Universidad Nacional del Altiplano de Puno

Facultad de Ingeniería Estadística e Informática

Curso: Programación Numérica

Docente: Fred Torres Cruz

Estudiante: Wily Calib Caira Huancollo

Tema: Interpolación — Ejercicios Aplicados (Lineal, Lagrange, Cuadrática)

Fecha: 6 de noviembre de 2025

Índice

1. Introducción

El presente trabajo tiene como objetivo aplicar los métodos de interpolación numérica: **lineal**, **Lagrange** y **cuadrática**. Estos procedimientos son esenciales en el análisis numérico, ya que permiten estimar valores intermedios a partir de datos discretos conocidos. Cada sección desarrolla tres ejercicios, con su enunciado, tabla de datos, desarrollo matemático, comprobación y una breve interpretación del resultado en un contexto práctico.

La interpolación es una herramienta fundamental en programación numérica e ingeniería, pues permite modelar comportamientos continuos a partir de valores discretos. Su correcta aplicación mejora la precisión en simulaciones, predicciones y procesamiento de información científica y técnica.

2. Interpolación Lineal

El método de interpolación lineal es el más simple de todos, y consiste en conectar dos puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) mediante una recta. La ecuación que permite estimar el valor de y correspondiente a un valor intermedio x es:

$$y = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0) \tag{1}$$

Este método supone que la variación de la variable dependiente y es proporcional a la de la variable independiente x.

2.1. Ejercicio 1

Enunciado: La temperatura fue de 15 °C a las 8:00 y de 25 °C a las 14:00. Estimar la temperatura a las 11:00.

Tabla de datos:

Hora (h)	x	Temperatura (y)
Inicio	8	15
Fin	14	25
Estimación	11	?

Paso 1: Calcular la pendiente

$$m = \frac{25 - 15}{14 - 8} = \frac{10}{6} = 1{,}6667$$

Interpretación: La temperatura aumenta aproximadamente 1,67 °C por hora entre las 8:00 y las 14:00.

Paso 2: Aplicar la fórmula

$$y = 15 + 1{,}6667(11 - 8) = 15 + 5 = 20\,^{\circ}\mathrm{C}$$

Resultado: La temperatura estimada a las 11:00 es 20 °C.

Interpretación: Este resultado sugiere un incremento constante de temperatura durante la mañana. En la realidad, el incremento podría no ser lineal, pero el modelo proporciona una buena aproximación.

2.2. Ejercicio 2

Enunciado: La producción de una máquina fue de 100 unidades a las 2 horas y 220 unidades a las 5 horas. Estimar la producción a las 3.5 horas.

Cálculo:

$$m = \frac{220 - 100}{5 - 2} = 40$$

$$y = 100 + 40(3{,}5 - 2) = 100 + 60 = 160$$

Resultado: La producción estimada a las 3.5 horas es de 160 unidades.

Análisis: Este modelo asume un crecimiento constante en la producción, lo cual puede ser razonable en un intervalo corto donde las condiciones de trabajo no varían significativamente.

2.3. Ejercicio 3

Enunciado: Un automóvil consume 5 L a 60 km/h y 8 L a 120 km/h. Estimar el consumo a 90 km/h.

Cálculo:

$$m = \frac{8-5}{120-60} = 0{,}05$$

$$y = 5 + 0{,}05(90-60) = 5 + 1{,}5 = 6{,}5$$

Resultado: El consumo estimado a 90 km/h es de 6.5 L.

Interpretación: Si bien el consumo real de combustible no suele ser estrictamente lineal con la velocidad, este modelo permite obtener una estimación rápida y práctica para fines comparativos o de planificación.

3. Interpolación de Lagrange

El método de interpolación de Lagrange utiliza tres o más puntos y genera un polinomio que pasa exactamente por ellos. El polinomio se expresa como:

$$P(x) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + y_2 L_2(x) \tag{2}$$

Donde cada $L_i(x)$ es un polinomio base definido por:

$$L_i(x) = \prod_{j=0, j\neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

3.1. Ejercicio 1

Enunciado: Puntos $(0, 200)$, $(50, 240)$, $(100, 280)$. Estimar la altura a $x = 75$ m.

