3

8 октября 2025 г. 13:08

$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cdot A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n|A_1 \ldots A_{n-1})$

Если $A_1 \ldots A_n$ – нез., то $P(\prod_{i=1}^{n} A_i) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i)$

Если $A_1 \ldots A_n$ – несовм, то $P(\sum_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$, $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

№1 (задача про новые приборы)
№2 (про стрелка)
№3
есть 20 вопросов, студенту надо отв-ть на 5 вопр, он
проработал 16, для зачета нужно хотя бы 3 вопр сдать,
нужно найти в-ть сдачи экз.

Решение

$A = \{$студ сд. экз$\}$

$A = A_3 + A_4 + A_5$

A_i – не совм т.к он знает ровно i б

$P(A) = \sum_{i=1}^{4} P(A_i)$

$P(A_3) = \frac{C_{16}^3 \cdot C_4^2}{C_{20}^5}$; $P(A_4) = \frac{C_{16}^4 \cdot C_4^1}{C_{20}^5}$; $P(A_5) = \frac{C_{16}^5}{C_{20}^5}$

$P(A) = \frac{1}{C_{20}^5}\left(C_{16}^3 \cdot C_4^2 + C_{16}^4 \cdot C_4^1 + C_{16}^5\right) = \frac{1}{\frac{20!}{15!\,5!}} \cdot \left(\frac{16!}{3!\,13!} \cdot \frac{4!}{2 \cdot 2} + \frac{16!}{4!\,12!} \cdot \frac{4!}{1!\,3!} + \frac{16!}{5!\,11!}\right)$

Формула Бернулли

признаком явл-ся пров-е опыта задачи по схеме Бернулли:
Опыт G проявл n раз при один. усл, а событие успеха A
имеет вер-ть $p = P(A)$

Тогда соб-е $B = \{$в n опытах произ m успехов$\}$ имеет след. вер-ть:

$P(A_n(m)) = C_n^m \, p^m (1-p)^{n-m}$

Стрелок стрел 3 раза по 1-й мишени, попадает k-й раз нез-мо
от пред-х выстрелов $p = 0{,}8$

$A = \{$стрелок попадёт ровно один раз$\}$

$A_i = \{$стрелок попал с i-й попытки$\}$ $i = 1, 2, 3$.

$A = A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} + \overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} + \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3$

$P(A) = C_3^1 \cdot p^1 \cdot (1-p)^{3-1} = 3 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2^2 = 0{,}096$

№4

$n = 2$
$p = 0{,}2$

$P_{max}(x) - ?$

Решение

X – число усп-в в опытах

$P(x=0) = C_2^0 \cdot p^0 (1-p)^2 = 1 \cdot 0{,}8^2 = 0{,}64$

$P(x=1) = C_2^1 \cdot p^1 (1-p)^1 = 2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}32$

$P(x=2) = C_2^2 \cdot p^2 (1-p)^0 = 1 \cdot 0{,}2^2 = 0{,}04$

$(2+1)0{,}2 - 1 \le k^* \le (2+1)0{,}2$

№5

Вер-ть 10% студ ф-та – отличники, найти P, что в случ гр-не из 20 студ
окажется не более 2-х отличников.

$A_{20}(i) = \{$вер-ие i отличн.$\}$ $i = 0, 1, 2 \ldots$

$A = A_{20}(0) + A_{20}(1) + A_{20}(2)$

$P(A) = C_{20}^0 p^0 (1-p)^{20} + C_{20}^1 p^1 (1-p)^{19} + C_{20}^2 p^2 (1-p)^{18} =$

$= 1 \cdot 1 \cdot 0{,}9^{20} + 20 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^{19} + 190 \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}9^{18} = 0{,}677\ldots$

№6

Некто имел прод 5 ед. однотип. товара, с этой целью он
обращ к покуп и получ k-й раз согласие на приобр 1 ш. с вер-ю
0,05. Покупатели покуп нез-мо др. от др.. Найти P,
что весь товар будет продан за 8 покуп-й.

$A_8 = \{$Полн. согл ровно к 8 покуп.$\}$

$A_7(4) = \{$из перв 7 покуп 4 согл приобр т.$\}$

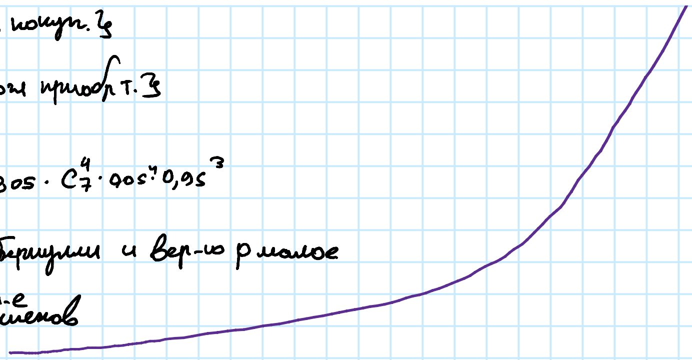
$A_8 = \{$Попр. обр ровно к 8 покуп.$\}$

$A_7(4) = \{$из перв 7 покуп 4 сом приобр т.$\}$

$A = A_8 \cdot A_7(4)$

$P(A) = P(A_8)P(A_7(4)) = 0{,}05 \cdot C_7^4 \cdot 0{,}05^4 \, 0{,}95^3$

В схеме из n опытов Бернулли и вер-ю p малое



$(n+1)p - 1 \le k^* \le (n+1)p$ — наиб. вер-е число успехов

Монету подбр 5 раз найти наиб. частое выпадение герба

$n = 5$, $p = 1/2$

$(5+1)p - 1 \le k^* \le (5+1)p$

$6 \cdot 0{,}5 - 1 \le k^* \le 6 \cdot 0{,}5$

$2 \le k^* \le 3$

$\{2, 3\}$

$P(x=2) = C_5^2 \cdot \frac{1}{2}^2 (1-\frac{1}{2})^3$

$P(x=3) = C_5^3 \cdot \frac{1}{2}^3 (1-\frac{1}{2})^2$

$\left.\begin{matrix} C_5^2 = C_5^3 \\ \frac{1}{2}^5 = \frac{1}{2}^5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow P(x=2) = P(x=3)$, В след. раз разобрелся со сл-ю 3-й на кр.

Гипотезы

$H_1 \ldots H_n$

1) $H_i \cdot H_j = 0$, $i, j = \overline{1 \ldots n}$, $i \ne j$

2) $H_1 + H_2 + \ldots H_n = \Omega$

Кость подбр 2 раза. Сформ 2 сист. гипотезы.

1) H_1 - сумма 4
H_2 - сумма $\bar{4}$

2) H_3 - 1-й $= 6$; H_4 - 1-й $\ne 6$;

3) $H_i = \{$На 1-й кости выл i очков$\}$