



**GESP**

信息学竞赛

# GESP C++ 六级认证 (二)

## 搜索算法专题

深度优先搜索 · 广度优先搜索 · 二叉树搜索



# 大纲

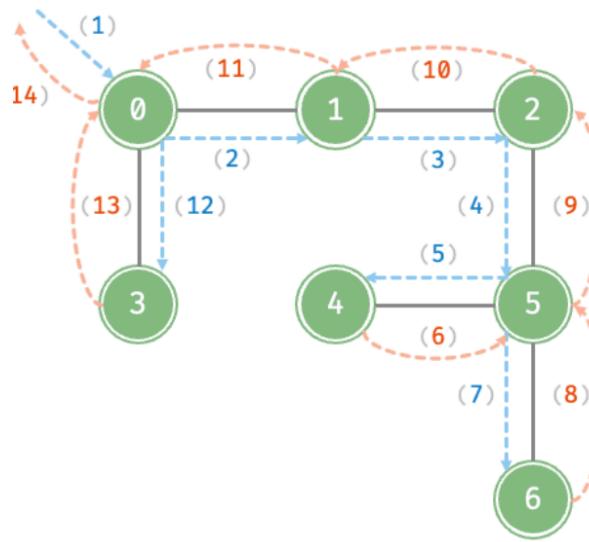
1. 深度优先搜索（DFS）算法
2. 广度优先搜索（BFS）算法
3. 二叉树的搜索算法
4. 搜索算法的应用与优化

# 深度优先搜索 (DFS)

## 基本思想

深度优先搜索 是一种用于遍历或搜索树或图的算法。其核心思想是：

- 从起始节点开始，沿着一条路径尽可能深地搜索
- 直到到达叶子节点或无法继续前进
- 然后回溯到上一个分叉点，选择另一条路径继续搜索



图的深度优先遍历 (DFS)

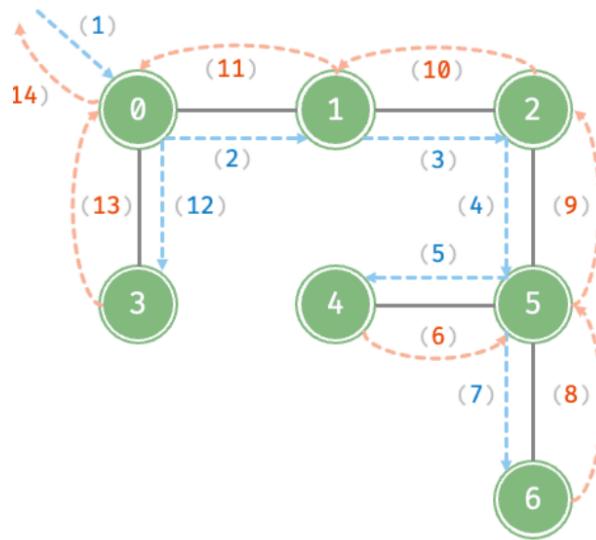
以顶点 0 为起始，  
走到头才返回，再走到头才返回，  
以此类推 … 直至完成遍历

遍历序列为

0, 1, 2, 5, 4, 6, 3

## 特点：

- 使用栈（递归调用栈或显式栈）实现
- 空间复杂度： $O(h)$ , 其中  $h$  为搜索深度
- 不一定找到最短路径



### 图的深度优先遍历 (DFS)

以顶点 0 为起始，  
走到头才返回，再走到头才返回，  
以此类推 … 直至完成遍历

遍历序列为

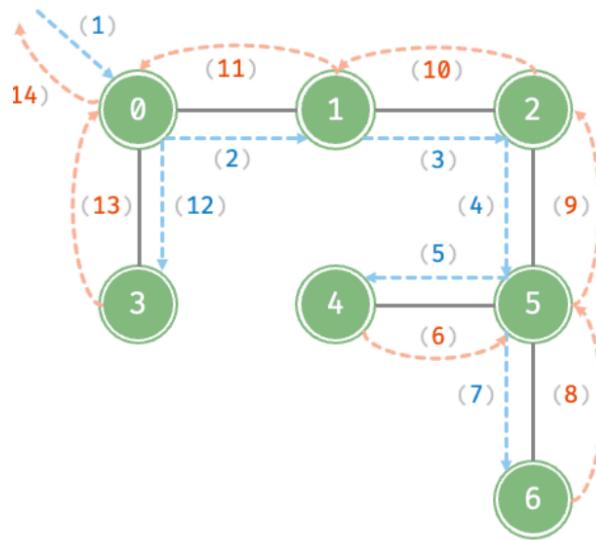
0, 1, 2, 5, 4, 6, 3

# DFS 递归实现

```
// DFS 递归实现模板
bool visited[N]; // 标记访问数组

void dfs(int u) {
    visited[u] = true; // 标记当前节点已访问
    // 处理当前节点
    process(u);

    // 遍历所有相邻节点
    for (int v : adj[u])
        if (!visited[v])
            dfs(v); // 递归搜索
}
```



