## **GUÍA DE EJERCICIOS 1**

## CICLO III - 2019 SOLUCIÓN DE ECUACIONES NO LINEALES

 Use el método de bisección para encontrar una solución exacta con una exactitud de 10<sup>-5</sup> para los siguientes problemas. Emplee 15 decimales.

a) 
$$x - 2^{-x} = 0$$
; [0, 1]

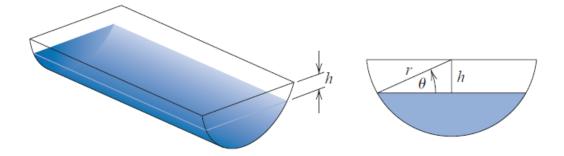
b) 
$$e^x - x^2 + 3x - 2 = 0$$
; [0, 1]

c) 
$$2x \cos(2x) - (x+1)^2 = 0$$
 ; [-1, 0]

d) 
$$x \cos(x) - 2x^2 + 3x - 1 = 0$$
; [0.2, 0.3]

e) 
$$x^2 - 4x + 4 - \ln(x) = 0$$
 ; [2, 4]

- 2. La suma de dos números da como resultado 13.6. Si cada uno se incrementa en su raíz cúbica, el resultado del producto de las dos sumas es igual a 72.910915731844. Determine los dos números con una exactitud de 10<sup>-5</sup>, empleando el método de **Bisección**. Emplee 15 decimales.
- 3. Un abrevadero de longitud L tiene una sección transversal en forma de semicírculo con radio r (vea la figura). El depósito se está llenando de agua.



Suponga que L=10 pies, r=1 pie y que V=12.4 pies $^3$ . Determine la profundidad del agua del abrevadero con una exactitud de  $10^{-5}$ , empleando el método de **Bisección**. Emplee 15 decimales.

4. La velocidad v de un paracaidista que cae está dada por:

$$v = \frac{gm}{c}(1 - e^{-(c/m)t})$$

Use el **método de bisección** para determinar el coeficiente de arrastre c necesario para que un paracaidista de 80 kg tenga una velocidad de 36 m/s después de 4 s de caída libre. Nota: La aceleración de la gravedad es g = 9.81 m/s<sup>2</sup>. Use una precisión de  $10^{-5}$  y emplee 15 decimales.

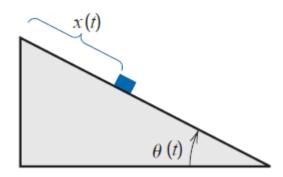
5. Una partícula parte del reposo sobre un plano inclinado uniforme, cuyo ángulo  $\theta$  cambia con tasa constante de:

$$\frac{d\theta}{dt} = w < 0$$

Al final de t segundos, la posición del objeto está dada por:

$$x(t) = -\frac{g}{2\omega^2} \left( \frac{e^{\omega t} - e^{-\omega t}}{2} - sen(\omega t) \right)$$

Suponga que la partícula se desplazó 1.7 pies en 1 s. Encuentre mediante el **método de bisección**, con una exactitud de  $10^{-5}$ , la tasa  $\omega$  a la que  $\theta$  cambia. Suponga que  $g=32.17~pies/s^2$ . Use 15 decimales.



- 6. Use el **método de punto fijo** para encontrar una solución exacta con una exactitud de  $10^{-5}$  para las siguientes ecuaciones. Emplee 10 decimales.
- a)  $x^3 2x^2 = 5$  ; [2.68, 2.70]
- b)  $2x 2\pi = sen(\frac{x}{2})$  ; [0,  $2\pi$ ]
- c) 2x sen(x) = cos(x) ; [0, 1]
- d)  $3x^2 e^x = 0$
- e)  $2 \operatorname{sen}(\sqrt{x}) x = 0$
- 7. Un objeto que cae verticalmente en el aire está sujeto a una resistencia viscosa y también a la fuerza de gravedad. Suponga que se deja caer un objeto de masa m desde una altura s<sub>0</sub> y que la altura del objeto después de t segundos es:

