

Introducción

El Análisis matemático estudia conceptos relacionados de alguna manera con los números reales; por ello empezaremos nuestro estudio del Análisis con una discusión del sistema de los números reales.

0.1. Los Axiomas de Cuerpo

0.2. Los Axiomas de Orden

Teorema 0.2.1. Sean a y b números reales tales que

$$a \leq b + \epsilon \text{ para cada } \epsilon > 0 \quad (0.2.1)$$

Entonces $a \leq b$.

Demostración. si $b < a$ entonces la desigualdad (1) no se satisface para $\epsilon = (a - b)/2$ puesto que

$$b + \epsilon = b + \frac{a - b}{2} = \frac{a + b}{2} < \frac{a + a}{2} = a \rightarrow b + \epsilon < a$$

lo cual es una contradicción y por el axioma 6(tricotomía), resulta que $a \leq b$.

0.3. La Representación geométrica de los números reales

0.4. Intervalos

0.5. Los enteros

0.6. Teorema de descomposición única para enteros

Teorema 0.6.1. Cada entero $n > 1$ es primo o producto de primos.

Demostración. Utilizaremos la inducción sobre n . El teorema se verifica trivialmente para $n=2$. Supongamos que es cierto para cada entero k con $1 < k < n$. si n no es primo, admite un divisor d con $1 < d < n$. Por lo tanto $n = cd$, con $1 < c < n$. Puesto que tanto c como d son $< n$, cada uno es primo o producto de primos; luego n es producto de primos. **QED**

Antes de probar la parte (2), la unicidad de la descomposición, introduccieremos otros conceptos. Si $d|a$ y $d|b$, diremos que d es un divisor común de a y b . El teorema que sigue demuestra que cada par de enteros

0.7. Los números racionales

0.8. Los números irracionales