¿Como nacen las formulas en las matemáticas?

En el colegio e incluso en la universidad, nos enseñan a memorizar ciertas formulas de las matemáticas y algoritmos tales como:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}$$

Pero, sabes el ¿por que? ¿por que esto es verdad? Bueno en matemáticas a las verdades absolutas es decir algo que siempre es verdad pasé lo que pase lo llamamos teoremas, y concluimos que son verdaderas siempre que exista una Demostración. Una Demostración es una serie de pasos que nos permite concluir que cierta proposición es verdadera.

Ahora bien **¿Como hacemos para Demostrar el Teorema aquí expuesto?** bien en matemática existe algo llamado **Axiomas de campo**, calma por definición un axioma es una proposición o Enunciado tan evidente que se considera que no requiere Demostración. Y un cuerpo es simplemente un sistema algebraico en donde existe la multiplicación y la adicción. Un ejemplo seria los naturales $\{0,1,2,3,4...\}$ pues sus elementos se pueden sumar y multiplicar entre si.

Explicado lo anterior vamos a enunciar los axiomas de campo:

1. Para todo a,b que pertenecen a $\mathbb{R}$ (los Números Reales de toda la vida) se tiene: $a+b=b+a$, y $a\cdot b=b\cdot a$.
2. para todo a,b,c en $\mathbb{R}$ se tiene que: $(a+b)+c=c+(a+b)$ y $a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$
3. Para todo a,b,c en $\mathbb{R}$ se tiene que: $(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$
4. Existen elementos 0 y 1 en $\mathbb{R}$ tales que $0\neq 1$ y para cualquier a en $\mathbb{R}$ se cumple que $x+0=0+x=x$ y $x\cdot 1=1\cdot x=x$.
5. Para cualquier a en $\mathbb{R}$ existe un -a, talque $a+(-a)=0$
6. Para cualquier a en $\mathbb{R}$ existe un $\frac{1}{a}$ talque $a\cdot\frac{1}{a}=1$ con $a\neq 0$ recordemos que a no puede ser igual a 0, por que si a = 0 entonces $\frac{1}{a}$ dadaria indeterminado,es decir su resultado es desconocido.

Ahora enunciemos un **Lema**, un Lema es un Teorema pero anteriormente se hizo la Demostración.

Lema $\frac{a}{b}\cdot b\cdot d=a\cdot d$ y $\frac{c}{d}\cdot b\cdot d=c\cdot d$ para cualesquiera a,b,c,d en $\mathbb{R}$ con $b\neq 0$ y $d\neq 0$. (un consejo para demostrar este lema sera usando los axiomas 2,1, 6 y 4)

Bueno sin más vueltas al asunto enunciemos formalmente y Demostremos el Teorema expuesto al principio de este Blog

Teorema: si a,b,c,d están en $\mathbb{R}$, con $b\neq 0$ y $d\neq 0$ entonces $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}$

Demostración es claro que $b\cdot d\neq 0$ puesto que $b\neq 0$ y $d\neq 0$.

Vamos a comenzar del lado izquierdo de la ecuación y trataremos de llegar al lado derecho es decir de $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ llegaremos a $\frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$

Tenemos que $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} \cdot 1$ esto por el axioma 4.

Y tenemos que $1 = b \cdot d \cdot \frac{1}{b \cdot d}$ esto por axioma 6. por ende remplazando el 1 en el paso anterior tenemos $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} \cdot (b \cdot d \cdot \frac{1}{b \cdot d})$

Ahora por el axioma 2 podemos hacer $(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \cdot b \cdot d) \cdot \frac{1}{b \cdot d}$

Por el axioma 3 podemos $(\frac{a}{b} \cdot b \cdot d + \frac{c}{d} \cdot b \cdot d) \cdot \frac{1}{b \cdot d}$

Por lo tanto tenemos que $(a \cdot d + c \cdot b) \cdot \frac{1}{b \cdot d}$ y listo simplemente organizando tenemos que $\frac{(a \cdot d + c \cdot b)}{b \cdot d}$ y concluimos que $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$ que es lo que queriamos Demostrar.

Conclusiónes

1. Todo lo que sea verdad en matemáticas o bien es un Axioma o se demuestra a partir de axiomas. Podríamos decir que un axioma es como una semilla de un árbol, es algo pequeño pero a partir de ella nace la Teoría que conocemos.

2. Si piensas que las matemáticas no son para ti o que no te gustan o que simplemente no se te dan, talvez sea la forma como te enseñaron las matemáticas. Las matemáticas pueden ser mucho más didácticas y divertidas de lo que pueden aparentar a simple vista, solo basta con mirarlas diferente

Por último quiero dejarte dos retos el primero es que demuestres el lema utilizado en la Demostración y el otro es que nunca pares de aprender. Si tienes dudas escríbeme un comentario en este blog o escríbeme a mí Twitter @WilsonJerez estaré feliz de resolver tus dudas.