Taller 2

1. Demuestre que diferenciablidad implica continuidad pero no el reciproco
2. Demuestre la regla de L'hopital en variable compleja
3. Encuentre por definición las derivadas de:
   - La exponencial
   - El logaritmo
   - Fucnión potencia
   - Funciones Trigonométicas
   - Funciones Hiperbolicas
4. Calcule los siguientes límites
   - $\lim_{z\to i} \frac{1}{z^2+1}$
   - $\lim_{z\to 0} \frac{1}{x^2-y^2+z}$
   - $\lim_{z\to 3} \frac{z^2+9}{z-3i}$
   - $\lim_{z\to 4} \frac{z(z^2-16)}{z^2-4z}$
   - $\lim_{z\to\infty}(1+z^{-2})$
5. Demuestre que si f es analítica en un dominio D y $Re(f)=\alpha$, $Im(f)=\alpha$ o $Arg(z)=\alpha$, entonces f es contante en D
6. Estudie la analicidad de
   - $f(z)=\frac{x}{x^2+y^2}-i\frac{y}{x^2+y^2}$
   - $f(z)=\frac{1}{2}\log(x^2+y^2)+i\arctan\left(\frac{y}{x}\right)$
7. Sea $f(z)=z^3$, $z_1=1$ y $z_2=i$. Pruebe que no existe z_0 sobre el segmento de recta que une a z_1, con z_2 tal que:
   $$f(z_2)-f(z_1)=f'(z_0)(z_2-z_1)$$
8. Sea $T(z)=\frac{az+b}{cz+d}$ $(ad-bc\neq 0)$. Encuentre
   - $\lim_{z\to\infty} T(z)$ si $c=0$
   - $\lim_{z\to\infty} T(z)$ si $c\neq 0$
   - $\lim_{z\to\frac{-b}{c}} T(z)$ si $c\neq 0$