



工程力学
Engineering Mechanics
ISSN 1000-4750, CN 11-2595/O3

《工程力学》网络首发论文

题目: 多连通域曲线坐标系浸没边界方法及其检验
作者: 王煜栋, 王方, 金捷
收稿日期: 2022-03-18
网络首发日期: 2022-10-25
引用格式: 王煜栋, 王方, 金捷. 多连通域曲线坐标系浸没边界方法及其检验[J/OL]. 工程力学. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2595.O3.20221024.1521.186.html>



网络首发: 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

多连通域曲线坐标系浸没边界方法及其检验

王煜栋，王 方，金 捷

(北京航空航天大学能源与动力工程学院，北京 100191)

摘要：该文提出一种适用于多连通域内流模拟的曲线坐标系浸没边界(IB)方法，通过减少固体标记区域在计算域中的占比提高求解效率，并基于曲线坐标系局部加密几何模型中含大量小尺度结构的关键位置。将该方法与大涡模拟-概率密度函数输运方程模型(LES-TPDF)结合，采用双旋流燃烧室和某型号环形燃烧室单头部模型的湍流燃烧算例检验该方法。在双旋流燃烧室算例中，模拟结果显示曲线坐标系IB方法准确解析旋流器后方的流场及燃烧场结构，求解得到的时均速度分布与实验数据一致，靠近旋流器截面轴向速度峰值的均方根误差6.6%。在单头部燃烧室的模拟中，同网格分辨率下曲线坐标系IB方法消耗计算资源减少为传统笛卡尔坐标系IB方法的42.9%，采用该方法求解单头部燃烧室出口径向温度分布均方根误差为11.7%，满足复杂几何燃烧室高保真模拟需求。基于此方法能够准确、高效地模拟结构复杂的真实燃烧室内两相湍流燃烧现象，具有一定的工程应用价值。

关键词：浸没边界方法；多连通域；曲线坐标系；大涡模拟；概率密度函数输运方程燃烧模型

中图分类号：TB126 文献标志码：A doi: [10.6052/j.issn.1000-4750.2022.03.0247](https://doi.org/10.6052/j.issn.1000-4750.2022.03.0247)

A CURVILINEAR COORDINATE SYSTEM IMMERSED BOUNDARY METHOD FOR MULTI-CONNECTED DOMAINS AND ITS VERIFICATION

WANG Yu-dong, WANG Fang, JIN Jie

(School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: In this paper, a curvilinear coordinate system immersed boundary (IB) method is proposed for flow simulation in multi-connected domains, which improves the solution efficiency by reducing the proportion of solid marked areas in the computational domain. The local encrypted geometric model contains many critical locations for small-scale structures. The method is combined with the Large-eddy Simulation-Transported Probability Density Function model (LES-TPDF) to simulate the turbulent combustion of a double-swirling combustor and a single-head model of a specific type of annular combustor to verify the method. In the case of a double swirl combustor, the simulation results show that the curvilinear coordinate system IB method can accurately analyze the flow field and combustion field structure behind the swirler, with a root mean square error of the peak speed of 6.6%. In the single-head combustion chamber simulation, the computational resource consumption of the IB method in the curvilinear coordinate system is reduced to 42.9% of the traditional Cartesian coordinate system immersion boundary method under the exact grid resolution. The root mean square error of temperature distribution is 11.7%, which meets the requirements of high-fidelity simulation of complex geometry combustion chambers. Based on this method, the two-phase turbulent combustion phenomenon in the actual combustion chamber with a complex structure can be simulated accurately and efficiently.

Key words: immersed boundary (IB) method; multi-connected domain; curvilinear coordinate system; large-eddy simulation (LES); transported probability density function (TPDF)

收稿日期：2022-03-18；修改日期：2022-06-29

基金项目：国家科技重大专项(2017-I-0004-0005)；国家自然科学基金(91741125)

通讯作者：王 方(1972—)，女，辽宁本溪人，副教授，博士，硕导，主要从事湍流燃烧数值模拟研究(E-mail: fwang@buaa.edu.cn)。

作者简介：王煜栋(1998—)，男，山东青岛人，硕士生，主要从事湍流燃烧数值模拟研究(E-mail: wangyudong@buaa.edu.cn)；

金 捷(1968—)，男，重庆人，研究员，博士，硕导，主要从事湍流燃烧数值模拟研究(E-mail: jinjie@buaa.edu.cn)。

浸没边界(IBM)方法由 PESKIN^[1]提出, 是计算流体力学中强大和高效的方法之一^[2], 将边界对流场的作用模化为彻体力源项^[3], 大幅减少网格生成的工作量, 并保留了结构网格拓扑清晰、并行化简单等特点^[4], 常应用于模拟边界条件复杂的流动及流固耦合问题^[5]。浸没边界方法一般基于笛卡尔坐标系背景网格, 固体模型和流体计算域都位于计算域内, 通过设置流固标记区分, 并采用相同形式的算法求解。因此应用浸没边界方法模拟燃烧流场时需要计算原本无需求解的固体域网格点的信息。对于外部流动问题或简单几何中的内流模拟, 位于固体区域的网格点较少, 浪费的计算资源可忽略。对于流道复杂的多连通域中的湍流燃烧模拟, 位于固体区域的点往往占总网格数的很大一部分, 若不采取局部加密或优化计算域等措施, 应用浸没边界方法求解此类问题时会造成严重的计算资源浪费。部分学者对此提出了解决方案, ANUPINDI 等^[6]采用大量小体积的分块按照流体区域形状覆盖几何模型, 此方法增加了分块难度, 并且经 DELORME 等^[7]的测试, 其网格利用率提升不大。ZELICOURT 等^[8]重设流体网格点索引, 但重设后在拓扑上与非结构网格相同, 需要重新设计算法并失去了结构网格拓扑清晰的优点。ZHU 等^[9]采用开源软件按图形分块并行, 在分块后计算效率得到一定程度的提升, 但需要重新设计并行框架。

燃气轮机燃烧室为典型的多连通域, 其流道结构复杂且存在大量重要的小尺度结构。燃烧室精细化设计需要结合高保真、高效的两相湍流燃烧数值模拟, 而大规模高质量网格的划分是燃烧室高分辨率仿真的难点之一^[10]。两相湍流燃烧数值模拟基础研究大多基于贴体结构网格, JONES 等^[11-12]及曾家等^[13]采用贴体结构网格模拟简化的燃气轮机燃烧室中的两相湍流燃烧现象, 大幅简化燃烧室结构后, 贴体结构网格的划分仍较为复杂。贴体结构网格拓扑结构限制了算法对复杂几何模型的适应能力。TACHIBANA 等^[14]及 CHENG 等^[15]采用非结构网格研究某燃烧室中两相湍流燃烧现象, 非结构网格能提高网格的几何适应能力但存在拓扑不清晰, 存在寻址时间长, 收敛难度大, 梯度项计算复杂, 同分辨率网格总数多的缺点^[16]。而应用非贴体结构网格结合浸没边界方法, 可在保留结构网格拓扑清晰, 计算效率高等

优点的同时, 解决复杂几何模型网格生成问题。近年来超算算力的提升和大规模并行技术的发展满足了浸没边界法对壁面附近网格高分辨率的需求, 在复杂结构燃烧室的湍流燃烧模拟中应用浸没边界法成为可能, 王方等^[10]利用传统笛卡尔坐标系下的浸没边界法成功对复杂结构燃烧室进行了大涡模拟, 但计算域中大量的固体网格点严重影响了浸没边界法应用于燃烧室模拟的效率。

高保真的几何再现是高保真数值模拟的基础, 在例如燃气轮机燃烧室等多连通域复杂结构内的湍流燃烧数值模拟中, 利用浸没边界方法能够解决该类结构中网格生成困难问题, 但传统笛卡尔坐标系下的浸没边界法求解复杂结构的内流问题时效率低下。本文在曲线坐标系下的结构网格中应用离散力法实现 Neumann 边界条件。模拟时以流体域外轮廓为基础生成曲线坐标系结构网格, 并对旋流器等关键位置进行局部加密, 再经坐标变换后求解。这种方法在提高网格点利用率的同时保留了浸没边界法网格划分简单、拓扑清晰等优点。本文首先通过模拟双旋流燃烧室检验本方法的可行性和准确性, 之后实现对真实燃气轮机环形燃烧室的单头部模型中两相湍流燃烧现象的高保真数值模拟, 对比本方法与笛卡尔坐标系浸没边界方法的求解效率。

1 计算模型与方法

为了将曲线坐标系下的浸没边界方法结合大涡模拟-概率密度函数输运方程湍流燃烧模型(LES-TPDF)并应用于多连通域燃烧室中的湍流燃烧模拟, 首先需要将燃烧室几何以网格标记的形式映射到背景网格中, 用于区分流体计算域和固体网格点。在此基础上, 需要在经过坐标变换和离散后的控制方程组中添加源项, 从而在曲线坐标系下实现浸没边界方法。

