cotidiano, porém,

refletindo e observando um pouco, nota-se, por exemplo, que as simetrias estão muito presentes no cotidiano. Em inúmeros objetos físicos ocorrem aproximações de planos de simetria de reflexão. Em representações planas desses objetos, tais planos de simetria reduzem-se a eixos de simetria. No corpo humano pode-se observar (aproximadamente) um plano de simetria. (BRASIL, 1997, p. 125)

Com essas reflexões, temos que os estudos acerca das transformações que envolvem a ampliação e redução de figuras se constituem como uma base à construção do conceito de semelhança, assim, esse conceito é em geral estudado para se compreender as definições dos triângulos, dentre outras.

Consideramos com essa reflexão a possibilidade de se compreender mais amplamente a importância do ensino de geometria, simetria, isometria e a sólida construção desses conceitos, bem como, ampliações e reduções que podem ser feitas numa figura pelas transformações conhecidas, com o apoio da renda de renda de bilro, por nós aqui detalhada.

Diante desse enlace no tópico seguinte fez-se necessário descrevermos algumas definições matemáticas, acerca dos conteúdos ora citados relevantes no PCN (1997, 125) de matemática para o ensino de geometria no ensino fundamental.

3.4.1 Isometrias no plano euclidiano: teoremas, axiomas e corolários

Podemos definir como Isometrias às aplicações que transformam uma figura geométrica numa outra geometricamente igual à primeira, ou seja, é uma aplicação que conserva as distâncias entre os pontos e a amplitude dos ângulos.

Consideraremos aqui os tipos básicos de simetria, as isometrias do plano: reflexões, translações e rotações.

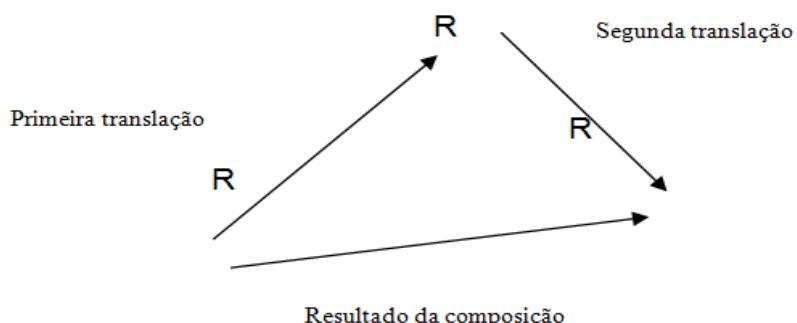
Dessa forma, temos que uma transformação é uma bijeção do plano nele próprio. Assim, uma translação é uma transformação que envia retas em retas e chamamos de uma colinearização. Uma colinearização que envia retas em retas paralelas chamamos de uma dilatação.

O conjunto de todas as isometrias forma um grupo. Uma simetria do conjunto de pontos S é uma isometria a tal que $a(S) = S$. O conjunto de todas as simetrias de S é um grupo.

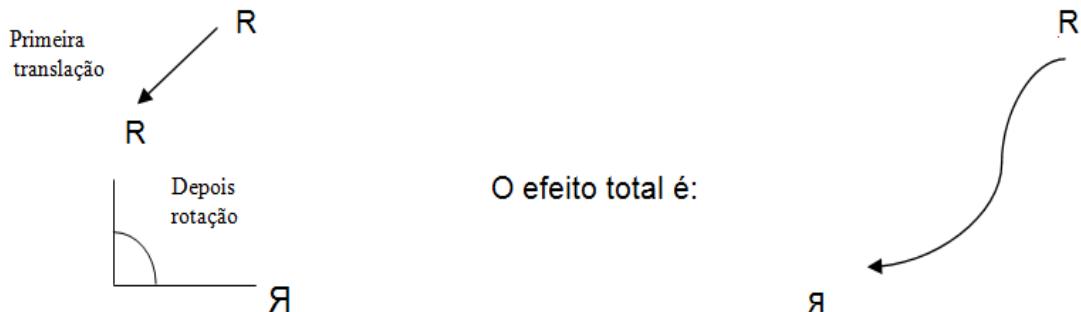
Uma translação é uma transformação (bijeção do plano nele próprio), as rotações são transformações, uma rotação é uma isometria e uma reflexão é uma transformação. Sintetizando, os movimentos de rotação, translação e reflexão se constituem em movimentos rígidos no plano. Nesse sentido, observamos que o movimento rígido mais simples é a *translação* e nele tudo é movido pela mesma distância e na mesma direção. (FARMER, 1999).



Assim, a translação, podemos definir como um movimento rígido. Já a rotação, podemos definir como um ponto que é fixado e a quantidade pela qual o todo roda em torno desse ponto. O ponto fixo é o *centro de rotação*, e atua como um eixo e as duas linhas desenhadas indicam a rotação como se fossem os raios de uma roda. (FARMER, p. 28, 1999) De outra forma, podemos combinar rotação com translação. Observemos o exemplo a seguir.

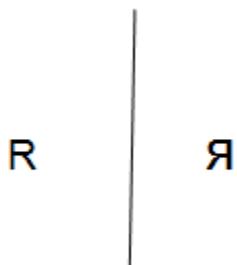


Agora, observem a translação seguida de rotação.



Observando os movimentos traçados anteriormente verificamos que a linha ondulada indica que existe um movimento R para o segundo R.

Além desses movimentos também é preciso completar essa lista com outro movimento que é a *Reflexão*. Nesse sentido, a reflexão é determinada por uma linha de espelho. Observemos a exemplificação a seguir.



Os exemplos ora expostos foram mais adiante observados e analisados à luz de padrões encontrados nas rendas de bilro, bem como, a simetria, que podemos definir como um movimento rígido que deixa a figura exatamente na mesma. (FARMER, 1999)

Sobre Simetria e Isometria ainda podemos tecer apoiados pelos autores Biembengut e Hein (2011, p. 70) que

A Simetria ou Isometria é um movimento rígido no plano que aplica um ornamento sobre si mesmo. Isto quer dizer ao efetuar um movimento em uma figura ou elemento gerador sua forma e seu tamanho não variam. A isometria pode ser direta (translação e rotação) ou inversa (reflexão e translação refletida)

Dessa forma, as definições ora expostas nos servem como aporte para entendermos os conceitos emergentes da nossa interpretação dos movimentos matematizados nas peças criadas pelas rendeiras ao tecer a renda de bilro, tudo em vista, os conteúdos que podemos abordar nessa relação detalhada mais adiante.

Na próxima seção faremos um entrecruzamento entre as simetrias e isometrias nas práticas matematizadas por meio das rendas de bilro trançadas pelas rendeiras de bilro.

3.5 Rendilhando acerca da simetria e isometria

A relação da renda de bilro com conteúdos matemáticos, de acordo com nossos estudos, surge na observação de Mendes (2010), quando aponta para a renda de bilro, as cestarias, a cerâmica Marajó e outras práticas como artes que precisam, e podem ser bifurcadas para a matemática.

De certo encontramos alguns estudos que relacionam a arte com a matemática, e sempre usando para essa conexão os conceitos de Geometria, fato esse que estampam os estudos Ledergerber-Ruoff (1982), bem como Martín (2003), ambos apontam para que possamos lançar um olhar sobre os conceitos matemáticos encontrados nas construções e imagens visualizadas.

Nessa perspectiva, foi construído esse trabalho que analisou a arte da renda de bilro e as concepções matemáticas atuantes nessa prática e o seu uso como uma ferramenta que alinhava alguns conceitos da matemática escolar, especificamente os já citados anteriormente, e a contribuição na fruição, análise das implicações culturais, políticas e sociais dos processos de disseminação e preservação artística de um grupo.

Nesse sentido, quando no cotidiano falamos em Simetria, pensamos em uma figura ou algo ‘perfeito’ e corroborando com essa ideia, observamos que para a maioria das pessoas, a concepção de simetria está muito mais associada a Arte e a Natureza do que à Matemática, nesse mesmo sentido, nossos conceitos sobre beleza estão fortemente pautados em princípios de simetria, e buscamos a construção desses conceitos pela renda de bilro.

O conceito de simetria pode ser utilizado para a exploração e construção de formas, sejam em rodas, frisos, portões ou até mesmo em rendas de bilro, a simetria como arte ornamental aparece em diversas formas, é fácil também encontrarmos a

exploração dessas formas simétricas em escolas de arquiteturas. (ALVARENGA, 2002).

A concepção de simetria é uma das mais ricas em matemática e, em particular, na geometria, porém em várias situações essa acepção nem sempre é muito clara, e traz comumente em si muitos conflitos.

A simetria segundo Alvarenga (2002, p. 310 e 311)

apesar de estar presente em toda a natureza, pode nos dar a falsa impressão de que existe em todas as estruturas naturais. (...) o corpo humano, por exemplo, é simétrico em várias de suas estruturas, como a anatomia externa, a estrutura muscular e estrutura do esqueleto. Entretanto, sob o ponto de vista da estrutura anatômica interna, o corpo humano é assimétrico, porque nem todos os seus órgãos são duplicados.

Contudo, acreditamos que a ideia de simetria está de algum modo entrelaçada às transformações geométricas, especificamente às isometrias, pois a simetria de uma figura é algo mais do que uma transformação geométrica.

Ainda podemos assinalar que o conceito de simetria pode ser utilizado para a exploração e construção criativa de formas, sejam nas rodas, frisos, mosaicos, ou nas rendas de bilro, a simetria como arte transcende suas formas.

Observem a figura 33, nas formas apresentadas, a definição de simetria pode ser observada a partir dos tracejados.

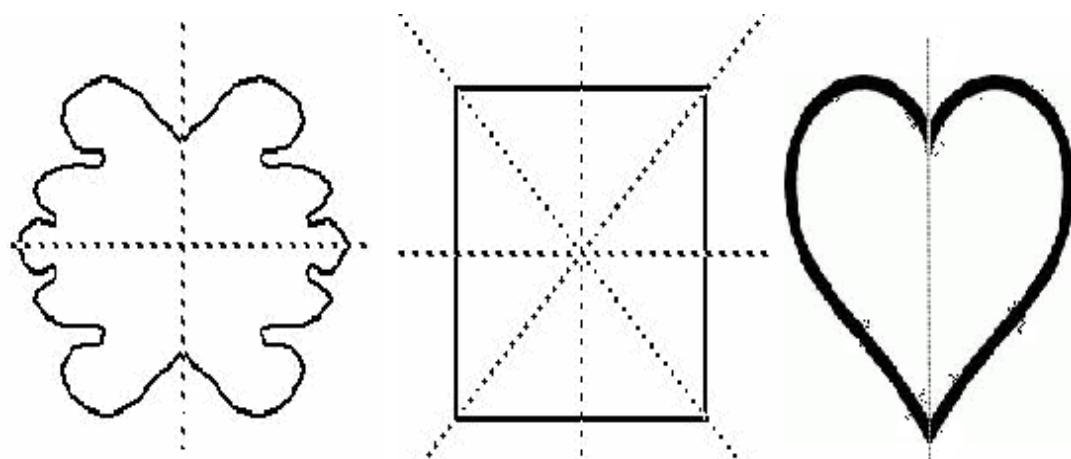


Figura 33. Figuras. Fonte: pesquisa direta.

Verificamos rotineiramente um dos conflitos habituais de se terem adotado as designações simetria axial e simetria central (respectivamente a seguir) para as transformações geométricas que deveriam antes chamar-se reflexões, meias voltas (no plano) ou inversões (no espaço).

Essas ideias podem ser vistas nas figuras 34 e 35, respectivamente, a seguir.

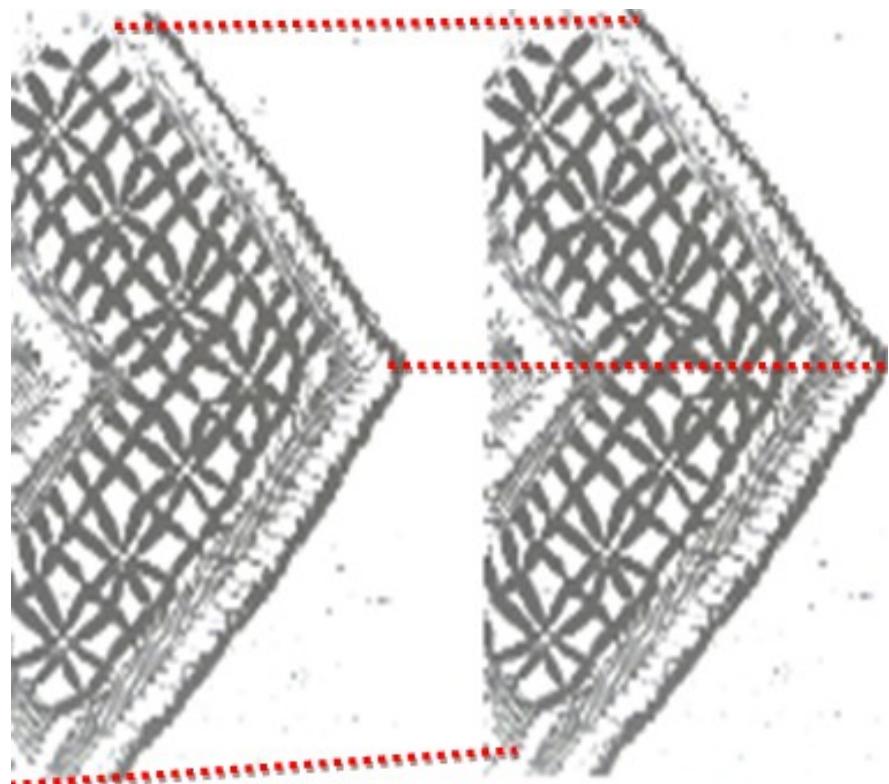


Figura 34. Simetria axial. Fonte: Adaptado de Girão (1984, p.140)

A figura 34 trata-se de uma renda de bilro (toalha de bandeja), mas que quando lançamos um olhar construído acerca da matematização da mesma, observamos um tipo de simetria axial ou reflexão ao cortarmos a mesma e ao observarmos o movimento que a figura fez observamos que a mesma conserva a distância de um ponto a um eixo.

Com esse mesmo olhar matemático, podemos ver que a figura 35 a seguir também trata de simetria, desta vez da simetria central.

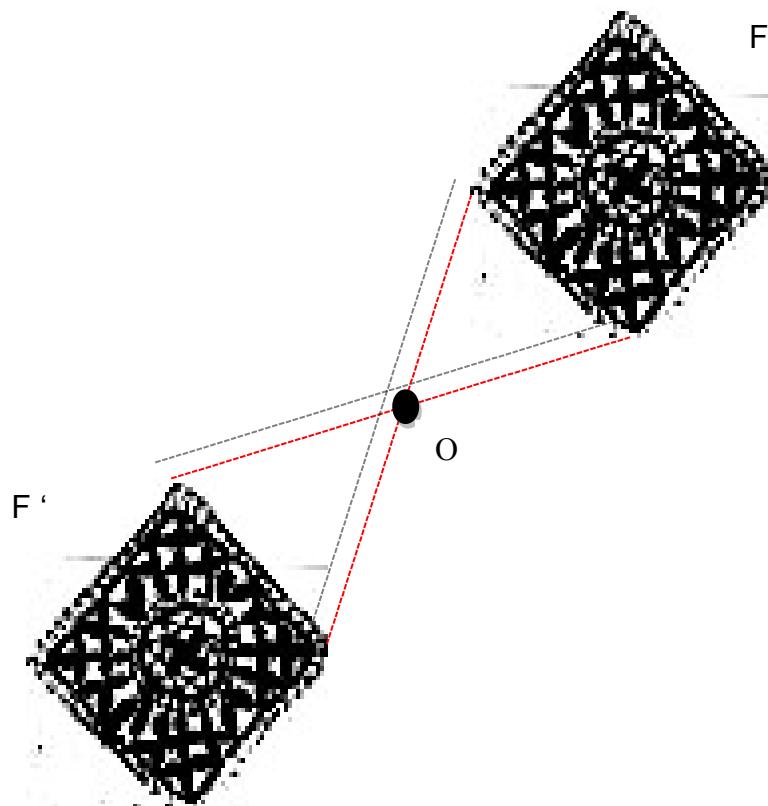


Figura 35. Simetria central a seguir. Fonte: Adaptado de Girão (1984, p.142)

A figura 35, apresentamos uma construção matemática, que está relacionada com a simetria central ou rotacional. Assim, observamos que a figura 35, anterior,

está girando em relação a um ponto fixo, central, chamado de centro de simetria onde essas figuras coincidem em um dado momento uma com a outra. Usamos a renda de bilro, mas poderíamos usar outro objeto, porém a renda de bilro está sendo usada, pois trata-se de nosso referencial de estudo, e mais adiante pretendemos explorar mais a matematização da mesma.

Toda via, consideramos relevante apresentarmos as simetrias nas figuras geométricas para compararmos com as relações matemáticas que realizamos anteriormente.

Desse modo, compreendemos que as isometrias vinculadas a simetria, são a reflexão, rotação e translação. Para compreender melhor essa relação continuemos a observar as figuras 36 e 37, a seguir.

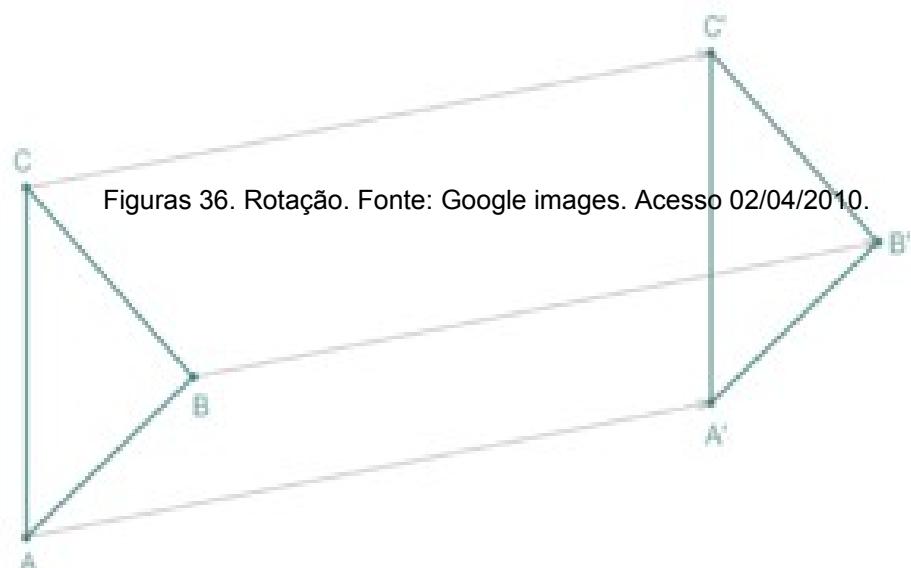
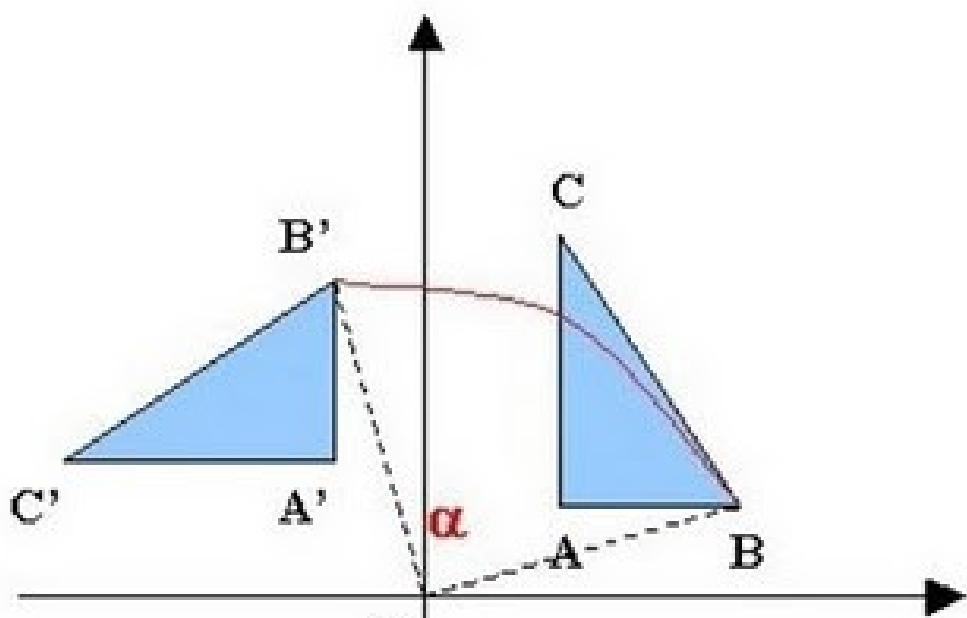


Figura 37. Reflexão. Fonte: Google images. Acesso 02/04/2010.

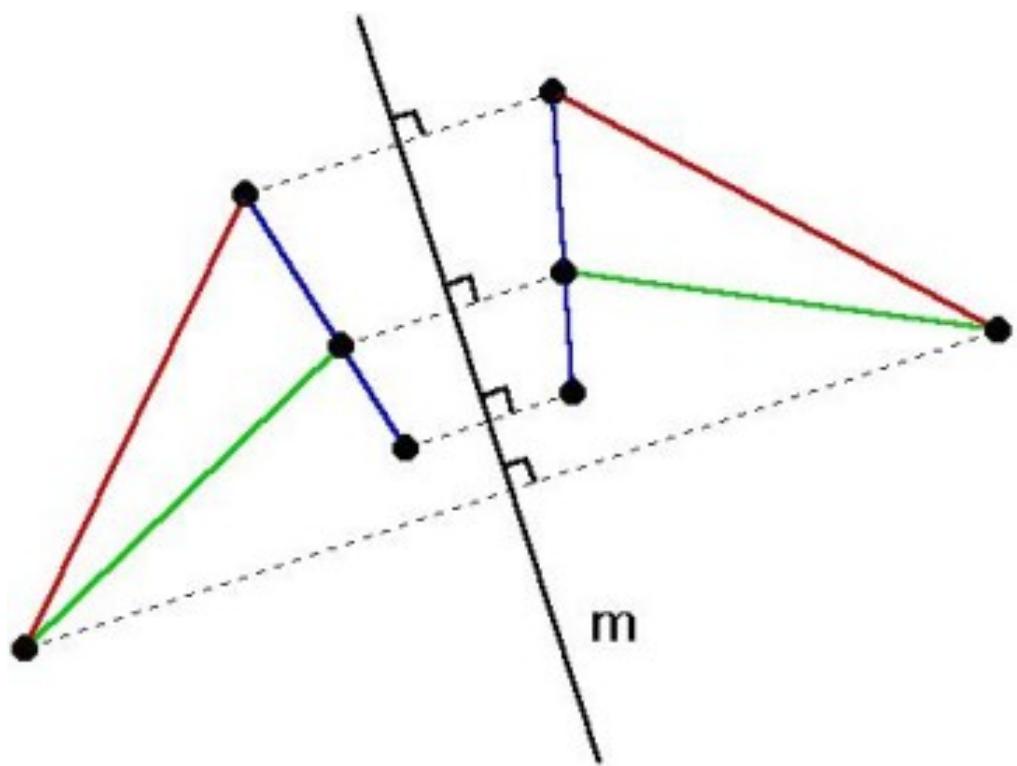


Figura 38. Translação. Fonte: Google images. Acesso 02/04/2012.

A relação da simetria nas rendas de bilro construídas a partir de um pensamento matemático comparativo com as simetrias construídas por meio das

figuras geométricas nos faz refletir acerca dos tipos básicos de simetria que relaciona a simetria à proporção equilibrada e à harmonia. Toda via, num ponto de vista mais matemático-formal, a simetria deve se entendida numa categoria de ordem. (ALVARENGA, 2002).

Tecendo essa linha de pensamento, temos que por meio da reflexão, uma imagem é invertida em relação a um eixo, formando-se uma imagem espelhada da original. Ampliando a definição, existe simetria se uma mudança num dado sistema mantém as características essenciais do sistema inalteradas, exemplificando observemos a seguir a figura 39 a seguir a qual refere-se ao movimento de reflexão.

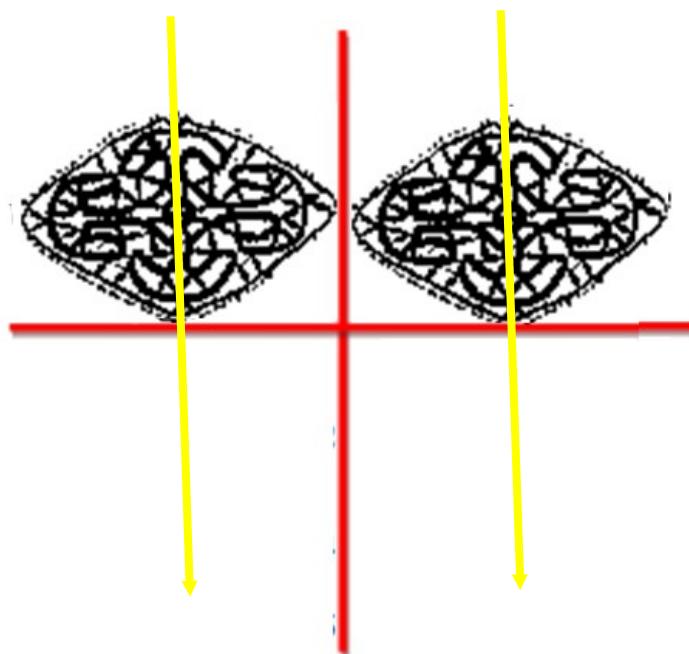


Figura 39. Reflexão. Fonte: Adaptada Girão (1984, p.140).

De acordo com as informações apresentadas no início desta seção, é possível percebermos que a dificuldade que a nossa aptidão perceptiva tem em distinguir imagens que à partida parecem ser iguais, característica comum que se percebe nas crianças que têm dificuldade em desenhar figuras geométricas a partir de um eixo, possivelmente, responsável pela ligeireza e ameno estado de

consciência alterada provocado pela observação de padrões geométricos trançados baseados na simetria.

Nesse sentido apresentamos a prática da criação da renda de bilro como uma arte, repleta de simetria e as transformações isométricas tais como a reflexão, rotação e translação, já delineadas anteriormente.

Para exemplificar a figura 40 a seguir apresenta o movimento de reflexão como uma dessas transformações isométricas.