$$s(t) = s_0 - \frac{mg}{k} t + \frac{m^2 g}{k^2} (1 - e^{-kt/m})$$

Donde g=32.17 pies/s<sup>2</sup> y k representa el coeficiente de resistencia del aire en lb/pies. Suponga que  $s_0 = 300$  pies, m=0.25 lb y que k=0.1 lb/pies. Use el **método de punto fijo** para calcular el tiempo que tarda esta masa en caer al suelo con una precisión de  $10^{-12}$ . Emplee 15 decimales.

8. La velocidad v de un paracaidista que cae está dada por:

$$v = \frac{gm}{c} (1 - e^{-(c/m)t})$$

Donde  $g = 9.81 \, m/s^2$ . Para un paracaidista con coeficiente de arrastre de  $c = 15 \, kg/s$ , emplee el **método de punto fijo** para calcule la masa m de modo que la velocidad sea  $v = 35 \, m/s$  en t=9 s. Use una precisión de  $10^{-12}$ . Emplee 15 decimales.

9. Se suministran 2890 KJ/Kmol de calor a presión constante a cierta cantidad de vapor de agua inicialmente a 184.40°C. Calcule la temperatura final del sistema empleando el **método de Punto Fijo**, con precisión de 10<sup>-10</sup>, si se sabe que:

$$Q = \int_{T_i}^{T_f} C_p \ dT$$

Donde:

$$Cp = 32.24 + 0.001924 \text{ T} + 1.055 \text{ x} + 10^{-5} \text{ T}^2 - 3.596 \text{ x} + 10^{-9} \text{ T}^3 \text{ (KJ/Kmol°K)}$$

Emplee 15 decimales.

10. Una carga total Q se encuentra distribuida en forma uniforme alrededor de un conductor en forma de anillo con radio 'a'. Una carga 'q' se localiza a una distancia 'x' del centro del anillo. La fuerza eléctrica que el anillo ejerce sobre la carga está dada por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{F} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right) \left(\frac{qQx}{\sqrt{\left(x^2 + a^2\right)^3}}\right)$$

donde:

 $\varepsilon_o$  = permitividad del vacio igual a 8.85 x  $10^{-12}C^2/Nm^2$ 

q = carga puntual en Coulomb (C)

Q= carga distribuida en el anillo en Coulomb (C)

a = radio del anillo en mts

F = Fuerza eléctrica en Newton (N)

x = distancia de la carga puntual al anillo en mts

Emplee el Método de **Punto Fijo** para determinar la distancia x, de modo que la fuerza sea igual a 1N, el radio del anillo debe ser igual a 90 cm, q y Q deben ser de 2 x 10<sup>-5</sup>C, con una precisión de 10<sup>-12</sup>. Emplee 15 decimales.

11. Emplee el método de **Newton – Raphson** para obtener el valor de x que satisfaga las siguientes expresiones. Emplee una precisión de 10<sup>-12</sup>. Use 15 decimales.

a) 
$$ln(x-1) + cos(x-1) = 0$$
; [1.3, 2]

b) 
$$e^x + \frac{1}{2^x} + 2\cos(x) = 6$$
 ; [1, 2]

c) 
$$x - 0.8 - 0.2 sen(x) = 0$$
 ; [0,  $\pi/2$ ]

d) 
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}x^2 - x \operatorname{sen}(x) - \frac{1}{2}\cos(2x) = 0$$

12. Una barra larga de diámetro D recibe calor por efecto Joule de una resistencia eléctrica. Simultáneamente, disipa calor por convección y radiación, siendo la ecuación que satisface el equilibrio la siguiente:

 $\pi Dh(T - T_s) + \pi D\epsilon\sigma(T^4 - T^4_s) - I^2R = 0$  , donde: D: es el diámetro de la barra con un valor de 896 mm