1.1 IBM 网格标记生成方法

根据几何模型生成网格标记是在两相湍流燃烧数值模拟中应用浸没边界方法的基础。本文中参考光线追踪中的常用的 Möller-Trumbore 算法^[17], 以计算域中背景网格坐标为基础, 扫描 STL(STereoLithography) 格式的几何模型, 根据扫描线与几何模型交点个数设置网格标记。

扫描直线上任一点可记为 $\mathbf{P} = \mathbf{O} + t\mathbf{D}$, 其中 \mathbf{O} 为起始点, \mathbf{D} 为扫描方向, t 为任意实数。若背

景网格中的某一点可表示为 $\mathbf{O} + t_0 \mathbf{D}$, 扫描线与几何体有两个交点, 分别为 $\mathbf{O} + t_1 \mathbf{D}$ 和 $\mathbf{O} + t_2 \mathbf{D}$, 若 $t_1 < t_0 < t_2$ 或 $t_2 < t_0 < t_1$, 则该网格点位于几何体内, 否则该点位于几何体外, 如图 1 所示, 依此标记该网格点的流固情况。

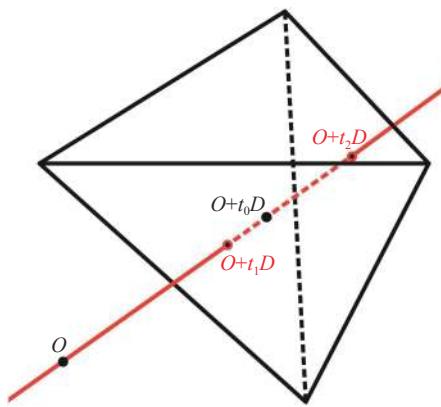


图 1 扫描算法示意图

Fig. 1 Schematic diagram of scanning algorithm

为提高效率, 若背景网格对应坐标系中存在直线坐标轴, 则平行于该坐标轴并以其他两个方向上的点为扫描点分组生成扫描直线。根据坐标范围选取几何模型中可能与该扫描线存在交点的三角面集合, 将该集合中第 n 个三角面的三个顶点记为 \mathbf{P}_{0n} 、 \mathbf{P}_{1n} 和 \mathbf{P}_{2n} , 有:

$$\mathbf{O} + t\mathbf{D} = 1 - b_1 - b_2\mathbf{P}_{0n} + b_1\mathbf{P}_{1n} + b_2\mathbf{P}_{2n} \quad (1)$$

其中, b_1 和 b_2 为任意实数, 式(1)可写为:

$$[-\mathbf{D} \quad \mathbf{P}_{1n} - \mathbf{P}_{0n} \quad \mathbf{P}_{2n} - \mathbf{P}_{0n}] \begin{bmatrix} t \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \mathbf{O} - \mathbf{P}_{0n} \quad (2)$$

由 Cramer 法则和向量混合积可得:

$$t = \frac{\mathbf{P}_{1n} - \mathbf{P}_{0n} \cdot (\mathbf{D} \times \mathbf{P}_{2n} - \mathbf{P}_{0n})}{\mathbf{P}_{2n} - \mathbf{P}_{0n} \cdot ((\mathbf{O} - \mathbf{P}_{0n}) \times \mathbf{P}_{1n} - \mathbf{P}_{0n})} \quad (3)$$

再令 $\mathbf{E}_1 = \mathbf{P}_{1n} - \mathbf{P}_{0n}$, $\mathbf{E}_2 = \mathbf{P}_{2n} - \mathbf{P}_{0n}$, $\mathbf{S} = \mathbf{O} - \mathbf{P}_{0n}$, $\mathbf{S}_1 = \mathbf{D} \times \mathbf{E}_2$, $\mathbf{S}_2 = \mathbf{S} \times \mathbf{E}_1$, 可将式(3)简化为:

$$t = \frac{\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{S}_2}{\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{S}_1} \quad (4)$$

同理:

$$b_1 = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_1}{\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{S}_1} \quad (5)$$

$$b_2 = \frac{\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{S}_2}{\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{S}_1} \quad (6)$$

之后, 判断是否满足 $b_1 \geq 0$, $b_2 \geq 0$, $b_1 + b_2 \geq 0$ 三个条件。若满足, 则扫描线与当前三角面存在交点, 且交点坐标为 $\mathbf{P} = \mathbf{O} + t\mathbf{D}$ 。

对于某一条扫描线, 若它与模型存在两个或多个坐标相同的交点, 则扫描线与模型的边线有交点, 需要分两种情况讨论。第一种情况为坐标相同的交点对应的不同三角面法向量在扫描线上投影方向相反, 此时扫描线与模型擦边而过, 对应交点是无效的, 应当舍弃, 如图 2 所示。

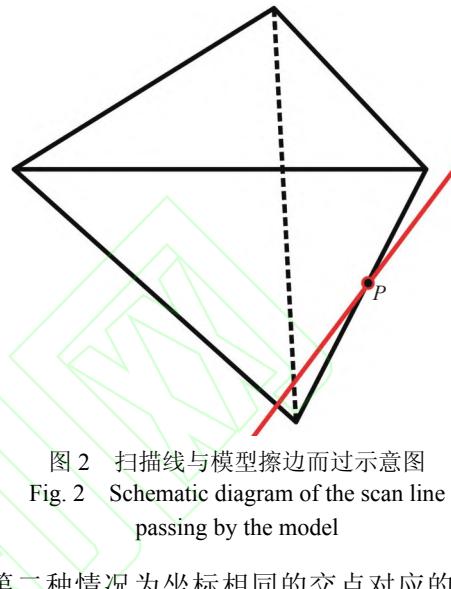


图 2 扫描线与模型擦边而过示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the scan line passing by the model

第二种情况为坐标相同的交点对应的不同三角面法向量在扫描线上投影方向相同, 此时扫描线经边线(或边角点)穿入模型内部, 对应交点是有效的, 如图 3 所示。

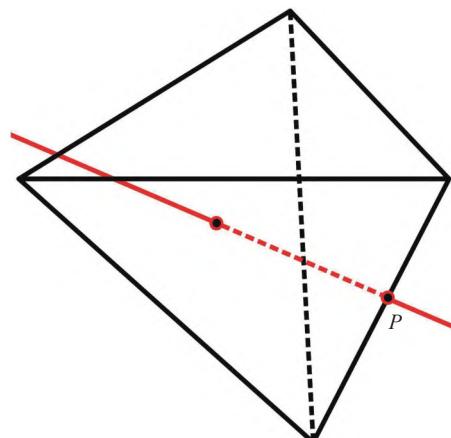


图 3 扫描线经边线穿入模型内示意图

Fig. 3 Schematic diagram of scan line edge penetration into the model

遍历全部可能与该扫描线存在交点的三角面集合后, 根据交点集合判定扫描线上全部网格点的流固情况。

1.2 LES-TPDF 结合曲线坐标系漫没边界方法

大涡模拟采用滤波函数过滤流场中的变量, 直接求解尺度大于滤波尺度的变量并用亚网格模

型模化尺度小于滤波尺度的变量，其精度高于雷诺平均方法且计算量低于直接数值模拟方法，近年来被广泛应用于工程中^[18-19]。概率密度函数输运方程湍流燃烧模型求解湍流燃烧问题时能在不假设低维流形条件下完全封闭化学反应源项，相较其他燃烧模型更为准确并且可结合复杂化学反应机理。浸没边界方法能够大幅降低网格生成与分块的工作量，本文利用坐标变换在曲线坐标系中应用浸没边界方法避免因燃烧室流道复杂而导致固体区域网格过多，提高求解效率。用于坐标变换的 Jacobian 矩阵记为 \mathbf{J} ，其中 $J_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$ 。

其中 x_i 为背景网格所对应的曲线坐标系中的坐标， ξ_i 为坐标变换后的笛卡尔坐标系中的坐标。在大涡滤波后的 N-S 方程组中应用链式法则，可得坐标变换后的连续方程、动量方程、标量输运方程分别为：

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\frac{A_{ki}}{|\mathbf{J}|} \bar{\rho} \tilde{u}_i \right) = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\frac{A_{kj}}{|\mathbf{J}|} \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j \right) &= - \frac{A_{ki}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi_k} + \\ \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\frac{A_{ki}}{|\mathbf{J}|} \right) \left[\mu_t \frac{A_{lj}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \xi_l} + \mu_t \frac{A_{li}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \xi_l} \right] & \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\phi}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\frac{A_{ki}}{|\mathbf{J}|} \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{\phi} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(\frac{A_{ki}}{|\mathbf{J}|} \right) \left[\mu_t \frac{A_{li}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \xi_l} \right] \quad (9)$$