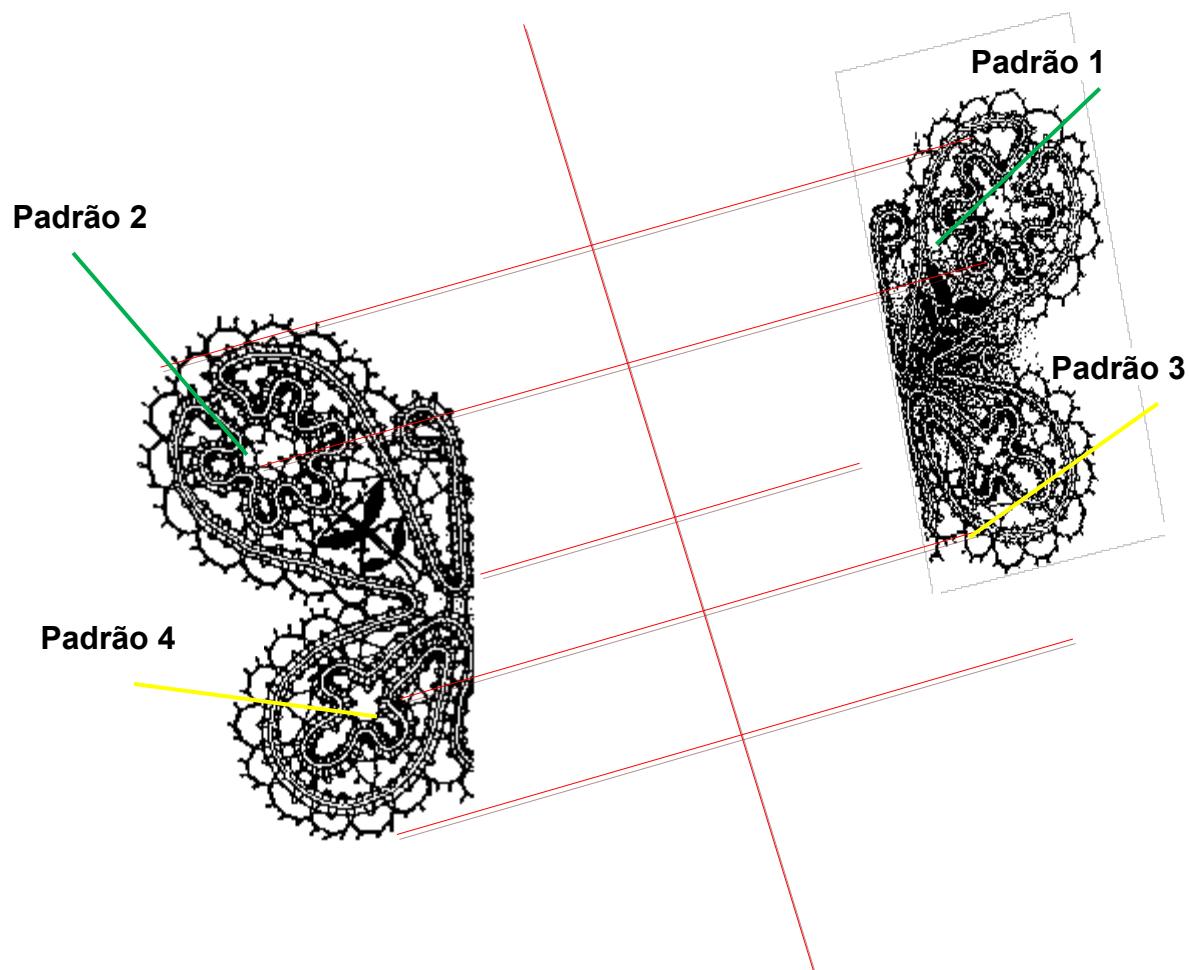


Figura 40. Transformações isométricas. Fonte: Adaptada Google images. Acesso 02/04/2010.

A figura 40, ora construída a partir de um modelo de renda de bilro, apresenta algumas transformações isométricas e padrões recorrentes, que podemos analisar a partir das setas de indicação.

Observemos os padrões 1 e 2, bem como, os padrões 3 e 4 e a partir de um pensamento matemático comparativo façamos as relações matemática possíveis a partir dos conceitos de simetria e isometria.

Para Mendes (2008) inicialmente o pensamento matemático é elementar, todavia em nosso trabalho, a passagem do pensamento elementar para um pensamento mais complexo é relevante, pois possibilita as representações mental e simbólica, o que vai depender do envolvimento do aluno com a situação-problema.

Nesse sentido, é relevante considerar o que Mendes(2008, p.30) assegura que

É nesse processo cognitivo que há uma interligação entre essas duas representações conduzindo o aluno ao alcance de abstração, cujo processo se dá através de generalização ou síntese. (...) A representação simbólica é essencial para a organização do conhecimento matemático escolar e científico gerado na resolução de problemas, visto que os estudantes recorrem a códigos para representar e modelar as formulações matemáticas que são elaboradas na busca de soluções.

Na compreensão da relevância do desenvolvimento desse nível de pensamento matemático para possibilitar as construções matemáticas mais abstratas as quais queremos construir é que ressaltamos as ideias de Mendes (2008, p.30) no que diz respeito a essa construção abstrativa dos conceitos matemáticos. O autor assinala que podemos compreender melhor essas ideias no esquema a seguir.



Fonte: Mendes (2008, p. 30)

Nesse contexto apresentamos a seguir a figura 41, no intuito de apresentar e construir o conceito de rotação, (na Matemática) a partir de um pensamento matemático mais complexo.

Assim, a rotação como uma das características geométricas que também significam transformações geométricas, explicando melhor, rotação um tipo de figura geométrica que, sem sair da origem, do eixo, vai girando em diferentes graus definindo a sua posição final, que pode ser positiva, quando se move ao contrário do sentido dos ponteiros do relógio, ou negativa, quando se move no mesmo sentido antihorário.

Na figura 41 a seguir essas características aparecem e percebemos ao traçarmos o eixo de simetria.

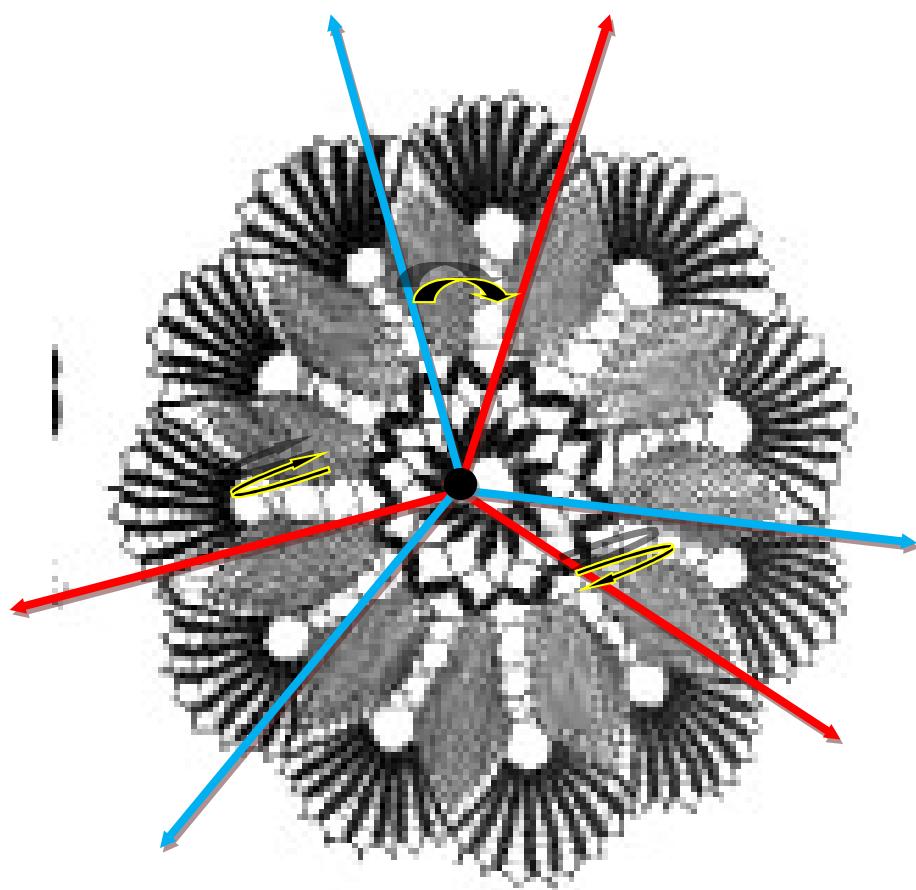


Figura 41: Rotação como mudança de um sistema de coordenadas para outro. Fonte: Adaptada Google images. Acesso 02/07/2012.

Nesse sentido, em nosso cotidiano são muitos exemplos. Numa feira, numa roda gigante estamos em constante rotação sobre um eixo que nunca sai do ponto de origem. A figura 41 anteriormente apresentada nos dá a ideia de uma roda gigante. Porém, é preciso construir um pensamento comparativo matemático para, então, percebermos essa relação.

Outro exemplo, de isometria, é a translação, trata-se do movimento que um objeto realiza de um ponto a outro. É o deslocamento paralelo, em linha reta, de um objeto ou figura, em função de um vetor. Com isso, na simetria de translação, a figura "desliza" sobre uma reta, mantendo-se inalterada.

Podemos citar, por exemplo, a translação nos elevadores, nas escadas rolantes e até mesmo nos escorregadores.

Quando tratamos de translação significa dizermos que um mesmo elemento se deslocará numa determinada direção e sempre paralelo a si próprio, isto é, sem nunca rodar, ou seja, existe um padrão que se repete periodicamente, numa determinada direção e sempre paralelo a si mesmo, como na figura 36 a seguir que apresenta esse paralelismo.

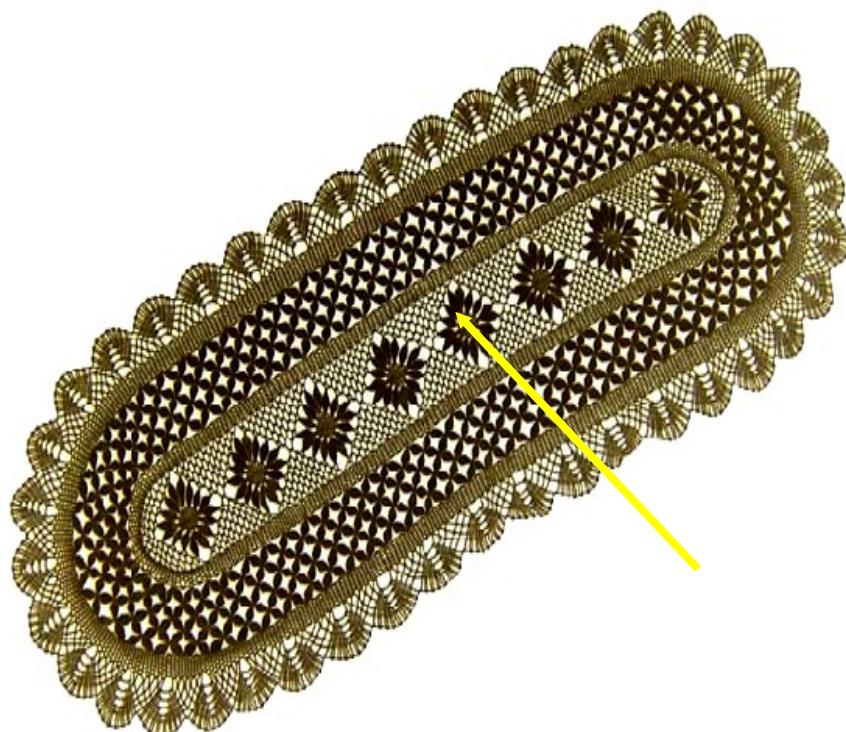


Figura 42. Translação. Fonte: Adaptada Google images. Acesso 02/07/2012.

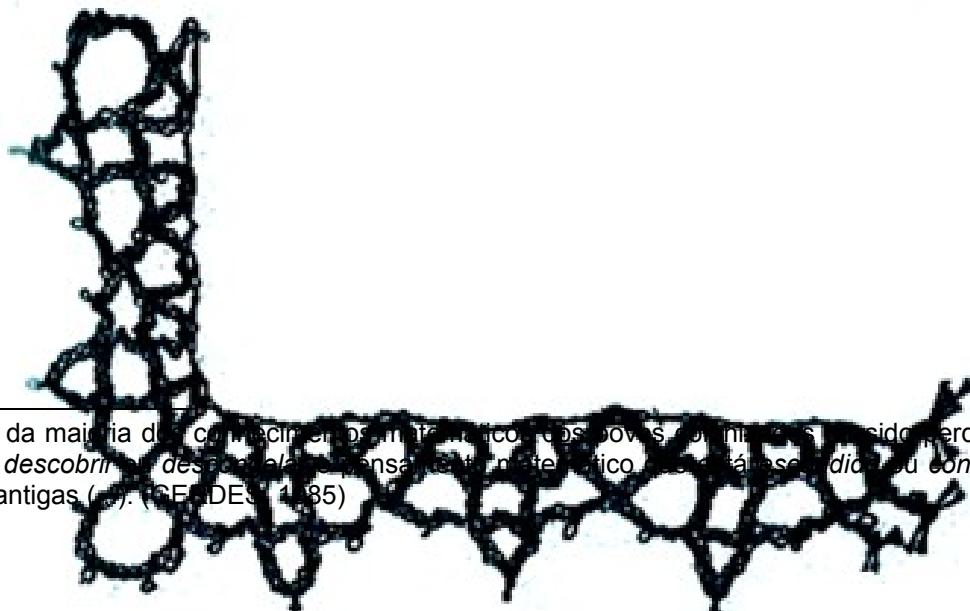
Pretendemos com a apresentação da figura 42, nos aproximar das relações e transformações geométricas que construímos a partir das formas e padrões das rendas de bilro.

Com isso, ressaltamos a renda de bilro, como um objeto repleto de conceitos matemáticos “congelados”¹⁷ que estudamos, por considerar que a Matemática cultural serve como ponto de fulcro para construção desses conceitos.

Assim, a seta amarela indica apenas dos vários padrões que podemos perceber na renda da figura 42. Ademais, além de considerar todas essas variantes para a construção do pensamento matemático complexo, como anteriormente já ressaltado, é necessário, segundo Mendes, (2008, p. 31) que esse movimento seja processual e que o mesmo constitui-se em uma ação dinâmica a qual ele qualifica como atividade matemática construtiva que envolve três componentes fundamentais: a intuitiva, a algorítmica e a formal.

Essas fundamentações nos dão base para seguirmos em busca de atingirmos os objetivos da nossa tese. Assim, a seguir, analogamente, a imagem da renda de bilro e sua representação geométrica nas figuras 43 e 44, ambas encontradas na obra de Dawson (1984).

Tais figuras nos serviram como ponto de referência para identificarmos as simetrias e isometrias construídas a partir de nosso olhar (descongelado) na prática da criação de renda de bilro.



¹⁷ Apesar da maioria das concepções dos matemáticos contemporâneos sobre matemática ter sido perdida, pode-se tentar descobrir, desfazendo a tensão entre o matemático e a cultura, o que está escondido ou congelado em técnicas antigas (…). (GENDEN, 1985)

Figura 43. Renda Trançada Le Puy. Fonte: Dawson (1984, p. 33)

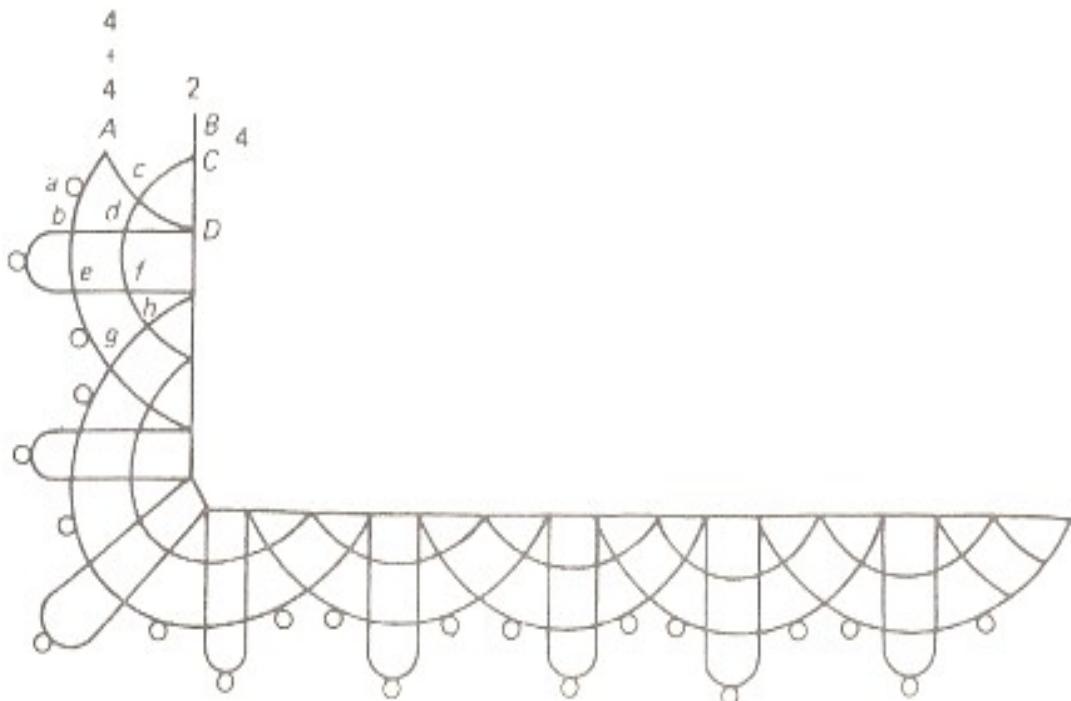


Figura 44. Renda Trançada Le Puy. Fonte: Dawson (1984, p. 32)

Observando as figuras 43 e 44 anteriores, podemos perceber a relação que elas nos apresentam, a primeira feita pela rendeira de bilro e a segunda pela autora por meios tecnológicos. O que ressaltamos nas duas figuras nos apoia em Gerdes (1985) é acerca da ideia de *descongelar* o pensamento matemático que está *escondido* ou *congelado* nas formas geométricas encontradas nas rendas de bilro, as quais exploraremos mais a seguir.

Vale ressaltar segundo os PCN (BRASIL, 1997) que o conhecimento matemático é fruto de um processo de que fazem parte a imaginação, os contra-exemplos, as conjecturas, os erros, os acertos, dentre outros elementos onde destacamos a imaginação matemática como fonte de produção criativa de conceitos matemáticos a partir de um pensamento construído por meio da visualização matemática.

No que diz respeito a esse entendimento sobre o conhecimento matemático como processo de imaginação, Mendes (2008, p.31) assegura que

a componente intuitiva diz respeito ao modo como fazemos uso da imaginação, da visualização, de todas as nossas vivências humanas e até mesmo das nossas características biológicas na elaboração do pensamento matemático. Para o autor, é através da intuição que conseguimos interpretar conceitos matemáticos e falar de diversas situações matemáticas.

Nesse sentido, analisando a figura 43, vemos que as rendeiras embora não tenham consciência dos padrões recorrentes de simetria, elas acabam criando modelos repletos de simetrias. Da mesma forma olhando a figura 44 com as formas já melhor definidas percebemos claramente as simetrias das formas, assim, observamos nessa figura alguns semicírculos, que estão exatamente agregados a um eixo, são refletidos e seguem um movimento de translação, ou seja, se deslocam no plano.

Ao longo dos tempos a definição de simetria foi se ampliando e quando discutida formalmente passou a ser descrita por uma determinada beleza em busca da perfeição das formas. Nesse sentido, a forma com que a renda de bilro foi desenhada nos provoca um olhar mais detalhado, assim, vamos analisar a figura 38 por partes e compará-las.

Para isso recorremos ao que Alvarenga (2002, p. 449) assegura sobre a premissa de que qualquer transformação geométrica exige alguns parâmetros:

- A descrição geométrica do objeto (forma, posição);
- Os atributos visuais do objeto (cores, linhas, padrões);
- Outros atributos (que dependem da aplicação desejada);
- O sistema de coordenadas, que diz onde estão os objetos.

Complementando essas informações, Alvarenga (2002) assinala que as transformações podem alterar ou não as coordenadas que descrevem o objeto.

Desse modo, considerando a translação como um dos movimentos mais simples, e que já identificamos no padrão da figura 38 da renda de bilro analisada anteriormente, temos que esse movimento compreende a duplicação de uma forma padrão, que obtemos quando fazemos o deslocamento de cada imagem dentro de uma distância fixa e na mesma direção.

Com isso, conceitualmente, o movimento da translação, busca transformações lineares que preservem as linhas.

Observando a seguir e imaginemos a figura 44 se alongando infinitamente, esse padrão de translação irá de repetir também infinitamente.

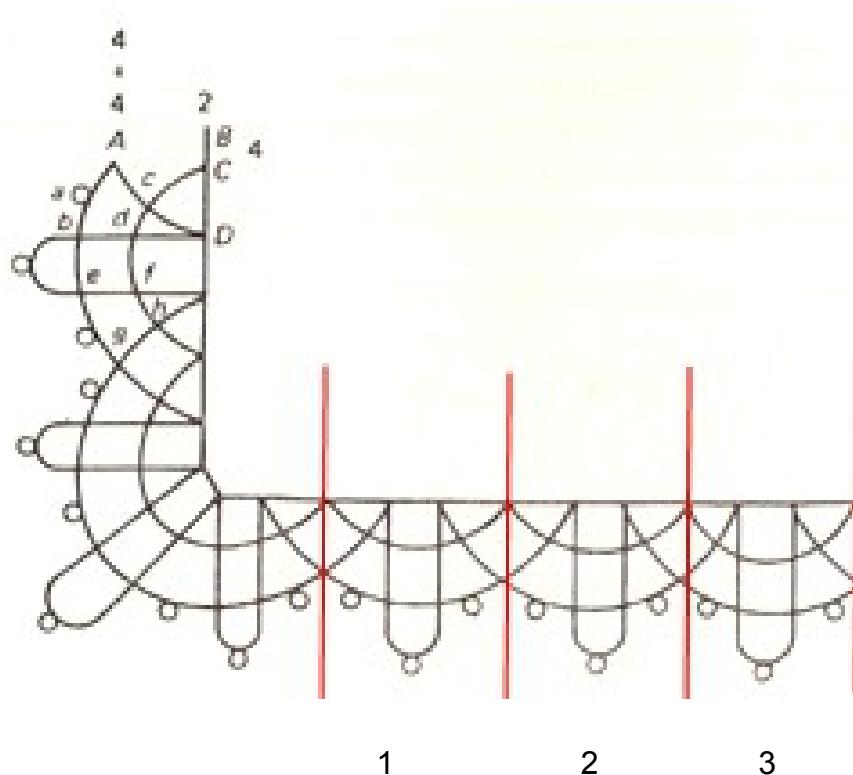
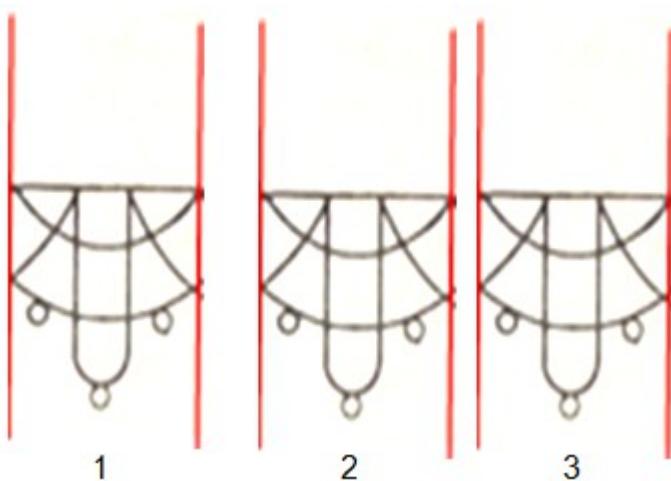


Figura 45. Divisão em padrões recorrentes de translação

Agora observando ainda a figura 45, podemos perceber o tipo de isometria que representa o movimento no plano. Assim, identificamos o movimento de translação. Comparando, as partes 1, 2, 3, e 4, denominadas padrões recorrentes, apresentadas na figura 45.



Figuras 46. Padrões recorrentes no movimento de translação.

Analizando, portanto, as partes 1, 2, 3 e 4 da figura 46, percebemos que existe um padrão de simetria nessa forma geométrica correspondente a renda de bilro da figura 43 que se repete e se desloca no plano paralelamente, configurando o movimento de translação.

Nesse mesmo entendimento, analisamos o modelo de renda de bilro apresentado na figura 47 a seguir, também extraída dos desenhos realizados por Dawson (1984).

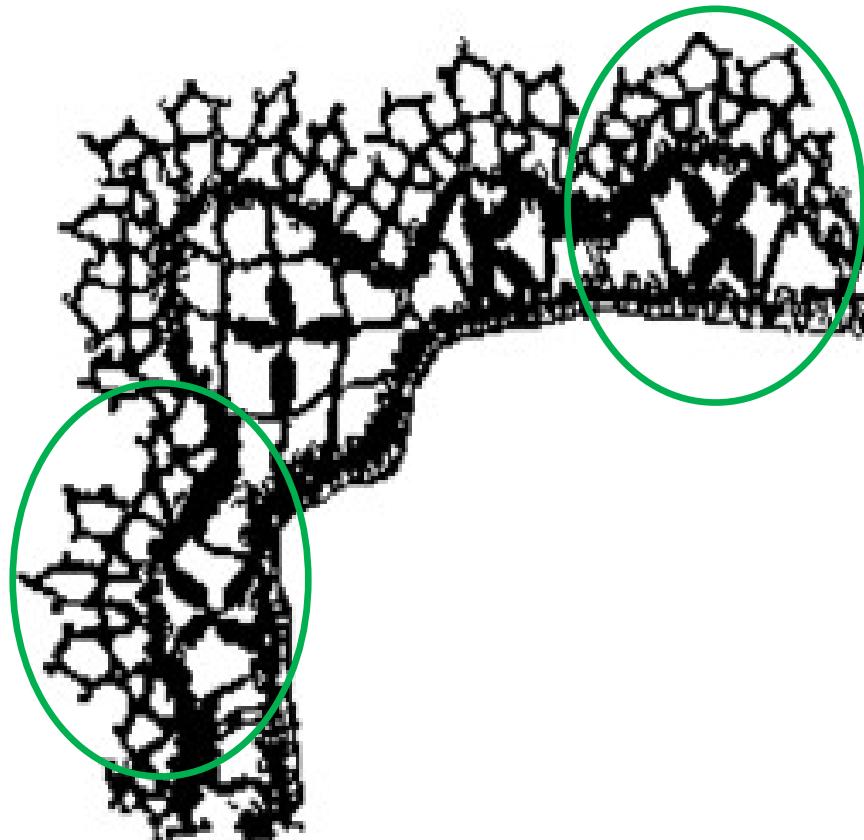


Figura 47. Renda Bedford. Fonte: Dawson (1984, p. 81).

Analisando a figura 47 da renda de bilro, anterior, percebemos que a mesma possibilita a partir do molde a ser apresentado na figura 48 a seguir a construção de uma relação simétrica acerca das formas, movimentos e padrões recorrentes ora destacados.

Observando a figura 47, imagem da renda de bilro, percebemos que as formas encontradas não são regulares, porém é preciso entendermos a relevância dessa observação para então compará-las a partir dessas observações as isometrias encontradas na figura 48 a seguir.

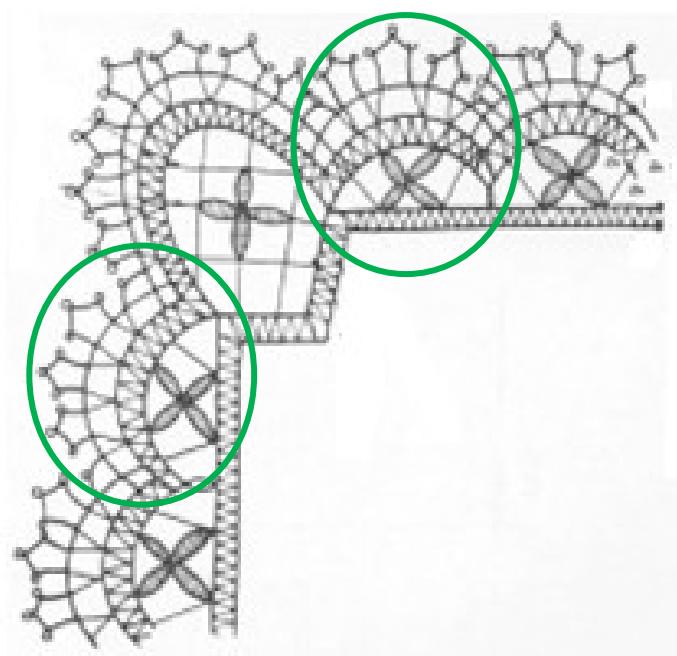
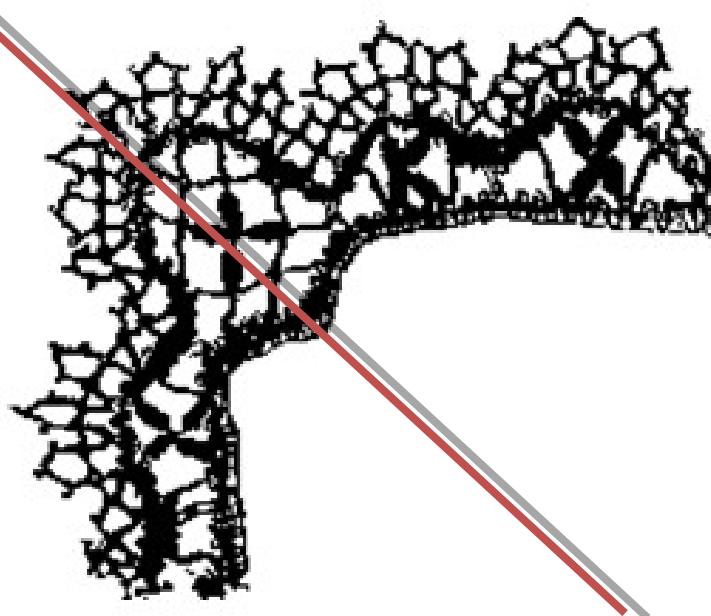


Figura 48. Molde da Renda Bedford. Fonte: Dawson (1984, p. 81).

