

中图分类号：V231.2

论文编号：10006SY2004511

北京航空航天大學  
硕 士 学 位 论 文

基于 LES-TPDF 两相湍流燃烧  
模型的浸没边界方法研究

作者姓名 王煜栋

学科专业 航空宇航推进理论与工程

指导教师 王方 副教授

培养学院 能源与动力工程学院

# **Research on Immersed Boundary Method Based on LES-TPDF Two-Phase Turbulent Combustion Model**

A Dissertation Submitted for the Degree of Master

**Candidate: Wang Yudong**

**Supervisor: Associate Prof. Wang Fang**

School of Energy and Power Engineering

Beihang University, Beijing, China

中图分类号：V231.2

论文编号：10006SY2004511

## 硕 士 学 位 论 文

# 基于 LES-TPDF 两相湍流燃烧模型的 浸没边界方法研究

作者姓名	王煜栋	申请学位级别	工学硕士
指导教师姓名	王 方	职 称	副教授
学科专业	航空宇航推进理论与工程	研究方向	燃烧数值模拟
学习时间自	年      月      日	起至	年      月      日止
论文提交日期	年      月      日	论文答辩日期	年      月      日
学位授予单位	北京航空航天大学	学位授予日期	年      月      日

## 关于学位论文的独创性声明

本人郑重声明：所呈交的论文是本人在指导教师指导下独立进行研究工作所取得的成果，论文中有关资料和数据是实事求是的。尽我所知，除文中已经加以标注和致谢外，本论文不包含其他人已经发表或撰写的研究成果，也不包含本人或他人为获得北京航空航天大学或其它教育机构的学位或学历证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对研究所做的任何贡献均已在论文中作出了明确的说明。

若有不实之处，本人愿意承担相关法律责任。

学位论文作者签名：\_\_\_\_\_

日期： 年 月 日

## 学位论文使用授权书

本人完全同意北京航空航天大学有权使用本学位论文（包括但不限于其印刷版和电子版），使用方式包括但不限于：保留学位论文，按规定向国家有关部门（机构）送交学位论文，以学术交流为目的赠送和交换学位论文，允许学位论文被查阅、借阅和复印，将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，采用影印、缩印或其他复制手段保存学位论文。

保密学位论文在解密后的使用授权同上。

学位论文作者签名：\_\_\_\_\_

日期： 年 月 日

指导教师签名：\_\_\_\_\_

日期： 年 月 日

## 摘要

发动机燃烧流场的高保真、高效模拟被列为计算流体力学的重要应用挑战之一。基础研究中常用的贴体网格及相关算法难以应用于真实燃烧室中，如何建立燃烧室基础研究与工程应用之间的“桥梁”、实现复杂结构燃烧室的高保真模拟已成为燃烧室模拟的关键问题。浸没边界方法（IBM）将几何模型与边界条件解耦，大幅降低网格生成难度和工作量，适合应用于模拟复杂几何附近的流动，大涡模拟（LES）精度较高且计算量较小，概率密度函数输运方程湍流燃烧模型（TPDF）可基于详细机理准确求解反应率。本文通过发展适用于燃烧室模拟的 IBM，并与 LES-TPDF 模型结合，将基础研究中发展的高精度湍流燃烧模型及算法应用于工程中真实结构燃烧室的高保真、高效模拟中。

本文提出了适用于燃烧室模拟的曲线坐标系下的隐式 IBM，在此基础上为提高精度而发展了通过边界网格局部重构求解离散方程组系数阵的 IBM，为了在燃烧室模拟中应用上述方法而发展了复杂几何结构扫描与网格标记生成算法以及非贴体网格喷雾粒子追踪算法，推导了采用 IBM 提供边界条件的 LES-TPDF 模型的相关算法。以上述算法为基础开发了 AECSC-IBM 软件，并采用多类算例逐步测试算法及软件的精度和应用于真实燃烧室模拟的可行性。

