UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO - PUNO

FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

METODO DE BISECCION (ESS)

CURSO: PROGRAMACION NUMERICA

DOCENTE: Fred Torrez

INTEGRANTES:

- Caira Huancollo Wili Calib
- Cutipa Ramos, Nayelin Brisbany
- Quenaya Loza Luis Angel
- Quispe Ito Luz Leidy

SEMESTRE: Cuarto

GRUPO: "A"

PUNO – PERÚ

2025 II

ÍNDICE

1. Definición del Método de Bisección

El **método de bisección** es un procedimiento **numérico e iterativo** que se utiliza para encontrar una **raíz** de una función, es decir, un valor de x que hace que $f(x) = 0$.

Este método se basa en un principio sencillo: si una función continua cambia de signo en un intervalo cerrado $[a, b]$, entonces existe al menos una raíz dentro de ese intervalo. En otras palabras, si:

$$f(a) \times f(b) < 0$$

entonces hay al menos una raíz entre a y b.

El método consiste en **dividir repetidamente el intervalo por la mitad** y elegir el subintervalo en el que la función cambia de signo. Con cada iteración, el intervalo se hace más pequeño y la aproximación a la raíz se vuelve más precisa.

En palabras simples: El método de bisección es como un proceso de búsqueda donde se reduce el rango a la mitad en cada paso, acercándose cada vez más al punto donde la función cruza el eje x.

Ejemplo intuitivo: Si $f(2) > 0$ y $f(5) < 0$, significa que hay al menos una raíz entre 2 y 5. Calculamos el punto medio $c = \frac{2+5}{2} = 3{,}5$ y evaluamos $f(3{,}5)$. Luego elegimos el nuevo intervalo donde ocurre el cambio de signo y repetimos el proceso hasta aproximar la raíz con la precisión deseada.

2. Procedimiento

1. **PASO 1:** Calcular el punto medio (m).

$$m = \frac{a + b}{2}$$

2. **PASO 2:** Evaluar la función en los puntos $f(a)$, $f(b)$ y $f(m)$.
3. **PASO 3:** Determinar el nuevo intervalo.
   - Si $f(a) \cdot f(m) < 0$, la raíz se encuentra en el intervalo $[a, m]$. El nuevo intervalo es (a, m).
   - Si $f(m) \cdot f(b) < 0$, la raíz se encuentra en el intervalo $[m, b]$. El nuevo intervalo es (m, b).
4. **PASO 4:** Calcular el error.

$$e = \frac{b - a}{2}$$

3. Ejemplo: Método de Bisección con función exponencial

Enunciado

Un ingeniero en control de procesos necesita calcular el tiempo x en horas que tarda en estabilizarse la temperatura de un horno industrial. El comportamiento de la temperatura se modela con la función:

$$f(x) = e^{3x} - 4$$

Se sabe que la raíz de la ecuación (cuando el horno alcanza el nivel de equilibrio) se encuentra en el intervalo $[0, 1]$. Se pide aplicar el Método de Bisección hasta obtener un error menor a 0,1.

Procedimiento

Fórmulas básicas:

$$m = \frac{a+b}{2}$$

$$f(a),\ f(b),\ f(m)$$

Si $f(a) \cdot f(m) < 0 \ \Rightarrow\ [a, m]$ Si $f(m) \cdot f(b) < 0 \ \Rightarrow\ [m, b]$

$$e = \frac{b-a}{2}$$

3.1. Iteraciones paso a paso

Datos iniciales:

$$f(x) = e^{3x} - 4, \quad [a, b] = [0, 1], \quad e \leq 0{,}1$$

Iteración 1:

$$m = \tfrac{0+1}{2} = 0{,}5$$

$$f(0) = e^0 - 4 = -3, \quad f(1) = e^3 - 4 \approx 16{,}0855, \quad f(0{,}5) = e^{1{,}5} - 4 \approx 0{,}4816$$

$$\Rightarrow [0, 0{,}5], \quad e = \tfrac{1-0}{2} = 0{,}5$$

Iteración 2:

$$m = \tfrac{0+0{,}5}{2} = 0{,}25$$

$$f(0) = -3, \quad f(0{,}5) = 0{,}4816, \quad f(0{,}25) = e^{0{,}75} - 4 \approx -1{,}8829$$

$$\Rightarrow [0{,}25, 0{,}5], \quad e = \tfrac{0{,}5-0}{2} = 0{,}25$$

Iteración 3:

$$m = \tfrac{0{,}25+0{,}5}{2} = 0{,}375$$

$$f(0{,}25) = -1{,}8829, \quad f(0{,}5) = 0{,}4816, \quad f(0{,}375) = e^{1{,}125} - 4 \approx -0{,}919$$

$$\Rightarrow [0{,}375, 0{,}5], \quad e = \tfrac{0{,}5-0{,}25}{2} = 0{,}125$$

Iteración 4:

$$m = \frac{0{,}375+0{,}5}{2} = 0{,}4375$$

$$f(0{,}4375) = e^{1{,}3125} - 4 \approx -0{,}284$$

$$\Rightarrow [0{,}4375, 0{,}5], \quad e = \frac{0{,}5-0{,}375}{2} = 0{,}0625$$

Como $e < 0{,}1$, se detiene el método.

Resultado final

La raíz aproximada de la ecuación

$$f(x) = e^{3x} - 4$$

es:

$$x \approx 0{,}44 \quad \text{con un error menor a } 0{,}1$$

Tabla de iteraciones

a	b	m	$f(a)$	$f(b)$	$f(m)$	e
0	1	0.5	-3	16.0855	0.4816	0.5
0	0.5	0.25	-3	0.4816	-1.8829	0.25
0.25	0.5	0.375	-1.8829	0.4816	-0.919	0.125
0.375	0.5	0.4375	-0.919	0.4816	-0.284	0.0625