2021 年春练习

一、（**10** 分）某车间有甲、乙两台机床，可用于加工三种工件. 假定这两台车床的可用台时数分别为 **800** 和 **900**，三种工件的数量分别为 **400**、**600** 和 **500**，且已知用三种不同车床加工单位数量不同工件所需的台时数和加工费用如下表. 问怎样分配车床的加工任务，才能既满足加工工件的要求，又使加工费用最低？

车床类型	单位工件所需加工台时数			单位工件的加工费用			可用台时数
	工件 1	工件 2	工件 3	工件 1	工件 2	工件 3	
甲	0.4	1.1	1.0	13	9	10	800
乙	0.5	1.2	1.3	11	12	8	900

二、（**10** 分）简述一维搜索中三点二次插值法的基本思想.

三、（**15** 分）分别用阻尼牛顿法、**DFP** 法求解 $f(x)=x_1^2+2x_2^2+4x_1+4$ 的极小点，取初始点是 $x^{(1)}=(3,5)^T$，结束精度是 10^{-2}.

四、**(15** 分**)** 证明题：

1. 设 $D\subseteq R^n$ 为非空凸集，函数 $f:D\to R$ 是 D 上的可微凸函数. 证明：对 $\forall x,y\in D$ 恒有 $f(y)\geq f(x)+\nabla f(x)^T(y-x)$.

2. 给定如下问题

$$\begin{aligned}&\max\ \ c^Tx\\&s.t.\ \ \ x^Tx\leq 1.\end{aligned}$$

其中 $\boldsymbol{c}\neq\boldsymbol{0}$，利用约束优化的最优性条件证明 $\bar{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{c}/\|\boldsymbol{c}\|$ 是所给问题的最优解.

五、（**10** 分）验证 $\bar{x}=(1,1)^T$ 是否是下列约束优化的 ***K-T*** 点.

$$\begin{aligned}&\min\ \ (x_1-3)^2+(x_2-1)^2\\&s.t.\ \ \ x_1^2-x_2\leq 0\\&\qquad\ \ 2x_1+x_2-3=0.\end{aligned}$$

六、（**10** 分）考虑下列问题：

$$\begin{aligned}&\min\ x_1^2+2x_2^2+x_1x_2-6x_1-2x_2-12x_3\\&s.t.\ x_1+x_2+x_3=2\\&\qquad -x_1+2x_2\leq 3\\&\qquad x_1,x_2,x_3\geq 0.\end{aligned}$$

求出在点 $x^{(1)}=(1,1,0)^T$ 处的一个下降可行方向.

七、（**10** 分，专业型研究生做）给定约束优化问题

$$\begin{aligned} \min\ & f(x) = x_1 - 2x_2 \\ s.t.\ & 1 + x_1 - x_2^2 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

利用对数障碍函数法求解上述问题的最优解和最优值.

八、**(20** 分，专业型研究生做）已知线性规划：

$$\begin{aligned} \min\ & -3x_1 - x_2 \\ s.t.\ & x_1 - x_2 \geq 0 \\ & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & 6x_1 + 2x_2 \leq 21 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

1. 用大 **M** 法求解所给线性规划的最优解和最优值；

2. 写出所给线性规划的对偶问题；

3. 利用对偶理论求出所给规划的对偶问题的最优解.

九、（**10** 分，学术型研究生做）已知如下约束优化问题

$$\begin{aligned} \min\ & f(x) = x_1 - 2x_2 \\ s.t.\ & 1 + x_1 - x_2^2 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

利用外点罚函数法求解上述问题的最优解和最优值.

十、（**20** 分，学术型研究生做）已知线性规划：

$$\begin{aligned} \min\ & -3x_1 - x_2 \\ s.t.\ & x_1 - x_2 \geq 0 \\ & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & 6x_1 + 2x_2 \leq 21 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

1. 用两阶段法求解所给线性规划的最优解和最优值；

2. 写出所给线性规划的对偶问题；

3. 利用对偶理论求出所给规划的对偶问题的最优解.