首先模拟圆柱绕流和射流火焰算例检验新软件及其算法求解湍流流动和燃烧化学反应的准确性，模拟结果表明该软件及其算法能够精确地求解较简单的流场和燃烧场。其后进一步模拟了三角钝体后方的预混火焰、双旋流燃烧室中的两相湍流燃烧以及某型号真实燃烧室的单头部模型中的两相湍流燃烧现象以测试该软件用于工程中的复杂结构燃烧室高保真模拟的可行性。三角钝体算例和双旋流燃烧室算例的模拟表明该软件可用于两相湍流燃烧模拟且模拟精度与采用贴体结构网格时相当。在某真实全环形燃烧室单头部模型的模拟中，AECSC-IBM 软件快速精确地映射了复杂几何结构的燃烧室几何模型且大幅减少了高质量网格生成的工作量，得到出口温度与实验数据相比的均方根误差为 11.66%，表明该软件可作为真实燃烧室精细化研发的工具，具有工程实用价值。

**关键词：**浸没边界方法，大涡模拟，概率密度函数输运方程湍流燃烧模型，AECSC-IBM 软件，燃烧室数值模拟

## Abstract

High-fidelity and efficient simulation of engine combustion flow field is listed as one of the important application challenges in computational fluid dynamics. It is difficult to apply the advective meshes commonly used in basic research to complex geometric models such as real combustors, so how to establish a "bridge" between basic research on combustors and engineering applications and achieve high fidelity simulation of complex structural combustors has become a key problem in numerical simulation of combustors. The immersed boundary method (IBM) decouples the geometric model from the boundary conditions, which significantly reduces the difficulty and workload of mesh generation and is suitable for application to simulate flows near complex geometries, the large eddy simulation (LES) is more accurate and less computationally intensive, and the transported probability density function turbulent combustion model (TPDF) can accurately solve the reaction rate based on detailed mechanisms. In this thesis, the high accuracy turbulent combustion models and algorithms developed in basic research are applied to the simulation of real combustors in engineering by developing an IBM applicable to combustor simulation and combining it with the LES-TPDF model.

In this thesis, an implicit IBM in curvilinear coordinate system for combustor simulation is proposed, based on which an IBM solving the coefficient array of the discrete system of equations by local reconstruction of the boundary mesh is developed to improve the accuracy, a complex geometry scanning and mesh marking generation algorithm and a non-adherent mesh spray particle tracking algorithm are developed for the application of the above method in combustor simulation, and the related algorithm of LES-TPDF model with boundary conditions provided by IBM is derived. The AECSC-IBM software was developed based on the above algorithms, and the accuracy and feasibility of the algorithms and software for real combustor simulations were tested step by step using multiple types of cases.

The accuracy of the new software and its algorithms in solving turbulent flow and combustion chemistry is first tested by simulating cylindrical bypass and jet flame cases, and the simulation results show that the software can accurately solve simpler flow and combustion fields. Further simulations of premixed flames behind a triangular obtuse body, two-phase turbulent combustion in a chamber with a two-stage cyclone, and two-phase turbulent combustion in a single-head model of a real combustor are performed to test the feasibility of using the software for high-fidelity simulations of real structural combustors in engineering. Simulations of a triangular obtuse and a combustor with a two-stage cyclone showed that the software can be used for two-phase turbulence simulations with an accuracy comparable to that of the advective mesh. In the simulation of a single head model of a real full annular combustor, AECSC-IBM software quickly and accurately maps the geometric model of the combustor with complex geometry and significantly reduces the workload of high-quality mesh generation, and the root-mean-square error of the outlet temperature is 11.66% compared with the experimental data. It shows that the software can be used as a tool for refinement development of real combustors with complex structures and has practical value.

**Key words:** Immersed boundary method, Large eddy simulation, Transported probability density function turbulent combustion model, AECSC-IBM software, Combustor numerical simulation