其中： $\bar{\rho}$ 表示平均密度； μ_t 为分子粘度与亚网格湍流粘度之和； \tilde{u}_j 为密度加权滤波后的 x_j 方向的速度分量； t 表示时间； $\tilde{\phi}$ 为包括物质浓度和混合物焰在内的标量集合形成的矢量； A 表示六面体网格某一面的面积，用 Gauss-Ostrogradskii 定理将守恒方程在体积 ∂V 上积分，得积分形式的守恒方程组：

$$\int_{\partial V} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} dV + \int_{\partial S} A_{ik} \bar{\rho} \tilde{u}_i n_k dS = 0 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \int_{\partial V} \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} dV + \int_{\partial S} G_k \tilde{u}_i n_k dS &= - \int_{\partial V} A_{ki} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi_k} dV + \\ \int_{\partial S} \left[\mu_t \frac{A_{lj} A_{kj}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \xi_l} + \mu_t \frac{A_{li} A_{kj}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \xi_l} \right] n_k dS & \end{aligned} \quad (11)$$

$$\int_{\partial V} \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\phi}}{\partial t} dV + \int_{\partial S} G_k \tilde{\phi} n_k dS = \int_{\partial S} \left[\mu_t \frac{A_{li} A_{ki}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \xi_l} \right] n_k dS \quad (12)$$

上式中， G_k 为控制体某方向上的流量，采用散度形式近似得到方程中的对流项。坐标系变换中非正交性产生的交叉导数项通过显式方法计

算，并加入源项。通过前一时间步的质量守恒方程的解计算非线性项。以上的离散方法产生了对于通用变量的准线性方程组：

$$\tilde{\phi}_{PaP} = \sum_{\alpha=S,N,W,E,L,R} \tilde{\phi}_\alpha a_\alpha + S_P \quad (13)$$

其中： a 表示系数， $\tilde{\phi}$ 表示密度加权滤波后的通用变量， $\sum_{\alpha=S,N,W,E,L,R} \tilde{\phi}_\alpha a_\alpha$ 表示六面体网格中当前网格点紧邻的六个网格点的对流扩散项，需要结合浸没边界网格标记求解。下标 P 表示当前网格点，下标 α 可取 S, N, W, E, L, R，表示与当前网格点相邻的六个网格点。 S_P 代表源项，包含所有不能用面通量表示的项，并且依赖于 $\tilde{\phi}_P$ 。

本文通过处理离散方程系数阵隐式地实现 Neumann 边界条件。根据浸没边界网格标记寻找紧贴固体网格的流体网格。若某一流体边界网格的南方向 (S) 网格为固体壁面，对于离散形式的动量方程，首先向其中加入彻体力源项 $S_{IBM}^{momentum} = -\tilde{\phi}_S sas$ ，离散形式动量方程变为：

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_{PaP} &= \sum_{\alpha=S,N,W,E,L,R} \tilde{\phi}_\alpha a_\alpha + S_P - \tilde{\phi}_S sas = \\ \tilde{\phi}_N a_N + \tilde{\phi}_W a_W + \tilde{\phi}_E a_E + \tilde{\phi}_L a_L + \tilde{\phi}_R a_R + S_P & \end{aligned} \quad (14)$$

$S_{IBM}^{momentum}$ 中包含了未知量 $\tilde{\phi}_S$ ，可在求解离散方程前令 $a_S = 0$ 实现。这种处理相当于求解 $\tilde{\phi}_P$ 过程中 $\tilde{\phi}_S$ 恒为 0，即无滑移边界条件。

此外，为修正壁面附近的速度分布，用壁面函数法求解并隐式加入由壁面切应力 τ 形成的源项 $\tilde{\phi}_{Pa\tau} + S_\tau$ ，即：

$$a_P = a_P - a_\tau \quad (15)$$

$$S_P = S_P + S_\tau \quad (16)$$

采用 SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) 算法求解动量方程和连续方程。在求解由连续方程得到的压力修正方程时，压力增量梯度在某边界网格点北方向的分量可表示为：

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial \xi_1} \Big|_N = \frac{1}{2} \left(\frac{(\Delta p)_N - (\Delta p)_S}{2} + \frac{(\Delta p)_{NN} - (\Delta p)_P}{2} \right) \quad (17)$$

对于靠近浸没边界固壁区域的流体单元（包括与固壁相隔一个流体单元的网格），下标 P 对应网格为流体域，即 $(\Delta p)_P$ 位于流体计算域。若 $(\Delta p)_N$ 、 $(\Delta p)_S$ 、 $(\Delta p)_{NN}$ 、 $(\Delta p)_{SS}$ 四项中存在两个位于流场中的单元，则根据这两个单元求解压力增量梯度，否则 $\frac{\partial \Delta p}{\partial \xi_1} \Big|_N = 0$ 。对于压力修正方程中的

压力平滑算子，采用相同的方法求解。之后，根据压力增量梯度的近似更新网格面上的质量通量，对于浸没边界上的流体网格，其与固壁相邻面的质量通量(如 $G_1|_N$)恒为0。网格中心速度采用两倍网格尺度(2Δ)近似，最终得到修正后的速度场。

对于包含流场中各物质浓度和混合物焓值在内的标量输运方程，其边界均为零梯度边界条件。可通过向离散方程中加入源项 $S_{IBM}^{\text{scalar}} = \tilde{\phi}_{PAS} - \tilde{\phi}_{SAS}$ ，离散形式的标量输运方程变为：

$$\tilde{\phi}_{PAP} = \sum_{\alpha=S,N,W,E,L,R} \tilde{\phi}_\alpha a_\alpha + S_P + \tilde{\phi}_{PAS} - \tilde{\phi}_{SAS} =$$

$$\tilde{\phi}_{PAS} + \tilde{\phi}_N a_N + \tilde{\phi}_W a_W + \tilde{\phi}_E a_E + \tilde{\phi}_L a_L + \tilde{\phi}_R a_R + S_P \quad (18)$$

S_{IBM}^{scalar} 中包含未知量 $\tilde{\phi}_P$ 和 $\tilde{\phi}_S$ ，可以通过在求解离散方程前先令 $a_P = a_P - a_S$ ，再令 $a_S = 0$ 实现。这种处理使离散方程中原有的 $\tilde{\phi}_{SAS}$ 变为 $\tilde{\phi}_{PAS}$ ，相当于在求解过程中 $\tilde{\phi}_S$ 恒等于 $\tilde{\phi}_P$ ，即实现零梯度边界条件。

为了求解各物质浓度和混合物焓的亚网格分布，需求解随机变量集合的输运方程：

$$\frac{\partial \zeta^m}{\partial t} = K(\zeta^m) + Sto(\zeta^m) + M(\zeta^m, \tilde{\phi}) + \dot{\omega}(\zeta^m) \quad (19)$$

其中： ζ^m 为第 m 个欧拉随机场中的随机变量集合，其样本空间为标量集合 $\tilde{\phi}$ ； $K(\zeta^m)$ 为对流扩散项； $Sto(\zeta^m)$ 为随机项； $M(\zeta^m, \tilde{\phi})$ 为小尺度混合项； $\dot{\omega}(\zeta^m)$ 为化学反应源项。随机变量不存在亚网格分布，其输运方程与标量输运方程相比多出了随机项和小尺度混合项，这两项以源项的形式加入到式(18)中。其中小尺度混合项是亚网格的，与浸没边界网格标记的分布无关，而随机项以网格间随机输运的形式形成显式源项：

$$Sto(\zeta^m) = u_j^{Sto} \frac{\partial \zeta^m}{\partial x_j} \quad (20)$$

式中： u^{Sto} 为随机速度，由Weiner过程定义，与流场无关。因此在定义随机输运时，若*i*方向相邻网格被标记为固体域，则令 $u_i^{Sto} = 0$ 。

对于喷雾燃烧的情况，由于求解时固体域由浸没边界网格标记组成，用拉格朗日法求解粒子轨迹时需要再次采用Möller-Trumbore求交算法获得喷雾液滴粒子与真实壁面碰撞时的交点并计算反弹轨迹。对于式(4)~式(6)，在粒子与真实壁面碰撞时应当满足 $b_1 \geq 0$ ， $b_2 \geq 0$ ， $b_1 + b_2 \geq 0$ ， $b_1 +$

$b_2 \leq 0$ ，还需满足粒子按原速度在当前时间步和下一时间步分别位流体区域和固体区域。

本文在基于LES-TPDF(Large-Eddy Simulation-Transported Probability Density Function，大涡模拟-概率密度函数输运方程)模型的AECSC 2.0(Aero Engine Combustor Simulation Code 2.0)软件^[20-22]湍流燃烧算法的基础上结合曲线坐标系下的浸没边界方法，开发出基于浸没边界方法的航空发动机燃烧室数值模拟软件AECSC-IBM(Aero Engine Combustor Simulation Code based on Immersed Boundary Method)并应用于多连通域内的湍流燃烧模拟。

