

Глава 3

21 октября 2025 г. 20:04

✓3.1.3

Уч-во отк. если перв. обр. отказ.
 $P(A) = P(B) = 0,2$. А, В - независимые
 отказы. Нахм. P , что уч-во не отк.

С - уч-во не отказывает

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) \quad \text{или } A \cup B - \text{независ}$$

$$P(\bar{C}) = (1 - P(A)) \cdot (1 - P(B)) = 0,8 \cdot 0,8 = 0,25 \Rightarrow$$

диск. отказы

диск. отказы

$$\Rightarrow P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 0,75$$

✓3.1.4

Монету подбросили 5 раз. Нахм. P , что перв. выпад. ч.рода:
 Всего 2⁵-изделий

"Перв. выпад. ч.рода" - 5 конф. и.к. у нас есть 5 бросков,
 наше изначальное "перв." значение больше 0,5, а всего
 5 случаев когда ч.р. выпадает среди.

$$P(A) = \frac{5}{2^5} = 0,15625$$

Но можно было считать иначе:

инач. ф. общая распред. -

$$P(X=k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$\hookrightarrow C_5^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-k} = \frac{5!}{k! \cdot (5-k)!} \cdot \frac{1}{2^5} = \boxed{\frac{5!}{2^5}}$$

✓3.1.5

□□□, 6-2 раза, $p=?$

$$\begin{aligned} B+2 &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \\ B+B &= \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \Leftrightarrow P = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} \cdot 3 = \\ \Rightarrow B &= \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = C_3^2 \cdot p^2 \cdot (1-p)^1 \\ &= \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{36} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{72} \end{aligned}$$

✓3.2.1

20 л. ч.р. проб. с гербом.
 если получ. два 2 орн., то изначально отказ.
 Нахм. P , что изначально заграждан.

если у нас 2, 3, 4 орн. то изначально - :

$$\begin{aligned} M_{A_1} &= C_4^2 \cdot C_{16}^3 \Rightarrow P(A) = P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14}{16!} \cdot \frac{4!}{4!} \cdot \frac{16 \cdot 15}{16!} \\ M_{A_2} &= C_4^3 \cdot C_{16}^2 = \frac{M_{A_1} + M_{A_2} + M_{A_3}}{16!} = \frac{\frac{4!}{2! \cdot 1!} \cdot \frac{16!}{15! \cdot 1!} + \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{16!}{14! \cdot 2!} + \frac{4!}{4! \cdot 0!} \cdot \frac{16!}{15! \cdot 3!}}{16!} = 0,249 \\ M_{A_3} &= C_4^4 \cdot C_{16}^1 \\ n &= \boxed{C_20^5} \end{aligned}$$

Но лучше реш. через обр.:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

\bar{A} - изначально отказали 0 или 1

$$\bar{A} = A_0 + A_1$$

$$M_{A_0} = C_{16}^5$$

$$M_{A_1} = C_4^1 \cdot C_{16}^4$$

$$P(A) = 1 - \frac{C_{16}^5 + C_4^1 \cdot C_{16}^4}{C_{20}^5} = 1 - \frac{\frac{16!}{5! \cdot 11!} + \frac{4!}{1! \cdot 3!} \cdot \frac{16!}{4! \cdot 12!}}{\frac{20!}{5! \cdot 15!}} = 0,249$$

✓3.1.5

H_1, H_2 - ивн. $A = H_1 \cup H_2$ - независимые. Нахм. $P(H_1 \cup H_2 | A)$

$$P(H_1 \cup H_2 | A) = \frac{P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{0}{P(A)} = 0,$$

т.к. $H_1, H_2 \perp \Gamma$, т.е. A независимо от H_1, H_2 $\Rightarrow P(A|H_1) = P(A)$

✓3.1.6

H_1, H_2, \dots, H_n - ГГИС и они различны. Нахм. $P(H_1 \cup H_2)$

$$P(H_1 \cup H_2) = P(H_1) + P(H_2) = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} = \frac{2}{n}$$

✓3.1.7

10% - отказ из 1-го

20% - отказ из 2-го

наст-во из 3-го 6% - отказы

Нахм. P , что вспр-е из-за - отказ:

Также наст-во из-за 1% , тогда:

$$P(A) = \frac{0,1n + 0,24}{n+n} = 0,15$$

✓3.1.8

$$\Rightarrow C_2^0 \cdot 0,4^0 \cdot 0,6^2 = 0,36$$

$$P_1 = C_2^1 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 2 \cdot 0,24 = \boxed{0,48}, \Rightarrow$$

$$P_2 = C_2^2 \cdot 0,4^2 \cdot 0,6^0 = 0,16$$

$$\text{найд. вероятн} \quad \text{использовано}$$

$$(m+1)p-1 \leq k \leq (m+1)p$$

$$p \in (0,1), \Rightarrow np \leq 1$$

$$0 < p < 1 / (n+1)$$

$$0 < (n+1)p < 1 < n+1$$

$$0 < (n+1)p-1 < (n+1)p < 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (n+1)p-1 < m \leq (n+1)p$$

✓ 3.2.3

$$P = P(0) + P(1) = C_3^0 \cdot p^0 \cdot q^3 + C_3^1 \cdot p^1 \cdot q^2 = \frac{3!}{3!} \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^3 + \frac{3!}{2!} \cdot 0,1 \cdot 0,9^2 = 0,9^3 + 3 \cdot 0,1 \cdot 0,9^2 = 0,972$$

✓ 3.2.5

неба под прямым $2X$ и π под прямым X , 5% и 10% спаса

$$G1: 2X \cdot \frac{5}{100} = \frac{1}{10}X; G2: X \cdot \frac{10}{100} = \frac{1}{10}X$$

$$P = \frac{\frac{1}{10}X}{\frac{1}{10}X + \frac{1}{10}X} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{5} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{\frac{5!}{2!3!}} = \frac{9 \cdot 6}{7 \cdot 5} =$$

$$\frac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{(C_6^2)^3} = \frac{2}{75} ; (-\frac{2}{75} = \frac{73}{75})$$

1