# 目 录

<b>第一章 绪论 .....</b>	1
1.1 课题研究背景与意义.....	1
1.2 IBM 研究综述 .....	3
1.3 LES-TPDF 湍流燃烧模型发展现状 .....	9
1.4 本文主要工作.....	12
<b>第二章 AECSC-IBM 原理与算法.....</b>	13
2.1 IBM 网格标记生成算法 .....	13
2.1.1 几何模型离散为三角面网格.....	13
2.1.2 划分计算域背景网格.....	14
2.1.3 扫描并生成网格标记.....	16
2.2 基于 IBM 的 LES-TPDF 原理与算法.....	19
2.2.1 控制方程组.....	20
2.2.2 大涡模拟原理与算法.....	23
2.2.3 TPDF 模型与欧拉随机场解法.....	25
2.2.4 曲线坐标系下的隐式 IBM .....	33
2.3 边界网格局部重构求解系数阵的 IBM .....	36
2.4 非贴体网格两相液滴追踪算法.....	45
2.5 本章小结.....	50
<b>第三章 AECSC-IBM 软件开发及检验.....</b>	51
3.1 软件简介.....	51
3.2 圆柱绕流算例检验.....	56
3.3 射流火焰算例检验.....	66
3.4 本章小结.....	73
<b>第四章 燃烧室算例模拟 .....</b>	74
4.1 三角钝体后方预混燃烧模拟.....	74
4.2 双旋流燃烧室两相燃烧模拟.....	78

4.3 复杂结构单头部燃烧室模拟.....	90
4.4 本章小结.....	99
结论 .....	101
参考文献 .....	104
附录 A 折流燃烧室简化模型模拟 .....	121
附录 B AECSC-IBM 源文件表 .....	131
攻读硕士学位期间取得的学术成果 .....	136
致谢 .....	138

# 图形清单

图 1 自适应边界法网格示意图 .....	4
图 2 切割单元法示意图 .....	5
图 3 GC-IBM 网格示意图 <sup>[42]</sup> .....	6
图 4 GC-IBM 信息外推示意图 <sup>[71]</sup> .....	6
图 5 STL 文件格式示意图 .....	13
图 6 单头部燃烧室三维模型透视图 .....	14
图 7 单头部燃烧室三角面网格 .....	14
图 8 单头部燃烧室分块笛卡尔网格 .....	15
图 9 单头部燃烧室曲线坐标系网格 .....	15
图 10 扫描线穿入模型内部示意图 .....	18
图 11 扫描线与模型擦边而过示意图 .....	18
图 12 单头部燃烧室三维网格标记图 .....	19
图 13 节点与界面位置标记 .....	22
图 14 盒式滤波器示意图 .....	23
图 15 标量的细粒度概率密度函数示意图 .....	26
图 16 真实壁面与网格标记示意图 .....	33
图 17 真实壁面与近壁面的流体网格示意图 .....	36
图 18 真实壁面与近壁面的流体网格示意图 .....	37
图 19 近壁网格尺度及其与壁面的真实距离示意图 .....	38
图 20 网格尺度变换示意图 .....	39
图 21 圆环上的插值点示意图 .....	39
图 22 网格旋转变换示意图 .....	40

图 23 旋转变换前网格南侧为固体域示意图 .....	40
图 24 旋转变换后网格南侧为固体域示意图 .....	41
图 25 网格西侧和南侧均为固体域示意图 .....	44
图 26 被多个固体网格包围的流体网格旋转变换示意图 .....	45
图 27 采用贴体网格时粒子反弹示意图 .....	46
图 28 采用 IBM 时网格标记与真实壁面关系示意图 .....	46
图 29 采用 IBM 时粒子与壁面碰撞后反弹示意图 .....	47
图 30 粒子在单个时间步内穿越壁面示意图 .....	48
图 31 气粒子与薄壁碰撞后反弹示意图 .....	48
图 32 气相燃烧与液滴粒子轨迹计算域网格标记示例 .....	49
图 33 冷态工况液滴粒子运动轨迹示例 .....	50
图 34 AECSC-IBM 总体结构示意图 .....	52
图 35 冷网格标记生成流程图 .....	53
图 36 编译运行环境配置示例 .....	53
图 37 imb.d 文件示例 .....	55
图 38 用于模拟圆柱绕流算例的网格 .....	56
图 39 中央截面的时均流向相对速度云图 .....	57
图 40 中央截面的时均流向相对沿流向的分布 .....	57
图 41 时均流向相对速度沿横向的分布 .....	58
图 42 中央截面的时均横向相对速度云图 .....	59
图 43 时均横向相对速度沿横向的分布 .....	60
图 44 中央截面的流向速度脉动分布云图 .....	61
图 45 流向速度脉动沿横向的分布 .....	62
图 46 中央截面的横向速度脉动分布云图 .....	62