Analizando as figuras 47 e 48, percebemos que existe um padrão de simetria que é recorrente. Se fizéssemos a reflexão da figura 48 em um eixo central, a imagem fosse idêntica à original. Analisando as figuras 47 e 48, nos encontramos com um caso de simetria central. Neste caso, se fizéssemos a reflexão da figura 48 em um eixo central, obtaríamos uma simetria central. Isto significa que a figura 48 é simétrica em torno de um ponto central. As figuras 47 e 48, nos encontramos com um caso de simetria central. Neste caso, se fizéssemos a reflexão da figura 48 em um eixo central, obtaríamos uma simetria central. Isto significa que a figura 48 é simétrica em torno de um ponto central.



a

Figura 49. Simetria por reflexão. Fonte: Dawson (1984, p. 81).

Anteriormente, a figura 49 de uma renda de bilro, é uma figura de formas irregulares. Todavia, ela nos dar a ideia de simetria por reflexão quando analisamos a mesma a partir de um molde regular construído por Dawson (1984). Vejamos, então a figura 50 que confirma nossa proposição.

a

b

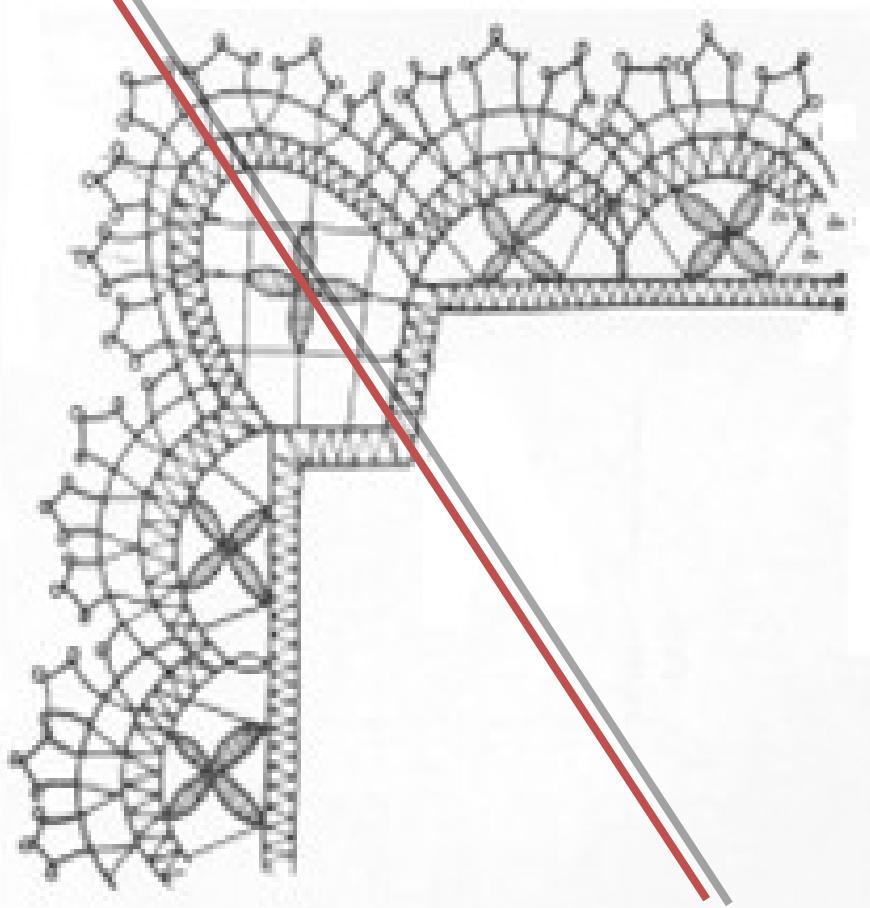


Figura 50. Simetria por reflexão. Fonte: Dawson (1984, p. 81).

Identificamos o eixo de simetria. Cortamos a figura nesse eixo e percebemos que a imagem **a** é reflexo da imagem **b**, e vice-versa, pelo ângulo.

Observamos, ainda, que o ponto original, e, seu correspondente na reflexão tem a mesma distância em relação ao eixo.

Outra característica importante que ressaltamos é que se dobrarmos a figura sobre o eixo de simetria, resultará numa sobreposição perfeita, isso indica que a figura permanece inalterada após a aplicação da operação de simetria de reflexão.

Encontramos essa operação de reflexão sugerida anteriormente ao cortarmos a figura 50 na curva. Vejamos essa operação nas figuras 51 e 52 a seguir.

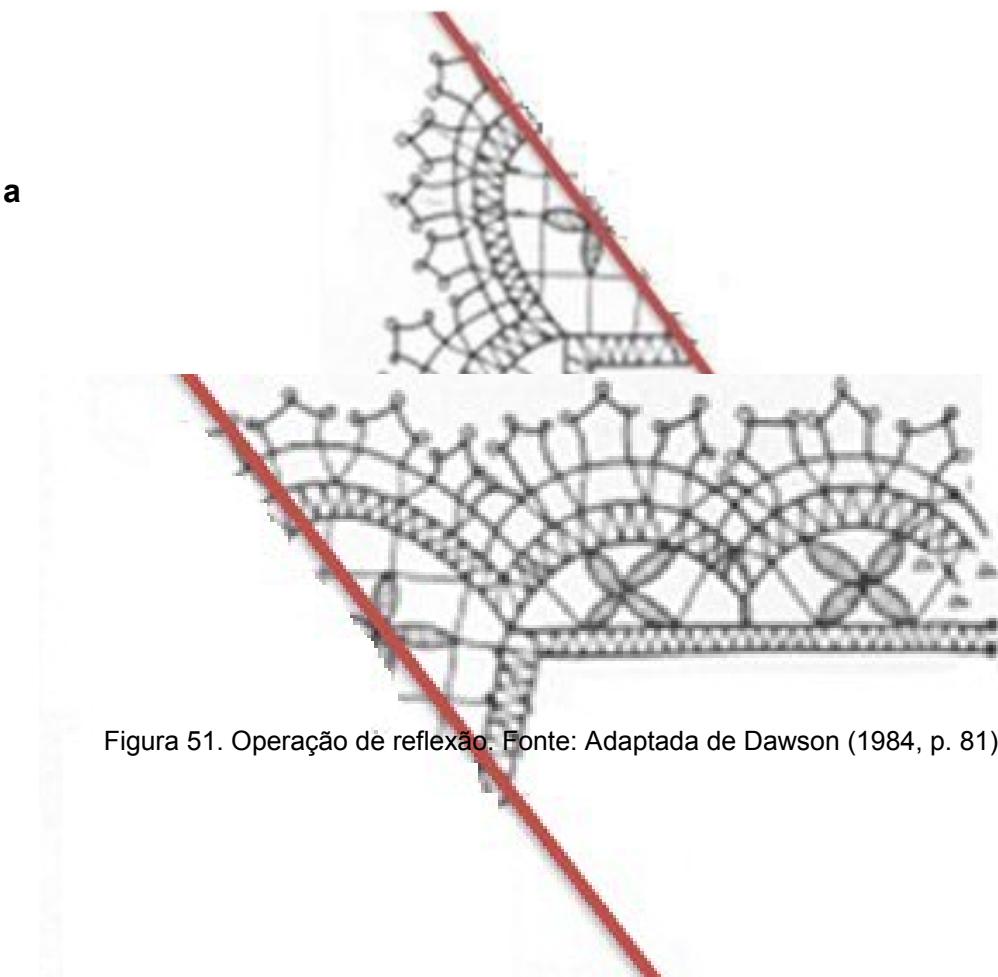


Figura 51. Operação de reflexão. Fonte: Adaptada de Dawson (1984, p. 81).

b

Figura 52. Operação de reflexão. Fonte: Adaptada de Dawson (1984, p. 81)

Nessa perspectiva, queremos apresentar outro modelo de renda de bilro que nos apresenta outro padrão de Simetria, desta vez queremos observar a isometria do movimento de rotação, pois se um objeto qualquer tem um eixo de simetria (C_n) de ordem n (n eixos de simetria) se uma rotação de $360^\circ/n$ ao redor deste eixo deixa o objeto indistinguível do original. (ALVARENGA, 2002).

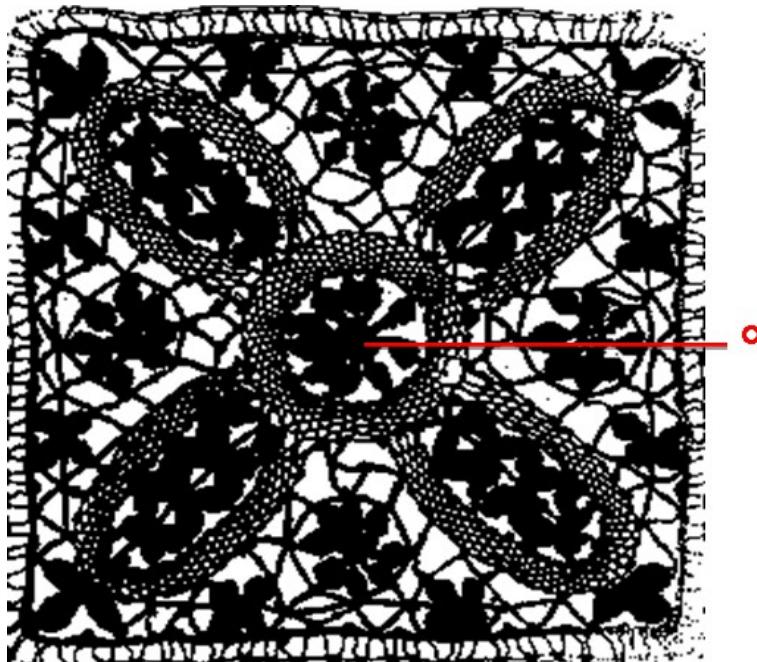


Figura 52b. Operação de reflexão. Fonte: Girão (1984, p. 140)

Analizando as figuras 52a e 52b, podemos exemplificar o procedimento matemático operacionalizado para a construção de tais pincelados.



Figura 54. Rotação. Fonte: Adaptada de Girão (1984, p. 140).

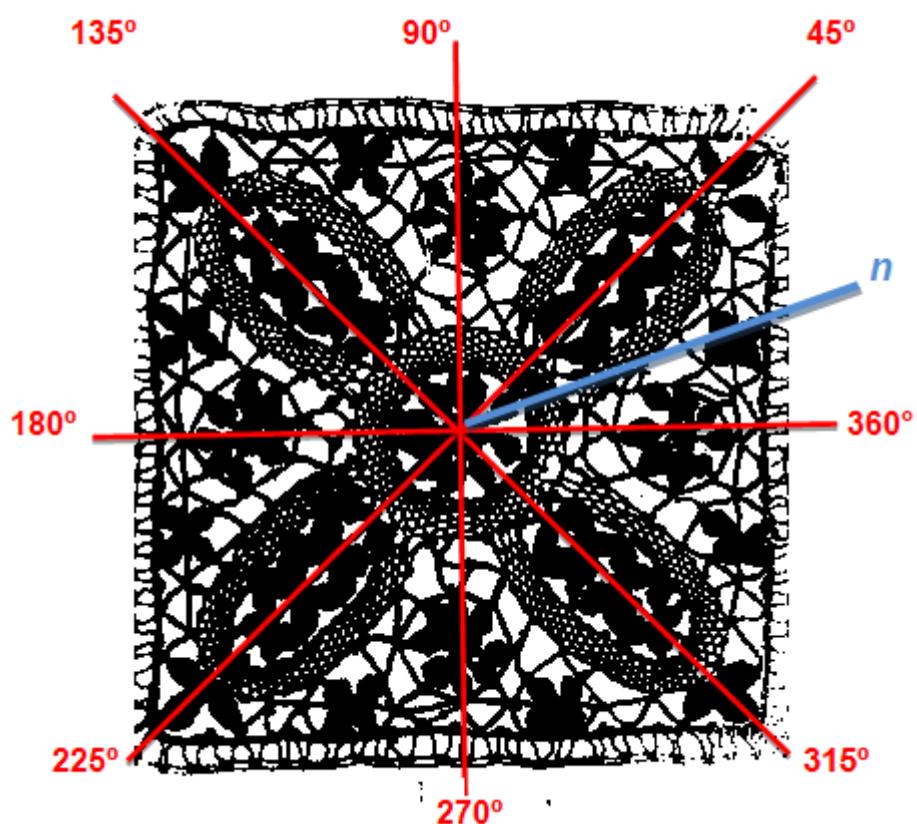


Figura 55. Rotação. Fonte: Adaptada de Girão (1984, p. 140)

Assim, a rotação compreende os movimentos de todos os pontos do motivo padrão em torno de um ponto n , chamado de centro de rotação, considerando um ângulo de 0 a 360°. E assim, observamos nas figuras 54 e 55 anteriores a rotação no eixo de simetria.

Podemos considerar que uma figura terá padrão de simetria rotacional se, quando dividida em duas partes por uma reta r , uma das partes, quando rotacionada em torno de um ponto, coincidir com a primeira. (RÊGO, 2006). Fica evidente, então, acima essa relação, quando consideramos a renda de bilro analisada nos apresenta

um padrão de simetria compatível com a isometria, proporcionando um movimento de rotação se considerarmos o eixo de simetria.

Com essas análises preliminares apresentamos as rendas de bilros como uma possibilidade de assinalar motivos matemáticos diversos tendendo também para um estudo sobre retas, ângulos e também formas geométricas como paralelogramo, retângulo, quadrado, losango, triângulos, polígonos e suas propriedades, os quais vamos abordar posteriormente.

Desse modo, entendemos que não se trata simplesmente de incorporar as práticas socioculturais e históricas no currículo da Matemática, mas é preciso antes de tudo reconhecer nessa prática características matemáticas. E para reconhecer alguns padrões geométricos, bem como as relações de simetria e isometrias, bem como os demais conteúdos que já mencionamos, foi preciso exercitar um olhar *analítico* que viesse a contribuir para conectarmos a Matemática à renda de bilro e que pudesse também contribuir para a inclusão de uma antropologia à Matemática.

Para explicar melhor nosso pensamento recorremos a Gerdes (1991, p. 46) aos afirmar que existe *matemática ‘escondida’ ou ‘congelada’*. *O artesão que imita uma técnica de produção conhecida não está, geralmente, a fazer muita Matemática. Mas o artesão que descobriu a técnica fez Matemática, desenvolveu Matemática, estava a pensar matematicamente.*

Nesse sentido, essa Matemática ora ‘escondida’ ou ‘congelada’ nas práticas sociais e culturais, aqui especificamente, a renda de bilro, nos serve aqui como ponto de apoio para reorientarmos a Matemática escolar, como mostramos nos padrões geométricos que são característicos nos modelos de renda de bilro em geral. Portanto, se observarmos com atenção essa Matemática alinhavada nas rendas, é possível refletir acerca das relações geométricas com a produção de rendas de bilro e construirmos Matemática com base nas formas e padrões das rendas de bilro. Nesse sentido, segundo Gerdes (1999, p. 79) a Matemática cultural é uma parte da luta contra o ‘*subdesenvolvimento matemático*’ e o combate do preconceito racial e neocolonial. Ressaltamos que valorizar as práticas culturais, não só significa o artesão, mas inclui na academia um saber que outrora era desprendido desse olhar, e, por conseguinte, ignorado.

A renda de bilro, é um exemplo de muitas de outras práticas da cultura brasileira que aqui ressaltamos, além das inúmeras práticas culturais existentes no país que podem resgatar o sentido de aprendermos com mais significado os

conteúdos da Matemática escolar. Assim, é importante, segundo Gerdes (1999), (multi) culturalizar o currículo escolar para poder melhorar a qualidade na Educação Matemática.

Na análise das formas geométricas da renda de bilro, percebemos características intrínsecas como a criatividade, a habilidade e a Matemática inseridas pelas mãos das rendeiras. Assim, a simetria por repetição em série aparece na maioria das rendas de bilro, bem como a simetria por reflexão centradas em temas que envolvem ângulos. Destacamos essas observações na figura 56 a seguir.

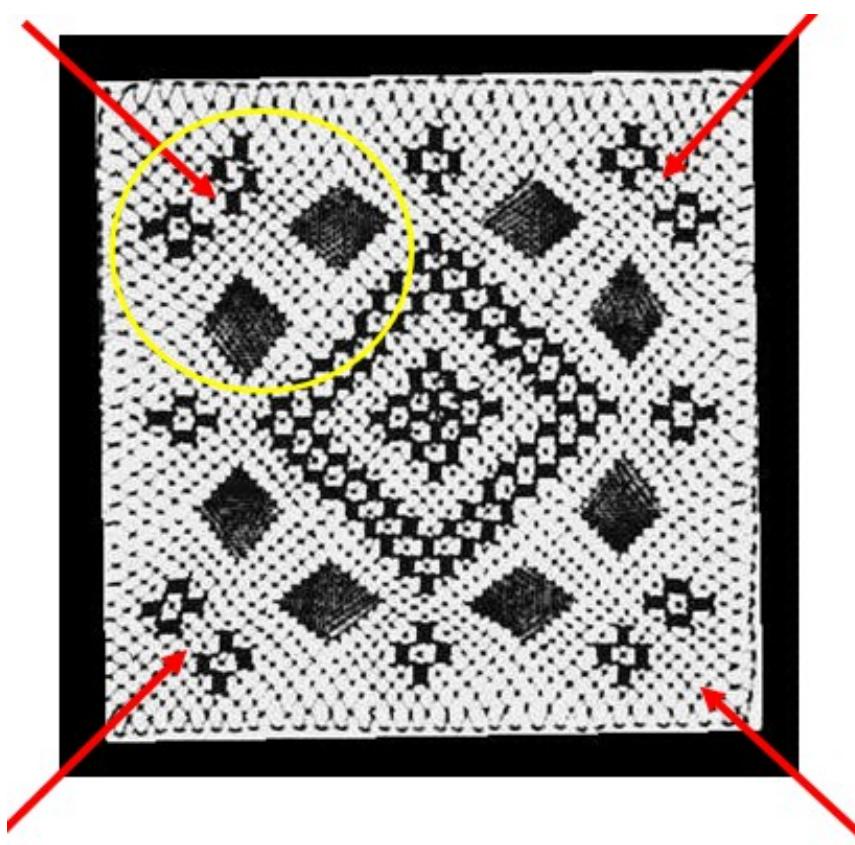


Figura 56. Simetria por repetição em série. Fonte: Google imagens. Acesso 02/04/2011.

Com isso, é importante notar que segundo Faiguerent e Nunes (2006, p. 14)

Grandes cientistas, como Poincaré e Einstein, falando de seus trabalhos, mostram o quanto a imaginação e a intuição estão na base de qualquer investigação científica. Para chegar a uma verdade nova, que contribua para o avanço da ciência, o investigador precisa arriscar, perguntar, transgredir o que já está dado como certo, como logicamente possível.

Nesse sentido, tecemos a renda de bilro como uma prática sociocultural e histórica mobilizadora de sentidos, criatividade e imaginação humana, constituindo

assim, um enfoque essencial para a aplicação de conteúdos matemáticos ‘descongelados’, instigando um olhar transversalizante acerca, principalmente, das simetrias e isometrias nos modelos que envolvem figuras geométricas elaboradas pelas rendeiras, nas rendas como toalhinhas, blusas, colchas etc.

Com esse entendimento, continuamos a análise dos padrões de renda de bilro enfocando as simetrias e isometrias que encontramos. Assim, a partir da renda de bilro, representada pela figura 57, a seguir identificamos simetria de translação numa direção.

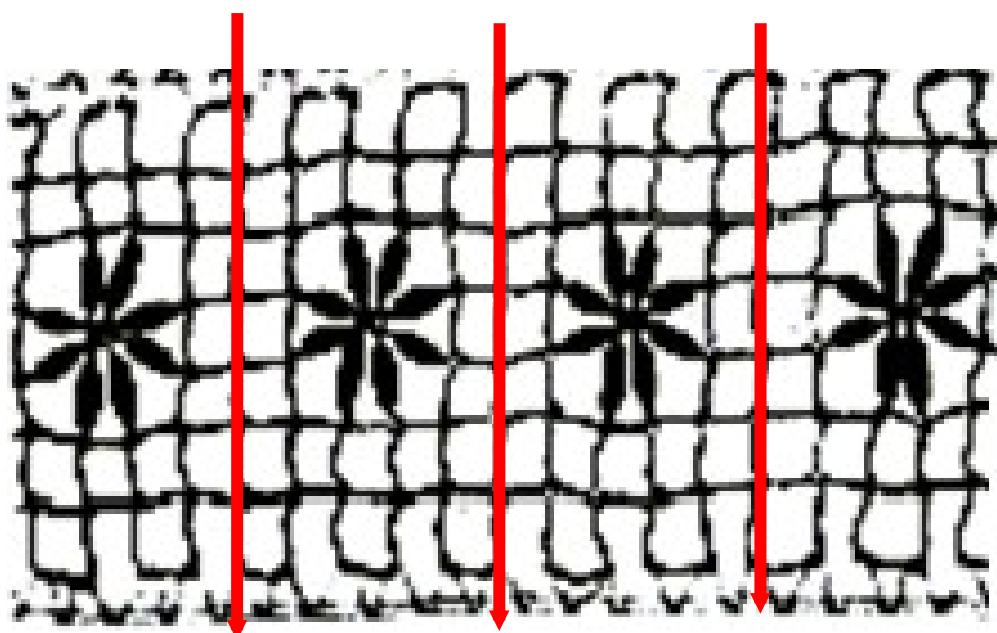


Figura 57. Renda bico. Fonte: Girão (1984, p. 24)

A figura 57 ora exposta é um dos modelos catalogados pela professora Valdelice Girão (1984), que trata de uma renda de nome ignorado, para sua confecção são usados 20 pares de bilros, e os pontos são *traça*, *trocado*, *trança*, data de 1931 em Alagoas e serve para nos mostrar as relações matemáticas que podemos estabelecer a partir de um olhar construído.

Vejamos o que aponta Wagner e Flores (2011)

(...) o desenvolvimento das habilidades de visualização considerando a relevância que as representações visuais e as práticas culturais têm dado ao “olhar”. De acordo com Flores (2007), este crescente interesse dos pesquisadores deve-se em boa parte ao fato de que na sociedade atual as

imagens e as informações visuais exercem forte influência na construção das subjetividades contribuindo assim para a formação geral do educando.¹⁸

Com esse delinear, as autoras nos levam a refletir que a visualização matemática deve ser percebida como uma demonstração do pensamento, que está na forma de olharmos e de pensarmos a visualização de uma determinada imagem, que está intrinsecamente ligada também à experiência.

No olhar construído acerca da renda de bilro, apresentamos a figura 58 a seguir, retirada do catálogo de Girão (1984, p. 140)

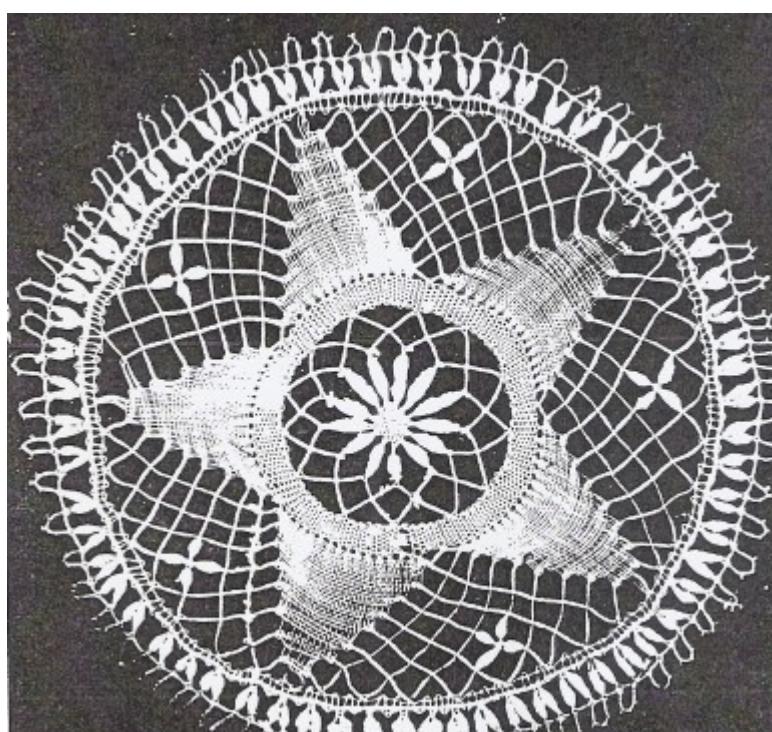


Figura 58. Renda estrela. Fonte: Girão (1984, p. 140)

A renda ora exposta está presente no catálogo da professora Girão (1984), denominada *estrela*, para sua confecção são usados os *pontos traça, trança, pano-fechado, pano-meio-trocado ou pano-aberto, ponta-de-arrebite*, são usados 16 *bilros*, sua procedência é do estado do Ceará.

Lançando um olhar nas formas e modelos geométricos apresentados pela renda selecionada, a mesma nos apresenta diversas formas geométricas que vamos ressaltar algumas, as quais podem ser descobertas e construídas conceitualmente

¹⁸ In. **História, Arte e Matemática: visualizando perspectiva na pintura renascentista.** Wagner, Débora Regina e Flores, Cláudia Regina. XIIICIAEM. Em http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/397/697. acesso em 24 de 10 de 2011.

pelos estudantes. A figura 59 é a mesma anterior, porém invertemos as cores para melhor trabalharmos as formas geométricas.

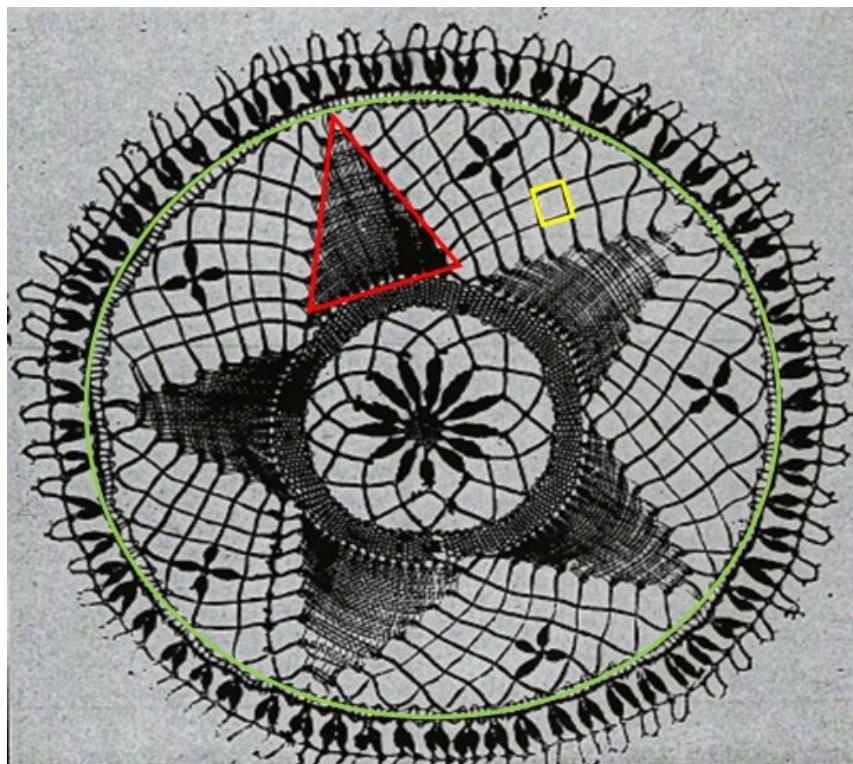


Figura 59. Renda estrela. (de cor invertida). Fonte: Girão (1984, p. 140).