σ: es la constante de Stefan Boltzman cuyo valor es 5.67x10<sup>-8</sup> W/mt<sup>2</sup>°K<sup>4</sup>

ε: es la emisividad de la superficie de la barra y se tomará igual a 0.8

h: es el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la barra

y el aire estimado en 20 W/mt<sup>2</sup>°K

T<sub>s</sub>: es la temperatura ambiente igual a 78.44°F

I<sup>2</sup>R:es la potencia eléctrica por unidad de longitud, supuesta en 110 W/m

T: es la temperatura de equilibrio de la barra

Emplee el método de Newton – Raphson para calcular el valor de T, con una precisión de 10<sup>-12</sup>. Use 15 decimales.

13. En un circuito RLC, la carga, que circula cuando se cierra un interruptor, en función del tiempo viene dada por la ecuación:

$$q(t) = q_o e^{-Rt/(2L)} \cos \left( \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2 t} \right)$$

Emplee el Método de Newton - Raphson para determinar el resistor apropiado para disipar energía a una razón específica. Suponga que la carga se debe disipar a 1% de su valor original en un tiempo igual a 0.05seg, considere la inductancia igual a 5H y la capacitancia igual a 100µF, con una precisión de 10<sup>-12</sup>. Emplee 15 decimales.

- 14. Un fabricante quiere diseñar una caja abierta que tenga una base cuadrada y un área superficial de 107.25 pulg². Emplee el método de **Newton Raphson** para determinar las dimensiones de la caja para que el volumen de esta sea 105.875 pulg³ con una precisión de 10<sup>-12</sup>. Use 15 decimales.
- 15. Se está diseñando un tanque esférico de almacenamiento de agua para un poblado pequeño de un país en desarrollo. El volumen del líquido que puede contener se calcula con:

$$V = \pi h^2 \frac{(3R - h)}{3}$$

Donde V= volumen [pie<sup>3</sup>], h= profundidad del agua en el tanque [pies], y R= radio del tanque [pies].

Si R=3m, ¿a qué profundidad debe llenarse el tanque de modo que contenga 30 m³? Emplee el método de **Newton-Raphson** usando una precisión de 10<sup>-12</sup>. Emplee 15 decimales.

- 16. Emplee el **método de la secante** para obtener el valor de x que satisfaga las siguientes expresiones, con una precisión de 10<sup>-12</sup>. Emplee 15 decimales.
  - a)  $2x\cos(2x) = (x-2)^2$ ; [2, 3]
  - b)  $(x-2)^2 = \ln(x)$  ; [e, 4]
  - c)  $2x + 3\cos(x) e^x = 0$
- 17. Se tienen dos postes, uno de 29 pies de altura y otro de 41 pies de altura, los cuales están separados entre sí 47 pies. Los postes se sostienen mediante dos cables, conectados a una sola estaca entre ellos, desde el nivel del suelo hasta la parte superior de cada poste. Emplee el **Método de la secante** para determinar la distancia "x", con respecto al poste de 41 pies, donde debe colocarse la estaca, para que la cantidad de cable utilizado sea de 85 pies. Use una precisión de 10<sup>-12</sup>. Emplee 15 decimales.
- 18. Para cierto tipo de régimen de transferencia de calor, la evaluación del número de Nusselt (Nu) se basa en el valor del número de Reynolds (Re) y del número Prandtl (Pr) a partir de la ecuación:

$$Nu = 0.3 + \left( \sqrt[5]{\left( 1 + \sqrt[8]{\frac{Re}{282000}} \right)^5} \right)^4 - \left( \frac{0.62 \sqrt{Re} - \sqrt[3]{Pr}}{1 + \sqrt[4]{\left( \frac{0.4}{Pr} \right)}} \right)$$

Emplee el **Método de la Secante** para calcular el número de Reynolds en el intervalo [29000, 29100], considere que el número de Prandtl vale 0.7 y el número de Nusselt vale 60. Use una precisión de 10<sup>-12</sup>. Emplee 15 decimales.