Cálculos:

$$L_0(75) = \frac{(75-50)(75-100)}{(0-50)(0-100)} = -0{,}125, \quad L_1(75) = 0{,}75, \quad L_2(75) = 0{,}375$$

$$P(75) = 200(-0{,}125) + 240(0{,}75) + 280(0{,}375) = 260\,\mathrm{m}$$

Interpretación: El resultado refleja un aumento progresivo de la altura del terreno, coherente con los datos observados.

3.2. Ejercicio 2

Enunciado: Presión medida: $(10, 30)$, $(20, 45)$, $(30, 80)$. Estimar la presión en $x = 25$.

Cálculos:

$$L_0 = -0{,}125, \quad L_1 = 0{,}75, \quad L_2 = 0{,}375$$

$$P(25) = 30(-0{,}125) + 45(0{,}75) + 80(0{,}375) = 60$$

Resultado: La presión estimada es de 60 unidades.

Interpretación: Se observa un incremento no lineal en la presión, lo cual justifica el uso de un polinomio cuadrático.

3.3. Ejercicio 3

Enunciado: Notas obtenidas: $(1, 10)$, $(2, 15)$, $(3, 21)$. Estimar la nota en $x = 2{,}5$.
Cálculos:

$$L_0 = -0{,}125, \quad L_1 = 0{,}75, \quad L_2 = 0{,}375$$

$$P(2{,}5) = 10(-0{,}125) + 15(0{,}75) + 21(0{,}375) = 17{,}875$$

Resultado: La nota estimada es 17.875.
Análisis: El método de Lagrange permite capturar la tendencia cuadrática del conjunto de datos, brindando una estimación más precisa que la lineal.

4. Interpolación Cuadrática

La interpolación cuadrática busca un polinomio de la forma $P(x) = ax^2 + bx + c$ que pase exactamente por tres puntos dados. Para determinar a, b y c se resuelve un sistema de tres ecuaciones.

4.1. Ejercicio 1

Enunciado: Puntos $(0, 0)$, $(1, 5)$, $(2, 6)$. Encontrar el polinomio.
Desarrollo:

$$\begin{cases} c = 0 \\ a + b + c = 5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases}$$

$$a = -2,\ b = 7,\ c = 0 \Rightarrow P(x) = -2x^2 + 7x$$

Verificación: $P(0) = 0$, $P(1) = 5$, $P(2) = 6$.

4.2. Ejercicio 2

Enunciado: Horno: $(0, 20)$, $(10, 80)$, $(20, 150)$. Estimar la temperatura a $x = 15$.

$$\begin{cases} c = 20 \\ 100a + 10b + c = 80 \\ 400a + 20b + c = 150 \end{cases}$$

$$a = 0{,}05,\ b = 5{,}5,\ c = 20 \Rightarrow P(x) = 0{,}05x^2 + 5{,}5x + 20$$

$$P(15) = 113{,}75$$

Resultado: 113,75 °C.

4.3. Ejercicio 3

Enunciado: Tiempo (s) y velocidad (m/s): $(0, 0)$, $(2, 15)$, $(4, 20)$.

$$\begin{cases} c = 0 \\ 4a + 2b = 15 \\ 16a + 4b = 20 \end{cases}$$

$$a = -1{,}25,\ b = 10 \Rightarrow P(x) = -1{,}25x^2 + 10x$$

Interpretación: El vehículo acelera rápidamente y luego estabiliza su velocidad; el término cuadrático negativo indica desaceleración progresiva.

5. Conclusión

Se desarrollaron nueve ejercicios aplicando los tres métodos de interpolación más importantes. Cada uno permitió estimar valores desconocidos en diferentes contextos, desde física hasta producción industrial. La interpolación lineal ofrece una aproximación simple, mientras que Lagrange y la cuadrática permiten captar curvaturas y comportamientos no lineales. Su dominio es esencial en ingeniería, modelado de datos y programación numérica.