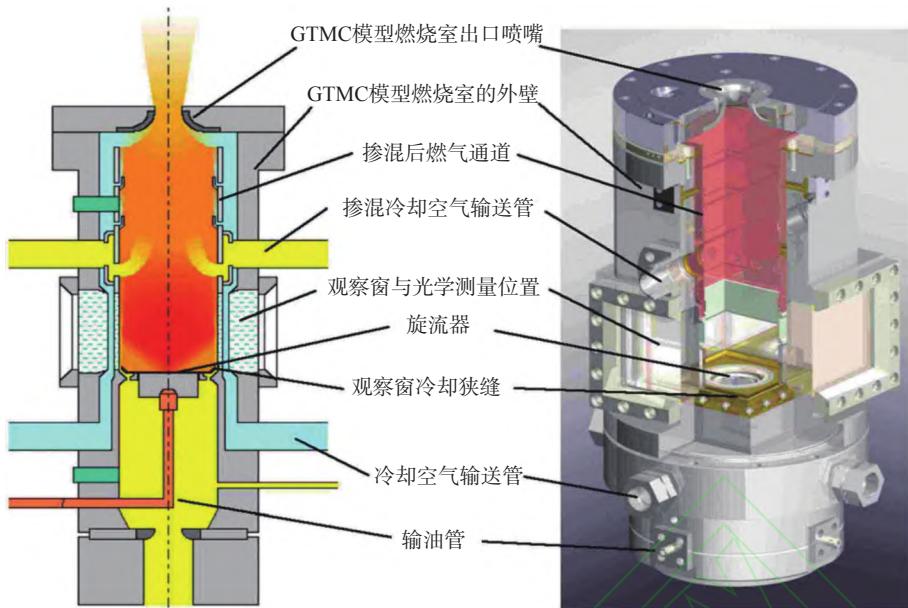
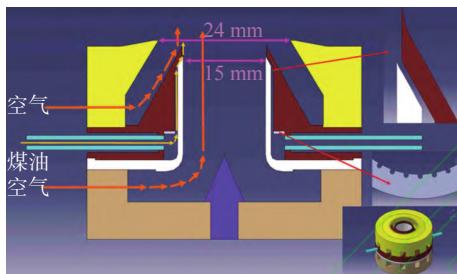
2 算例模拟结果与讨论

2.1 双旋流燃烧室两相湍流燃烧模拟

真实燃气轮机燃烧室通常流道结构复杂，实验测量和数值模拟都较为困难。因此，通常建立实验室规模的模型燃烧室替代真实燃烧室作为研究对象，为数值模拟程序提供实验检验数据并为工程中燃烧室性能模拟提供测量值参考。旋流器是燃气轮机燃烧室中最为关键的结构之一，本文选取MEIER等^[23]设计的双旋流燃烧室(GTMC)作为模拟对象，采用曲线坐标系下的浸没边界方法结合LES-TPDF湍流燃烧模型分别模拟其冷态流动工况和喷雾燃烧工况。不同于工程中实际应用的燃烧室，GTMC燃烧室结构简单，对其划分贴体结构网格是可实现的，本文将基于曲线坐标坐标系浸没边界方法开发得到的AECSC-IBM软件模拟得到的数据与实验数据，以及曾家等^[13]利用基于贴体结构网格的AECSC 2.0软件及商业软件FLUENT的模拟结果进行对比，以检验本方法应用于燃烧室数值模拟的准确性。

本文所模拟的双旋流燃烧室几何结构如图4所示，其长度为264 mm，燃烧室内垂直于旋流器轴线的截面为边长102 mm的正方形。进口空气分为两部分经中心旋流器和外旋流器进入燃烧室。煤油燃料经燃油管道和垂直槽道进入燃烧室，液滴速度与旋流器轴线方向夹角31°。中心旋流器、外旋流器以及燃油通道的几何结构如图5所示。

应用本方法模拟双旋流燃烧室中的湍流燃烧现象时，空气从内外两个进口以1:1.65的比例^[13]进入内外旋流器。参考贴体网格模拟时的网格尺度，以349万的背景网格为基础，并在背景网格中

图 4 双旋流燃烧室几何结构示意图^[23]Fig. 4 Schematic diagram of the geometric structure of the double-swirler combustor^[23]图 5 旋流器与燃油通道几何结构示意图^[23]Fig. 5 Schematic diagram of the geometry of the swirler and the fuel passage^[23]

利用曲线坐标系对旋流器附近局部加密，扫描燃烧室几何模型并生成浸没边界网格标记。计算双旋流燃烧室算例时采用的几何模型、背景网格与扫描得到的浸没边界网格标记如图 6 所示。

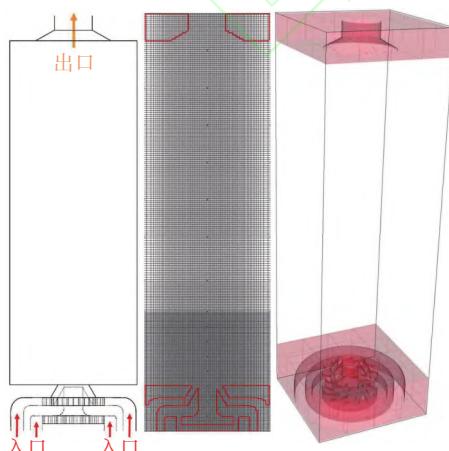


图 6 计算采用的双旋流燃烧室几何模型与网格
Fig. 6 Double-swirler combustor geometry model and mesh used for calculation

对于冷态工况，进口空气压强为 0.4 MPa，温度为 295 K，进口总流量 82 g/s。采用大涡模拟结合本浸没边界方法，并采用 64 核并行求解得到冷态流场，其三维速度矢量与流线如图 7 所示。

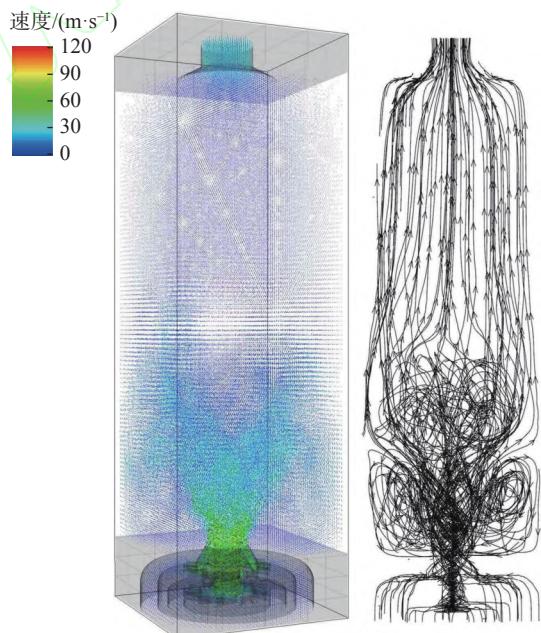


图 7 冷态工况速度矢量图与流线图
Fig. 7 Velocity vector diagram and streamline diagram in cold condition

图 8 对比了基于本方法的 AECSC-IBM 软件模拟得到的旋流器出口轴向速度时均分布及采用相同数量贴体网格的 AECSC 及 FLUENT 软件模拟结果^[13]，图中用虚线标记了回流区大致形状，本浸没边界方法模拟的双旋流燃烧室回流区形状

接近 FLUENT 软件模拟结果, 而 AECSC 模拟得到的回流区则更宽。

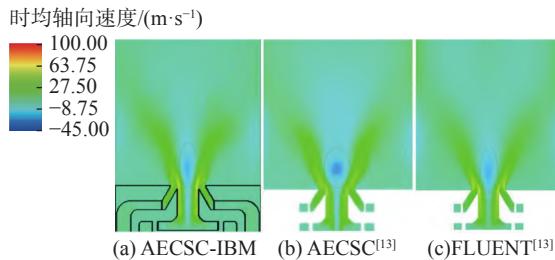


图 8 冷态工况时均轴向速度云图

Fig. 8 Mean axial velocity cloud diagram in cold condition

图 9 对比了采用本浸没边界方法的双旋流燃烧室冷态工况时均速度分布模拟结果 (AECSC-IBM) 与贴体网格的 AECSC 和 FLUENT 模拟结果, 以及实验数据。横坐标 X 代表径向测点与旋流器轴线的距离, 纵坐标 Z 代表在轴向上与旋流器出口平面之间的距离。

