Formas Diferenciables

Wilson Jerez

Mayo 2024

Definición

Sea

$$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$$

El Pullback de f en un punto p es

$$f^* : \Lambda^k(R^m_p)^* \to \Lambda^k(R^n_{f(p)})^*$$

tal que

$$f^*(w)(p)(v_1, \ldots, v_2) = w(f(p))(df_p(v_1), \ldots, df_p(v_k))$$

Ejemplo Sea $w = -ydx + xdy$ y $f : U \to \mathbb{R}^2$ tal que a $(r, \theta) \to (r\cos(\theta), r\sin(\theta))$ siendo $U = \{r > 0, \theta \in (0, 2\pi)\}$ entonces $f^*(w) = w(f(r, \theta)) = -r\sin(\theta)dx + r\cos\theta dy$ # Calculo dx y dy

$dx = d(r\cos(\theta)) = \frac{\partial(r\cos(\theta))}{\partial r}dr + \frac{\partial(r\cos(\theta))}{\partial \theta}dy$

$\frac{\partial(r\cos(\theta))}{\partial r}dr + \frac{\partial(r\cos(\theta))}{\partial \theta}dy = cos(\theta)dr - r\sin\theta d\theta$

Ejercicio 8

Sea $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ un mapeo diferenciable dado por

$$f(x_1, \dots, x_n) = (y_1, \dots, y_n)$$

,

y sea $w = dy_1 \wedge \cdots \wedge dy_n$. Muestre que

$$f^* w = det(df) dx_1 \wedge \cdots \wedge dx_n.$$