以顶点 0 为起始，  
走到头才返回，再走到头才返回，  
以此类推 … 直至完成遍历

遍历序列为

0, 1, 2, 5, 4, 6, 3



# DFS 应用：全排列问题

## 问题描述

生成 1 到  $n$  的所有排列， $n \leq 8$

## 算法思路

- 使用 DFS 递归搜索所有可能的排列
- 维护当前路径和已使用数字的标记
- 当路径长度等于  $n$  时，输出排列



```
int n, path[N]; // 存储当前路径
bool used[N]; // 标记数字是否使用

void dfs(int u) {
    if (u == n) { // 到达叶子节点，输出排列
        for (int i = 0; i < n; i++)
            cout << path[i] << " ";
        cout << endl;
        return;
    }

    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        if (!used[i]) {
            path[u] = i; // 选择当前数字
            used[i] = true; // 标记已使用

            dfs(u + 1); // 递归搜索下一层

            used[i] = false; // 回溯，恢复状态
        }
    }
}

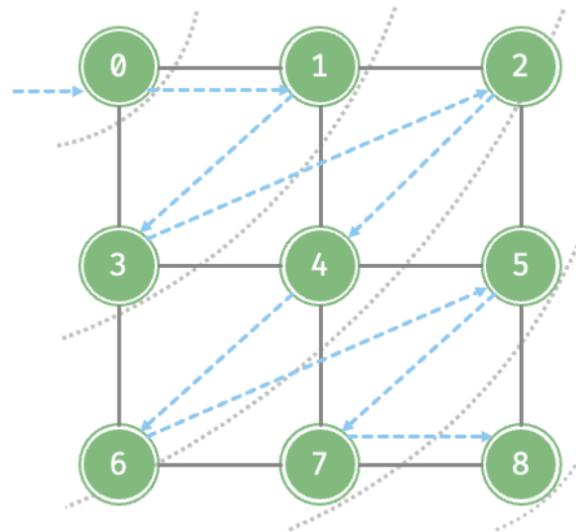
int main() {
    cin >> n;
    dfs(0);
    return 0;
}
```

# 广度优先搜索 (BFS)

## 基本思想

广度优先搜索 按层次遍历图或树：

- 从起始节点开始，先访问所有相邻节点
- 然后再访问相邻节点的相邻节点
- 依此类推，层层扩展



图的广度优先遍历 (BFS)

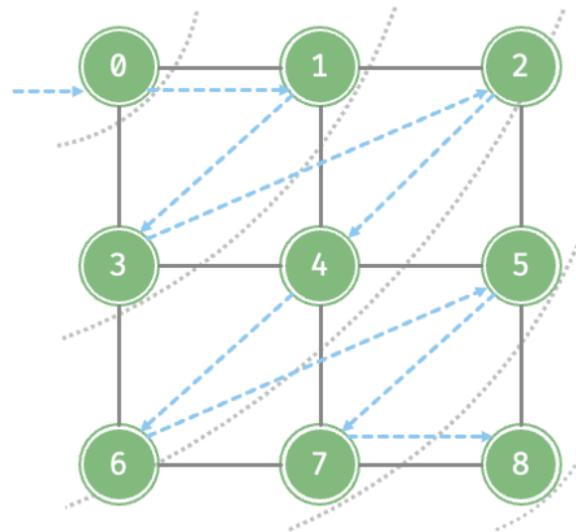
以顶点 0 为起始，  
由近及远、层层扩张地访问顶点

遍历序列为

0, 1, 3, 2, 4, 6, 5, 7, 8

## 特点：

- 使用队列实现
- 空间复杂度： $O(w)$ ，其中  $w$  为最大宽度
- 能够找到最短路径（在无权图中）



图的广度优先遍历 (BFS)

