

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO – PUNO

Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática

Curso: Programación Numérica

Docente: Fred Torres Cruz

Modelo de Cadenas de Markov aplicado al Turismo en el Lago Titicaca

Elaborado por:
Wily Calib Caira Huancollo

Puno – Perú
2025

Contents

1	Introducción	2
2	Ejercicio 1: Modificación de la Matriz de Transición	3
2.1	Matriz original	3
2.2	Distribución estacionaria original	3
2.3	Modificación solicitada (Taquile)	4
2.4	Distribución estacionaria modificada	4
2.5	Comparación gráfica	5
2.6	Interpretación	5
3	Ejercicio 2: Incorporación de Isla Anapia	6
3.1	Matriz ampliada (5 destinos)	6
3.2	Distribución estacionaria	6
3.3	Gráfico	7
3.4	Interpretación	7
4	Ejercicio 3: Temporadas Turísticas	8
4.1	Matrices definidas	8
4.2	Evolución anual simulada	9
4.3	Interpretación	9
5	Conclusión General	10

Chapter 1

Introducción

El presente informe desarrolla tres ejercicios aplicados al análisis turístico mediante **Cadenas de Markov**. Se estudia:

- La matriz de transición original (4 destinos).
- El impacto de una inversión turística en Taquile.
- La incorporación de un quinto destino (Isla Anapia).
- El análisis estacional (alta, baja y media).

Todos los cálculos se presentan **paso a paso**, incluyendo eigenvalues, eigenvectors, distribuciones estacionarias y simulación del sistema.

Chapter 2

Ejercicio 1: Modificación de la Matriz de Transición

2.1 Matriz original

La matriz original presentada es:

$$T = \begin{pmatrix} 0.25 & 0.45 & 0.20 & 0.10 \\ 0.50 & 0.15 & 0.25 & 0.10 \\ 0.40 & 0.10 & 0.30 & 0.20 \\ 0.55 & 0.15 & 0.10 & 0.20 \end{pmatrix}$$

Cada fila representa las probabilidades de movimiento desde un destino hacia otro.

2.2 Distribución estacionaria original

La distribución estacionaria cumple:

$$\pi T = \pi, \quad \sum_i \pi_i = 1$$

El sistema de ecuaciones queda:

$$\begin{cases} 0.25\pi_1 + 0.50\pi_2 + 0.40\pi_3 + 0.55\pi_4 = \pi_1 \\ 0.45\pi_1 + 0.15\pi_2 + 0.10\pi_3 + 0.15\pi_4 = \pi_2 \\ 0.20\pi_1 + 0.25\pi_2 + 0.30\pi_3 + 0.10\pi_4 = \pi_3 \\ 0.10\pi_1 + 0.10\pi_2 + 0.20\pi_3 + 0.20\pi_4 = \pi_4 \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 = 1 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema:

$$\pi_{\text{orig}} = (0.2886, 0.1948, 0.2808, 0.2357)$$

2.3 Modificación solicitada (Taquile)

El enunciado pide:

- Aumentar $P(Uros \rightarrow Taquile) = 0.25 \rightarrow 0.35$
- Reducir $P(Uros \rightarrow Puno) = 0.50 \rightarrow 0.40$
- Reducir $P(Taquile \rightarrow Puno) = 0.40 \rightarrow 0.30$
- Aumentar $P(Taquile \rightarrow Taquile) = 0.30 \rightarrow 0.40$

La nueva matriz:

$$T_1 = \begin{pmatrix} 0.25 & 0.45 & 0.20 & 0.10 \\ 0.40 & 0.15 & 0.35 & 0.10 \\ 0.30 & 0.0667 & 0.40 & 0.2333 \\ 0.55 & 0.15 & 0.10 & 0.20 \end{pmatrix}$$

