

Ejercicios en parejas Corte 1

Wilson Eduardo Jerez Hernández, 20181167034
El Juliancho parancho

Ejercicios 1.1

21

Un estanque inicialmente contiene 1,000,000 galones de agua y una cantidad desconocida de un químico indeseable. El agua que contiene 0.01 g de este químico por galón fluye hacia el estanque a razón de 300 gal/h. La mezcla sale a la misma velocidad, por lo que la cantidad de agua en el estanque permanece constante. Suponga que el producto químico se distribuye uniformemente por todo el estanque.

- (a) Escriba una ecuación diferencial para la cantidad de sustancia química en el estanque en cualquier momento
- (b) ¿Qué cantidad de producto químico habrá en el estanque después de un largo tiempo?

27

En cada uno de los problemas 26 a 33, dibuje un campo direccional para la ecuación diferencial dada. Con base en el campo de dirección, determine el comportamiento de y cuando $t \rightarrow \infty$. Si este comportamiento depende del valor inicial de y en $t = 0$, describa esta dependencia. Tenga en cuenta que los lados derechos de estas ecuaciones dependen tanto de t como de y ; por lo tanto, sus soluciones pueden exhibir un comportamiento más complicado que las del texto.

$$* \quad y' = te^{-2t} - 2y$$

Ejercicios 1.3

14

En cada uno de los problemas del 7 al 14, verifique que cada función dada sea una solución de la ecuación diferencial.

$$* \quad y' - 2ty = 1; \quad y = e^{t^2} \int_0^t e^{-s^2} ds + e^{t^2}$$

Preliminares

Un problema físico simple que conduce a una ecuación diferencial no lineal es el péndulo oscilante. El ángulo θ que forma un péndulo oscilante de longitud L con la dirección vertical (ver Figura 1.3.1) satisface la ecuación:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0 \quad (0.0.1)$$

Otra forma de derivar la ecuación del péndulo (0.0.1) se basa en el principio de conservación de la energía

- (a) Demuestre que la energía cinética T del péndulo en movimiento es

$$T = \frac{1}{2}mL^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

- (b) Demuestre que la energía potencial V del péndulo, relativa a su posición de reposo, es

$$V = mgL(1 - \cos \theta)$$

- (c) Por el principio de conservación de la energía, la energía total $E = T + V$ es constante. Calcule dE/dt , iguale a cero y demuestre que la ecuación resultante se reduce a la Eq. (0.0.1).