图 47 中央截面的时均流向速度于横向速度脉动对比 .....	63
图 48 横向速度脉动沿横向的分布 .....	64
图 49 基于涡量的涡识别 .....	65
图 50 基于 Q 准则的涡识别 .....	65
图 51 基于 Liutex- $\Omega$ 的涡识别 .....	66
图 52 射流火焰网格图 .....	66
图 53 射流火焰瞬态速度云图 .....	67
图 54 射流火焰湍动能云图 .....	67
图 55 射流火焰瞬态温度云图 .....	68
图 56 射流火焰瞬态甲烷质量分数云图 .....	68
图 57 射流火焰时均温度沿径向的分布 .....	70
图 58 射流火焰时均甲烷质量分数沿径向的分布 .....	72
图 59 钝体后方预混燃烧室几何形状与尺寸 <sup>[164]</sup> .....	74
图 60 钝体算例三维网格与 IBM 标记 .....	74
图 61 冷态工况中央截面的速度矢量分布 .....	75
图 62 燃烧工况三维速度矢量和高温区温度等值面分布 .....	75
图 63 燃烧工况中央截面的速度矢量分布 .....	76
图 64 钝体后方时均流向速度分布 .....	77
图 65 钝体预混火焰时均温度场 .....	77
图 66 流向位置 0.15m 的时均温度分布 .....	78
图 67 GTMC 几何结构示意图 <sup>[165]</sup> .....	79
图 68 旋流器与燃油通道几何结构示意图 <sup>[165]</sup> .....	79
图 69 模拟 GTMC 所采用的几何模型、网格与 IBM 标记 .....	80
图 70 GTMC 冷态工况三维速度矢量分布 .....	81

图 71 GTMC 冷态工况时均轴向速度云图 .....	81
图 72 GTMC 冷态工况三维流线图投影 .....	82
图 73 GTMC 冷态算例时均轴向速度分布 .....	83
图 74 GTMC 冷态算例时均切向速度分布 .....	84
图 75 GTMC 冷态算例时均径向速度分布 .....	85
图 76 旋流器出口 2mm 截面时均径向速度对比 .....	87
图 77 瞬态温度云图与煤油浓度等值线实验照片 <sup>[165]</sup> .....	88
图 78 瞬态温度云图与煤油浓度等值线模拟结果 .....	88
图 79 时均温度云图实验照片 <sup>[165]</sup> .....	89
图 80 时均温度云图模拟结果 .....	89
图 81 某型航空燃气轮机燃烧室单头部模型 <sup>[122]</sup> .....	91
图 82 单头部燃烧室的三角面网格 .....	91
图 83 笛卡尔坐标系下中央截面背景网格及网格标记图 .....	92
图 84 曲线坐标系下中央截面背景网格及网格标记图 .....	92
图 85 笛卡尔坐标系中三维浸没边界网格标记 .....	93
图 86 曲线坐标系中三维浸没边界网格标记 .....	93
图 87 笛卡尔坐标系中央截面网格标记与并行分块 .....	94
图 88 曲线坐标系中央截面网格标记与并行分块 .....	94
图 89 中央截面速度矢量图 .....	95
图 90 单头部燃烧室三维流线投影 .....	96
图 91 旋流器轴向时均速度与回流区 .....	96
图 92 单头部燃烧室中央剖面三维瞬态温度分布 .....	97
图 93 三维时均煤油质量分数分布 .....	97
图 94 中央剖面三维时均温度分布 .....	98

图 95 三维高温区分布 ..... 98

图 96 燃烧室出口测点位置径向温度分布 ..... 99

## 表格清单

表 1 通用控制方程与各方程的变量对应 .....	21
表 2 AECSC-IBM 执行文件夹示例 .....	54
表 3 AECSC-IBM 模拟结果中关键参数与文献数据对比 .....	64
表 4 各横截面的时均温度径向分布平均相对误差 .....	72
表 5 各横截面的时均甲烷质量分数径向分布平均相对误差 .....	73
表 6 GTMC 算例时均速度分布的平均相对误差 .....	86
表 7 旋流器出口 2mm 截面时均轴向速度与实验数据的误差 .....	87
表 8 笛卡尔坐标系与曲线坐标系算例的网格与并行数据 .....	95