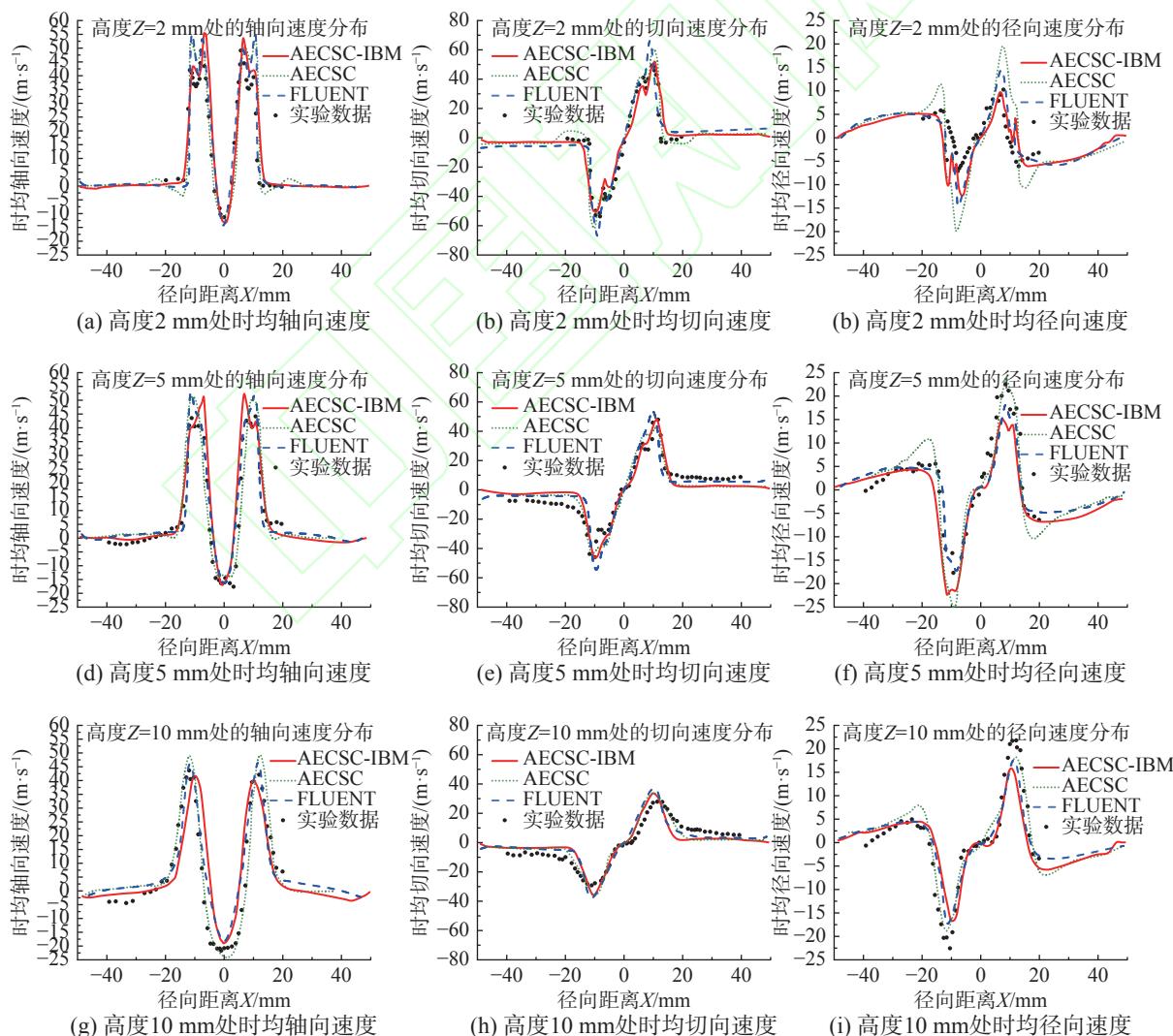


Fig. 9 Comparison of average axial velocity in cold condition

采用式(21)中的方法计算平均相对误差, 以径向为例, Error_U 表示径向速度分量 U 的平均相对误差, U_{CAL} 表示该方向上计算得到的速度分量, U_{EXP} 表示实验得到的速度分量, n_{EXP} 表示实验测点个数。得到双旋流燃烧室时均速度分布的平均相对误差如表 1 所示:

$$\text{Error}_U = \frac{\sum_1^{n_{\text{EXP}}} \frac{|U_{\text{CAL}} - U_{\text{EXP}}|}{|U_{\text{EXP}}|_{\max}}}{n_{\text{EXP}}} \quad (21)$$

由图 10 中的时均轴向速度分布以及表 2 中计算得到的相对误差可知, 基于本曲线坐标系浸没边界方法模拟得到的速度场与实验值接近, 时均速度的误差与采用贴体网格的 AECSC 和 FLUENT 模拟结果的误差相差不大。

靠近旋流器出口位置的轴向速度分布与实验数据之间的误差大小反应了数值方法对旋流器附

表 1 双旋流燃烧室算例时均速度平均相对误差

Table 1 Time-averaged velocity average relative error of the double-swirler combustor

高度/mm	速度方向	本方法		贴体结构网格方法
		AECSC-IBM/ (%)	AECSC/ (%)	FLUENT/ (%)
2	轴向	13.8	15.4	15.1
5	轴向	12.0	11.7	11.4
10	轴向	21.2	9.7	15.8
2	切向	15.4	14.2	11.2
5	切向	11.6	9.9	11.2
10	切向	18.0	19.2	14.3
2	径向	36.6	75.3	34.5
5	径向	16.9	15.3	11.9
10	径向	18.0	14.3	10.2

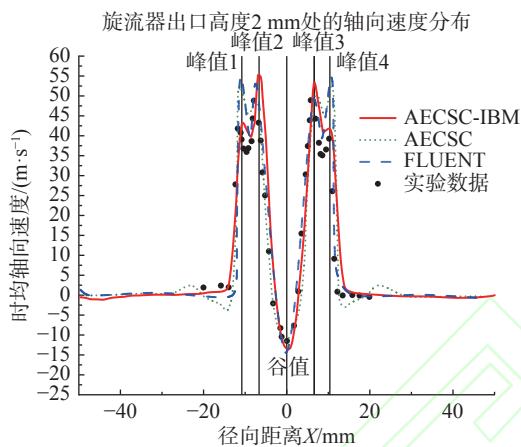


图 10 旋流器出口 2 mm 处时均轴向速度对比
Fig. 10 Comparison of the time-averaged axial velocity at 2 mm from the outlet of the cyclone

表 2 旋流器出口 2 mm 处时均轴向速度与实验值相对误差

Table 2 The relative error between the time-averaged axial velocity and the experimental value at 2 mm from the outlet of the cyclone

位置	本方法		贴体结构网格方法
	AECSC-IBM/ (%)	AECSC/ (%)	FLUENT/ (%)
峰值1	0.8	21.7	27.9
峰值2	12.6	2.7	6.2
谷值	3.0	0.3	3.9
峰值3	13.5	11.0	10.4
峰值4	5.1	20.5	22.4

近流场的解析能力。从高度 2 mm 处实验值的轴向速度分布中可发现，在 X 轴正负方向分别存在两个速度轴向速度峰值，在切向速度和径向速度分布图的对应位置上也存在相邻的两对峰值。在结合旋流器模型，这两个峰值分别由内旋流器与外旋流器形成，曲线坐标系浸没边界方法模拟得到的轴向速度中，靠近轴线 ($X = 0$) 的峰值略高于远离

轴线的轴向速度峰值，这与实验结果相符，而其他两种软件用贴体网格得到的结果与之相反。在高度 2 mm 处轴向速度的峰值位置，采用贴体结构网格的 AECSC 和 FLUENT 软件模拟得到的峰值处时均轴向速度均方根误差分别为 14.3% 和 16.7%，而采用本浸没边界方法模拟得到的均方根误差为 6.6%。本方法在靠近旋流器出口的测点位置轴向速度精度优于贴体网格，可能与贴体网格在旋流器出口附近网格质量较低有关。而在其他截面本方法的精度略差于贴体网格，可能与本浸没边界方法在流固边界位置的处理方法有关。

双旋流燃烧室算例的冷态工况测试表明本方法结合 LES 能够准确模拟复杂结构内湍流流动现象，在此基础上，应用本方法结合 LES-TPDF 湍流燃烧模型对双旋流燃烧室的喷雾燃烧工况进行模拟。在该燃烧室热态实验中，采用航空煤油 Jet-A 作为燃料，燃料流量为 3 g/s，进口空气压强 0.4 MPa，温度为 550 K，流量为 60 g/s，由于实验未提供喷雾液滴粒子详细数据，这里参考采用贴体网格模拟本算例时假定的粒子数据^[13]，其中煤油液滴粒子的初速度为 50 m/s，温度为 380 K，Sauter 平均直径 (Sauter Mean Diameter, SMD) 为 15。两相湍流燃烧的瞬态温度场与煤油质量分数等值线的实验照片和模拟结果分别如图 11 和图 12 所示，时间平均温度场实验照片和模拟结果分别如图 13 和图 14 所示。