As formas identificadas na figura 59 o triângulo e o quadrado são polígonos. Polígono é uma figura, no plano, formada pelo contorno, necessariamente, deve ser segmentos consecutivos e fechado. Biembengut e et al. (1996, p.81).

Os polígonos podem ser regulares e irregulares. Os regulares possuem lados e ângulos congruentes, e os irregulares os lados ou os ângulos não são congruentes.

Na figura 53, ainda identificamos o círculo que é uma figura plana limitada por uma circunferência, a união da circunferência com a sua região interna é chamada de círculo. Biembengut e et al (1996, p.24).

É possível, ainda, a partir de um olhar meta-analítico sobre a imagem da renda de bilro representada pela figura 53 construirmos uma determinada unidade de medida que representa a simetria dos padrões recorrentes da figura, observe o quadrado amarelo em destaque.

As figuras identificadas podem ser trabalhadas em sala de aula como uma forma de ver matemática numa prática sociocultural e histórica, a ser apresentada aos alunos uma Matemática que tem vida própria, que tem relação com o cotidiano dos humanos.

Nesse sentido, consideramos que é preciso identificar de que maneira podemos trabalhar com conteúdos matemáticos, quando acreditamos que essa tentativa de construir saberes está atrelada aos conhecimentos que vivem entre nós, na sociedade, no nosso cotidiano, e em toda parte, e desse modo, temos que aceitar que a Matemática foi descoberta, construída e/ou inventada por meio de padrões e convenções estabelecidos pelo homem.

Com base nessa temática elaboramos no capítulo a seguir atividades didáticas usando a correlação da renda de bilro e a Matemática cultural como fonte de produção de saberes significativos para a vida.

Usamos para desenvolver essas atividades os conteúdos matemáticos destacados anteriormente, que fazem parte do currículo do ensino fundamental e também os modelos das rendas de bilros catalogados por Girão (1984), bem como os padrões de renda e moldes também encontrados na obra de Dawson (1984).



(...)

*Salve a mulher rendeira,
que traz a magia nas mãos.*

Dentro de nossa história,

é lenda e tradição.

“Olé mulher rendeira,

olé mulher renda”.

Rainha dos sertanejos,

orgulho do meu Ceará.

(...)

Autora: Maria de Lourdes Aragão Catunda

4

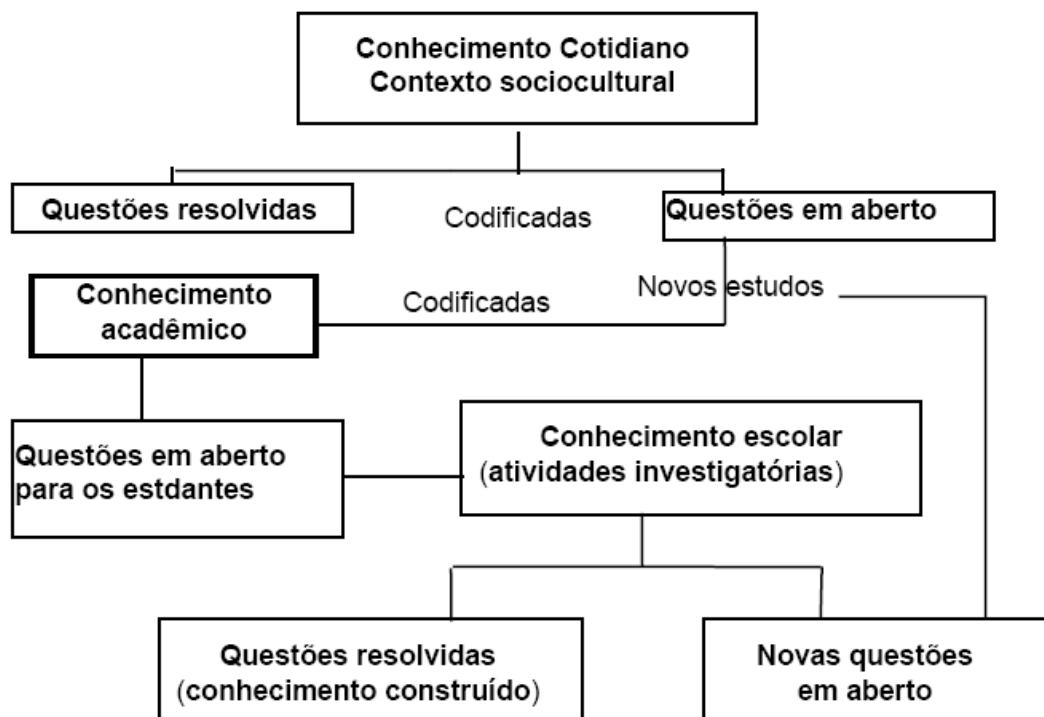
ENTREMEANDO OS NÓS E A AMOSTRA DA GEOMETRIA DAS RENDAS

O trançado a seguir tece argumentações acerca da proposição de atividades didáticas com base na teoria proposta por Mendes (2003, 2006, 2009a, 2009b) e para o ensino de geometria, simetria e isometrias apresentadas e justificadas de forma a validar nossa proposta de entrelaçar os conteúdos matemáticos com a prática da criação das rendas de bilro e seu uso no ensino escolar.

4.1 Discussão e organização de conhecimento matemático

Segundo Mendes (2003), o conhecimento matemático organizado e gerado se configura de duas formas que são as “questões abertas” e as “questões resolvidas”. A primeira forma revela-se a partir das soluções apresentadas aos problemas gerados no contexto sociocultural, que viabilizam a busca por respostas para problemas que surgidos depois. No que diz respeito a segunda forma, trata-se das lacunas deixadas durante a tentativa de responder às questões geradas no cotidiano e se constituem como fontes de provocadoras de novos estudos.

Com essa compreensão o quadro de Mendes (2003) fundamenta a institucionalização do conhecimento matemático a partir de questões resolvidas e abertas.



Fonte: Mendes (2003, p.7)

Baseados nesse esquema nos apoiamos nas questões abertas, surgidas no contexto sociocultural, provenientes dos saberes da tradição, já tratados anteriormente nesta tese, pois as mesmas desempenham papel importante na elaboração de novos saberes e nas estratégias do pensamento matemático.

Conforme, Mendes (2008) quando as “questões abertas” são totalmente solucionadas, tornam-se saberes institucionalizados ou formalizados, possíveis de serem utilizados pela comunidade científica. Mas detalhadamente essas incursões estão relacionadas no quadro de Mendes (2003), exposto nessa tese.

Nesse entendimento, Mendes (2009a, p. 61) assinala que

A proposta de ensino da Matemática baseado em atividades pressupõe a possibilidade de conduzir o aprendiz a uma construção constante das noções matemáticas presentes em cada atividade. Tal preocupação deve ser evidenciada a partir da elaboração da mesma, bem como na sua execução e avaliação, visto que cada etapa vivida pelo estudante servirá de apoio para a discussão e posterior formalização dos conceitos em construção. Cabe, porém, ao professor preocupar-se com o modo de elaboração dessas atividades e com as orientações dadas aos estudantes durante a realização das mesmas, por isso poderá ser decisivo no processo de aprendizagem desencadeado. Essa abordagem de ensino pressupõe a experiência direta do aprendiz com situações reais vivenciadas nas quais o material instrucional é centrado no aluno e em seus interesses explicitados na interação processada em sala de aula.

Fazendo um paralelo entre o esquema do quadro de Mendes (2003) e a proposta de atividades didáticas, percebemos que o conhecimento tratado pelo autor como cotidiano, aqui nos remete a prática da criação das rendas de bilro, as questões resolvidas estão nas situações apresentadas na escola para os alunos nos livros didáticos, e que os professores repassam tradicionalmente, por meio do conhecimento acadêmico.

No que diz respeito as “questões abertas” são as que geram novos estudos, provocam nos alunos e professores novos estudos, e são repassadas aos alunos por meio de atividades investigativas, e quando são resolvidas, devem gerar novas questões.

Nesse sentido, a próxima seção justifica e amplia as proposições de Mendes (2003), (2008), (2009a) entendendo o conhecimento cotidiano, conhecimento sociocultural e a Matemática cultural como parte fundante dessa proposta de ensino por meio de *Atividades Didáticas* usando como suporte didático os saberes, modelos

e movimentos presentes na arte de criação da renda de bilro e questões abertas geradoras de novos conhecimentos a partir das rendas de bilro.

4.2 Apresentação da proposta de atividades didáticas

Sabemos que a Matemática cultural tem sido foco de debates nos últimos 30 anos por se tratar de uma visão mais preocupada com a realidade dos alunos e com o contexto em que se dá a construção do conhecimento. Assim, no cenário desse debate está Bishop (1999, p. 20), quando diz que

Las relaciones entre educación y antropología no se han desarrollado demasiado aunque, como cabría esperar, cuando los antropólogos han estudiado culturas denominadas '*primitivas*', las ideas que han surgido han avivado debates sobre los problemas de la enseñanza formal en relación con esas culturas.

Para que esse debate se efetive no sentido de uma mudança curricular, será necessário que a escola se proponha a apresentar e desenvolver um currículo crítico e conectado com as múltiplas possibilidades oferecidas por uma proposta transversalizante da Educação Matemática que dê os estudantes autonomia de usar as técnicas de aprendizagem dentro e fora do contexto escolar e desenvolver significados.

Sabemos que o currículo formal como ferramenta norteadora do processo de ensino e aprendizagem, ainda, está fragmentado no que diz respeito aos conhecimentos, levando o aluno a uma visão fragmentária dos conteúdos escolares. Um currículo assim inviabiliza uma compreensão universal da cultura e da Matemática.

Almejamos, dessa forma, desenvolver algumas Atividades Didáticas que possam instigar uma reflexão sobre o currículo formal. Para elaborar as Atividades Didáticas nos apoiamos na proposta de uso da Investigação Histórica de Mendes (2009), que pressupõe o aluno como um *criador ativo*, mas como ele mesmo enfatiza, não é o papel de um cientista, mas que desenvolva o senso de participação, compreensão e questionador. Para isso essas atividades devem ter um teor que desperte o interesse do estudante, ou seja, provocadoras de novos estudos.

Nesse delinear o autor aponta que

O processo investigatório como princípio da aprendizagem Matemática dos estudantes deve ser configurado por situações que favoreçam a redescoberta da Matemática, tendo em vista a exploração e a investigação de situações-problema que os levem à compreensão do “quê” e do “porquê” referentes à Matemática investigada. (MENDES, 2009a, p. 58).

Justificamos nossa escolha pelas ideias das Atividades Didáticas de Mendes (2009a), (2009b), (2008), pois tais ideias favorecem o desenvolvimento do *pensamento interrogativo* do aluno, proporcionando a eles o encontro com a realidade, proposto pelo autor que defende a Matemática cultural.

A fundamentação de nossas atividades matemáticas com base em Mendes (2009a, p. 34) tem como norte que

(...) é preciso mudar o processo de ensino estático e unilateral no qual o professor é o único informante e cujas ações conduzem o aluno a um processo contínuo de passividade. Por outro lado, as aulas dinâmicas centradas na problematização, investigação e análise da realidade matemática envolvida nos contextos sócio-culturais conduzem os alunos a um processo ativo provocado pela sua participação, favorecendo o seu crescimento no próprio processo de apreensão do conhecimento. Desse modo, a cidadania passa a ser buscada, conquistada através da motivação emocional e intelectual, assim como provocada durante essas atividades dinâmicas desencadeadas nas aulas.

Assim, a tese se apoia nos pressupostos da teoria de Mendes (2009a) que prevê o uso de atividades didáticas, cuja prática pressupõe uma reconstrução dos conteúdos matemáticos, com base nas *atividades de desenvolvimento, de conexão, e de abstração*, modelos indicados pelo autor os quais explicitaremos cada um deles a seguir.

Para o autor a atividade de desenvolvimento são aquelas que permitem que o aluno experiencie um conceito matemático, que se familiarize com as condições formais de concepção desse conceito.

Já as atividades de conexão dão sequência a aprendizagem do conceito, e devem estabelecer compreensões conceituais que podem ser apresentadas física e oralmente com o intuito de o aluno representá-la simbolicamente.

E por fim, as atividades de abstração que visam explorar profundamente a representação simbólica de um conceito, proporcionando ao aluno expor suas ideias matemáticas, contudo, só podem ser aplicadas após os aspectos físico e oral terem sido devidamente explorados.

Mendes (2009a, p. 61) relaciona, ainda, algumas características importantes a serem consideradas no momento da elaboração dessas atividades, resumidamente, são elas:

- as atividades devem ser apresentadas de maneira auto-orientadas para que o aluno possa auto-conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem;
- deve conduzir o aluno na construção das noções matemáticas em três fases: experiência, comunicação oral, e representação simbólica;
- deve instigar no aluno a criação ativa, e o aspecto questionador e desafiador; e,
- devem ter caráter de continuidade e devem estar conectadas entre si.

Completando o rendilhar das características acerca da proposta de ensino de Matemática por meio das atividades didáticas, por Mendes (2009a), consideramos relevante essa abordagem de ensino porque pressupõe a experiência direta do aprendiz com situações reais vivenciadas, nas quais a abordagem instrucional é centrada no aluno e em seus interesses espontâneos, provocando a relação do conhecimento acadêmico com o cotidiano, bem como uma reflexão acerca das “questões abertas” oriundas desse contexto sociocultural.

De acordo com Mendes (2009a) apoiado nas proposições de Dockweiller (1996), é também importante, para desenvolver essas atividades, considerar três pontos que são a verbalização (comunicação), manipulação/experimentação (Física/visual) e a simbolização (representação), os quais traduzem um processo construtivo contínuo, característica importante na elaboração das atividades didáticas estruturadas.

Assim, o trabalho com as atividades didáticas propostas por Mendes (2009a, p.64) pressupõe o uso da investigação histórica que implica *na valorização do saber e do fazer históricos (...)* e de acordo com os pontos de *desenvolvimento, conexão e abstração*, fez-se necessário a compreensão do objeto do conhecimento numa perspectiva contínua e interativa.

Emaranhando os fios condutores da pesquisa realizada, a seção a seguir trata sobre a sistematização das *Atividades Didáticas*. Ressaltamos a necessidade de apresentar o processo usado na elaboração dessas as atividades, de acordo com Mendes (2009a).

4.3 Orientações sobre o ensino de Matemática por meio das Atividades Didáticas

Nos aventuramos no processo de *fazer e desfazer*, buscando sempre *preencher os vazios* para obtermos a *finura do ofício*, nesse processo *o tempo tecer o tempo*.

Assim, para tecermos essas atividades nos aprofundamos nas fundamentações de algumas das diretrizes traçadas por Mendes (2009a), delineadas em sua proposta para desenvolver um projeto de investigação, os quais nos apropriamos para desenvolvêrmos nossas Atividades Didáticas.

As diretrizes são elas: Onde? Quando? Como? Por quê? Para quê? Que usamos nas reflexões e que foram contempladas de acordo com os objetivos, sugestões, materiais, conteúdos envolvidos, procedimentos, avaliação, dentre outras.

Nessa perspectiva, advertimos que as atividades elaboradas nessa proposta seguem as recomendações do autor, no sentido de continuidade de estudos do alunado e sua relação com a cultura, o cotidiano e a realidade dos mesmos.

Ainda consideramos as orientações do autor (2009a, p. 110), segundo as quais o professor *deve propor situações que conduzam os alunos a (re)descoberta do conhecimento através do levantamento e testagem de suas hipóteses acerca de alguns problemas investigados, (...)*. Tal reflexão nos remete as questões abertas usadas para gerar conhecimento acadêmico para serem usados nas salas de aulas.

Nesse delinear enlaçamos ao mesmo tempo as propostas de atividades históricas também apresentadas pelo autor, e enfocamos aqui a relevância de suas fases para a elaboração do modelo das atividades relacionadas e sugeridas em nossos traçados.

Assim, as fases descritas por Mendes (2009a), e usadas no desenvolvimento das atividades didáticas são:

1. Nome de cada atividade: o título da atividade indicará o tema central;

É importante que o professor seja criativo para que o título estimule o aluno.

2. Os objetivos das atividades: deixar claro as principais finalidades da realização da atividade.

É importante que a linguagem seja clara para facilitar o entendimento.

3. O conteúdo histórico: como elemento motivador advindo da cultura.

Para nossos objetivos o conteúdo escolhido está relacionado aos escolhidos para serem explorados na construção de conceitos de simetria e isometria a partir das rendas de bilro.

4. O material a ser utilizado nas atividades: o material deve ser descrito.
O professor deve demonstrar criatividade na escolha dos mesmos.
5. A operacionalização das atividades: os procedimentos metodológicos servirão para orientar os estudantes no desenvolvimento das atividades.
(o estudante vivencia as fases sugeridas por Dockweiler (1996), citado por Mendes (2009a), a (manipulação/experimentação; a verbalização/comunicação oral e simbolização/abstração).
6. O desafio proposto nas atividades: as mesmas devem ser atrativas e desafiadoras de modo a provocar a curiosidade dos estudantes.
Considerar os desafios de acordo com o nível dos alunos.
7. O exercício da sistematização e formalização do conhecimento: toda a atividade deve apresentar continuidade e ações que conduzam os estudantes a formalização matemática.
A formalização matemática deve ser orientada pelo professor que deve perceber em que momento deve ser realizada.
8. Outras atividades complementares: outros trabalhos abertos com o mesmo tema que sirvam para ampliar os conhecimentos dos alunos.

É importante que cada fase seja refletida e vivenciada pelos alunos e o professor. Nesse sentido, apresentamos nossa proposta de atividades didáticas, com base nos conceitos apontados por Mendes (2009a), promovendo um entrelaçamento dos saberes da geometria, simetria e isometrias com a arte secular das rendas de bilro.

É importante que a relação dos alunos com as atividades deva ser de interação e socialização para que haja um crescimento intelectual dos mesmos, conforme aponta Mendes (2009a). Ainda podemos dizer que nossa escolha pela proposta de atividades didáticas à luz das ideias de Mendes (2009a) se confirma quando Mendes (2009b, p. 123) aponta que na escola

O conhecimento tem seu processo de construção ocasionado a partir de organização sistemática de nossas experiências, observações sociais e investigações realizadas no contexto da sociedade e da cultura, ao longo do

desenvolvimento histórico das civilizações. A cada momento que se utiliza o pensamento na construção de ideias a respeito do mundo pratica-se o exercício da estruturação do conhecimento numa perspectiva de transformação da realidade, visando-se assim, à nossa construção sociocultural.

Nesse entendimento, ressaltamos a necessidade de edificarmos um olhar cultural, resultado de uma elaboração social, que delinei e ilumine nossa proposta sobre a importância das atividades didáticas. Desse modo, propomos a seguir que os conteúdos a serem desenvolvidos nas atividades didáticas sejam delimitados em três blocos de estudos dos conteúdos que denominamos de pré-simetria, aprendizagem dos conceitos e fixação de aprendizagem.

Na seção a seguir discorremos acerca desses blocos de estudos e das atividades didáticas desenvolvidas para edificação da tese.

4.4 Blocos de estudos e proposta de atividades didáticas focadas no ensino de geometria e simetria

No bloco de estudos sobre a pré-simetria tratamos da manipulação da forma simétrica com vistas à criação das faixas decorativas, como aponta Penteado, (1965), dos ornamentos geométricos de acordo com Mendes (2003) e da criação de faixa de simetria conforme Farmer (1999), dentre outros.

No bloco de aprendizagem de conceitos serão abordados a aprendizagem formal das ideias exploradas por meio da manipulação das criações realizadas no bloco 1. As atividades didáticas propostas relacionam o bloco 1 com o bloco 2.

No que diz respeito o bloco 3, a proposta é de atividades para fixação dos conteúdos e conceitos explorados no bloco 1 e 2. Consideramos para esse bloco, a ação de movimentar as formas por meio de translação, rotação e reflexão.

Assim, é importante que o professor revisite os blocos anteriores para que o bloco seguinte seja correlacionado de forma contínua e, ainda, neste momento o professor pode propor ao aluno que utilize outros objetos, além da renda de bilros, para trabalhar os conteúdos propostos.

4.4.1 Bloco de atividades da pré-simetria

Nesse bloco consideramos a necessidade de se desenvolver uma série de atividades que favoreçam a manipulação de objetos geométricos que estimulem a formulação de uma compreensão conceitual acerca da dinâmica dos movimentos

relacionados ao deslocamento das formas de modo a estabelecer no aluno as primeiras ideias sobre simetria e transformação geométrica. Neste sentido tomamos como base, principalmente as ideias iniciais de Penteado (1965, p. 80) sobre as representações dos objetos e formas. Destacamos os conteúdos a serem explorados nesse bloco como:

1. Visualização de objetos;
2. Esboço de desenhos;
3. Representação gráfica de desenhos;
4. Composição decorativa e fontes de motivos decorativos;
5. Faixa decorativa com variedade de formas;
6. Sugestões de atividades didáticas.

Para a composição desse bloco, nos apoiaremos em Penteado (1965), quando discorre claramente sobre esses aspectos. Desse modo, o autor, enfatiza que a maneira mais comum e tradicional de representar um objeto é vê-lo sempre do mesmo ponto de vista, ou seja, os olhos do observador são reduzidos a um ponto geométrico para relacionar as dimensões e o afastamento do observador, procura-se reproduzir o objeto o mais fielmente possível, no seu aspecto real, visível.

Entretanto, o autor propõe um modo novo de estudar o objeto, não só mais de um único ponto de vista, parado, mas agora de vários pontos de observação, ampliando consideravelmente o campo de percepção do observador. Nesse sentido, o desenho do natural será iniciado com apresentação de modelos simples, colocados em posições fáceis. Modelos simples são os que não apresentam grandes relevos ou deformações difíceis e complexas, quando observados isoladamente. Desse modo, a sequência da figura 58 representa bem o pensamento do autor.

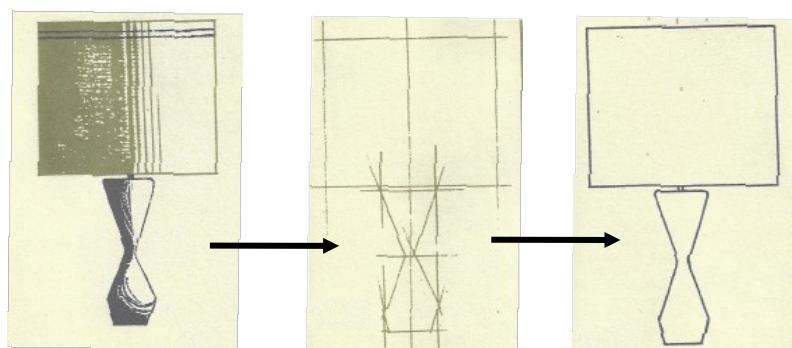


Figura 60. Esboço. Fonte: Adaptado de Penteado (1965).

Na figura 60 observamos que o aluno visualiza o objeto, faz um esboço e depois representa graficamente o desenho real. É importante que o aluno comprehenda, após vivenciar as possibilidades de representação gráfica que deve fazer seus próprios esboços, a partir de modelos que estejam diante de seus olhos, sejam paisagens, figuras, imagens, objetos quaisquer. Esses primeiros traçados do aluno servem para que o mesmo inicie suas primeiras observações, lance seus primeiros olhares perceptivos nos padrões de simetria que serão encontrados posteriormente.

Em busca de ampliar os conhecimentos dos alunos acerca da composição de um pensamento pré-simétrico, o autor destaca a importância de definir o que é *motivo*, assim, ele diz que motivo é a unidade que tomamos como modelo e que geralmente se repete em toda composição ornamental.

O autor assinala que os motivos geométricos podem ser obtidos de geometria, da natureza e da imaginação criadora. Nesse sentido, destaca que na geometria encontramos o ponto, as linhas, as figuras planas e os sólidos geométricos. Na natureza, aponta os elementos do reino vegetal, mineral e animal. Além de aproveitar as formas geométricas, há também a transformação em formas geométricas dos elementos retirados da flora, fauna, dos minerais etc.

Para Penteado (1965) os motivos podem ser simples e complexos. Simples, quando se considera apenas um só motivo numa só faixa decorativa; complexo, se além de um motivo houver duas ou mais faixas de larguras diferentes o autor define que faixa decorativa, é a ornamentação que está compreendida entre linhas paralelas e pode ser colocada em qualquer posição ou sentido. Como a faixa decorativa é o espaço compreendido entre duas retas paralelas, a perpendicular comum às duas retas componentes será a largura da faixa. As figuras 60 a 64, representadas simultaneamente em ordem sequencial, a seguir, sinalizam o modo como o autor aborda a construção das faixas decorativas e as noções de simetria e transformações geométricas implícitas nesse processo de construção geométrica.

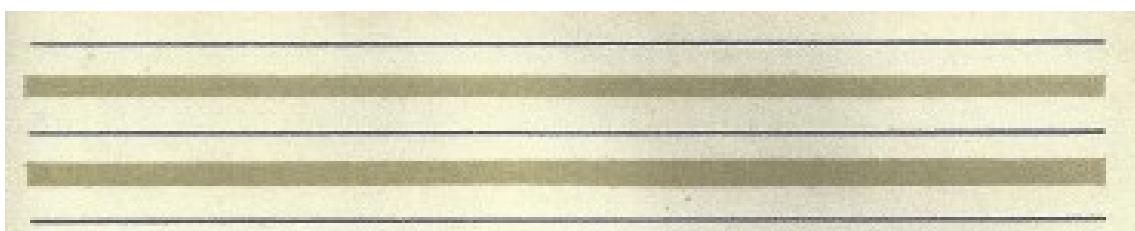


Figura 61. Faixa decorativa linhas horizontais. Fonte: Penteado (1965, p.127)



Figura 62. Faixa decorativa linhas horizontais e verticais. Fonte: Penteado (1965, p.127)

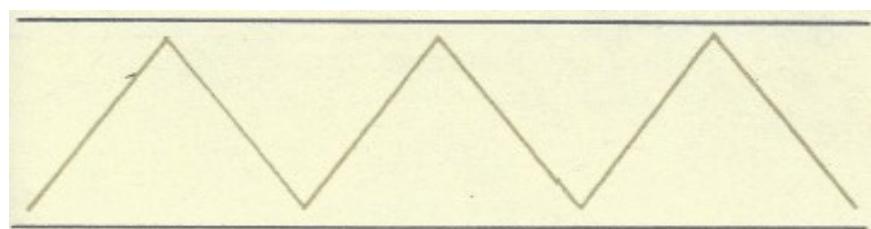


Figura 63. Faixa decorativa linhas horizontais e sinuosas. Fonte: Penteado (1965, p.127)

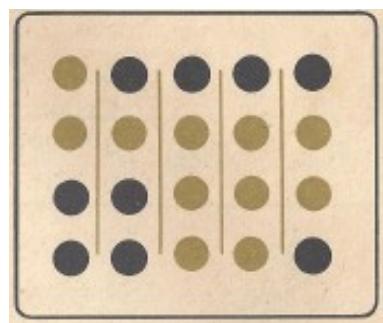


Figura 64. Faixa decorativa combinações de linhas e pontos. Fonte:Penteado (1965, p.129)

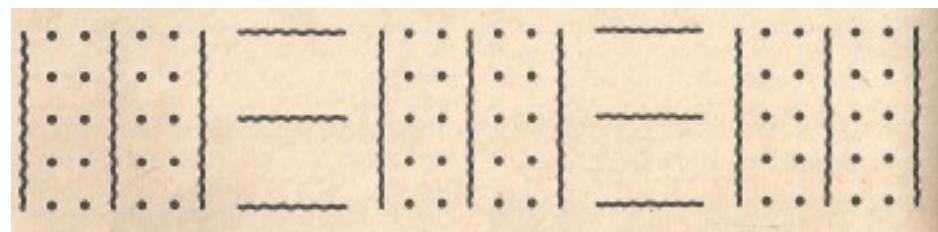


Figura 65. Faixa decorativa combinações de linhas e pontos. Fonte: Penteado (1965, p.129)

As figuras 61, 62, 63, 64 e 65 são indicadas pelo autor para representar os tipos de combinações de linhas e pontos, e representação de faixas decorativas. Para o autor, ainda, podemos obter interessante efeito decorativo, se construirmos

uma faixa combinando *linhas sinuosas verticais e horizontais* com os espaços entre verticais preenchidos por pontos distribuídos horizontalmente. Estes deverão manter igual distância entre si. Tais indicações estão presentes na figura 66.