# 第一章 绪论

## 1.1 课题研究背景与意义

若将航空发动机喻为飞机的“心脏”，燃烧室则可喻为航空发动机的“心脏”。近年来，航空发动机燃烧室研发由只考虑宏观燃烧特性的常规研制向精细化研发转变，这种转变对燃烧室高保真数值模拟提出需求。在 NASA 的《CFD2030 年远景规划》中发动机燃烧流场高保真、高效模拟被列为四大计算流体力学的应用挑战之一。真实航空发动机燃烧室结构复杂紧凑，以往基础研究中所用的简化模型与真实燃烧室有所差异，无法直接指导精细化研发。如何实现复杂结构航空发动机的高保真模拟，建立燃烧室基础研究与工程应用之间的“桥梁”已成为燃烧室精细化研发的核心关键问题。

航空燃气轮机燃烧室中的湍流流动与燃烧化学反应存在强烈非线性耦合关系，燃烧反应影响密度、黏度等流体参数，湍流流动影响组分掺混、焓值分布，正确解析这种非线性关系对湍流燃烧模型精度要求高。北京航空航天大学航空发动机数值仿真研究中心与英国帝国理工大学 William Jones 教授合作在 BOFFIN(Boundary fitted flow integrator)的基础上开发了 AECSC 2.0 (Aero engine combustor simulation code 2.0) 软件，该软件采用 LES-TPDF (Large eddy simulation-transported probability density function) 湍流燃烧模型，在贴体结构网格上实现对较简单几何的两相湍流燃烧高精度模拟，且已用于模拟多种算例并验证精度<sup>[1-3]</sup>。

网格的合理设计和高质量生成是计算流体力学求解的前提条件，是影响求解结果的最主要的决定性因素之一，是湍流数值模拟工作中人工工作量最大的部分，也是制约数值算法工作效率的瓶颈问题之一<sup>[5]</sup>。网格的种类一般可分为结构网格、非结构网格、重叠网格、混合网格等。传统两相湍流燃烧模拟以及两相湍流燃烧新算法的基础研究和开发往往是基于贴体结构网格的。结构网格拓扑简单清晰，使用结构网格的湍流燃烧仿真具有高计算效率、高精度、高鲁棒性、节约存储空间等优点，并可高精度模拟黏性流动，特别是壁面附近，因此结构网格广泛应用于湍流燃烧算法的开发和验证。但是，结构网格的拓扑结构限制了其对复杂几何模型的适应能力，根据几何模型划分并行分块以及生成对应的结构网格工作量和工作难度巨大，难以应用于航空燃气轮机燃烧室等几何结构复杂的模型。并且气膜孔等精细结构通常需要单独分块，使得块之间网格量差距大，导

致并行计算时负载均衡困难。一种解决结构网格生成难题的方法是使用非结构网格，商业软件模拟复杂几何结构内的湍流流动现象往往采用非结构网格，提高了网格的几何适应能力，减少网格生成工作量，但也存在寻址时间长，梯度项计算复杂度高，收敛难度大，同精度下网格数远大于结构网格的缺陷，计算量相比结构网格更大而不适合应用于高分辨率、高精度的湍流燃烧模拟。

另一种解决结构网格生成难题的思路是采用笛卡尔网格并应用浸没边界方法，将边界条件模化为力源项。浸没边界方法是计算流体力学中最强大和最高效的方法之一<sup>[6]</sup>，最初由 Peskin<sup>[7]</sup>提出，将边界对流场的作用模化为力源项，通过施加一个彻体力来实现无滑移边界条件<sup>[8]</sup>。浸没边界方法是一种强大的边界处理方法，近年来成为计算物理学研究的热点之一。相比贴体结构网格，浸没边界方法结合非贴体结构网格节省了网格分块生成的工作量，保证了计算网格的高质量和分块并行的负载均衡。相比非结构网格，浸没边界方法与配套网格具有拓扑简单明确的特点，计算效率高、鲁棒性高、算法兼容性强等结构网格的优势。