- 19. Una página rectangular ha de contener 30 in<sup>2</sup> de impresión. Los márgenes de la parte superior e inferior de la página serán  $1\frac{1}{2}$  in y los márgenes de la izquierda y la derecha corresponderán a 1 in. Emplee el **método de la secante** para determinar las dimensiones de la página para que esta tenga un área de 64.35 in<sup>2</sup>. Use una precisión de  $10^{-12}$ . Emplee 15 decimales.
- 20. Las ecuaciones que describen la posición de un proyectil lanzado desde el suelo, en metros, y tomando en cuenta la resistencia del aire y la masa del proyectil son:

$$X = r(t) = CVx(1-e^{-t/c})$$
  
 $Y = f(t) = (CVy + 9.8C^2)(1-e^{-t/c}) - (9.8C)t$ 

Siendo C = m/k, donde m = masa del proyectil y k = coeficiente de resistencia del aire.

$$V_x = VoCos\theta$$
  
 $V_y = VoSen\theta$ 

Si se dispara un proyectil con un ángulo de elevación de  $57.82^{\circ}$ , con  $V_0 = 3925 \, m/s$ ,  $m = 159.09 \, kg$  y k = 9.5. Determine el tiempo que tarde el proyectil en llegar al punto más alto y en llegar al suelo, empleando el **método de la secante**, con una precisión de  $10^{-12}$ ; además obtenga el alcance horizontal y el valor de la altura máxima. Use 15 decimales.

21. Emplee el **método de la posición falsa** para obtener el valor de x que satisfaga las siguientes expresiones, con una precisión de 10<sup>-9</sup>. Emplee 15 decimales.

a) 
$$e^x + x^3 + 2x^2 + 10x = 20$$

b) 
$$\frac{7x-3}{(x-0.45)^2} = 0$$

c) 
$$x - e^{\frac{1}{x}} = 0$$

- 22. Se construye una caja sin tapadera a partir de una hoja metálica rectangular que mide 150 por 115 centímetros. ¿Cuál debe ser el lado de los cuadrados que hay que recortar en cada esquina para que el volumen de la caja sea de 50,601.6875 centímetros cúbicos? Precisión: 10<sup>-12</sup>. Emplee el **método de la posición falsa**. Use 15 decimales.
- 23. La concentración de un reactante en un reactor de mezcla completa viene dada por la siguiente expresión:  $c(t) = 0.78 0.05te^{-0.4t} 0.23e^{-0.4t}$ , donde C(t) es la concentración del reactante (mol/L) y t el tiempo (min). Determine en cuánto tiempo la concentración del reactante es igual a 0.7365 mol/L. Emplee el **método de posición falsa**, con una exactitud de  $10^{-12}$ . Emplee 15 decimales.

24. La velocidad vertical de un cohete se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$v=uln\Big(\frac{mo}{mo-qt}\Big)-gt$$

Donde:

 $g = 9.81 \, m/s^2$ 

q =tasa de consumo de combustible = 2,700 kg/s

u = velocidad con la que se expele el combustible = 8,820 km/h

mo = masa inicial del cohete = 185,000 kg

Emplee el **Método de la posición falsa** para determinar el tiempo t, para el cual el cohete alcanza una velocidad de 1025 m/s, con una precisión de 10<sup>-12</sup>. Emplee 15 decimales.

25. En un circuito, la resistencia, el inductor y el capacitor se encuentran en paralelo. La impedancia del sistema se expresa así:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

Donde Z es la impedancia en  $\Omega$ ,  $\omega$  es la frecuencia angular. Emplee el **Método de la posición falsa** para obtener el valor de ' $\omega$ ' que da como resultado una impedancia de 75 $\Omega$ , considere la resistencia igual a 225 $\Omega$ , la capacitancia igual a 0.6 $\mu$ F, la inductancia igual a 0.5H, con una precisión de 10<sup>-12</sup>. Emplee 15 decimales.

