

Encuentra el mcd de $f(x)$ y $g(x)$ en $\mathbb{Q}[x]$.

Dado:

$$f(x) = x^{10} - 3x^9 + 3x^8 - 11x^7 + 11x^6 - 11x^5 + 19x^4 - 13x^3 + 8x^2 - 9x + 3,$$

$$g(x) = x^6 - 3x^5 + 4x^4 - 9x^3 + 5x^2 - 5x + 2.$$

Aplicamos el **algoritmo de Euclides**, siguiendo la forma:

$$f(x) = q_1(x)g(x) + r_1(x),$$

$$g(x) = q_2(x)r_1(x) + r_2(x),$$

$$r_1(x) = q_3(x)r_2(x) + r_3(x),$$

$$\vdots$$

$$r_{n-1}(x) = q_n(x)r_n(x) + 0.$$

donde el último residuo distinto de cero, $r_n(x)$, es el **máximo común divisor**.

$$f(x) = (x^4 - 2x)g(x) + (-2x^7 + 6x^6 - 6x^5 + 6x^4 - 13x^3 + 8x^2 - 9x + 3),$$

$$g(x) = (x^2 + 6x - 19)(-2x^7 + 6x^6 - 6x^5 + 6x^4 - 13x^3 + 8x^2 - 9x + 3) + (19x^4 + 57x^3 + 38x^2 - 23x + 2),$$

$$r_1(x) = (x - 3)(19x^4 + 57x^3 + 38x^2 - 23x + 2) + (x^3 + 2x - 1),$$

$$r_2(x) = q_4(x)(x^3 + 2x - 1) + 0.$$

Conclusión: El máximo común divisor de $f(x)$ y $g(x)$ en $\mathbb{Q}[x]$ es:

$$\text{mcd}(f(x), g(x)) = x^3 + 2x - 1.$$