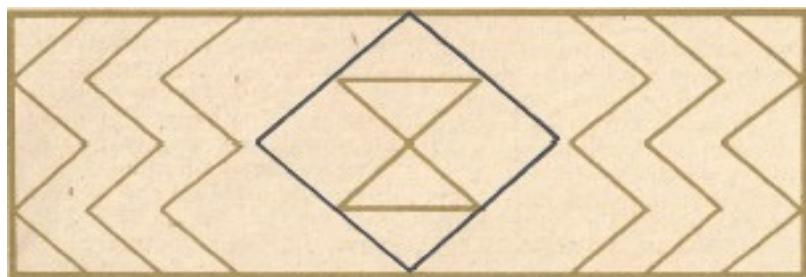


Figura 66. Linhas sinuosas verticais e horizontais. Fonte: Penteado (1965, p. 129)

Essas exposições iniciais servem para compreendermos a importância de antes de começar o trabalho com os alunos acerca do conceito de simetria, iniciar pelas faixas decorativas, como indica Penteado (1965). Contudo, essas impressões iniciais não são suficientes para explicar todos os modelos de faixa decorativa, o professor deve explorar mais esses modelos com outros procedimentos que poderão criar novas composições decorativas e explicar mais claramente os múltiplos mecanismos gráficos necessários à construção de uma faixa decorativa.

Seguindo nossa explanação, queremos apresentar também a relevância de compreendermos a perspectiva, tal compreensão nos ajudará quando estivermos analisando os padrões e modelos geométricos presentes na renda de bilro, bem como para analisar os tipos de simetrias.

Assim, quando nos aproximamos ou nos distanciamos de um objeto as suas dimensões experimentam modificações, maiores ou menores, de acordo com a distância e o lugar ocupados pelos modelos a serem copiados. Ao modificar desse modo os objetos, temos a impressão de deformação aparentemente do objeto, a este fenômeno é denominado *perspectiva*, no sentido mais elementar, ou seja, podemos dizer que *perspectiva*, é a arte de nos fazer ver os objetos, não são como são na realidade, mas como nos aparecem à nossa vista. (PENTEADO, 1965).

Esses elementos teóricos acerca dos conteúdos trabalhados até aqui nos dão embasamento para iniciarmos o trabalho mais adiante sobre geometria, simetria e isometrias. Apoiados nessas ideias indicamos a necessidade de explorar os conteúdos desse bloco por meio de atividades sugeridas por Penteado (1965) e adaptadas para este trabalho.

Atividades 1: Desenvolvendo habilidades para aprendizagem de simetria

1. O professor deve sugerir que os alunos façam um esboço de um desenho qualquer de modo a apresentar sua representação gráfica.
2. Em seguida de vê sugerir que tracem várias paralelas da mesma espessura e mantenha entre elas a mesma distância (equidistantes entre si).
3. No momento seguinte deve orientar que os alunos tentem combinar vários segmentos de retas paralelas, horizontais e verticais. Veja que disposição ornamental foi possível obter?
4. Logo em seguida, o professor deve propor que os alunos desenhem uma faixa decorativa que apresente retas inclinadas, ora para a esquerda, ora para direita, porém com suas extremidades tocando. É o momento de lançar um primeiro questionamento: que processo foi empregado na criação do modelo geométrico feito por cada um dos alunos?
5. A partir daí, o professor poderá orientar os alunos para que repitam o procedimento encaminhado na orientação de número 3, agora alterando o processo criativo, utilizando linhas sinuosas.
6. Neste momento o professor pode dar inicio à inclusão das formas das rendas e de outras formas, considerando a variedade de formas geométricas, a fauna, a flora e as representações geométricas das rendas, como fontes de motivos decorativos. Dê exemplos.
7. Em seguida pode sugerir que façam várias combinações de faixas decorativas, livremente, seguindo os modelos indicados nos exercícios anteriores ou mesmo criando novos encaminhamentos.

O professor deve apresentar o trabalho de simetria com essas atividades iniciais para desenvolver maiores possibilidades de aprendizagem do aluno. Ademais, fazer uso de uma abordagem didática mais dinâmica e criativa em sala de aula motiva a aprendizagem e o senso investigativo do aluno.

Diante do que foi exposto consideramos importante reiterar que ao nos referirmos à expressão *faixa decorativa*, estamos tratando de uma ornamentação que está compreendida entre duas linhas paralelas, podendo ser colocada em qualquer direção. As linhas são sempre equidistantes, podendo acontecer que as mesmas estejam em posições perpendiculares, horizontais ou oblíquas.

Essa discussão encontramos nos trabalhos de Mendes (2008) quando utiliza a expressão ornamentos geométricos para abordar os conceitos de simetria, isometria e transformação geométrica por meio da exploração das práticas de criações geométricas nas peças de cerâmica da Amazônia, nas pinturas indígenas ou nas decorações de cestos indígenas.

Nesse entendimento, o trabalho pré-simétrico precisa ser ampliado para a discussão sobre simetria e isometrias. Desse modo, na seção seguinte o bloco 2 tratará da continuidade da proposta de atividades didáticas, mas com a finalidade de desenvolver aspectos mais algorítmicos da aprendizagem de conceitos de geometria e simetria.

Com base nos conteúdos a serem trabalhados nesse bloco 2, propomos ao professor o encaminhamento de debates em sala de aula com vistas a desenvolver o pensamento matemático, por meio das atividades exploratórias que contribuam para a construção da aprendizagem de conceitos. Assim, o aluno deve construir os conceitos necessários a sua aprendizagem por meio de estratégias de ensino provocadas pelas atividades didáticas que elaboramos e que serão apresentadas mais adiante.

Contudo, precisamos construir alguns conceitos como o de simetria. Compreendemos por simetria a distribuição de duas partes ou de dois motivos de cada lado de uma linha mediana ou eixo de simetria. Na geometria encontramos facilmente formas simétricas, que podemos destacar na faixa de simetria da figura 65.



Figura 67. Faixa decorativa. Fonte: Penteado (1965, p. 129)

A figura 67 nos mostra diferentes faixas de simetrias, onde o professor deve motivar o aluno a descobrir as inúmeras combinações de linhas retas, quebradas e sinuosas de extraordinário efeito ornamental.

Com essa mesma ideia podemos apresentar aos alunos para trabalhar os conceitos de geometria e simetria ornamentos geométricos diversos, encontrados nas cerâmicas, azulejos, tecidos, ladrilhos, mosaicos, rendas de bilro, dentre outros.

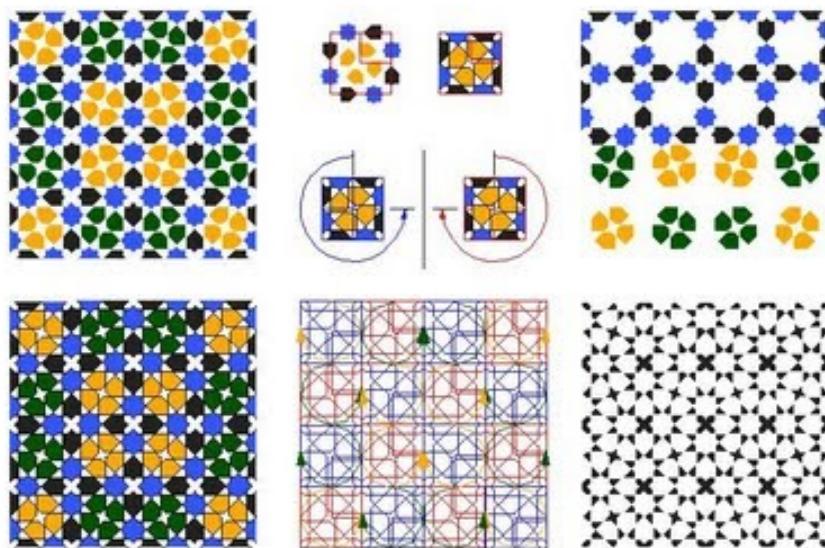


Figura 68. Padrões geométricos diversos. Fonte: Alvarenga (2002, p. 204)

Ao explorar esses ornamentos com os alunos, o professor pode esclarecer que um ornamento é fruto da expressão da vida da comunidade, da cultura, da qual todos devem participar ativamente. Explicar também que os padrões geométricos precisam ser observados, recompostos e compostos de modo a se compreender e explorar os movimentos e as formas que envolvem cada padrão.

Já as faixas de simetrias são concebidas tendo em vista a função do objeto sobre o qual serão aplicados, o conhecimento, da técnica a ser utilizada, o material a ser empregado. O professor deve ressaltar para o aluno que trabalhar com os ornamentos, realizando desenhos de padrões deve ser entendido como uma atividade pedagógica necessária ao desenvolvimento de conceitos mais complexos, como os movimentos de rotação, translação, reflexão.

Conforme, assinala Penteado (1965) a primeira atividade pedagógica é estabelecer a confiança dos alunos nos seus próprios recursos pessoais de expressão plástica. O professor deve ser o grande incentivador. Entretanto, a discussão sobre os conceitos de aprendizagem dos conteúdos de simetria, precisam fazer parte do trabalho curricular do professor.

A formalização dos conceitos é necessária e deve ser trabalhada para que o aluno por meio das estratégias de ensino oferecidas pelo professor seja capaz de desenvolver as atividades didáticas.

Nesse sentido, é preciso que o aluno compreenda que uma transformação geométrica no plano é uma função (ou aplicação) biunívoca de \mathbb{R}^2 em \mathbb{R}^{2n} (ALVARENGA, 2002) e que uma transformação geométrica transporta um ponto do plano para outro lugar do plano segundo uma lei de associação, podemos exemplificar essas transformações geométricas com os movimentos de rotação, translação e reflexão. Desse modo, ilustraremos esses movimentos com base nas figuras 69, 70 e 71.

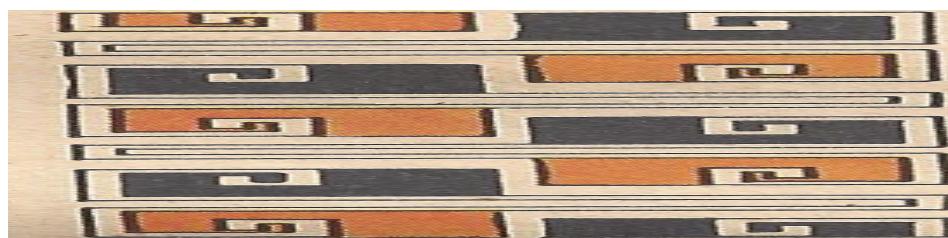


Figura 69. Reflexão. Fonte:Penteado (1965, p. 180).

A figura 69 apresenta uma reflexão por meio de um movimento de rotação.

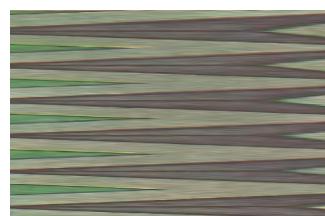


Figura 70. Movimento de translação. Fonte: Penteado (1965, p. 180).

A figura 70 apresenta um movimento de translação, porém o movimento de reflexão está presente também nessa faixa de simetria.



Figura 71. Movimento de rotação. Fonte: Penteado (1965, p. 180)

Apoiadas nas faixas de simetria das figuras 67, 68 e 69 apresentadas, o professor poderá explorar os padrões geométricos de cada uma das faixas de modo a iniciar as formalizações conceituais acerca dos conteúdos de simetria e isometrias: rotação, translação e reflexão por meio de atividades didáticas

Atividade 2. Manipulação de formas geométricas e a criação de ladrilhos feitos das rendas de bilro

O trabalho com os ladrilhos tem sido explorado por teóricos como Rob Ives (1995). Qualquer recurso que seja introduzido na sala de aula é de especial importância. Com base na proposta desenvolvida por Ives (1995), propomos uma grupo de atividade em que será possível a utilização uso dos modelos das rendas de bilro em forma de ladrilhos para que os alunos criem suas formas e padrões.

Objetivo:

Formar figuras geométricas com as rendas de bilro em forma de ladrilhos.

Material:

Rendas de bilros, papel quadriculado, cartolina, régua, compasso, lápis.

Procedimentos:

O professor deve solicitar aos alunos que criem seus próprios modelos de ladrilhos no papel quadriculado usando para isso os padrões encontrados nas rendas de bilro.

Avaliação:

Todos do grupo devem apresentar suas construções e apresentar suas estratégias de soluções e os conceitos construídos.

Sugestões:

De posse dos ladrilhos criados pelos alunos, o professor deve mediar à percepção dos alunos às formas e a construção dos conceitos. E a partir daí deve inserir os conteúdos de simetria das figuras.

Com essa atividade didática, esperamos que os alunos desenvolvam sua criatividade e se sintam motivados a criação de modelos de ladrilhos diversos,

formando e construindo entidades matemáticas percebidas nessa atividade e relacionar com a atividade anterior.

Sugerimos que antes iniciar a confecção dos ladrilhos por meio da renda de bilro que o professor coloque seus alunos o contato com modelos de ladrilhos já prontos, como o que mostramos a seguir.

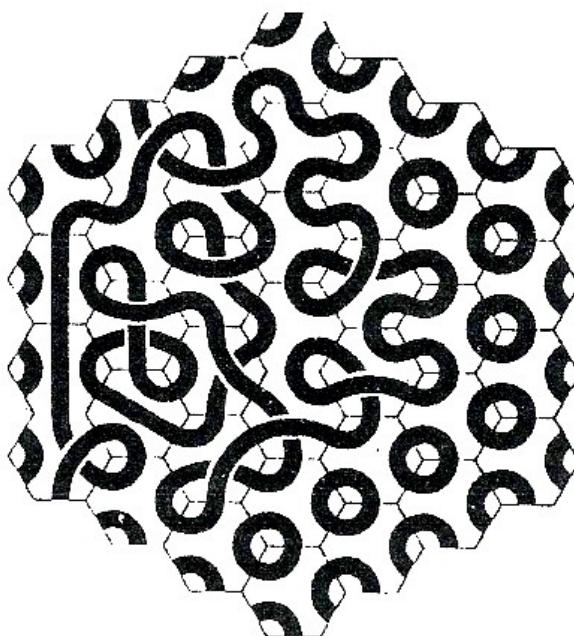


Figura 72. Ladrilhos hexagonais. Fonte: Ives (1995, p.4)

O professor pode dar algumas ideias para que os alunos possa explorar padrões de ladrilhos diversificados que compõem formas geométricas e daí poderem criar seus modelos a partir das rendas de bilro. Neste sentido, as ideias de Ives (1995), podem contribuir para que os alunos explorem o máximo de padrões possíveis usando, por exemplo, quatro ladrilhos quadrados, conforme sugere Ives (1995). Esse tipo de atividade é considerado um tipo de atividade básica. Vejamos a seguir como se configura a ideia do autor.



Figura 73. Ladrilhos quadrados. Fonte: Ives (1995, p.2)

Depois o professor pode oferecer ao aluno o papel quadriculado para que ele crie outros padrões a partir desse. E também para que ao exercitar fixe o que aprendeu. Depois pode pedir que façam ladrilhos de outras formas geométricas e padrões, como ladrilhos hexagonais, triangulares etc. como no exemplo da figura 69.

Desse modo, os padrões geométricos apresentados devem ser confeccionados a partir dos modelos das rendas de bilro. De acordo com a ideia de ladrilhos referente aos modelos de renda a seguir. O professor deve orientar ao aluno que observe detalhadamente a figura para poder criar os ladrilhos adequadamente.

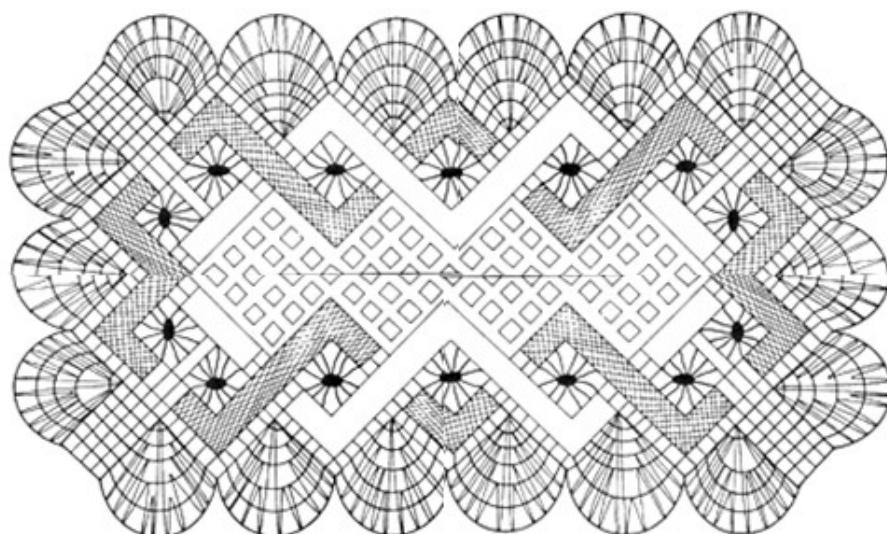
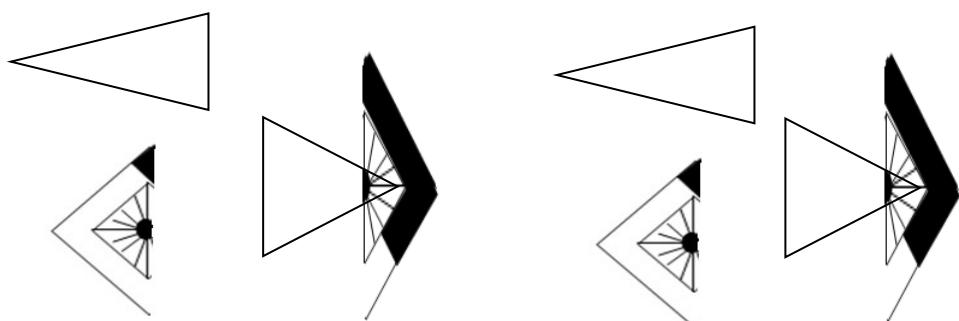


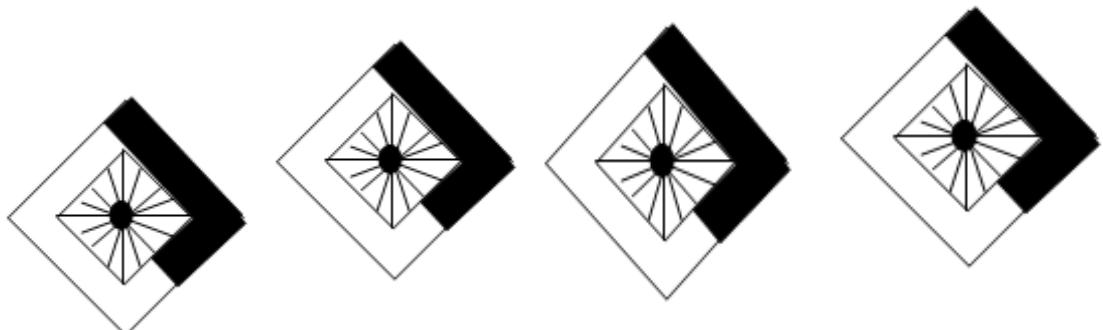
Figura 74. Fonte: Adaptada de Dawson (1984,)

A figura 74 é o molde da renda de bilro exibida na obra de Dawson (1984), o trabalho com os ladrilhos permite que o professor apresente ao aluno os padrões geométricos e simétricos existentes no modelo da renda de bilro. Desse modo, destacamos para essa renda de bilro, o tipo de ladrilho triangular e quadrangular para compor a renda dada.

Exemplo de ladrilhos triangulares.

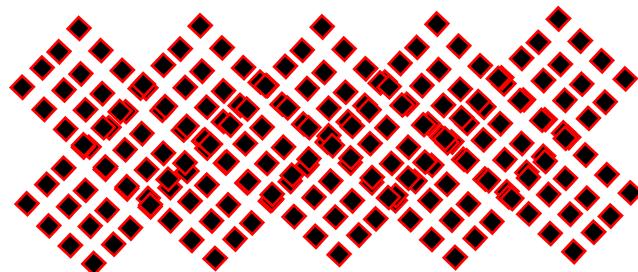


Exemplo de ladrilhos quadrangulares

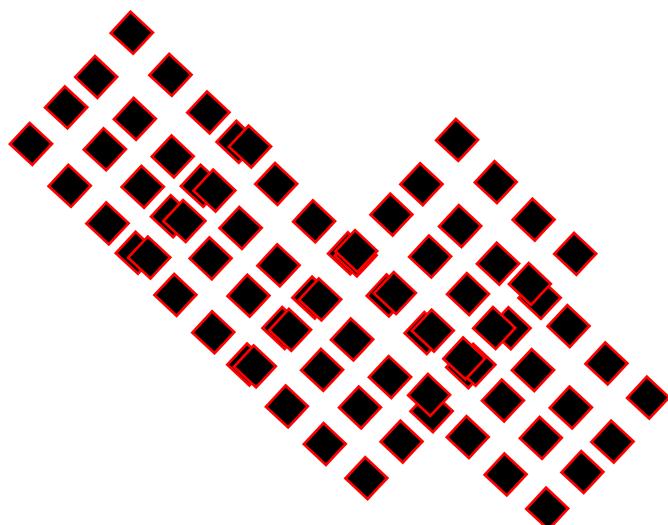


O padrão de ladrilho a seguir foi originado da renda de bilro da figura 74. Veja quantas outras formas podem ser feitas a partir dele.

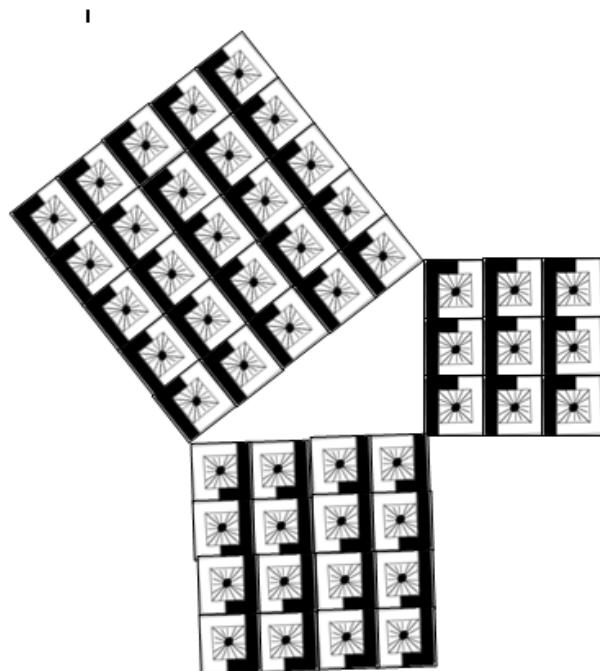
Exemplo de ladrilhos quadrangulares



O tamanho das peças desses ladrilhos estão de acordo com o tamanho do padrão da figura da renda de bilro figura 74. Mas o professor pode pedir ao aluno que aumente a área e perímetro desses ladrilhos e fazer outras composições. Como faremos a seguir.



Sugerimos que o professor também peça aos alunos que componha outras figuras e trabalhe também com os polígonos, área e perímetro de das figuras. Os ladrilhos podem ainda contribuir para visualizar o teorema de Pitágoras, bem como compor o tangran. O professor deve com base no trabalho com os ladrilhos compostos pelos padrões das rendas de bilro provocar o aluno a trabalhar outras composições e formas geométricas. Desse modo, o professor deve perceber se o aluno domina o algoritmo do teorema de Pitágoras para que ele possa construir essa composição com os ladrilhos. Vejamos a composição a seguir. O que o aluno precisa saber para compor esse modelo, ou mesmo identificá-lo já pronto?



Assim, o professor verifica se o aluno tem o conhecimento de que o Teorema de Pitágoras descreve uma relação existente no triângulo retângulo, que o triângulo retângulo pode ser identificado pela existência de um ângulo reto, ou seja, é, medindo 90° e que ainda, o triângulo retângulo, e ainda, é formado por dois catetos e a hipotenusa, que constitui o maior segmento do triângulo e é localizada oposta ao ângulo reto.

O trabalho com os ladrilhos a partir das rendas de bilro, deve ser vista pelo aluno e pelo professor como uma possibilidade didática. O professor também pode solicitar que o aluno faça outros padrões a partir do padrão dado na renda, usando a seguir mais um elemento a ser discutido com o aluno, os poliminós. Os ladrilhos dão encaminhamento para esses estudos e podem contribuir na construção das peças dos poliminós.

Atividade 3. Poliminós

Os poliminós tem sido cada vez mais utilizado no trabalho com conceitos de geometria. Desse modo, consideramos relevante a atividade didática a seguir.

Objetivo:

Construir os poliminós com base na malha quadriculada.

Material:

Cartolina, lápis, compasso, régua, caneta azul e preta.

Recursos:

O professor solicita a turma que se divida em grupos e construam as peças de poliminós com quadrados de 3,5cm, por exemplo.

Avaliação:

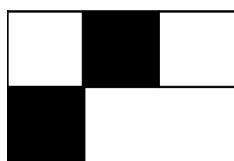
Elaboração de conceitos geométricos por meio de análise da construção das figuras com os poliminós diversos

Sugestões:

Após os alunos construírem as peças dos poliminós, o professor deve possibilitar ao aluno descobertas de outros tipos como dominós, triminós, tetraminós, pentaminós etc Para uso dos poliminós o professor deve solicitar ao aluno que:

- a) Com as peças construídas dos poliminós construir triminós, tetraminós, pentaminós;
- b) Usar somente triminós retos para construir um retângulo;
- c) Construir um quadrado empregando somente dominós retos;
- d) Construir um retângulo empregando somente tetraminós não retos.

Exemplos:



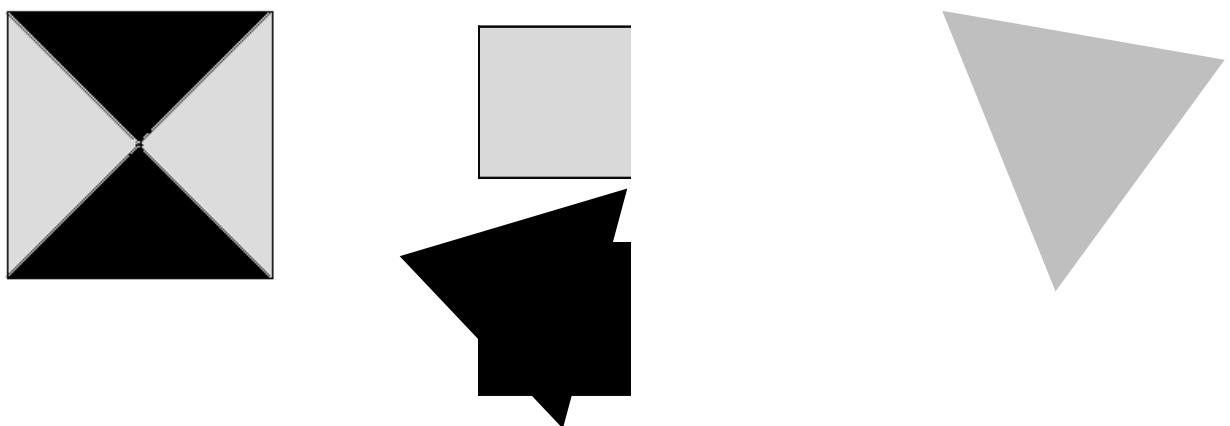
Atividade 4. Construção de Polígonos regulares

Ao polígonos nos ajudam a refletir sobre a construção de padrões de formas geométricas e ao mesmo tempo trabalhar as propriedades que essas formas apresentam. Além de nos ajudar a compreender os movimentos proporcionados ao tentarmos combinar as cores e as formas dos polígonos.