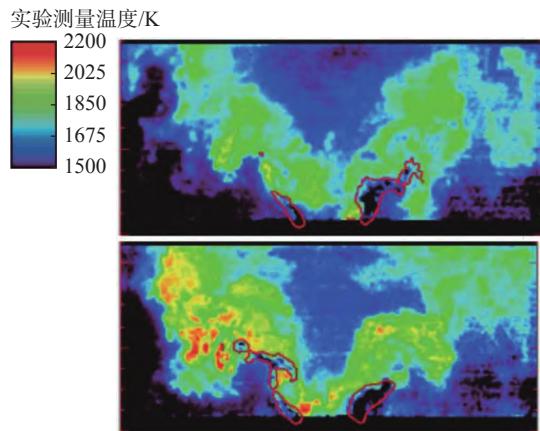


图 11 瞬态温度云图与煤油浓度等值线实验照片^[23]
Fig. 11 Experimental photos of transient temperature nephogram and isoline of kerosene mass fraction^[23]

温度云图可反映出湍流流动、液滴蒸发以及化学反应之间的相互作用。在瞬态温度云图中旋流器出口附近，由于煤油液滴蒸发吸热，形成靠近燃油喷嘴的低温区。液滴蒸发后在回流区附近

进行较强烈的燃烧反应，并在喷雾锥面后侧形成高温区。在时均温度云图中，由于液滴最初从喷嘴喷出时 SMD 较大，蒸发出气相煤油较少，燃烧反应放热较少，结合蒸发的吸热作用导致温度较低。之后液滴粒子在与湍流流动相互作用下破碎和蒸发，燃烧反应增强，在时均温度云图实验照片中可看到耳垂形的高温区。在模拟结果中，温度分布与实验照片相似，模拟中液滴蒸发较快，耳垂形高温区相比实验提前，更靠近旋流器出口。

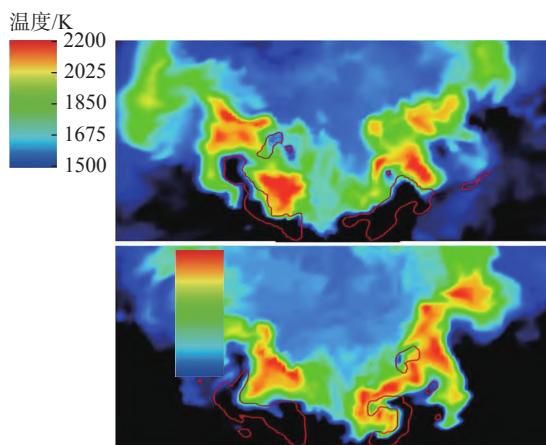


图 12 瞬态温度云图与煤油浓度等值线模拟结果
Fig. 12 Simulation results of transient temperature nephogram and isoline of kerosene mass fraction

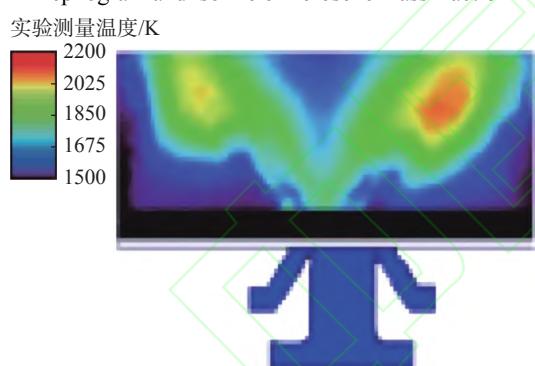


图 13 时均温度云图实验照片^[23]
Fig. 13 Experimental photo of time-average temperature nephogram^[23]

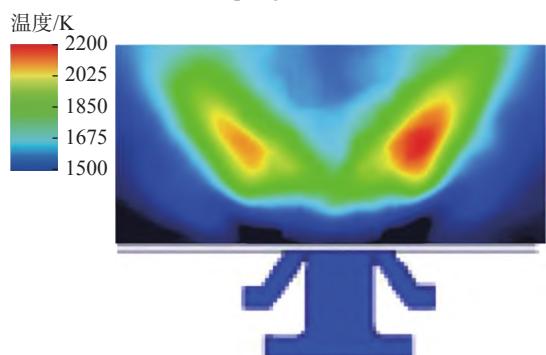


图 14 时均温度云图模拟结果
Fig. 14 Simulation results of time-average temperature nephogram

对双旋流燃烧室的冷态流动模拟和两相湍流燃烧模拟表明，本方法能够处理复杂几何结构，应用本方法的 AECSC-IBM 软件能够精确地模拟包含旋流器等复杂结构的燃烧室中的湍流流动及燃烧化学反应。与采用贴体网格相比，浸没边界结合利用曲线坐标系进行局部加密的方法在含旋流器等复杂结构的燃烧室模拟中大幅降低了网格生成工作量，并且能保证旋流器等结构所在位置的合适的网格密度和高的网格质量。

2.2 真实航空燃气轮机燃烧室两相湍流燃烧模拟

选取某型号真实全环形航空燃气轮机燃烧室的单头部模型(局部模糊处理)，如图 15 所示，应用本曲线坐标系中的浸没边界方法对其进行湍流流动与喷雾燃烧模拟，以检验本方法在工程实际应用中的可行性。本文选取的航空燃气轮机全环形燃烧室几何结构复杂，旋流器与火焰筒等部件上存在大量小尺度结构，且流道形状不规则，对于复杂结构内部湍流及燃烧数值模拟具有一定代表性。

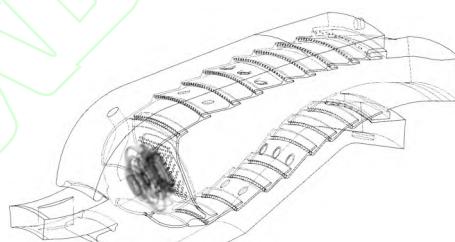


图 15 某型航空燃气轮机燃烧室单头部模型^[10]
Fig. 15 Single head model of a certain type of aviation gas turbine combustor^[10]

本算例中，经压气机压缩过的空气密度为 3.955 kg/m^3 ，压强为 $790\,216.58 \text{ Pa}$ ，温度为 696.01 K ，以 121.07 m/s 的速度沿 X 轴的正方向流入扩压器。为了测试本曲线坐标系中的浸没边界方法相比采用笛卡尔坐标系的浸没边界方法在求解复杂几何内流问题时的优势，本文首先基于这两种方法进行冷态流动模拟。为了保证网格分辨率足够，设置笛卡尔坐标系中的全场网格尺度为均匀的 0.5 mm ^[10]。对于曲线坐标系中的背景网格，将全场网格尺度限制在不大于 0.5 mm 。在以上条件下划分得到两种坐标系下的背景网格，其中笛卡尔坐标系下网格总数为 5425 万，曲线坐标系下网格总数为 4637 万。在背景网格基础上扫描燃烧室几何生成网格标记，如图 16 和图 17 所示。图 18 和图 19 分别为笛卡尔坐标系网格和曲

线坐标系网格中的浸没边界网格标记，二者均准确映射了单头部燃烧室几何模型。



图 16 笛卡尔坐标系下中央截面背景网格及网格标记图
Fig. 16 The background grid and grid marking diagram of the central section in the Cartesian coordinate system

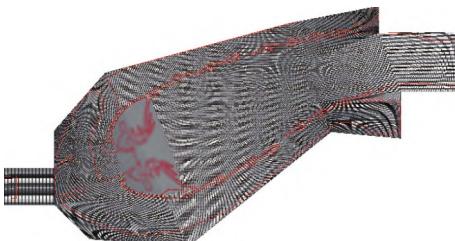


图 17 曲线坐标系下中央截面背景网格及网格标记图
Fig. 17 The background grid and grid marking diagram of the central section in the curvilinear coordinate system

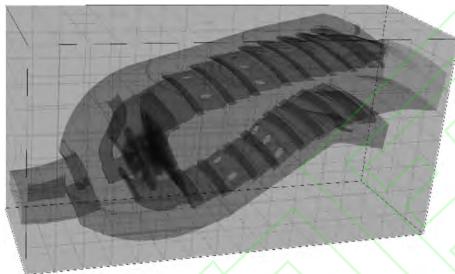


图 18 笛卡尔坐标系中三维浸没边界网格标记
Fig. 18 3D immersion boundary mesh labeling in Cartesian coordinates

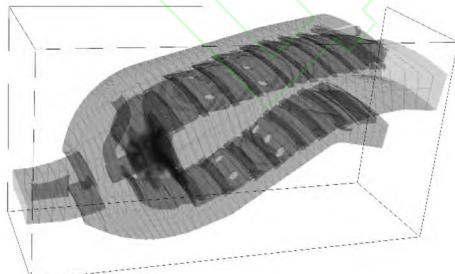


图 19 曲线坐标系中三维浸没边界网格标记
Fig. 19 3D immersion boundary mesh labeling in curvilinear coordinates

