

1. Suponga que desea modelar una población con una ecuación diferencial de la forma  $\frac{dP}{dt} = f(P)$ , donde  $P(t)$  es la población en el tiempo  $t$ .

Los experimentos han sido realizadas sobre la población que dan la siguiente información:

- Los únicos puntos de equilibrio son  $P = 0$ ,  $P = 10$  y  $P = 50$ .
- Si la población es 100, la población disminuye.
- Si la población es de 25, la población aumenta.

- (a) Dibuje las líneas de fase posibles para este sistema para  $P > 0$  (hay dos)
  - (b) Dé un bosquejo aproximado de las funciones correspondientes  $f(p)$  para cada uno de sus líneas de fase.
  - (c) Dé una fórmula para las funciones  $f(p)$  cuya gráfica concuerde(cualitativamente) con los bosquejos aproximados de la parte (b) para cada una de sus líneas de fase.
2. Un tanque de 400 galones inicialmente contiene 200 galones de agua que contienen 2 partes por mil millones en peso de dioxina, un carcinógeno extremadamente potente. Supongamos que el agua contiene 5 partes por mil millones de dioxina fluyen hacia la parte superior del tanque a una velocidad de 4 galones por minuto. El agua del tanque se mantiene bien mezclada y se extraen 2 galones por minuto del fondo del tanque. ¿Cuánta dioxina hay en el tanque cuando está lleno?
3. Sean  $x_1 = x_1(t)$  y  $x_2 = x_2(t)$  las soluciones de la ecuación de Bessel

$$2t^2 x'' + tx' + (t^2 - n^2)x = 0, \quad n > 0 \text{ constante,}$$

definidas sobre el intervalo  $0 < t < \infty$ , y que satisfacen las condiciones  $x_1(1), x_1'(1) = 0$ ,  $x_2(1) = 0, x_2' = 1$ , Demuestre que  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$  forman un conjunto fundamental de soluciones en  $(0, \infty)$ .