Objetivo:

Construir os polígonos regulares com duas colorações: cinza e preta.

Exemplo:



Material:

Cartolina, lápis, compasso, régua, canetas piloto cinza e preta.

Recursos:

O professor solicita a turma que se divida em grupos e construam os polígonos (triângulos, quadrados, pentágonos etc) monocoloridos e bicoloridos.

Obs.: Os polígonos são construídos a partir dos triângulos.

Avaliação:

O professor deve observar o desenvolvimento e envolvimento dos alunos com as atividades durante a elaboração das figuras. É necessário que o professor esteja sempre fazendo relações dos conteúdos ‘antigos’ com os ‘novos’.

Sugestões:

Após as construções dos polígonos o professor deve possibilitar ao aluno que descubra as relações de simetria reflexional ou simetria rotacional.

O professor pode pedir ao aluno que:

- a) Construa as peças para realizar o trabalho, no mínimo 20 triângulos equiláteros e isósceles;
- b) Usando 4 triângulos isósceles iguais de duas cores diferentes monte um quadrado;
- b) Quantos triângulos equiláteros iguais são necessários para fazer um hexágono?
- c) Usando quadrados iguais forme vários retângulos de duas cores.
- d) Com quadrados iguais e de duas cores forme 12 cruzes e responda:
 - Qual o padrão de coloração recorrente?
 - Quantos quadrados foram necessários?
 - Explique como você realizou esta atividade para a turma.

O trabalho com os poliminós, os ladrilhos e polígonos devem ser relacionados pelo professor, esse trabalho com os conteúdos de geometria precisam ter uma sequência e continuidade como propõe Mendes (2009). Assim, justificamos o trabalho com os poliminós, pois segundo Barbosa (2009, p. 82) o trabalho com os poliminós no âmbito educacional se dá pela facilidade de construção dos mesmos, possibilita diferentes atividades, objetivos distintos e motivadores. Para o autor as pesquisas indicam que cada vez mais o trabalho com poliminós tem sido disseminado em vários países.

Desse modo, as atividades apresentadas até aqui devem possibilitar a ampliação e fixação de conceitos geométricos ora construídos anteriormente com apoio das rendas de bilro. Nesse sentido, quando indicamos o trabalho com poliminós para a construção de polígonos queremos ressaltar uma nova possibilidade de ampliar esse estudo usando para trabalhar com os poliminós, também os ladrilhos nos padrões da renda de bilro.

Atividade 5. Identificação e conceitualização das formas

Após o contato com as rendas de bilro e com as rendeiras em seu lócus de trabalho propomos a atividade a seguir, considerando o objetivo e os procedimentos. Usando a ideia de malha quadriculada a partir de modelos das rendas de bilro.

Objetivo:

Levar os alunos a identificarem nas rendas de bilro os conceitos intuitivos relacionados às formas geométricas planas e padrões recorrentes.

Material:

Rendas de bilros, material quadriculado, régua, compasso, lápis.

Procedimentos:

O professor deve solicitar os alunos que esboçem no papel quadriculado os padrões geométricos encontradas nos modelos das rendas de bilros e identifiquem esses padrões e formas geométricas, e classifiquem-nas.

Avaliação:

Todos do grupo devem apresentar suas construções e esboçar seus conceitos conforme as formas identificadas.

Sugestões:

De posse dos desenhos realizados pelos alunos, o professor deve mediar à percepção dos alunos às formas e a percepção dos padrões de simetria nas figuras.

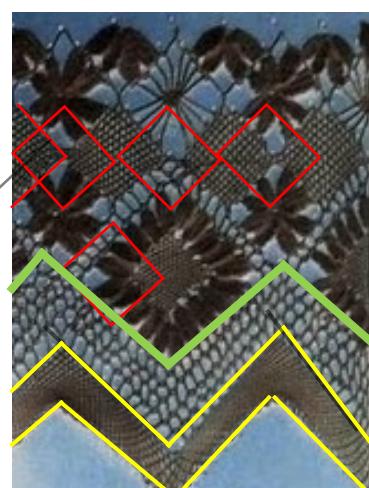


Figura 75. Padrões de faixas simetria. Fonte:Google images. Acesso 02/07/2011.

Para orientar melhor o professor indicamos que os padrões percebidos na renda de bilro da figura 74 sejam representados na malha quadriculada pelos alunos. Vejamos na figura 76 a seguir.

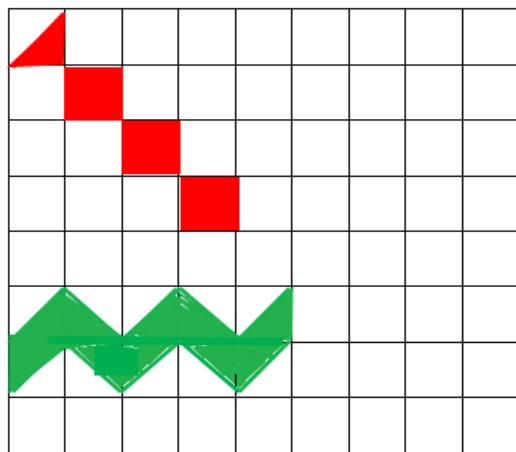


Figura 76. Quadriculado.

Com essa atividade didática, esperamos que os alunos tenham sem muita dificuldade construído conceitos correlacionados aos modelos recorrentes nas rendas de bilro por eles analisadas. Assim, as formas ora trabalhadas nessa atividade devem ser usadas posteriormente para dar encaminhamento na atividade a seguir para a construção do conceito de simetria.

As formas geométricas identificadas são: o triângulo equilátero, o quadrado, e usando o pensamento imaginativo, alguns paralelogramos. Os padrões recorrentes também são identificados, os quais o professor pode levar o aluno a trabalhar o raciocínio lógico-matemático, pedindo ao mesmo que identifique e realize algumas sequências dos padrões.

Ressaltamos que Mendes (2009a) enfatiza a importância das atividades didáticas serem correlacionadas e terem a necessidade de sempre terem uma continuidade.

4.4.2 Bloco de aprendizagem de conceitos

Ressaltamos que o trabalho com os conteúdos do bloco 1 tem sua relevância para o bloco 2 no sentido que ao combinar as faixas decorativas com repetições simples, dão ao aluno possibilidades de muitas outras combinações, motivando sua criatividade. Neste bloco 2 propomos explorar e ampliar a aprendizagem formal das

ideias exploradas pelas manipulações observadas e realizadas no bloco 1. Desse modo, os conteúdos que pretendemos explorar nesse bloco são:

1. Ornamentos geométricos diversos;
2. Faixas de simetrias;
3. Padrões de isometrias: rotação, translação e reflexão;
4. Formas e padrões geométricos;
5. As contribuições da renda de bilro para construção desses conceitos;
6. Atividades didáticas para o ensino de geometria e simetria.
7. Essa proposta de atividade irá proporcionar ao professor diagnosticar se houve construção de conceitos pelos alunos e a relevância do trabalho para o ensino de geometria e simetria.
8. Essa proposta de atividade irá proporcionar ao professor diagnosticar se houve construção e ampliação dos conceitos trabalhados pelo aluno e a relevância do trabalho para o ensino de geometria e simetria.
9. Com essas considerações os conceitos de aprendizagem precisam ser ampliados.

Conforme o exposto, os conteúdos a serem tratados nesse bloco estão mais relacionados com a construção formal dos conceitos de simetria, isometrias e geometria. As faixas decorativas, padrões simétricos e os movimentos precisam ser explorados agora nesse momento para depois ser testado e fixado no bloco 3. Lembramos da necessidade de relacionar os 3 blocos durante todo o trabalho com a construção da aprendizagem dos conteúdos de simetria e geometria.

O trabalho com atividades didáticas irá propor ao professor possibilidades de levar para a sala de aula proposta uma abordagem de ensino mais dinâmica. Por exemplo, antes de apresentar as atividades desse bloco, orientamos ao professor que o trabalho com as formas e padrões de renda de bilro, pressupõe a formação de um pensamento matemático mais abstrato, de modo, que o aluno possa antes de se aventurar nessas construções, mais elaboradas, conheça outros ornamentos geométricos.

Atividade 6. Investigação sobre a renda de bilro

Esta atividade é a primeira ação pedagógica que o professor deve realizar com os alunos para aproximar os conceitos matemáticos já trabalhados com outros que ele irá construir e ampliar em contato com o trabalho com a renda de bilro.

Objetivo:

Conduzir o aluno para o contato com a renda de bilro e a rendeira, bem como, partir da visualização de modelos recorrentes para entender o movimento dos bilros e a habilidade das artesãs em fazer a renda.

Conteúdo:

Visualização dos padrões geométricos e simétricos encontrados inicialmente nas rendas de bilro.

Material:

Renda de bilro, máquina digital.

Procedimentos:

O professor deve propor a turma uma visita ao centro das rendeiras. Os alunos devem ser orientados durante a visita a realização de entrevistas, manipulação das rendas de bilro, visualização das várias formas, em todas as perspectivas possíveis encontradas nesse primeiro contato. Devem fotografar alguns modelos de renda de bilro, e se possível comprar algumas rendas de bilro que deverão ser usadas de volta à sala de aula.

Avaliação:

O professor deve realizar a avaliação numa abordagem formativa e contínua, provendo discussões no grupo sobre o que é possível construir conceitualmente com a renda de bilro, enquanto prática sociocultural e histórica, com base nas reflexões acerca das questões investigativas a serem debatidas e analisadas de forma dialética entre aluno-aluno-professor.

Investigação dirigida

Pode ser adaptada de acordo com os objetivos a serem alcançados, e com a realidade dos envolvidos. Para conhecer um pouco sobre a prática de fazer renda sugerimos que a turma seja organizada em pequenos grupos de pesquisa de modo que possam investigar alguns aspectos sobre o tema como:

1. Qual a origem da renda de bilro?
2. Quais os instrumentos necessários para se fazer a renda de bilro?
3. Quais os pontos comuns praticados no trançado das rendas de bilros?
4. Que tipos de rendas foram encontradas na visita?
5. Quanto tempo demora a fazer uma peça das mais simples?
6. Quais as situações matemáticas observadas na prática da rendeira?
7. Quais os padrões geométricos identificados nas rendas de bilro?

Sugestões:

Levar os alunos para uma visita ao centro das rendeiras, munidos de um questionário dirigido que conduza a construção conceitual dessa prática. Se a visita não for viável, assistir com eles um vídeo em sala de aula e ao mesmo tempo ir questionando os alunos acerca dos tipos de formas e padrões que vão sendo identificados pelos alunos e também pelo professor.

Esperamos com essa atividade possa aproximar o aluno da prática da renda de bilro, além de o mesmo ter contato com os elementos que permeiam a sua prática, possibilitando compreender a relevância de uma prática sociocultural e histórica usada como objeto de sua aprendizagem, bem como proporcionar a construção, juntos, de uma '*nova*' *história* e identidade cultural dessa prática.

É importante cada aluno tenha em mãos modelos de rendas adquiridos no lócus das rendeiras. Se não for possível pode ser por meio de fotos, ou vídeos para análises, bem como análise de catálogos como o da Professora Valdelice Girão (1984).

Essa proposta de atividade irá proporcionar ao professor diagnosticar se houve construção de conceitos pelos alunos e a relevância do trabalho para o ensino de geometria e simetria. Com essas considerações os conceitos de aprendizagem precisam ser a partir desse momento mais ampliados.

Atividade 7. Conceito de Simetria

A ideia de simetria está ligada mais ao pensamento sobre arte e natureza do que em relação à Matemática. Tais ideias nos fazem pensar que as simetrias estão em toda parte e em nosso redor.

Objetivo:

Motivar os alunos por meio de uma atividade, a construírem os desenhos dos padrões geométricos da renda de bilro de modo que possam explorar em seguida o conceito de simetria.

Material:

Figuras das rendas de bilro, e outros desenhos similares.

Procedimentos:

O professor deve dar possibilidade aos alunos de entrar em contato mais direto com as rendas de bilro. Assim, ele deve solicitar aos alunos que façam desenhos diversos dos tipos de simetria encontrados a partir da renda de bilro a ser analisada. A seguir mostramos alguns procedimentos que o professor pode usar em sua aula para desenvolver esse trabalho.

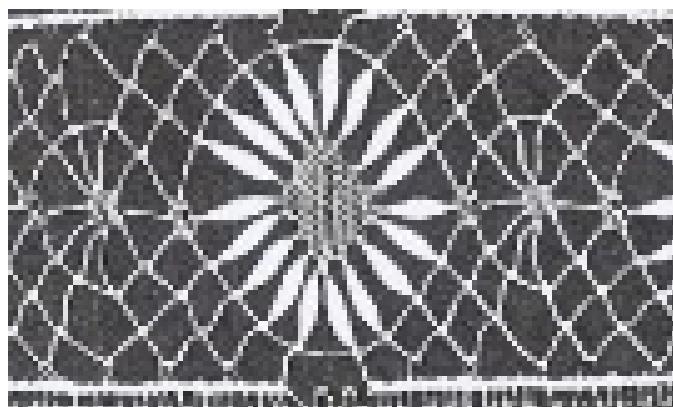


Figura 77. Renda cor invertida. Girão (194, p. 24)

De acordo com a renda da figura 75 o professor solicita que o aluno faça os modelos na malha quadriculada. Pedir também que os alunos vejam os movimentos que podem ser destacados nesse modelo de renda de bilro, como na figura 75.

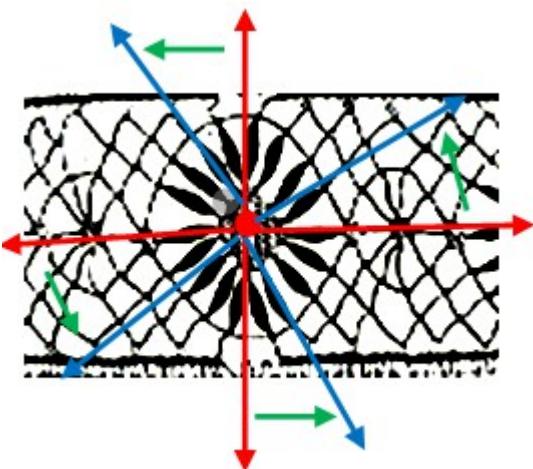


Figura 78. Renda adaptada. Girão (194, p. 24)

A figura da renda da figura 76 nos dá a ideia de roda gigante, assim, ressaltamos o movimento de rotação. Lancemos esse pensamento imaginativo a partir do eixo de simetria e das setas traçadas, observando o movimento que as mesmas fazem no movimento anti-horário. O professor deve estimular o aluno a fazer o desenho a seguir no papel quadriculado.

Avaliação:

Debate, exposição e comparação dos desenhos realizados pelos alunos e a renda de bilro original, bem como, a validação dos conceitos explorados por eles.

Sugestões:

Apoiados nos desenhos dos padrões geométricos da renda de bilro, lançar questionamentos aos alunos e verificar se os mesmos conseguem respondê-los após o trabalho realizado sobre as Simetrias encontradas nas figuras.

Ficar atento a conceitos que possam ser apresentados de forma equivocada, os possíveis “erros” conceituais que precisam ser trabalhados com os alunos por meio de contra-exemplos, sempre cuidando para que eles seja ativo na construção de seu saber. Assim, é necessário que o professor use sua criatividade para desempenhar bem seu papel nesse processo, tal como assinala Mendes (2009).

Atividade 8. Aplicabilidade dos conceitos de simetria nas situações-problemas do cotidiano do aluno

Objetivo:

Usar os conceitos de simetria construídos a partir dos desenhos realizados na atividade anterior, e compará-los simetricamente com as rendas de bilro, explorar outros conceitos, bem como ampliar os construídos até o momento.

Material:

Renda de bilro, palitos de picolé, papel quadriculado, régua, compasso.

Procedimentos:

Usando os desenhos de renda de bilro, é possível a realização de uma exposição e comparação dos mesmos. Desse modo, mediados pelo professor e com o uso dos palitos de picolé, traçar eixo de simetria nos desenhos e na própria renda de bilro, sempre atentos aos padrões, recorrentes e um olhar na variação dos ângulos das rendas de bilro.

Avaliação:

Usando os pressupostos da *comunicação oral*, em que o aluno expõe verbalmente os conhecimentos que ele construiu. Diagnosticamente o professor deve verificar se os alunos conseguem transmitir oralmente os conceitos construídos com a exploração didática da renda de bilro.

Sugestões:

A comparação das rendas de bilro com os desenhos dos alunos ajuda a fixação dos conceitos por eles construídos com os palitos de picolé. O professor deve mediar essas construções conceituais e, continuar a analisar os ‘erros’, e trabalhá-los prontamente.

É importante as concepções que envolvem as Atividades Didáticas acerca do que Mendes (2009) enfatiza como o desafio proposto nas atividades, pois as mesmas devem ser atrativas e desafiadoras de modo a provocar a curiosidade dos estudantes. Tal concepção exige um professor também criativo, dinâmico.

Atividade 9. Isometrias no plano.

Objetivo:

Construir o conceito de isometria: translação, rotação e reflexão com base nos desenhos realizados pelos alunos das rendas de bilro.

Material:

Cartolina, lápis, compasso, régua.

Recursos:

Cartazes com as rendas de bilro em exposição.

Avaliação:

Elaboração de novos desenhos e criação de novos padrões a partir dos estudados, ressaltando os conceitos de isometria no plano: rotação, translação e reflexão.

Sugestões:

O professor pode organizar um evento denominado de “Amostra Cultural” para materializar as atividades, onde os alunos vão apresentar a transversalidade da renda de bilro, sua história, e os conceitos matemáticos discutidos durante todo o processo de desenvolvimento dos conteúdos que envolveram as atividades, ou seja, a culminância das atividades realizadas com as rendas de bilro e a Matemática, e a correlação com outras áreas.

Essas propostas de atividades irão proporcionar ao professor diagnosticar se houve construção de conceitos dos conteúdos trabalhados pelos alunos e a relevância do trabalho para o ensino de geometria e simetria.

Diante desse trabalho o professor deve sugerir as atividades de testagem e fixação da aprendizagem para verificar se as atividades didáticas que se entrelaçam com a renda de bilro e os conteúdos matemáticos até agora estudados estão correlacionados. Vejamos a seguir alguns desafios propostos.

4.4.3 Bloco de aprendizagem de fixação de aprendizagem

Neste bloco 3 resgatamos os conceitos e conteúdos até agora estudados e formalizadas nos blocos 1 e 2. Neste momento o aluno poderá utilizar outros objetos, além da renda de bilro. As atividades apresentadas anteriormente nos apontam possibilidades pedagógicas a partir de sua resolução para dar suporte para em seguida resolvemos as atividades de fixação de aprendizagem.

Nesse bloco os conteúdos precisam ser retomados e testados. As atividades que seguem são de fixação e ampliação dos conceitos construídos nos blocos 1 e 2. Desse modo, o professor deve ampliar mais os conceitos a serem explorados, e verificar se o aluno é capaz de resolver essas atividades com base nos estudos desenvolvidos anteriormente. Assim, apresentamos mais uma sequência de atividades de acordo com a abordagem didática que nos propomos apresentar. Sempre relacionando os algoritmos construídos com o trabalho com apoio nas rendas de bilro.

1. Observe, na figura a seguir que um certo padrão se repete. A esse elemento que se repete denominamos *elemento gerador*. Descubra esse elemento gerador.

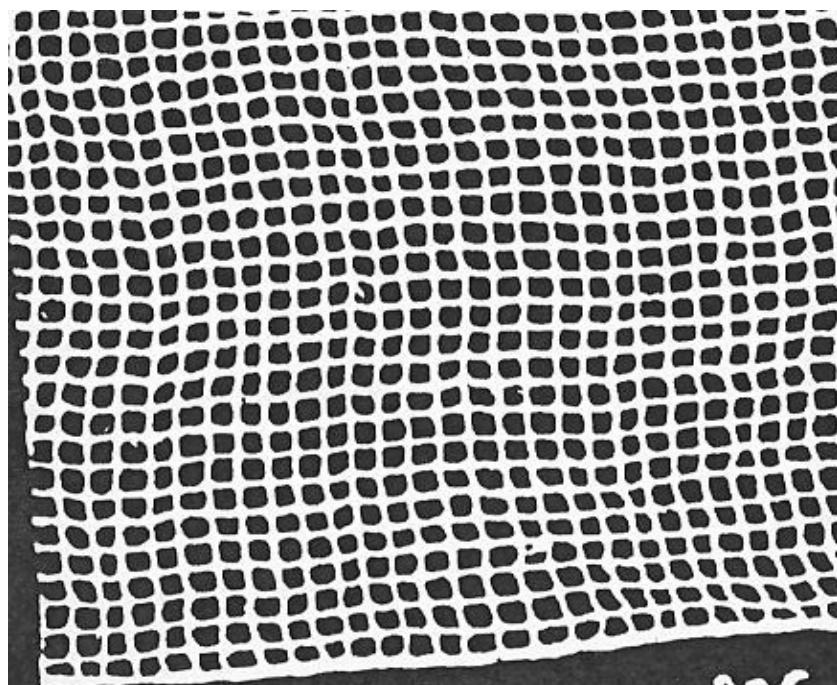
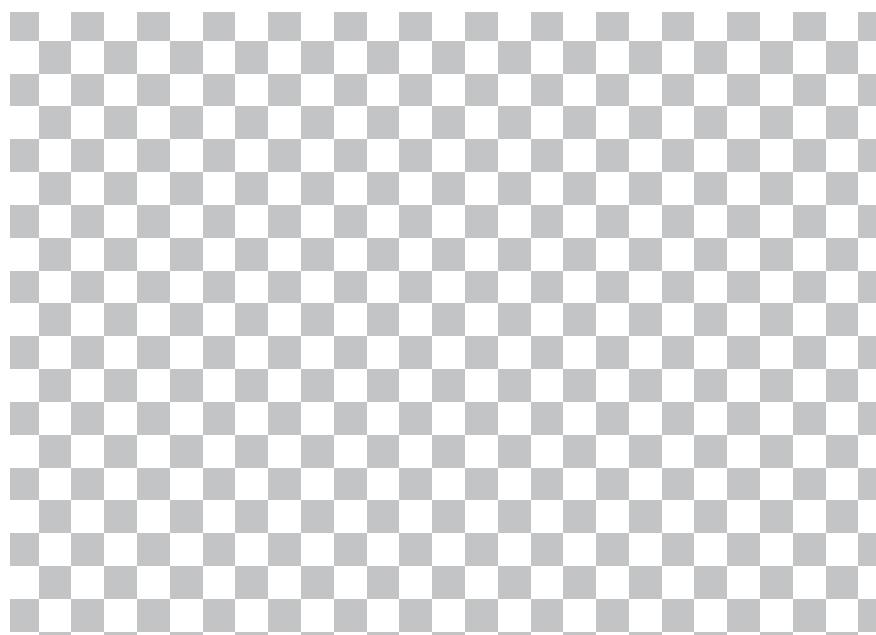


Figura 79. Malha de renda de bilro. Fonte: Girão (1984, p. 79)

2. Represente na malha a seguir, a imagem anterior (figura 77), por uma figura semelhante com formas mais definidas.



3. Faça um molde do elemento gerador em papel grosso, e recorte-o em seguida, e monte várias formas geométricas a partir dele.

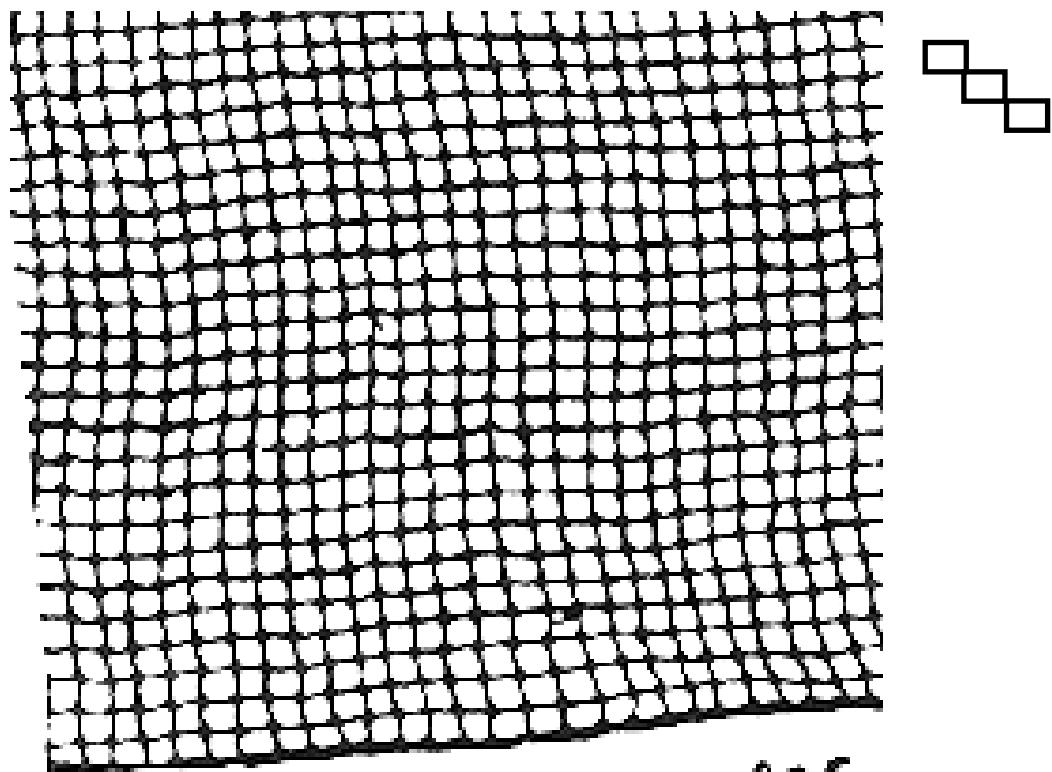


Figura 80. Imagem característica de malha quadriculada .

4. Observe a figura 80 anterior, originária da renda de bilro, e com o molde criado forme um quadrado, e pinte de acordo com o modelo a seguir, de modo que possa a formar o Tangram, um quebra-cabeça chinês muito interessante e desafiador.

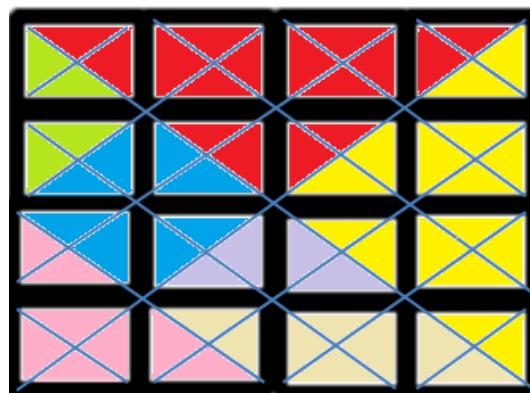


Figura 81. Modelo do tangram

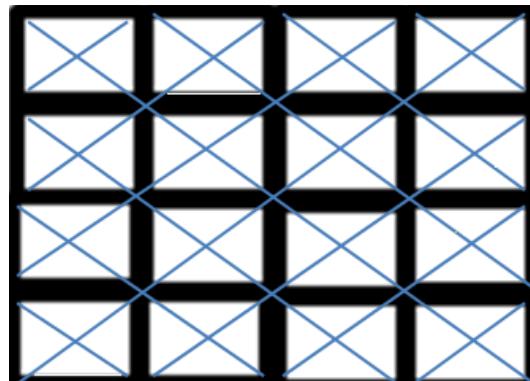


Figura 82. Molde do tangram

- a) Formar o Tangram;
- b) Formar outras figuras a partir do Tangram;
- c) Trabalhar conceitos de área e perímetro;
- d) Trabalhar as propriedades dos triângulos;
- e) Trabalhar a simetria das figuras a partir da renda de bilro;
- f) Discutir os conceitos ‘descobertos’ a partir da reprodução da imagem da renda de bilro em figura.