图 20 和图 21 分别展示了笛卡尔坐标系网格与曲线坐标系网格的并行分块情况中央截面示意图，其中燃烧室曲线外侧区域被标记为无需求解的固体域。在笛卡尔坐标系背景网格中，38.3% 的并行分块内完全为固体域，此外还有大量固体域

占比很高的分块，提高了并行计算负载均衡的难度，造成了计算资源浪费。



图 20 笛卡尔坐标系下中央截面并行块划分情况示意图
Fig. 20 Schematic diagram of the parallel block division of the central section in the Cartesian coordinate system

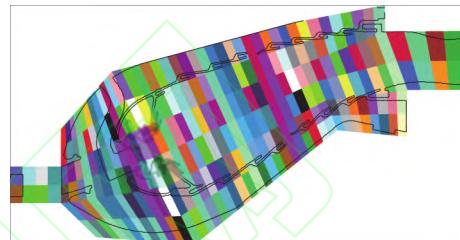


图 21 曲线坐标系下中央截面并行块划分情况示意图
Fig. 21 Schematic diagram of the parallel block division of the central section in the curvilinear coordinate system

求解时，采用对应于网格分块的 512 个 CPU，利用 MPI 框架并行计算。如表 3 所示，采用笛卡尔网格时，每千步约需 6.6 小时，采用曲线坐标系时，每千步约需 2.8 小时。可发现采用曲线坐标系浸没边界方法求解时总网格数为采用笛卡尔坐标系的 84.8%，而求解时间则大幅缩短为采用笛卡尔坐标系时的 42.9%，这可能与网格数过多时并行效率下降等因素有关。

表 3 笛卡尔坐标系与曲线坐标系算例的网格与并行数据
Table 3 Grid and parallel data of cases in Cartesian and curvilinear coordinates

	笛卡尔坐标系	曲线坐标系
网格尺度 Δ	$\Delta \equiv 0.5\text{mm}$	$\Delta \leq 0.5\text{mm}$
总网格数	5.425×10^7	4.637×10^7
并行分块数	512	512
每千步计算时间	6.6 h	2.8 h

采用本曲线坐标系中的浸没边界方法能够大幅节约复杂结构内湍流流动模拟所需的计算资源。基于该方法模拟真实燃气轮机燃烧室中的湍流燃烧现象，以检验其精度并探索其应用于工程中的可行性。在本文模拟的燃烧室中，初始温度 400 K 的燃油经半径 3 mm 的喷咀以 0.0077 kg/s 的流量和 39.5 的 SMD 值沿与旋流器轴线夹角 60° 的方向呈锥形喷出，并采用热沉积模型模拟电火花点

火。点火一段时间后，得到充分发展的湍流燃烧场。其中稳定燃烧状态的燃烧室中央截面的流场速度矢量如图 22 所示。

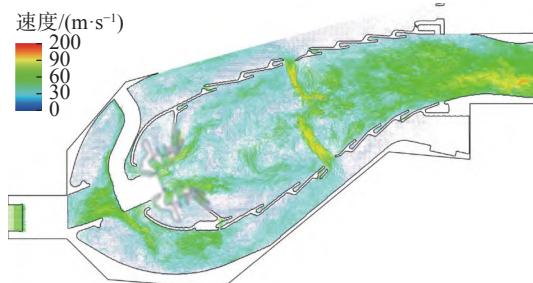


图 22 燃烧室中央截面瞬态速度云图

Fig. 22 Transient velocity nephogram of the central section of the combustor

燃烧室中央截面的瞬态温度云图如图 23 所示，由图可知，温度较低燃油从喷咀喷出后形成一段低温区，之后燃油蒸发并在主燃孔附近位置剧烈燃烧，放出大量热导致温度升高，掺混孔流入的冷空气使温度局部下降，之后未反应完全的碳氢化合物在掺混孔后方继续燃烧放热。火焰筒内外壁存在大量冷却孔，外部冷空气经小孔形成温度较低的气膜以避免火焰筒温度过高。

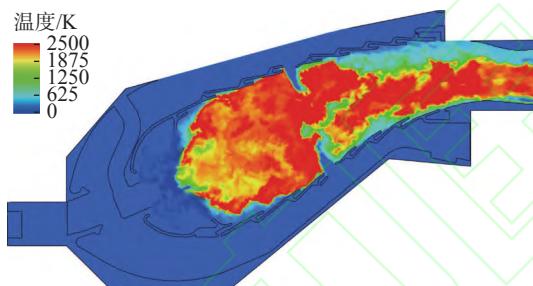


图 23 燃烧室中央截面瞬态温度云图

Fig. 23 Transient temperature nephogram of the central section of the combustion chamber

燃烧室的旋流器功能重要而结构复杂，其产生如图 24 中蓝色区域所示的回流区，使火焰稳定。采用本曲线坐标系浸没边界方法能够求解以上所述的结构附近的湍流流动与燃烧反应，使得对复杂结构燃烧室的高保真模拟成为可能。

对模拟中的湍流燃烧场进行统计和时间平均，得到时均温度分布，如图 25 所示。对于结构复杂的真实燃烧室，在喷雾燃烧时内部温度较高，对其内部进行实验测量非常困难，因此利用本方法模拟得到的湍流燃烧场可为燃烧室设计提供详细流动和化学反应等信息作为参考。时均温度云图明显地表现出旋流器产生的高温回流区，在主燃孔附近的剧烈反应导致的高温，掺混孔以

及火焰筒壁面的冷却孔形成的低温区域。燃烧室出口附近靠近壁面的位置温度较低，出口径向温度分布的最高温度位于径向相对高度的 0.2~0.4，与实验数据相符。

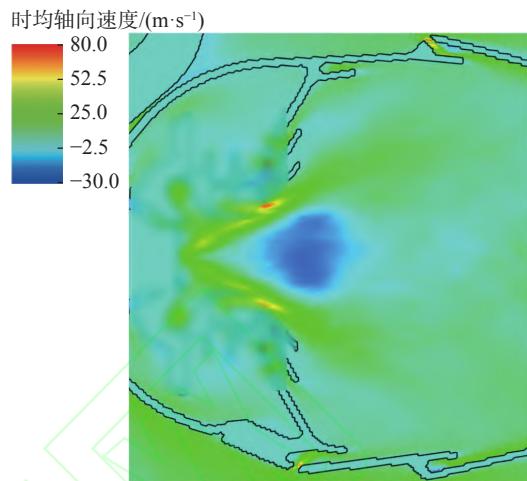


图 24 回流区附近时均轴向速度云图

Fig. 24 Time-average axial velocity nephogram near the recirculation zone

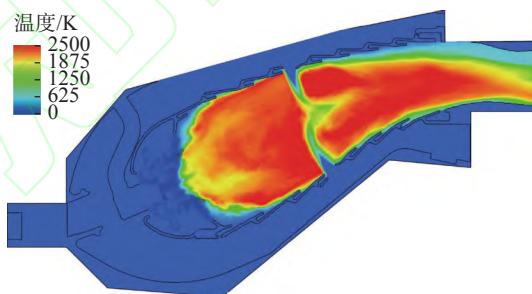


图 25 燃烧室中央截面时均温度云图

Fig. 25 Time-average temperature nephogram of the central section of the combustion chamber

在时均温度场的基础上，对燃烧室出口温度作周向平均，形成沿径向的温度分布曲线，并于实验得到的数据对比，如图 26。其中红色曲线为利用本曲线坐标系下的浸没边界方法结合 LES-TPDF 湍流燃烧模型得到的出口温度分布，黑色圆点表示实验中六个测点测量得到的温度。由图可知利用本方法模拟得到的出口径向温度分布与实验值基本一致，计算可得均方根误差 (RMSE) 为 11.7%。本文所模拟的真实航空燃气轮机环形燃烧室单头部模型内部几何结构复杂，且湍流流动与燃烧化学反应存在强烈非线性的相互作用，浸没边界网格对复杂边界及其附近流动的解析，煤油液滴的破碎蒸发的求解，煤油燃料组分及化学反应机理的简化等因素都可造成数值模拟时的误差。采用本曲线坐标系浸没边界方法结合 LES-

TPDF湍流燃烧模型模拟本算例中的燃烧室时，能够精确分辨燃烧室细节结构及获得燃烧室内的三维湍流燃烧场，并且计算资源的利用效率高于传统笛卡尔坐标系下的浸没边界方法，最终得到的温度分布与实验值的误差较小，因此本方法应用于复杂构型内湍流燃烧数值模拟可为实际工程中燃烧室的设计提供参考。