模拟航空发动机燃烧室等复杂结构时，采用浸没边界方法也存在其缺点。一方面，浸没边界方法更适合应用于外部流动问题的求解。应用浸没边界法时，整个计算域背景网格被标记为流体点和固体点，并对这两种不同标记的网格点采用相同的算法计算。考虑到固体区域的信息原本无需求解，过多的固体标记点将导致求解效率的下降以及计算资源的浪费。对于外部流动问题，固体点占比较小，引起的资源浪费可被忽略，而对于航空发动机燃烧室等流道形状复杂的多连通域内流问题，位于固体区域的点往往占网格总数的很大一部分，常需要采取措施减少固体点的占比，提高计算效率。另一方面，浸没边界方法将边界条件模化，导致边界附近的计算精度与模化方法相关，并且常对边界附近的网格密度要求较高。但考虑到用 LES-TPDF 模型精确模拟湍流燃烧对网格密度要求同样较高，其需求一致，浸没边界法边界附近网格密度高、网格总量大的缺点被弱化。

湍流流动中，能量由尺度较大的涡向尺度较小的涡传递，能量的耗散主要发生在尺度较小的涡中。尺度较小的涡各向同性较强，因此可以用模型模化。大涡模拟利用滤波函数划分涡的尺度，直接求解尺度大于滤波函数的涡，用亚网格应力模型封闭尺度小于滤波尺度的涡。在湍流模拟的方法中，直接数值模拟（DNS）能够精确解析湍流但其计算量需求过大，不适合工程应用。以往工程中常求解雷诺平均 N-S 方程（RANS），其计

算量小但精度较差。近年来随着计算机算力的提升，精度较高的大涡模拟的工程应用成为可能。因此浸没边界方法与 LES-TPDF 模型相结合对几何较复杂的燃烧室内两相湍流燃烧高精度模拟具有较高的研究价值和工程应用价值。

## 1.2 IBM 研究综述

浸没边界方法最早由 Peskin<sup>[7]</sup>在 1972 年提出，用于求解弹性结构与流场作用引起的弹性边界问题，用 delta 函数处理欧拉变量和拉格朗日变量之间的相互作用，应用于心脏附近血流模拟。浸没边界方法将网格生成与边界条件解耦，使复杂结构中或是运动边界问题的网格生成工作量大幅降低。在 21 世纪初，浸没边界方法逐渐开始受到重视，近年来浸没边界方法发展迅速，大量学者提出诸多新的浸没边界方法，并应用于各个领域，如空气动力学<sup>[9-14]</sup>、传热<sup>[15-23]</sup>、传质<sup>[24-25]</sup>、流固耦合<sup>[26-31]</sup>、多相流<sup>[32-36]</sup>、颗粒流<sup>[37-40]</sup>，在航空发动机燃烧室中的冷态流动模拟中也有初步应用。

浸没边界方法曾经被分为直接力法和 Yusof<sup>[41]</sup>提出的离散力法，Goldstein 等<sup>[46-47]</sup>将直接力法与虚拟边界法相结合，用于求解刚体边界问题。直接力法中，体积力源项的求解与方程的离散形式无关，并将边界附近网格的浸没边界彻体力源项向相邻网格分散，形成 Diffuse-interface 浸没边界方法，直接力法由于难以应用于可压缩流动问题等原因，近年来主要应用于刚性颗粒流动模拟领域，其他领域的相关研究较少。离散力法由边界条件局部重构获得边界体积力源项，形成 Sharp-interface 浸没边界方法，能够求解可压缩流动，因此近年来被广泛应用，新的浸没边界方法几乎全部属于对离散力法的发展。

浸没边界方法在发展初期边界附近精度较低，边界区域需要很高的网格密度，Roma 等<sup>[48]</sup>采用自适应网格浸没边界法，对浸没边界附近的网格进行逐级嵌套的加密，如图 1 所示，该方法中网格密度较高的区域和网格密度较低的区域之间的信息交换较为复杂，需要进行插值，且低密度网格的单个方向的边界往往与数个高密度网格相邻，需要对高密度网格边界的标量值进行加权平均，而尽管高密度网格确保了边界的精度，插值和平均的过程可能导致网格拼接处精度降低。但自适应浸没边界法难以获得非线性对流项的高阶离散，因此不适合用于模拟雷诺数较高的流动问题。Ruffin 等<sup>[49]</sup>采用法向射线加密方法，沿附面层法向进行局部加密。