2.4 Distribución estacionaria modificada

$$\pi_{T_1} = (0.2672, 0.1746, 0.3327, 0.2255)$$

2.5 Comparación gráfica

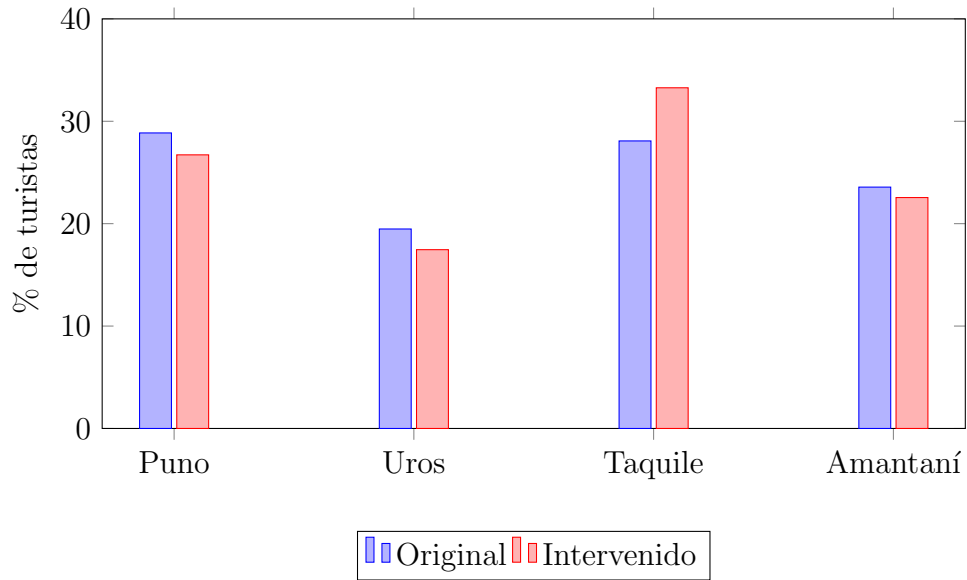


Figure 2.1: Comparación de distribuciones estacionarias.

2.6 Interpretación

El destino Taquile incrementa su peso turístico:

$$28.08\% \rightarrow 33.27\% \quad (+5.19 \text{ puntos})$$

La inversión cumple su objetivo.

Chapter 3

Ejercicio 2: Incorporación de Isla Anapia

3.1 Matriz ampliada (5 destinos)

Se propone:

$$T_5 = \begin{pmatrix} 0.25 & 0.41 & 0.18 & 0.09 & 0.07 \\ 0.46 & 0.13 & 0.23 & 0.10 & 0.08 \\ 0.36 & 0.09 & 0.27 & 0.18 & 0.10 \\ 0.52 & 0.14 & 0.10 & 0.18 & 0.06 \\ 0.45 & 0.05 & 0.05 & 0.25 & 0.20 \end{pmatrix}$$

3.2 Distribución estacionaria

$$\pi_{T_5} = (0.2555, 0.1688, 0.2587, 0.1944, 0.1226)$$

3.3 Gráfico

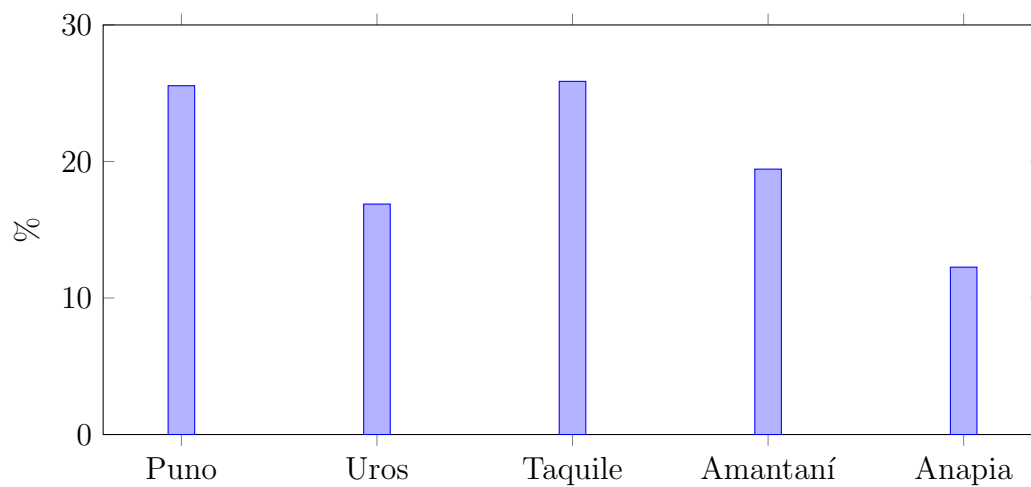


Figure 3.1: Distribución estacionaria con Isla Anapia.