5. Observe a imagem da renda de bilro, e vamos analisar o tipo de padrão que ela apresenta.

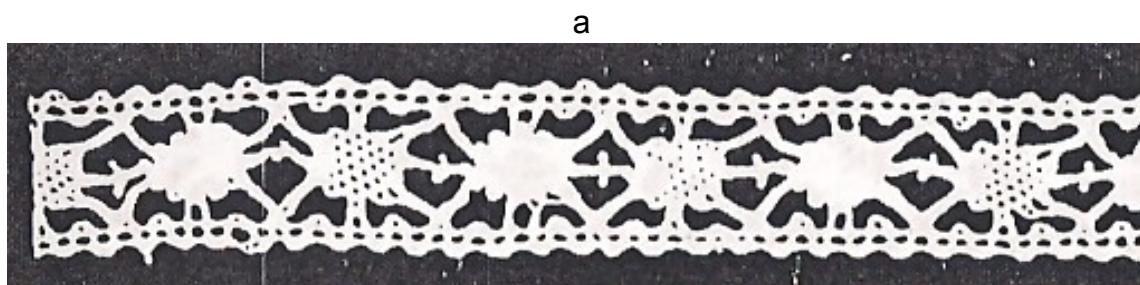


Figura 83. Renda bico. Girão (1984, 260)

5.1 Agora observe a mesma figura (da questão 5. anterior) com as cores invertidas e destaque:



Figura 84. Renda de cor invertida. Adaptada de Girão (1984, 260)

- a) O padrão de simetria que ela apresenta;
- b) Classificação de transformações isométricas no plano;
- c) O elemento gerador;
- d) Confeccionar uma tira seguindo o mesmo padrão da renda de bilro anterior, usando o papel quadriculado.

6. Sobre padrões de simetria observe a renda de bilro e seu molde a seguir. E faça as classificações possíveis.



Figura 84. Renda bico Fonte: Dawson (1984, p. 79)

Figura 85. Renda de cor invertida. Fonte: Dawson com a cor invertida (1984, p. 79)

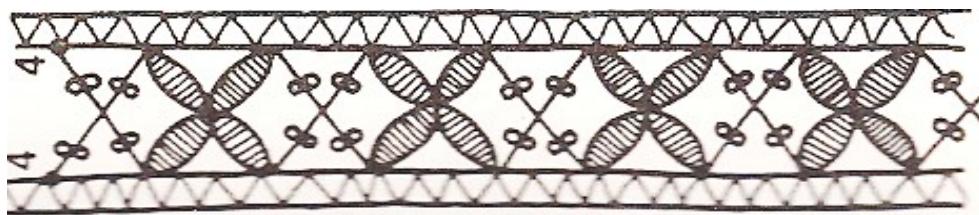


Figura 86. Molde da renda bico. Fonte: Dawson (1984, p. 79)

Sugestões:

É importante seguir essas etapas:

1. primeiro observa-se o modelo de renda de bilro;
2. em seguida, transforma a renda e suas cores;
3. depois faz-se o desenho na cartolina da renda procurando identificar padrões geométricos de simetria e isometria.

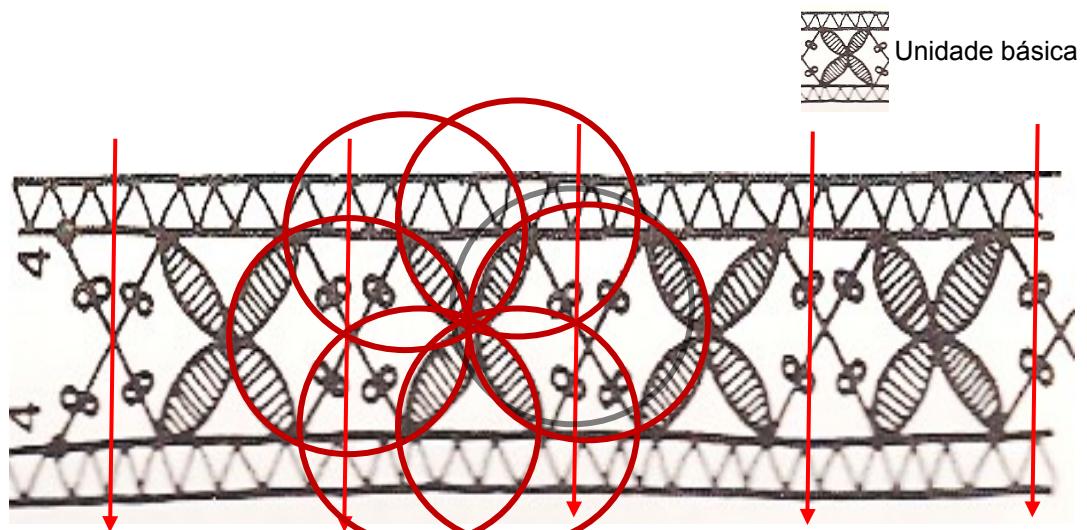


Figura 87. Adaptada de Dawson (1984, p. 79)

Os padrões discutidos na figura 87 estão relacionados com as formas geometrias que as rendas de bilro por meio de suas formas nos permitem visualizar. Com esse entendimento, a figura 87 têm vários padrões simétricos apontados com as setas e as circunferências que podem ser discutidas pelo aluno.

Orientamos que nesse momento os conceitos de geometria e simetria e isometria sejam ampliados. Observando a figura 87, podemos considerar o que diz Alvarenga (2002), sobre a teoria dos nós, de forma bem básica, o professor deve provocar o aluno, observando a figura 87, a pensar que é possível transformar um emaranhado de enlaces em outros, através de uma deformação contínua.

O professor pode junto com os alunos verificar as formas, e os enlaces que se apresentam nas formas na figura 85. Verificar se existem nós ou laços sem nós. Nas circunferências que ela apresenta. Assim, o professor provoca o olhar matemático do aluno e pensar se num dado enlace com n componentes pode ser desatado em n circunferências não conectadas.

Todas essas observações são importantes observar não só na figura 87, mas nas demais que trabalharemos mais adiante. E observar os movimentos deve ser realizado pelo aluno e mediado pelo professor, sempre considerando para a construção dos conceitos os padrões presentes nas rendas de bilro.

7. Sabemos que translação é o movimento rígido mais simples onde tudo é movido pela mesma distância e na mesma direção.

Nessa proposição segue o desafio de apresentar alguns exemplos de simetrias de faixas com base no modelo que deve ser extraído da renda de bilro a seguir.

Sugestão:

A seguir apresentaremos um modelo de uma renda de bilro e construiremos um exemplo de simetria de faixa. O professor deve na sala de aula apresentar diversos modelos de rendas de bilros possibilitando ao aluno escolher os modelos de simetrias de faixas para desenvolver a atividade proposta.

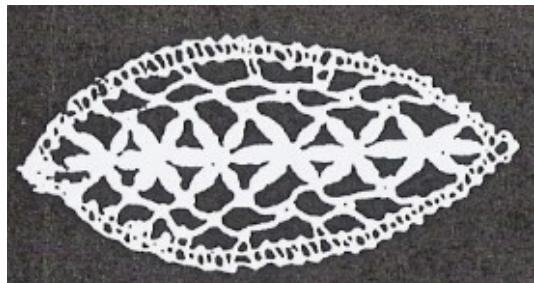


Figura 88. A folha. Fonte: Girão (1984, p.142)

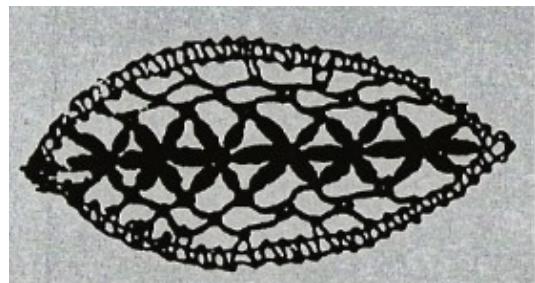


Figura 89. Cor invertida. Fonte: Girão (1984, p.142)

Assim, vejamos a seguir exemplos de simetria de faixa a partir da renda de bilro.

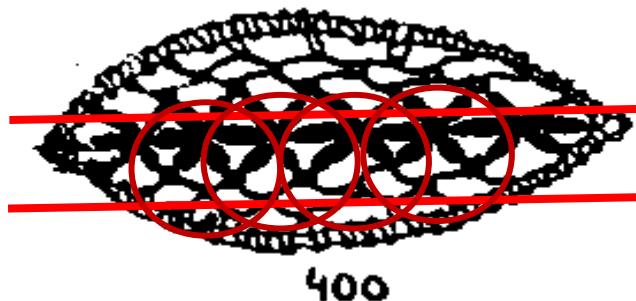


Figura 90. Padrões de simetria por translação das circunferências. Fonte: Girão (1984, p.142)

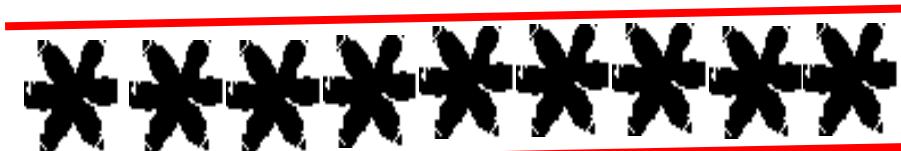


Figura 91. Padrões de simetria por translação. Fonte: Adaptada de Girão (1984, p.142)



Figura 92. Padrões de simetria por translação. Fonte: pesquisa direta

É importante que o professor esteja sempre rememorando junto com os alunos os conceitos construídos e ao mesmo tempo deve ir fazendo as conexões com outros novos conteúdos, deve matematicamente diagnosticar se os alunos

compreenderam a classificação de padrões de simetria. Assim, compreender que um padrão de simetria de faixa, por definição, deve ter simetria de translação.

O professor deve considerar o que Farmer (1996, p. 63) assegura que é possível que tenha simetria de reflexão deslizante, de rotação, de reflexão horizontal, ou de reflexão vertical – mas nem todas as combinações podem ocorrer simetrias. A seguir as demais atividades didáticas serão no intuito de esclarecer essa proposição.

8. Observe a renda de bilro a seguir e com base nas informações anteriores, classifique as faixas de simetrias.

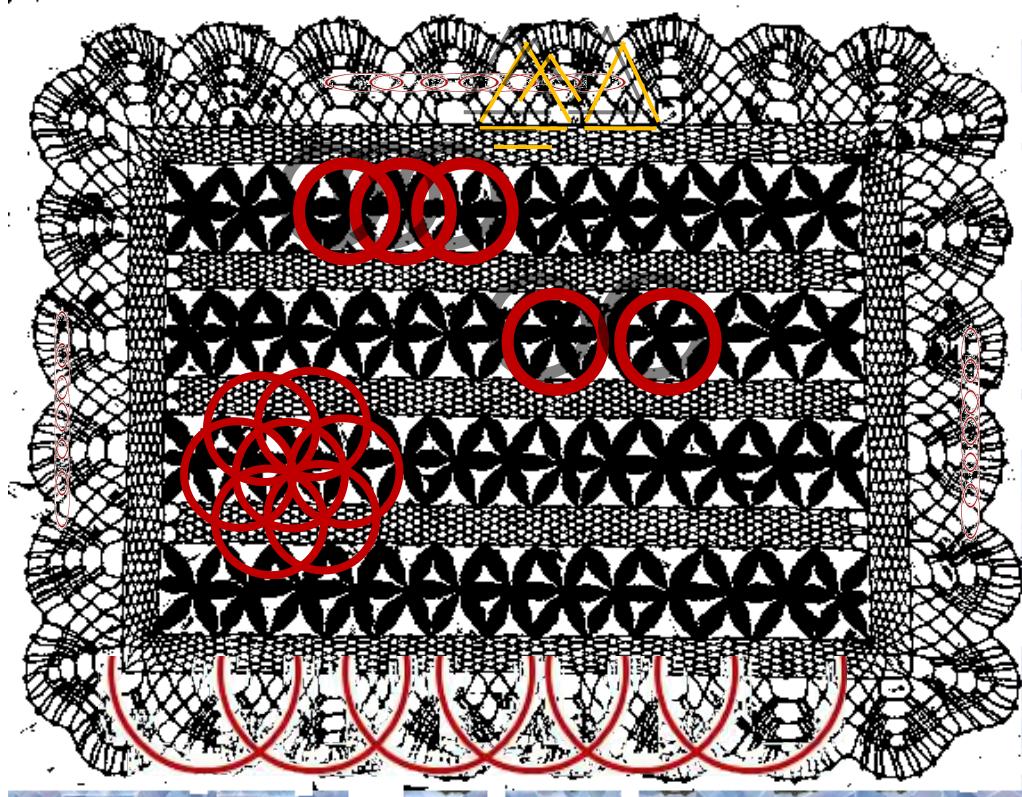


Figura 93. Imagem adaptada de foto tirada na Prainha-Aquiraz-Ceará (2010).



Figura 92. Padrões de simetrias de semi círculos relacionados a figura 89.

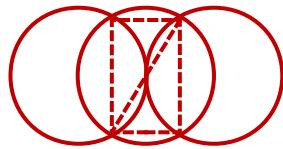


Figura 95. Padrão de simetria a partir da figura 93.

A partir da observação nesse padrão observado a partir da renda de bilro. Percebemos que o trabalho com circunferências e os enlaces que as compõem podem ser considerados pelos professores para trabalhar, por exemplo, os encadeamentos e não encadeamentos. Analisando se as circunferências têm enlaces. Se houver enlaces com entrecruzamentos a figura pode ser deformada até tomar outra forma. Seguindo com essas ideias apontadas por Alvarenga (2002) a figura 94 apresenta vários enlaces e entrecruzamentos que podem ser explorados pelo professor e os alunos em sala de aula. O professor pode instigar o aluno a pensar relacionando a figura 89 com o modelo de renda de bilro que a originou sobre a questão: é possível separar as partes de um emaranhado sem abrir ou fazer um novo ou um nó?

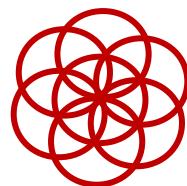


Figura 96. Conjunto de circunferências entrecruzadas. Adaptada a partir da figura 93.

Propomos aqui a comparação da renda de bilro original com a figura representativa. Contudo, para aprofundar matematicamente essa questão é preciso se debruçar nos invariantes topológicos em forma de teorema.

Para a realização da atividade 8 orientamos ao professor que:

1. Elabore junto com os alunos regras que expliquem as classificações de tipos de simetrias;
2. Tentem descobrir que simetrias a figura tem e faça quantas combinações forem possíveis;
3. Classificar os tipos de simetrias identificados;
4. Ficar atentos as classificações das simetrias, pois nem todas as combinações podem ser consideradas simetrias. (FAMER, 1996).

A partir da figura 91 criamos padrões para darmos exemplos. Vejamos a seguir a classificação da faixa de simetria por reflexão. Observem que recortamos a figura 89 para trabalharmos a reflexão na figura 95 a seguir.

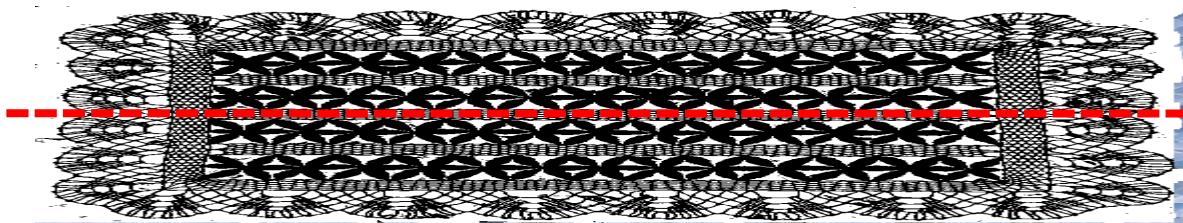


Figura 95. A reflexão horizontal

A seguir a figura 97, também a partir da figura 91. Apresenta reflexão vertical.

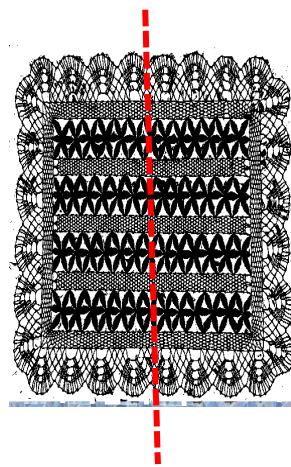


Figura 98. Reflexão vertical.

O professor também pode solicitar ao aluno que observando a figura 97, trace um eixo de rotação. Vejamos no exemplo o centro de rotação corresponde ao ponto vermelho.

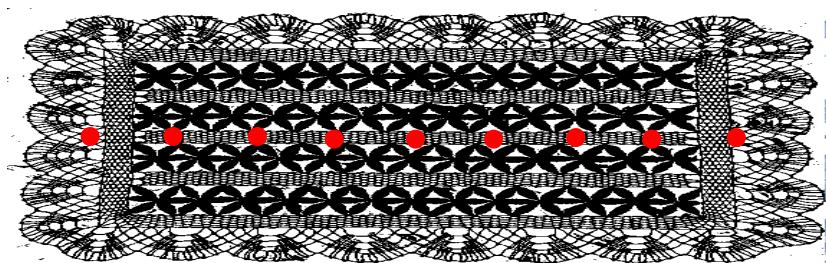


Figura 99. Eixo de rotação

9. Siga as instruções e resolva.

a) Observe a figura 100 e vamos construir a figura 101 a partir dela e depois analisar o tipo de simetria.

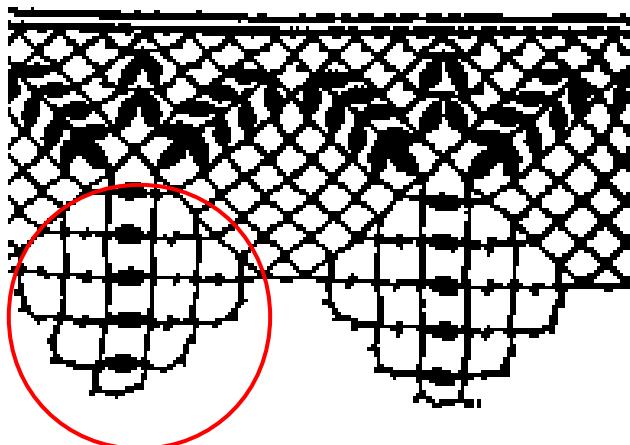
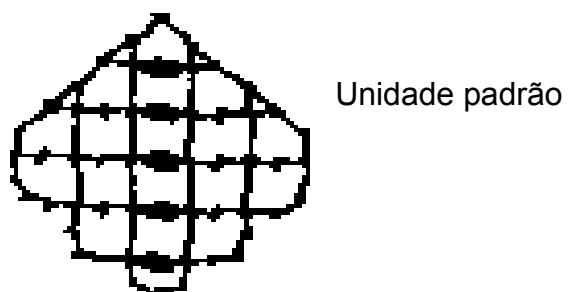


Figura 100. Bico (cor invertida)

b) Analise a unidade padrão escolhida a seguir.



Unidade padrão

c) Observe a figura 100 a seguir.

d) Ela segue a unidade padrão extraída da figura 100?

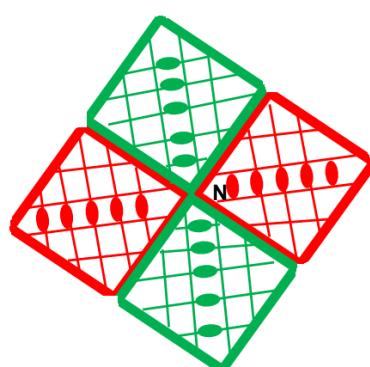


Figura 101. Padrão a partir da figura 100.

- d) Observe o centro de rotação N.
- e) Aplique a figura uma rotação de centro em N e amplitude 90°.
- f) Qual a cor obtida por sobreposição?
- g) Para confirmar sua conjectura desenhe a figura duas vezes.

10. Observe a figura a seguir e responda as questões.

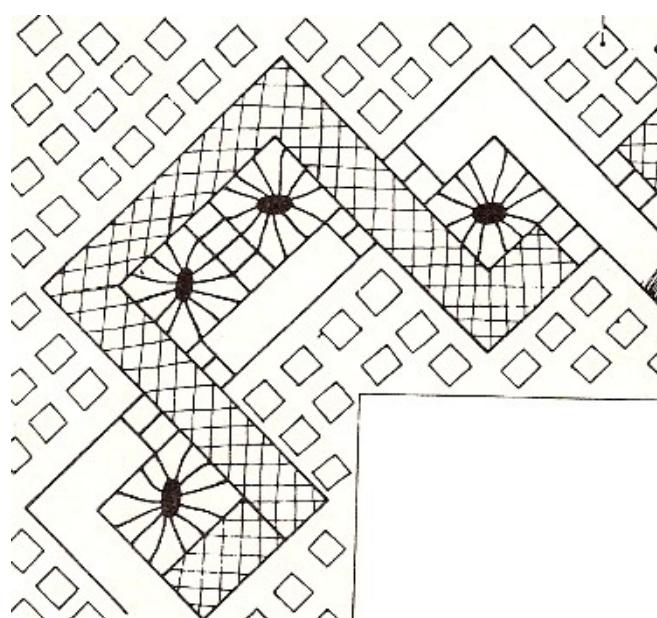


Figura 102. Molde 14 (a). Torchon com inserção e motivo. Fonte: Adaptada de Dawson (1984, 59)

- a) Quais os padrões recorrentes na figura 102 você consegue identificar?
- b) Quais as formas geométricas você identifica na figura 102?
- c) Identifique uma unidade básica padrão.
- d) Com base na unidade básica identificada por você a partir da figura 100, crie uma faixa de simetria.

4.4.4 Reflexões acerca dos blocos de conteúdos das atividades didáticas

Essas atividades constituem sugestões didáticas que nos foram possíveis elaborar e desenvolver com base na arte da renda de bilro. Essa arte sociocultural e histórica proporciona um aprofundamento do aluno nos saberes culturais, e permite que participem socialmente, além de emergir no contexto social e cultural, por meio da investigação histórica, que é a base para entendermos todo o processo de

criação e desenvolvimento em cada época, e, principalmente, possibilita a construção da sua identidade enquanto ser social.

Com essa perspectiva de trabalho constatamos que a Matemática e a cultura dos povos sempre estiveram do mesmo lado, apesar de que muitos a consideram dissociadas. Dessa forma a renda de bilro, nos leva a pensar em muitas outras artes que podem e devem ser exploradas pela escola, no intuito de dar significado à Matemática, como ressalta o corpo de recomendações pedagógicas do PCN (1997) de Matemática.

É preciso está alerta para que o desenvolvimento das atividades didáticas ocorram de forma transversalizante para podermos conectar os padrões das rendas de bilro com os conceitos matemáticos de geometria e simetria mencionados até aqui e que estejam previstos no programa de trabalho do professor.

A geometria tem estado ausente no currículo escolar, nas salas de aula (BITTAR, 2005), e não está bem definida em alguns dos livros didáticos utilizados nas aulas de matemática pelo professor, contudo, não seguiremos com essa discussão, pois não é nosso propósito.

Trazendo mais uma vez o PCN (1997) de Matemática para a discussão, os conteúdos de geometria estão contemplados e distribuídos em dois blocos: de Espaço e Forma e das Grandezas e Medidas. Contudo, o ensino de geometria não tem um espaço dedicado nas salas de aulas, pelo menos nas aulas do ensino Fundamental, principalmente, os assuntos de simetria e Isometria não são discutidos nesse nível de ensino.

Dessa forma, é necessário que o professor resgate esses conceitos e por meio da criatividade relate os conceitos com os temas transversais, como o tema *pluralidade cultural* proposto nos PCN (1997) de Matemática.

Essas atividades visam resgatar o significado desses conteúdos para os alunos, além de fazê-los conhecer uma prática sociocultural e histórica, e ainda, mostrar aos alunos suas capacidades e habilidades no desenvolvimento dessas atividades, bem como, justificar que mesmo sem o aparato tecnológico, esse trabalho com conteúdos geométricos pode ser realizado com atividades relacionadas ao cotidiano, e que as atividades bem direcionadas possibilitam autonomia e criação do aluno.

Não estamos negando a importância das tecnologias (*softwares* e objetos de aprendizagem, uso da internet, etc) para trabalhar a geometria, mas queremos

Figura 24.
Pano
aberto.

ressaltar que a geometria pode ser trabalhada de forma significativa usando, por exemplo, uma prática sociocultural e histórica, como a renda de bilro.

Considerando a importância da continuidade das atividades didáticas, como ressalta Mendes (2009a) é relevante que após todo o trabalho exploratório com as atividades didáticas, seja aplicado um bloco de atividades para que os conteúdos explorados sejam fixados e que os alunos possam transmitir sua aprendizagem.

Assim, a seguir apresentamos essas atividades a serem propostas após todo o trabalho com as rendas de bilro.

Compreendendo a relevância dessa temática o próximo tópico nos leva a reflexão acerca do que construímos e onde chegamos, assim, seguimos para as considerações finais da tese.



*“Sobre a almofada, nos bilros, curtidas mãos exercitam líquida paciência.
Os bilros têm sons de infância.
As mãos avultam, tranquilas, no alegre bater dos bilros.
Mãos e bilros, mãos e bilros de um fundo a outro do abismo tecendo a renda
do tempo.”*

autor: Anderson Braga Horta

5

A FINALIZAÇÃO DA RENDA E A FORMALZAÇÃO DOS PADRÕES IMAGINADOS

O trançado inicial desta pesquisa foi apontar na direção de um entrelaçamento histórico e pedagógico focado em conteúdos matemáticos e suas relações possíveis com a prática da criação das rendas de bilro. Procuramos assim, destacar alguns conteúdos de geometria, simetria e as isometrias. Com isso, nos propusemos a estudar a história da renda de bilro, a relação das rendeiras com essa prática, as questões que envolvem o aprender Matemática, e o olhar diferenciado para identificarmos a Matemática escolar nas rendas de bilro.

Todavia, cabe destacar que não foi nosso objetivo um aprofundamento maior nos conceitos matemáticos identificados, tendo em vista que a ideia da pesquisa foi focalizar a importância da prática sociocultural e histórica da renda de bilro e relacionar essa prática com conteúdos de Matemática escolar, especificamente, da geometria e simetria.

5.1 A relevância dos trançados iniciais

Percebemos logo no início, que para realizarmos bem essa conexão, seria necessário entrarmos no mundo das rendeiras, construirmos sua identidade cultural a partir da nossa relação com a mesma, e também sob o olhar das mesmas. Para tanto, se fez necessário desenvolver uma contextualização acerca da história e do fazer as rendas de bilro, bem como das rendeiras.

Com isso, tivemos que ir ao lócus das rendeiras, para colhermos material empírico e documental, como o catálogo da professora Valdelice Girão, publicado em 1984, bem como, as peças das rendas de bilros, no lócus. Nos debruçamos em livros, teses e dissertações, e artigos, revistas, sites, visita ao Museu do Ceará para ver de perto o acervo catalogado por Luiza Ramos e a Professora Valdelice Girão.

Identificamos fatos relevantes que serviram para compor o caminho dessa produção sociocultural e histórica e, para isso usamos como aporte teórico além dos documentos colhidos, as falas das rendeiras, como citada no corpo da pesquisa a rendeira dona Fransquinha.