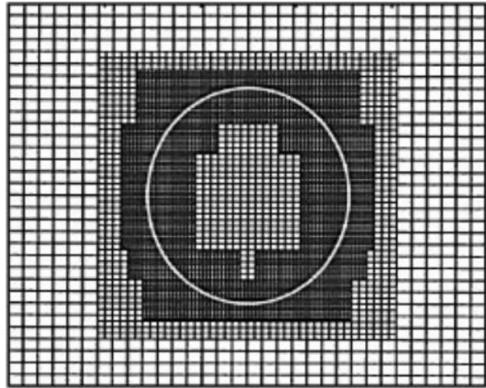


图 1 自适应边界法网格示意图<sup>[48]</sup>

直接改进浸没边界方法所采用的网格结构能够提升边界附近精度和降低需要的网格密度。Marshall 等<sup>[50]</sup>提出高雷诺数下边界附近可达二阶精度的切割单元法，切割网格法在初始网格中心位置进行切割操作，以分离浸没边界所在的网格。如果初始网格中心位置位于流体区域，则切割后的网格被认为是一个新的独立网格；如果位于固壁区域，则与相邻网格合并，以避免生成过多细微网格导致结果出错，之后采用插值计算的方式计算每个网格面的质量流量、对流项、耗散项和压力梯度等参数，从而得到一个网格上的数值解，如图 2 所示。该方法不要求解浸没边界内部网格点信息，并且保证了边界附近的求解精度。切割单元法可能产生于相邻单元尺寸相差很大的小单元，导致求解方程时的刚性增大，计算时存在不稳定性。对于切割单元产生过小的网格单元的问题，De Zeeuw 等<sup>[51-52]</sup>提出了切割单元的小单元重构法。Aftosmis 和 Melton 等<sup>[53-54]</sup>提出了三维求交算法和判断网格单元位于物面内外的方法并把它应用于切割单元法中，Kirkpatrick 等<sup>[55]</sup>用二次曲面近似切割单元法中的切割面并采用单元链接方法处理小单元。Mondal 等<sup>[56]</sup>从切割单元法发展出了新的贴体网格生成方法，将物面附近网格点移动到物面上从而生成贴体网格。但切割单元法产生复杂的网格使得流场控制方程离散难度提高，在求解三维问题中应用困难，近几年鲜有发展或应用<sup>[57-58]</sup>。Delanaye 等<sup>[59]</sup>在切割单元法思路的基础上提出混合笛卡尔网格浸没边界方法，在边界附近采用贴体结构网格，其他流场计算域中采用背景笛卡尔网格，两种网格交界面为融合单元，并应用重叠结构网格中的挖洞方法。Wang 等<sup>[60]</sup>用四叉树方法生成混合笛卡尔网格，并提出了各向异性粘性自适应网格法。Munikrishna 等<sup>[61]</sup>在此基础上使最短距离准则和边界法向角准则简化了贴体网格于背景笛卡尔网格之间的信息交互，并验证了方法的守恒性。Charlton<sup>[62]</sup>和 Karman<sup>[63]</sup>等也在混合笛卡尔网格方法发展了新的方法。混合笛卡尔网格多用于解决动