以顶点 0 为起始，  
由近及远、层层扩张地访问顶点

遍历序列为

0, 1, 3, 2, 4, 6, 5, 7, 8

# BFS 模板

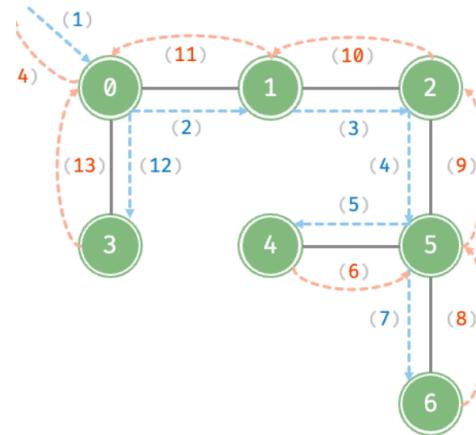
```
// BFS 模板实现
void bfs(int start) {
    queue<int> q;
    bool visited[N] = {false};
    int dist[N]; // 记录到起点的距离

    // 起点入队并初始数
    q.push(start), visited[start] = true, dist[start] = 0;

    while (!q.empty()) {
        int u = q.front();
        q.pop();

        process(u); // 处理当前节点

        // 遍历所有相邻节点
        for (int v : adj[u])
            if (!visited[v]) {
                visited[v] = true, dist[v] = dist[u] + 1; // 更新距离
                q.push(v);
            }
    }
}
```



图的深度优先遍历 (DFS)

以顶点 **0** 为起始，  
走到头才返回，再走到头才返回，  
以此类推 … 直至完成遍历

遍历序列为

**0, 1, 2, 5, 4, 6, 3**



# BFS 应用：迷宫最短路径

## 问题描述

在  $n \times m$  的迷宫中，从起点  $(sx, sy)$  到终点  $(ex, ey)$  的最短路径长度。

障碍物用 # 表示，空地用 . 表示。

## 算法思路

- 使用 BFS 按层次扩展
- 记录每个位置到起点的距离
- 遇到终点立即返回距离



```
int n, m;
char maze[N][N];
int dist[N][N];
int dx[4] = {-1, 0, 1, 0}, dy[4] = {0, 1, 0, -1}; // 四个方向

int bfs(int sx, int sy, int ex, int ey) {
    queue<pair<int, int>> q;

    for (int i = 0; i < n; i++)
        for (int j = 0; j < m; j++)
            dist[i][j] = -1; // 初始化为-1表示未访问

    q.push({sx, sy});
    dist[sx][sy] = 0;

    while (!q.empty()) {
        auto [x, y] = q.front();
        q.pop();

        if (x == ex && y == ey)
            return dist[x][y]; // 到达终点

        // 遍历四个方向
        for (int i = 0; i < 4; i++) {
            int nx = x + dx[i], ny = y + dy[i];
            // 检查边界和障碍物
            if (nx >= 0 && nx < n && ny >= 0 && ny < m && maze[nx][ny] != '#' &&
                dist[nx][ny] == -1) {
                dist[nx][ny] = dist[x][y] + 1;
                q.push({nx, ny});
            }
        }
    }
    return -1; // 无法到达终点
}
```



# 二叉树的搜索算法

## 二叉树遍历方式

二叉树有三种基本遍历方式，都是深度优先搜索的特例：

- 前序遍历：根 → 左 → 右
- 中序遍历：左 → 根 → 右
- 后序遍历：左 → 右 → 根

层次遍历 (BFS)：按深度逐层遍历



## 二叉树节点定义

```
// 二叉树节点定义
struct TreeNode {
    int val;
    int left;
    int right;
    TreeNode(int x) : val(x), left(0), right(0) {}
};
```



# 二叉树 DFS 遍历

```
// 前序遍历
void preorder(TreeNode* root) {
    if (root == 0) return;
    cout << root.val << " "; // 访问根节点
    preorder(root.left); // 遍历左子树
    preorder(root.right); // 遍历右子树
}

// 中序遍历
void inorder(TreeNode* root) {
    if (root == 0) return;
    inorder(root.left); // 遍历左子树
    cout << root.val << " "; // 访问根节点
    inorder(root.right); // 遍历右子树
}

// 后序遍历
void postorder(TreeNode* root) {
    if (root == 0) return;
    postorder(root.left); // 遍历左子树
    postorder(root.right); // 遍历右子树
    cout << root.val << " "; // 访问根节点
}
```



## 二叉树 BFS (层次遍历)

```
// 层次遍历 (BFS)
void levelOrder(TreeNode root) {
    if (root.val == 0)
        return;

    queue<TreeNode> q;
    q.push(root);

    while (!q.empty()) {
        TreeNode node = q.front();
        q.pop();

        cout << node.val << " "; // 处理当前节点

        // 将子节点加入队列
        if (node.left != 0)
            q.push(node.left);
        if (node.right != 0)
            q.push(node.right);
    }
}
```