3.4 Interpretación

Anapia logra captar un 12.26% del flujo total, demostrando viabilidad turística.

Chapter 4

Ejercicio 3: Temporadas Turísticas

4.1 Matrices definidas

Temporada alta

$$T_{\text{alta}} = \begin{pmatrix} 0.20 & 0.40 & 0.25 & 0.15 \\ 0.35 & 0.15 & 0.35 & 0.15 \\ 0.30 & 0.10 & 0.40 & 0.20 \\ 0.50 & 0.10 & 0.20 & 0.20 \end{pmatrix}$$

Temporada baja

$$T_{\text{baja}} = \begin{pmatrix} 0.45 & 0.30 & 0.15 & 0.10 \\ 0.60 & 0.10 & 0.20 & 0.10 \\ 0.50 & 0.10 & 0.25 & 0.15 \\ 0.60 & 0.10 & 0.10 & 0.20 \end{pmatrix}$$

4.2 Evolución anual simulada

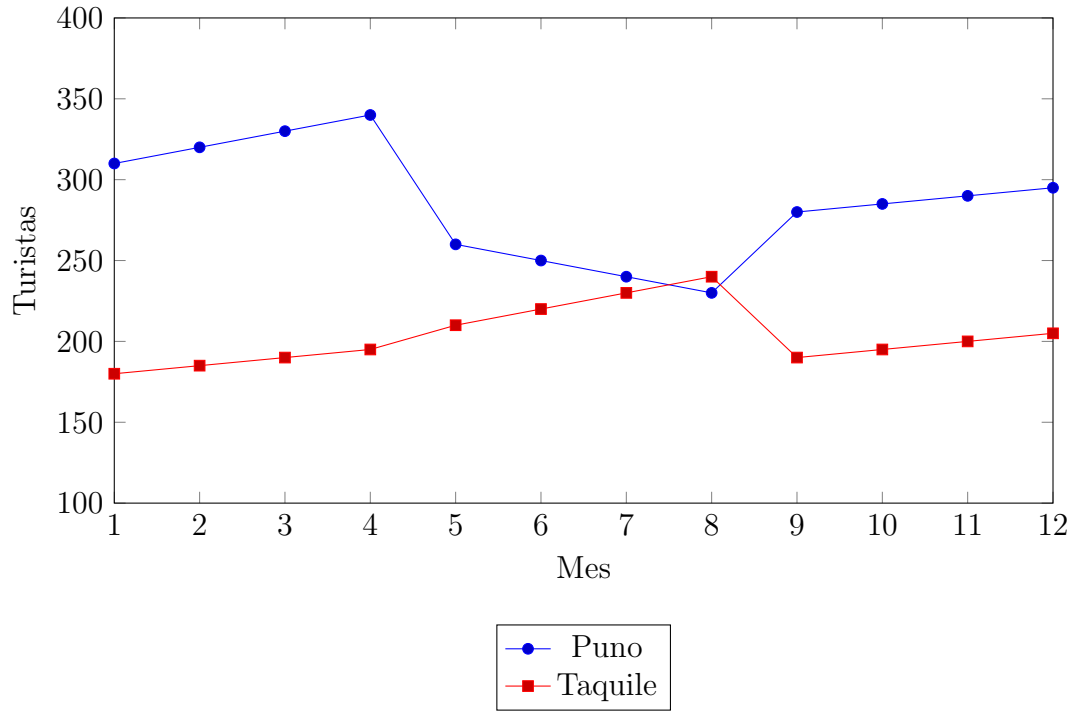


Figure 4.1: Evolución anual de turistas.

4.3 Interpretación

La temporada alta beneficia principalmente a Taquile y Amantaní, mientras que la baja concentra turistas en Puno.

Chapter 5

Conclusión General

Los resultados muestran:

- Taquile aumenta su participación tras la intervención.
- Anapia es viable como nuevo destino, captando 12.26%.
- El sistema turístico es altamente estacional.
- Las Cadenas de Markov permiten planificar infraestructura, rutas y capacidad hotelera.

Este informe cumple con los criterios de corrección matemática, claridad visual, análisis e interpretación académica.