- 26. Emplee el **método de Steffensen** para obtener el valor de x que satisfaga las siguientes expresiones, con una precisión de 10<sup>-12</sup>. Emplee 15 decimales.
  - a)  $3x x^2 + e^x 2 = 0$
  - b)  $4.1x^2 1.3e^x = 0$
  - c)  $x^2 + 2xe^x e^{2x} = 0$
- 27. En ingeniería ambiental, la siguiente ecuación se emplea para calcular el nivel de oxigeno c(mg/L) en un río aquas abajo de la descarga de un drenaje:

$$c = 10 - 20(e^{-0.15x} - e^{-0.5x})$$

Donde x es la distancia aguas abajo en kilómetros. Emplee el **método de Steffensen** para determinar la distancia aguas abajo de la corriente, a la cual el nivel de oxigeno cae hasta una lectura de 5 mg/L.

28. La resistividad ρ de un lubricante de sílice se basa en la carga q en un electrón, la densidad del electrón n y la movilidad del electrón μ. La densidad del electrón está dada en términos de la densidad del lubricante N y la densidad intrínseca de acarreo ni. La movilidad del electrón está descrita por la temperatura T, la temperatura de referencia To y la movilidad de referencia μο. Las ecuaciones que se requieren para calcular la resistividad son las siguientes:

$$\rho = \frac{1}{qn\mu}$$
, donde:

$$n = \frac{1}{2} \bigg( N + \sqrt{N^2 + 4 n_i^2} \bigg) \qquad \quad y \qquad \quad \mu = \mu_o \left( \frac{T}{T_o} \right)^{-2.42} \label{eq:multiple}$$

Emplee el **MÉTODO DE STEFFENSEN** para determinar la densidad del lubricante, de modo que To sea igual a 300 K, T sea igual a 1000 K , $\mu_0$  sea igual a 1350 cm<sup>2</sup>/(Vs), q sea igual a 1.7 x 10<sup>-19</sup>C, n<sub>i</sub> sea igual a 6.21 x 10<sup>9</sup>cm<sup>-3</sup>,  $\rho$  sea igual a 6.5 x 10<sup>6</sup> V s cm/C. Use una precisión de 10<sup>-12</sup>. Emplee 15 decimales.

29. El factor de fricción f para fluidos pseudoplásticos que siguen el modelo de Ostwald- DeWaele se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{f} = \frac{4}{n^{0.75}} \log(Re \times f^{1-0.5n}) - \frac{0.4}{n^{1.2}}$$

Encuentre el factor de fricción f, si se tiene un número de Reynolds (Ree) de 6000 y un valor de n=0.4. Emplee el **método de Steffensen** con una precisión de 10<sup>-12</sup>. Emplee 15 decimales.

- 30. Emplee el **método de Müller** para hallar una aproximación a un cero o raíz del siguiente polinomio:  $P(x)=3x^5+11x^4-21x^3-10x^2+21x-5$ . Utilice los siguientes valores iniciales:  $p_0=-6.1$ ,  $p_1=-5.3$  y  $p_2=-4.9$ , con una precisión de  $10^{-12}$ . Emplee 15 decimales.
- 31. Emplee el **método de Müller** para obtener una raíz del polinomio:  $P(x) = 2x^5 + 11x^4 21x^3 10x^2 + 21x 15$ , con 12 decimales y una precisión de 10<sup>-9</sup>. Utilice los valores:  $x_0=1$ ,  $x_1=1.8$ ,  $x_2=2$ .
- 32. Emplee el **método de Müller** para obtener una raíz del polinomio:  $P(x)=3x^5+11x^4-21x^3-10x^2+21x+15$ , con 12 decimales y una precisión de  $10^{-9}$ . Utilice los valores:  $x_0=-5.5$ ,  $x_1=-5.2$ ,  $x_2=-4.5$ .