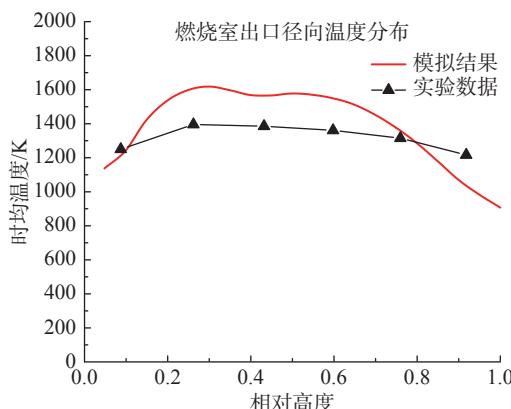


图 26 燃烧室出口径向温度分布模拟值与实验值
Fig. 26 Simulation and experimental value of radial temperature distribution at the combustion chamber outlet

3 结论

本文提出一种应用于多连通域内高效率、高保真湍流燃烧数值模拟的曲线坐标系浸没边界方法，利用曲线坐标系和坐标变换减少固体网格点占比并实现网格局部加密，将此方法应用于复杂结构燃烧室中两相湍流燃烧的数值模拟中，检验其精度和对计算效率的提升效果。

本方法在双旋流燃烧室模拟中，模拟得到的速度场与燃烧场与实验贴合较好，模拟精度较高。在最靠近旋流器出口截面(高度2 mm)轴向速度的峰值位置，采用浸没边界方法模拟得到的均方根误差为6.6%，优于采用同规模贴体结构网格的自研软件AECSC(误差14.3%)和商业软件FLUENT(误差16.7%)在该位置的模拟结果。

在某型真实航空燃气轮机全环形燃烧室的单头部模型的模拟中，在网格最低分辨率相同(全场网格尺度 $\Delta \leq 0.5$ mm)时，采用曲线坐标系背景网格时的总网格数降低为采用笛卡尔坐标系背景网格时的84.8%。采用相同的时间步数，采用曲线坐标系IB方法求解消耗的时间为笛卡尔坐标系IB方法的42.9%。采用本方法减少了无需求解的固体区域在计算域中的占

比，大幅提高了计算效率。利用本方法模拟燃烧室中的两相湍流燃烧，出口径向温度分布的均方根误差为11.7%。

真实燃烧室往往为流道结构复杂的多连通域，本方法在解决真实燃烧室数值模拟中网格生成及分块困难的问题的同时，利用曲线坐标系和坐标变换减少固体区域在计算域中所占的比例，提高了浸没边界方法应用于复杂流道内流问题的求解效率，节省了计算资源。综上所述，本文提出的曲线坐标系浸没边界方法对于多连通域内流问题的高保真、高效模拟具有一定学术价值和工程应用前景。

参考文献：

- [1] PESKIN C S. Flow patterns around heart valves: a numerical method [J]. *Journal of Computational Physics*, 1972, 10(2): 252 – 271.
- [2] MOHAMMADI M, NASSAB S A G. Application of the immersed boundary method in solution of radiative heat transfer problems [J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2021, 260: 107467.
- [3] MITTAL R, IACCARINO G. Immersed boundary methods [J]. *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, 2005, 37: 239 – 261.
- [4] GROPP W, LUSK E, SKJELLMU A. Using MPI: portable parallel programming with the message-passing interface[M]. England: The MIT Press, 2014.
- [5] 郭涛, 张纹惠, 王文全, 等. 基于IBM法的低雷诺数下涡激振动高质量比效应的研究[J]. *工程力学*, 2022, 39(3): 222 – 232.
GUO Tao, ZHANG Wenhui, WANG Wenquan, et al. Effects of heigh mass and damping ratio on VIV of a circular cylinder with low reynolds number [J]. *Engineering Mechanics*, 2022, 39(3): 222 – 232. (in Chinese)
- [6] ANUPINDI K, DELORME Y T, SHETTY D A, et al. A novel multiblock immersed boundary method for large eddy simulation of complex arterial hemodynamics [J]. *Journal of Computational Physics*, 2013, 254: 200 – 218.
- [7] DELORME Y T, RODEFELD M D, FRANKEL S H. Multiblock high order large eddy simulation of powered fontan hemodynamics: towards computational surgery [J]. *Computers and Fluids*, 2017, 143: 16 – 31.
- [8] ZÉLICOURT D, GE L, WANG C, et al. Flow simulations in arbitrarily complex cardiovascular anatomies – an unstructured cartesian grid approach [J]. *Computers and Fluids*, 2009, 38: 1749 – 1762.
- [9] ZHU C, SEO J H, MITTAL R. A graph-partitioned sharp-interface immersed boundary solver for efficient solution

- of internal flows [J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 386: 37 – 46.
- [10] 王方, 王煜栋, 姜胜利, 等. AECSC-JASMIN湍流燃烧仿真软件研发和检验[J]. 航空学报, 2021, 42(12): 128 – 140.
WANG Fang, WANG Yudong, JIANG Shengli, et al. Development and inspection of AECSC-JASMIN turbulent combustion simulation software [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, 42(12): 128 – 140. (in Chinese)
- [11] JONES W P, TYLISZCZAK A. Large eddy simulation of spark ignition in a gas turbine combustor [J]. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2010, 85: 711 – 734.
- [12] JONES W P, MARQUIS A J, VOGIATZAKI K. Large-eddy simulation of spray combustion in a gas turbine combustor [J]. *Combustion and Flame*, 2014, 161: 222 – 239.
- [13] 曾家, 金捷, 张晟, 等. 基于LES-PDF方法的双旋流模型燃烧室数值模拟[J]. *气体物理*, 2019, 4(5): 52 – 64.
ZENG Jia, JIN Jie, ZHANG Sheng, et al. Numerical simulation of double-swirled model combustor based on LES-PDF [J]. *Physics of Gases*, 2019, 4(5): 52 – 64. (in Chinese)
- [14] TACHIBANA S, SAITO K, YAMAMOTO T, et al. Experimental and numerical investigation of thermo-acoustic instability in a liquid-fuel aero-engine combustor at elevated pressure: validity of large-eddy simulation of spray combustion [J]. *Combustion and Flame*, 2015, 162(6): 2621 – 2637.
- [15] CHENG Y, JIN T, LUO K, et al. Large eddy simulations of spray combustion instability in an aero-engine combustor at elevated temperature and pressure [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 108: 106329.
- [16] 阎超, 于剑, 徐晶磊, 等. CFD模拟方法的发展成就与展望[J]. 力学进展, 2011, 41(5): 562 – 589.
YAN Chao, YU Jian, XU Jinglei, et al. On the achievements and prospects for the method of computational fluid dynamics [J]. *Advances in Mechanics*, 2011, 41(5): 562 – 589. (in Chinese)
- [17] LAGAE A, DUTRÉ P. An efficient ray-quadrilateral intersection test [J]. *Journal of Graphics Tools*, 2005, 10(4): 23 – 32.
- [18] 杨庆山, 陈飞新, 赵乐, 等. 基于大涡模拟的大气边界层湍流强度对低矮房屋风荷载特性影响研究[J]. *工程力学*, 2021, 38(12): 25 – 38.
YANG Qingshan, CHEN Feixin, ZHAO Le, et al. Effects on upstream turbulence intensity on aerodynamic loads of low-rise buildings in atmospheric boundary layer flow using large eddy simulation [J]. *Engineering Mechanics*, 2021, 38(12): 25 – 38. (in Chinese)
- [19] 闫渤文, 马晨燕, 赵乐, 等. 强台风下带挑檐双坡低矮房屋风荷载特性大涡模拟方法适用性研究[J]. *工程力学*, 2021, 38(11): 66 – 78, 133.
YAN Bowen, MA Chenyan, ZHAO Le, et al. Study in the applicability of large eddy simulation method for wind load characteristics of low-rise buildings with eaves and double slopes under strong typhoons [J]. *Engineering Mechanics*, 2021, 38(11): 66 – 78, 133. (in Chinese)
- [20] JONES W P, MARQUIS A J, WANG F. Large eddy simulation of a premixed propane turbulent bluff body flame using the Eulerian stochastic field method [J]. *Fuel*, 2015, 140: 514 – 525.
- [21] 王方, 窦力, 魏观溢, 等. 基于PDF-LES模型的凹腔支板火焰稳定器模拟[J]. 工程热物理学报, 2021, 42(3): 758 – 767.
WANG Fang, DOU Li, WEI Guanyi, et al. The simulation of cavity flameholder by PDF-LES method [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2021, 42(3): 758 – 767. (in Chinese)
- [22] WANG F, LIU R, DOU L, et al. A dual timescale model for micromixing and its application in LES/TPDF simulations of turbulent nonpremixed flames [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2019, 32(4): 875 – 887.
- [23] MEIER U, HEINZE J, FREITAG S, et al. Spray and flame structure of a generic injector at aeroengine conditions [J]. *The Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2012, 134(3): 031503.