Nesse sentido, usamos como apoio teórico livros, periódicos, revistas, teses, dissertações, catálogos, sites e outros; desenvolver um estudo etnográfico sobre o *fazer Renda de Bilro*, baseada em trabalhos estudos e nas práticas das rendeiras; formular relações matemáticas entre as criações geométricas geradas nas práticas de fazer a Renda de Bilro e a matemática escolar; identificar nas relações formuladas, conexões possíveis com geometria, simetria, isometria, entre outros tópicos da Matemática escolar; produzir atividades didáticas que envolvam as conexões entre a renda de bilro, seus padrões recorrentes e a geometria proposta pela Matemática escolar do ensino fundamental e/ou médio. Assim, seguimos algumas fases como: seleção de materiais para dar suporte teórico e metodológico a pesquisa; elaboração da história sociocultural e estudo etnográfico acerca da renda de bilro; exploração epistemológica dos temas; análise das contribuições da pesquisa para a ressignificação das práticas sociais e dos conteúdos matemáticos.

Assim, a criação das rendas de bilro nos apresentou a possibilidade de irmos além da prática e com essa reflexão seguimos em busca de responder as perguntas que nos inquietavam no início da construção dessa tese.

5.2 As questões da pesquisa

As questões iniciais que configuraram nossa pesquisa foram sendo tecidas passo a passo, e fomos alinhavando as respostas para os questionamentos sobre a configuração histórica que norteava a criação das rendas de bilro, e nos apoiamos nas pesquisas já realizadas e apresentavam diferentes focos desde o social ao uso terapêutico. Nosso olhar foi sobre a criação das rendas de bilros, e a produção de conhecimento que esse estudo produziria e nos propusemos a criação de uma abordagem didática para ser usada nas aulas de geometria e simetria.

Os princípios e as características que nortearam esta investigação foram sendo delineados com as relações da prática da criação da renda de bilro na construção de conceitos matemáticos de geometria e simetria. E nos possibilitou elaborar atividades didáticas para a Matemática escolar a partir dessas relações e dos modelos, padrões apresentados nas rendas de bilro.

Percebemos nesse tear que muitas histórias foram contadas e cantadas sobre a renda de bilro e sua chegada no Brasil, porém o mais importante é compreendermos essa prática como uma arte sociocultural e histórica que deve ser passada de geração a geração. As pesquisas que nos debruçamos apontaram essa necessidade e enfatizaram sempre a renda de bilro como uma arte de subsistência familiar. Assim, as características das rendas de bilro que nortearam nossa pesquisa se constituíram pelo olhar que laçamos nos padrões simétricos apresentados no decorrer da tese, nas formas geométricas e seus modelos. Tais características possibilitaram a construção de atividades didáticas propostas em nossa tese.

5.3 E os objetivos?

Emaranhados nos fios desse trançado fomos em busca de contemplar nossos objetivos, desse modo, analisamos e discutimos as características, concepções e princípios dos padrões das rendas de bilro, possibilitando as relações com a Matemática escolar, principalmente, no que se referiu aos tópicos matemáticos como: geometria, simetria, isometria, área, perímetro, formas, padrões, entre outros; e, elaboramos atividades didáticas, com base na Matemática alinhavada pela renda de bilro, indicamos por meio das atividades didáticas concretizar um exercício investigatório nas aulas de matemática, em que sejam estabelecidas relações conceituais entre a prática investigada e os conteúdos da Matemática escolar.

Nesse sentido, fomos dedilhando pontos e verificamos que os objetivos da tese que apontamos foram se confirmado, e a Matemática foi sendo apresentada como algo em movimento, transversal. Desse modo, investigamos os modos como a prática relacionada à criação das rendas de bilro se constituiu, se constitui e se transformou historicamente como uma arte sociocultural e apresentamos as conexões com a Matemática escolar. Delineamos por meio da pesquisa documental a origem histórica da renda de bilro no Brasil, no Nordeste, especificamente, no Ceará, na Prainha/Aquiraz/Ceará.

Os objetivos foram sendo contemplados à medida que a tese foi se confirmado, por meio das atividades didáticas elaboradas. Desse modo, esses alinhavos serviram para sustentar nossa tese de que a renda de bilro e seus modelos recorrentes podem ser usados como suporte pedagógico na elaboração de atividades didáticas para o ensino de conteúdos como: simetria, isometria, relação entre perímetro e área, ângulos, entre outros. Assim, a história contada, as relações das práticas sociais com a Matemática e cultura, os padrões das rendas explorados, o pensamento matemático nas construções geométricas, todas essas temáticas nos deram sustentação para validar nosso objeto de pesquisa.

5.4 E as atividade didáticas?

As atividades didáticas elaboradas na tese podem ser usadas pelos professores nas salas de aula de Matemática para o ensino de geometria e simetria, possibilitando uma reflexão de que a Matemática não se encerra em si mesma, mas ela deve ser vista como uma Ciência dinâmica que pode ser ‘descoberta’ ou ‘descongelada’ nas relações com as práticas socioculturais, aqui especificamente nas relações com a prática das rendas de bilro.

É importante que o professor no ensino de geometria e simetria possa adaptar as atividades didáticas aqui propostas de acordo com o nível dos alunos, num processo contínuo, que pode ser por meio de projetos interdisciplinar e transversalizante culminando com um evento na escola, como por exemplo, em uma feira ou amostra cultural, a escola e o professor ficam livres para criar as formas mais motivadoras de repassar essas atividades didáticas que também podem ser pensadas como oficinas pedagógicas para o ensino de geometria e simetria. Todavia, os professores podem adaptar essas atividades desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio. É preciso criatividade e disposição

5.5 Outros caminhos...

As conexões realizadas nessa tese entre a Matemática e a criação de rendas de bilro nos possibilitou construir um pensamento matemático imaginativo, contemplativo e mais complexo, capaz de perceber as matemáticas ‘escondidas’ em outras práticas socioculturais. Alguns teóricos como Mendes (2009a), Gerdes (2010), dentre outros têm lançado esse olhar nessa forma de relacionar a Matemática com outras áreas de conhecimento.

Nesse sentido, indicamos que o trabalho com as rendas de bilro possam ser ainda ampliado, que outras discussões sejam estabelecidas outros olhares sejam lançados. A Matemática que envolve a criação de rendas de bilro, os modelos e padrões, os movimentos dos bilros, o entrelaçamento dos pontos, todas essas características podem ser ainda exploradas, e outras pesquisas possam ir surgindo no caminhar, como aconteceu em nosso caminhar, mas que não contemplamos por fugir de nossa tese e de nossos objetivos.

Indicamos que as atividades didáticas dessa tese possam ser ampliadas, adaptadas e testadas em outras pesquisas em nível científico (mestrado e doutorado), pois há muita Matemática ainda a ser discutida.

5.6 As relações com a Educação Matemática conexões com a educação atual

Ao continuar esse trançado, que visa fechar o pano nessa pesquisa, mas não finalizar a renda de bilro, sentimos a necessidade de apresentar elementos que possam contribuir com as tendências da Educação Matemática e o ensino da Matemática escolar.

Pode ser que os alunos e professores pensem que é um absurdo ensinar matemática por meio de fatos cotidianos, e muito menos usando renda de bilro. Como isso seria possível? Sabemos que a Matemática é a disciplina de maior dificuldade entre os alunos, dessa forma, tudo que se faz e se propõe para essa melhoria, deve ser analisada e testada, assim enlaçar o conhecimento matemático, e a renda de bilro, foi totalmente proposital. Essa relação serve para resgatar uma prática, atualmente esquecida e discriminada, mas que a sociedade e a escola, precisavam tomar conhecimento de seu valor sociocultural e histórico, sua necessidade de subsistência, pelas rendeiras e uma fonte de pesquisa inesgotável.

Sabemos que a Matemática está sempre em busca da beleza, seja na natureza, seja nas formas de objetos, sob esse olhar, destacarmos o uso das

práticas socioculturais e históricas. Em todos os momentos da nossa pesquisa tratamos os conteúdos matemáticos como algo possível de serem construídos a partir das rendas de bilro, pois acreditamos que a qualidade de um saber precisa de uma relação diretamente proporcional com o reconhecimento social.

Nesse sentido, mais do que apenas explorar os conceitos geométricos, buscamos reelaborar a interatividade das questões sociais e culturais, que estão envoltas nas rendas de bilro o conhecimento matemático para que seja mais criativo, significativo, enriquecedor e desperte o senso crítico.

Destacamos em cada modelo apresentado, a percepção quanto ao pensamento matemático imaginativo sobre as rendas de bilro, encontrando nelas tópicos de geometria e simetria. E, além disso, percebendo possibilidades de reelaboração desses conceitos.

Assim, a tese apresentada contribui para o campo da Educação Matemática quando faz a relação transversal entre a matemática e a renda de bilro, para uso na escola, possibilitando e instigando a conexão entre o ensino de matemática dentro de uma abordagem sociocultural e histórica.

5.7 Finalmente...

Com esses alinhavos finais, queremos encerrar a renda, *levantar o papelão*, e trocando os fios dos bilros, ressaltar que os resultados encontrados foram satisfatórios, pois ficou evidente a relação da renda de bilro e a matemática escolar.

Considerando o raciocínio uma arte, afirmamos que em um sentido mais profundo nossa preocupação era a conexão da Matemática (conteúdos de geometria e simetria) com a Arte (rendas de bilro), mas apontando as diferenças e particularidades de cada saber.

Também consideramos relevante olharmos mais criticamente para o currículo escolar, pois um trabalho, nesse sentido, exige um currículo dinâmico que de acordo com D'Ambrosio (1997), está baseado em três atividades: de sensibilização, de suporte e de socialização.

Nossos trançados apresentados contribuem para dois grupos socioculturais, dois saberes distintos se entrelançarem, de um lado o saber das rendeiras(simbólico) e de outro o saber matemático(racional). Queremos com essa correlação valorizar a prática das rendeiras de bilros, e dar maior significado aos conteúdos ‘descongelados’.

Esperamos, portanto, despertar diferentes percepções e atitudes na *práxis* docente e discente, suscitando a vontade de reelaborar os conceitos matemáticos por meio das práticas socioculturais, as rendas de bilro.

Alertamos que estes são nossos últimos trançados, porém os primeiros de muitos que precisam ser tecidos, pois existe um caminho ainda longo a ser percorrido, e as questões que nortearam essa pesquisa dão pistas desses novos caminhos que precisam e devem ser explorados. Contudo, ficamos satisfeitos porque sabemos que a relação da renda de bilro e os conteúdos matemáticos (geometria e simetria) foram entrelaçados como de fato propomos em nossa tese.



Olê mulher rendeira
Olê filhos render
Do tecido dessa renda
Eu me visto pra alegrar
Tua beleza minha pequena
É o sol imaginado
Com o qual eu faço um xote
Pra poder te namorar
(...) Ednardo

5

LEVANTANDO O PAPELÃO

REFERÊNCIAS

- ALVARENGA. Luiz Gonzaga de. Geometria e Imagem. 2002.
- ALMEIDA, Maria da Conceição de. Complexidade, saberes científicos, saberes da tradição. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2010. (Col. Contextos da Ciência).
- BAGNO, M. Pesquisa na escola: o que é e como se faz. 2^a ed. São Paulo: Edições Loyola, 1998.
- ALMEIDA, Ana Julia Melo. *et al.* A Tradição em fazer renda e bilros: estudos de caso das artesãs da Parianha, Aquiraz – Ce. In. Iara – Revista de Moda, Cultura e Arte - São Paulo – V.4 N°1 abril 2011.
- BARBIER, Pierre. A pesquisa-ação. Tradução de Lucie Didio. Brasília: Plano Editora, 2002.
- BARBOSA, Ruy Madsen. Conexões e Educação Matemática: brincadeiras, explorações e ações, 1. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
- BARBOSA, Ruy Madsen. Conexões e Educação Matemática: brincadeiras, explorações e ações, 2. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
- BARBOSA, Ruy Madsen. Descobrindo a Geometria Fractal: para a sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- BECK, A. Trabalho Limpo: a renda de bilro e a reprodução familiar. Florianópolis: Ed. da UFSC, 1983.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP (Seminários & Debates), 1999.
- BIEMBENGUT, Maria Salett, Silva, Viviane Clotilde da e Hein, Nelson. Ornamentos x Criatividade: uma alternativa para pensar geometria plana. Blumenau: Ed. Da FURB, 1996.
- BIEMBENGUT, Maria Salett e Hein, Nelson. Modelagem Matemática no ensino. 5^a.edição. 2^a. reimpressão. _ São Paulo: Contexto, 201.
- BISHOP, Alan J. Enculturación matemática: La educación matemática desde uma perspectiva cultural. Buenos Aires: Edições Paidós Ibérica, S.A, 1999.Temas de Educación Paidós, (org.) César Coll.
- BOHM, David. Sobre a criatividade. (Tradução: Rita de Cássia Gomes) – São Paulo: Ed. Unesp, 2011.
- BORBA, Marcelo de carvalho et al. Pesquisa qualitativa em educação matemática. – Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- BOYER, Carl Benjamin. História da Matemática; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgar Blücher, 1974.
- BRASIL, Secretaria da Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF,1997.

BRUSSI. Julia Dias Escobar. Da “renda roubada” à renda exportada: a produção e a comercialização da renda de bilros em dois contextos cearenses. Dissertação defendida na Universidade de Brasília-Unb. Brasília-DF. Agosto de 2009.

BÜHLER, M. S. “Desafios na compreensão dos efeitos locais das políticas de fomento ao artesanato no Jequitinhonha” in CUNHA, M. C. (org.) *Revista do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional*, nº 32, Brasília: Ministério da Cultura, 2005.

CREMA, Roberto. Introdução à visão holística: breve relato de viagem do velho ao novo paradigma. – São Paulo: Summus, 1989.

DALCASTAGNÉ, Regina. Tramóia: histórias de rendeiras. Florianópolis: Insula, 1998.

D'AMBRÓSIO, B. S. “Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio”. In: Pró-posições, v. 4, n.1 (10), 1993, pp. 35-41.

DANTAS, B.G. “Tu me ensina a fazer renda: gerações e processos de aprendizagem de ofícios tradicionais” in CUNHA, M. C. (org.) *Revista do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional*, nº 32, Brasília: Ministério da Cultura, 2005.

DANTAS, Martha Maria de Souza. Ensino de Matemática: um processo entre a exposição e a descoberta. Salvador: Centro Editorial e Didático da Universidade Federal da Bahia/UFBA., 1987. 72 p.

DAWSON. Amy. Renda de bilro para principiantes. Editora ediouro. 1984.

D'AMBROSIO, U. Da realidade à ação: reflexões sobre a Educação (e) Matemática . 2 ed. São Paulo: Summus, 1996.

D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: da teoria à prática. Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, U. Educação para uma sociedade em transição. – 2ª. edição – Natal, RN: EDUFRN, 2011. 258p.

D'AMBROSIO, U. Uma análise dos Parâmetros Curriculares em Matemática. Educação Matemática em Revista. Número 7, ano 6, 1999.

D'AMBROSIO, U. História da Matemática no Brasil: Uma Visão Panorâmica até 1950, Saber y Tiempo, vol. 2, nº8, Julio-Deciembre 1997; pp.7-37.

D'AMBROSIO, U. Transdisciplinaridade. São Paulo: Palas Athenas, 1997.

DEMO, Pedro. Pesquisa participante: mito e realidade. Brasília: UnB/INEP. 1982.

DEMO, Pedro. Pesquisa participante: saber pensar e intervir juntos. Brasília: Liber Livro Editora, 2004. (Série Pesquisa em Educação v. 8). 140p.

DEMO, Pedro. Avaliação Qualitativa. São Paulo: Cortez: Autores associados, 1987. (coleção polêmicas do nosso tempo;25)

DESLANDES, Suely Ferreira. Pesquisa Social: teoria, método e criatividade. Cecilia de Souza Minayo(org.). 29 ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

DE CARMEN, Lúcia Dantas. Rendeiras de Riacho Doce. – Rio de Janeiro: Funarte, CNFCP, 2002. 32p.

ESCHER. M. C. Arte e Matemática. Gráfica Covence, Lda. – Guimarães, 1996.

FAINGUELERT, Estela Kaufman & NUNES, Katia Regina Ashton. Fazendo Arte com Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2006; 126p.: Il; 25 x 1,75 cm.

FARMER. David W. Grupos e Simetria: um guia para descobrir a matemática. Gradativa publicações, lda. Lisboa, Portugal. 1ª edição 1999.

FETISSOV, A. A demonstração em Geometria. Editora Ulmeiro, Lisboa, 2001.

FLEURY, Catherine Arruda Ellwanger. Renda de Bilro, renda da terra, renda do Ceará: a expressão artística de um povo. – São Paulo: Annablume; Fortaleza: Secult, 2002.

FOSSA, J. A. & MENDES, I. A. Tendências atuais na Educação Matemática: experiências e perspectivas. XIII Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste – Coleção EPEN – Volume 19, Educação Matemática. da UFRN – Natal, 1998.

GALVÃO, Roberto. Aracati: labirintos de sonho e luz. Roberto Galvão(org.). Fortaleza: SEBRAE, Ceará, 2006. 144p.

GERDES, Paulus. Desenhos de Angola: viver a matemática. 4ª. Edição. São Paulo. Editorial Diáspora, 2010.

GERDES, Paulus. ETNOMATEMÁTICA: Cultural, Matemática, Educação. Edição: Instituto superior Pedagógico. Maputo, Moçambique, 1991.

GERDES, Paulus. Pitágoras Africano: um estudo em cultura e educação matemática. Edição: Instituto Superior Pedagógico. Maputo, Moçambique, 1992.

GIRÃO, Valdelice Carneiro. Renda de Bilros. Fortaleza, Edições UFC, 1984. 448 p.

GUTIERRE, Liliane dos Santos. História da Matemática: atividades para a sala de aula. Natal, RN:EDUFRN, 2011.

HALL, Stuart. A centralidade da cultura: notas sobre as revoluções culturais do nosso tempo. *Educação & Realidade*, v. 22, n. 2, 1997.

HOLANDA, Cristina Rodrigues. Museu do Ceará e outras memórias: entrevista com Valdelice Girão/ Cristina Rodrigues Holanda (org.) – Fortaleza: Museu do Ceará/ Secretaria da Cultura do Estado do Ceará, 2006. 87p.

IVES, Rob. Pavimentar com ladrilhos. (tradução: Grupo de Trabalho do Centro de Recursos), Editor: Associação de Professores de Matemática, 1995.

KNIJNIK, Gelsa & WANDERER, Fernanda. Educação matemática e fruição da arte: uma análise da cultura dos azulejos portugueses em suas viagens nos tempos coloniais. *Horizontes*, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 17-28, jan./jun. 2004

KUHN, T. S. *A Estrutura das Revoluções Científicas*. Tradução por Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. 4. ed. São Paulo: Perspectiva, 1996. (Coleção Debates - Ciência).

LIMA, Elon Lages. *Isometrias*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1996. (Coleção do Professor de Matemática).

LEDERGERBER-RUOFF, Érika Brigitta. Isometrias e ornamentos no plano euclidiano. São Paulo: Atual, 1982.

MARTÍN, Francisco. Mirar el arte com ojos matemáticos. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, Barcelona, eneromarzo, 2003.

MENDES, Iran Abreu. *Investigação Histórica no Ensino da Matemática*. Editora Ciência Moderna. Rio de Janeiro, 2009.

MENDES, Iran Abreu. *Investigações históricas de práticas sociais: em busca de outras epistemologias da matemática*. Projeto de pesquisa/CNPq. Natal: UFRN, 2009.

MENDES, Iran Abreu. *Matemática e Investigação na sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem*. Editora Livraria da Física: São Paulo, 2009.

MENDES, Iran Abreu. *Matemática por atividades. Sugestões para a sala de aula*/ Iran Abreu Mendes, Pedro Franco de Sá. – Natal: Flecha do Tempo, 2006. 84p

MENDES, Iran Abreu e BEZERRA, Querginaldo. *Instrumentação para o ensino de matemática III* – Natal, RN: EDUFRN, 2009. (SEDIS/UFRN)

MIGUEL, Antonio *et al.* *História da Matemática em atividades didáticas*. 2. Ed. Ver. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, Antonio. *História, filosofia e sociologia da educação matemática na formação do professor: um programa de pesquisa* Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 137-152, jan./abr. 2005.

MIGUEL, A. & MIORIM, M.A. *História da Matemática: uma prática social de investigação em construção*. *Educação em Revista*. 2002, v.36., p.177-203.

MORIN, Edgar. *A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento*. Trad. Eloá Jacobina. _ 16ª. edição. – Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2009. 128p.

PINSK, Carla Bassanezi e LUCA, Tania Regina. (orgs.) *O Historiador e suas fontes*. São Paulo. Contexto, 2009.

PITTA, Ludmila Nogueira de Macedo. Trabalho manual: a técnica da renda de bilro como elemento de promoção de saúde. DISSERTAÇÃO APRESENTADA AO CURSO DE MESTRADO ACADÊMICO EM SAÚDE PÚBLICA/CCS/UECE, COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM SAÚDE PÚBLICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM —SAÚDE E SOCIEDADE. Defesa dezembro de 2010.

RAMOS. Arthur. A renda de bilros e sua aculturação no Brasil. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Antropologia e Etnologia, 1948. 77 p. (Publicação, 4). Em colaboração com Luisa Ramos.

RÊGO. Rogéria Gaudêncio et al. *Padrões de Simetria: do cotidiano à sala de aula*. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2006.

SÁ, Pedro Franco de. As atividades para o Ensino de Matemática no Nível Fundamental. Belém: EDUEPA, 2009.

SANTOS, Eliane Costa. Os tecidos de gana como a atividade escolar: uma intervenção Etnomatemática para a sala de aula. São Paulo, 2008. Dissertação defendida na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, 157p.

SANTOS, José Luiz dos. *O que é Cultura?* – São Paulo: Nova Cultural: Brasileiro, 1986.

SILVA, Tomaz Tadeu da. Identidade e diferença: a perspectiva dos estudos culturais. Tomaz Tadeu da Silva (org.). Stuart Hall, Kathryn Woodward. 10. Ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

SILVA, Viviane Clotilde da. Ensino de geometria através de ornamentos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 1998, São Leopoldo.

SILVA, Franklin Leopoldo E. Descartes: a metafísica da modernidade. São Paulo: Editora Moderna LTDA, 1998.

VEIGA-NETO, Alfredo. *Foucault & a Educação*. – 2ª. edição – Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 192p.

VERMANT, Jean-Pierre. *Entre Mito e Política*; tradução de Cristina Murachco. – 2. Edição – São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2002.

VERGANI, Teresa. A criatividade como destino: transdisciplinaridade, cultura e educação. (Org. Carlos Aldemir Farias, Iran Abreu Mendes, Maria da Conceição de Almeida). São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2009. (Col. Contextos da Ciência).

VERGANI, Teresa. *A surpresa do mundo: ensaios sobre cognição, cultural e educação*. (org.) Carlos Aldemir da Silva. Iran Abreu Mendes. – Natal: Editorial Flecha do tempo, 2003.

VICTAL, Carlos Gentil M. *Do ponto da reta e do plano*. Salvador: Cen-Editorial e Didático da UFBA, 1993, 2ª. Tiragem.

WEIL, Pierre *et al.* Rumo à nova transdisciplinaridade: sistemas abertos de conhecimento. _ São Paulo: Summus, 1993.

ZANELLA, A. V. O Ensinar e o Aprender a Fazer Renda de Bilro: estudo sobre a apropriação da atividade na perspectiva histórico-cultural. 1997. Tese de Doutorado em Psicologia da Educação - PUC, São Paulo.

ZAGO, Hellen da Silva. Ensino, geometria e arte: um olhar para as obras de Rodrigo de Haro. Florianópolis, SC, 2010. 112p. Dissertação defendida na Universidade Federal de Santa Catarina sob a orientação de Claudia Flores.

Revistas

Mãos maravilhosas: enclopédia semanal de trabalhos femininos. n. 55, v. IV. Editora. Abril Cultural. Portugal.

O cruzeiro. Rio de Janeiro, ao XXI, n. 40. 23 de julho de 1949. Diretor: Antonio Accioly Netto.

Iara – Revista de Moda, Cultura e Arte - São Paulo, v. 4 n. 1 abril de 2011.

Sites consultados:

<http://www.anped.org.br/reunioes/26/outrostextos/tegt19.rtf>. Acesso dia 16 de abril de 2010,

<http://dine-nte.vilabol.uol.com.br/Mudaraforma.doc>. Acesso dia 16 de abril de 2010,

<http://www.api.adm.br/ufrj/Valente.htm>. Acesso dia 16 de abril de 2010,

<http://www.cedes.unicamp.br/caderno/cad/sumarios/sum40.html#art5.40>. Acesso dia 16 de abril de 2010,

<http://www.ufes.br/circe/artigos/artigo52.doc>. Acesso dia 16 de abril de 2010,

<http://www.acessepiaui.com.br/geral/rendeiras-de-ilha-grande-so-destaque-no-cear/2429.html>. Acesso dia 16 de abril de 2010,

<http://www.manezinhodailha.com.br/Artesanato.htm#>. Acesso dia 16 de abril de 2010

<http://www.rosanevolpatto.trd.br/arteenfeitar.htm>. Acesso dia 16 de abril de 2010.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Renda_de_bilros. Acesso dia 19 de abril de 2010.

<http://pt.wikipedia.org/wiki/Ornamento>. Acesso dia 19 de abril de 2010.

<http://www.dicio.com.br/ornamento/.acesso> dia 19 de abril de 2010.

<http://www.gazetadopovo.com.br/vidaecidadania/conteudo.phtml?tl=1&id=1018512&tit=Renda-de-bilro-em-exposicao>. Acesso dia 02 de novembro.

<http://www.acessepiaui.com.br/geral/rendeiras-de-ilha-grande-so-destaque-no-cear/2429.html>. Acesso dia 16 de abril de 2010.

<http://www.manezinhodailha.com.br/Artesanato.htm#>. Acesso dia 16 de abril de 2010.

<http://www.rosanevolpatto.trd.br/arteenfeitar.htm>. Acesso dia 16 de abril de 2010.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Renda_de_bilros. Acesso dia 19 de abril de 2010.

<http://pt.wikipedia.org/wiki/Ornamento>. Acesso dia 19 de abril de 2010.

<http://www.dicio.com.br/ornamento/.acesso> dia 19 de abril de 2010.

http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/397/697.

Acesso dia 24 de outubro de 2010.

<http://www.google.com.br/search?hl=pt-imagem+DO+MAPA+MUNDI+BRASIL+E+EUROPA&oq=imagem+DO+MAPA+MUNDI+BRASIL+E+EUROPA>. Acesso dia 01 de julho de 2012.

<http://rendadebirros.blogspot.com.br/2011/12/homens-rendeiros.html>. Acesso dia 02 de julho de 2012.

http://www.cazzolato.com.br/images/geo_mundo.jpg. Acesso dia 01 de julho de 2012.

Fonte: http://www.degraf.ufpr.br/artigos_graphica/AMODALIDADE.pdf. Acesso dia 12 de abril de 2011.

http://3.bp.blogspot.com/_renda+de+bilro+tipo+pique+-+florianopolis.jpg. Acesso dia 01 de julho de 2012.

<http://www.guaraparivirtual.com.br/guarapari-es-renda-de-bilro.asp>. Acesso dia 17 de abril de 2011.

<http://planetasustentavel.abril.com.br/imagem/a-terra-do-artesanato-Gal2.jpg>. Acesso dia 19 de abril de 2010 às 12h.

<http://3.bp.blogspot.com/diversos+076.jpg>. Acesso dia 24 de outubro de 2011 às 16h.

<http://edfotos.fotosblogue.com/68950/ESPINHOS-DE-MANDACARU-CLICK-NA-FOTO>.

<http://maralaroca.blogspot.com.br/2007/11/renda-de-bilos.html>. Acesso em 29 de abril de 2010.

<http://1.bp.blogspot.com/Os+bilos.jpg>. Acesso dia 23 de outubro de 2010, às 19h.

<http://www.eps.ufsc.br/disserta98/albertina/figura/28.jpg>. Acesso dia 03 de julho de 2012.

Fonte: <http://www.fc.up.pt/isometrias/isometrias.htm>. Acesso dia 12 de abril de 2011.
http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-8839200100020005. Acesso

30/06/2012.