# 二叉搜索树 (BST) 搜索

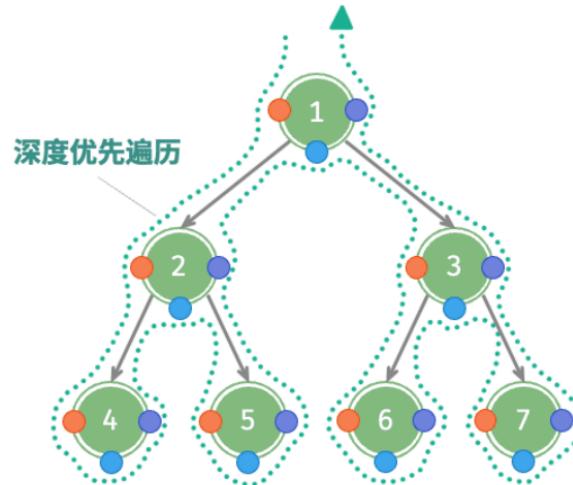
## 定义与性质

二叉搜索树 满足：

- 左子树所有节点值 < 根节点值
- 右子树所有节点值 > 根节点值
- 左右子树也都是二叉搜索树

搜索复杂度：

- 平均情况： $O(\log n)$
- 最坏情况： $O(n)$  (退化成链表)



```
def dfs(root):
    """二叉树的深度优先搜索"""
    if root is None: return
    ● 即将访问左子树
    dfs(root.left)
    ○ 已访问左子树，即将访问右子树
    dfs(root.right)
    ● 左右子树都已访问，函数返回
```

**前序遍历** (在 ● 处访问节点)

1, 2, 4, 5, 3, 6, 7

**中序遍历** (在 ○ 处访问节点)

4, 2, 5, 1, 6, 3, 7

**后序遍历** (在 ● 处访问节点)

4, 5, 2, 6, 7, 3, 1



# BST 搜索实现

```
// 二叉搜索树查找 (递归)
TreeNode searchBST(TreeNode root, int val) {
    if (root.val == 0 || root.val == val)
        return root;

    if (val < root.val)
        return searchBST(root.left, val);
    else
        return searchBST(root.right, val);
}

// 二叉搜索树查找 (迭代)
TreeNode searchBST_iterative(TreeNode root, int val) {
    TreeNode curr = root;
    while (curr != 0 && curr.val != val)
        if (val < curr.val)
            curr = curr.left;
        else
            curr = curr.right;
    return curr;
}
```



# 搜索算法的优化技巧

## 1. 记忆化搜索

在 DFS 中避免重复计算：

```
int memo[N]; // 记忆化数组

int dfs(int u) {
    if (memo[u] != -1)
        return memo[u]; // 直接返回已计算的结果

    int res = 0;
    // ... 计算过程
    memo[u] = res; // 存储结果
    return res;
}
```



## 2. 剪枝优化

在搜索过程中提前终止无效分支：

```
void dfs(int u, int current_sum) {  
    if (current_sum > target)  
        return; // 剪枝：当前和已超过目标  
  
    if (u == n) {  
        // 处理结果  
        return;  
    }  
  
    // 继续搜索...  
}
```



## 典型例题分析

### 例题：岛屿数量

问题描述：

给定  $m \times n$  的二维网格，'1' 表示陆地，'0' 表示水域，计算岛屿数量。

算法思路：

- 使用 DFS 或 BFS 遍历网格
- 遇到 '1' 时进行搜索，标记所有相连的陆地
- 每次新的搜索意味着发现一个新岛屿



```
// DFS 解法
void dfs(vector<vector<char>>& grid, int i, int j) {
    if (i < 0 || i >= grid.size() || j < 0 || j >= grid[0].size() || grid[i][j] != '1')
        return;

    grid[i][j] = '0'; // 标记为已访问

    // 搜索四个方向
    dfs(grid, i - 1, j),dfs(grid, i + 1, j),dfs(grid, i, j - 1),dfs(grid, i, j + 1);
}

int numIslands(vector<vector<char>>& grid) {
    if (grid.empty()) return 0;

    int count = 0;
    for (int i = 0; i < grid.size(); i++)
        for (int j = 0; j < grid[0].size(); j++)
            if (grid[i][j] == '1')
                count++, dfs(grid, i, j);
    return count;
}
```



# 搜索算法复杂度分析

## 时间复杂度

- DFS:  $O(V + E)$ , 其中  $V$  是顶点数,  $E$  是边数
- BFS:  $O(V + E)$
- 二叉树遍历:  $O(n)$ , 其中  $n$  是节点数

## 空间复杂度

- DFS (递归):  $O(h)$ ,  $h$  为递归深度
- DFS (显式栈):  $O(h)$
- BFS:  $O(w)$ ,  $w$  为最大宽度



# 技巧总结

## DFS 适用场景

1. 寻找所有可能的解（全排列、组合）
2. 图的连通分量
3. 拓扑排序
4. 检测环

## BFS 适用场景

1. 最短路径问题（无权图）
2. 层次遍历
3. 扩散问题



**GESP**

信息学竞赛

# GESP C++ 六级 - 搜索算法