边界问题，对于几何复杂的边界，混合笛卡尔网格中的贴体网格部分生成以及贴体网格仍较为困难。

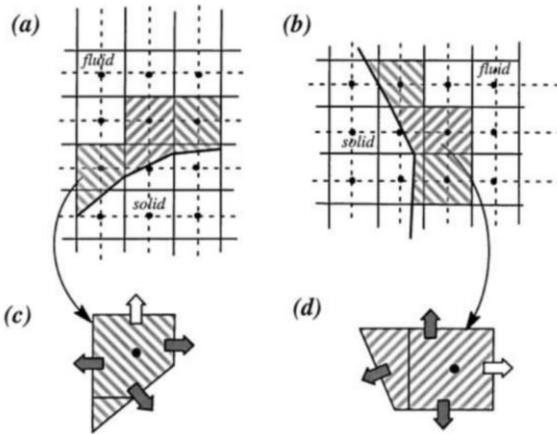
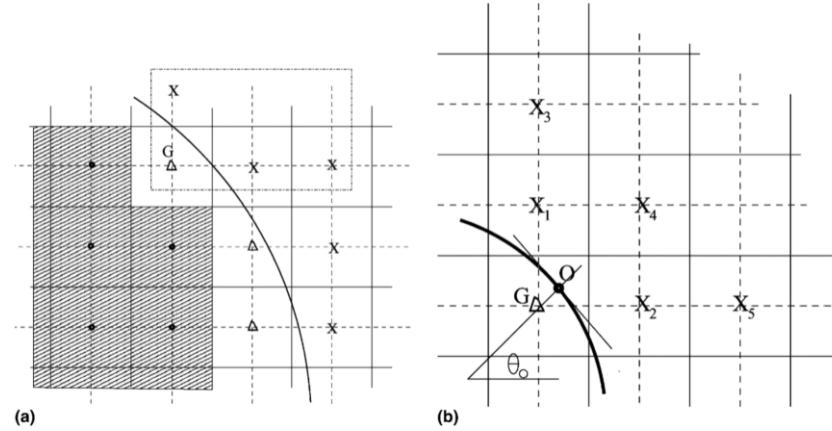
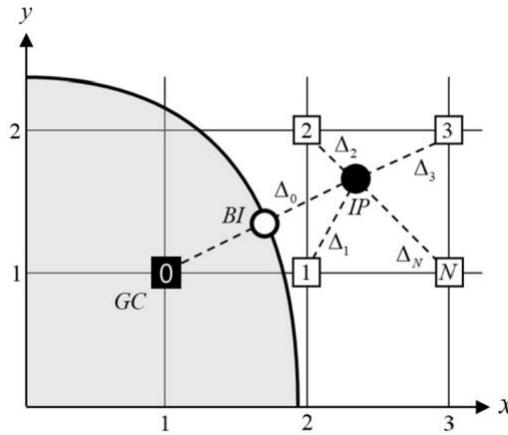


图 2 切割单元法示意图<sup>[50]</sup>

Ghost-Cell 浸没边界方法 (GC-IBM)<sup>[42]</sup>是近年来研究热度较高的高精度浸没边界方法。该方法在计算域周围设置一圈或多圈称为 Ghost-Cell 的网格，根据 Ghost-Cell 的中心位置和物面法向量可求出法线与物面的交点以及流场中的镜像点位置，之后再根据流场中靠近镜像点的网格信息进行线性、双线性或二重构求得镜像点信息，之后根据镜像点的信息和法线与物面的交点信息外推，将 Dirichelet 边界条件或是 Neumann 边界条件转化为 Ghost-Cell 上的等价 Dirichlet 条件，如图 3 和图 4 所示。Fadlun, Verzicco 等<sup>[43-45]</sup>曾研究和发展了 GC-IBM 的准确性和鲁棒性。最近，很多学者基于 GC-IBM 方法提出新的方法。例如 Picot 等<sup>[66]</sup>使用但二阶离散化和 Ghost-Cell 有限差分方法对泊松方程和不可压缩的纳维-斯托克斯方程 (N-S 方程) 的离散化模版分析研究。Chi 等<sup>[67]</sup>开发了一种用于不可压缩流模拟的高效 GC-IBM，采用了沿所有离散方向对 Ghost-Cell 进行局部定向外推的方案。Zhang 等<sup>[68]</sup>提出了一种使用局部方向性的 GC-IBM 方法，基于有限体积求解器的动量插值法 (MIM) 模拟涉及固体几何的不可压缩的流动。Jost 等<sup>[69]</sup>提出了直角坐标网格的 GC-IBM 的线性/二次方移位方法，线性平方移位方法保证了最 stencil size 为 1，同时也提高了精度和收敛性，而二次平方移位方法在保持原有线性方法的 stencil size 为 2 的情况下提高了精度和收敛性。Choung 等<sup>[70]</sup>提出了非线性加权浸没边界方法 (NWIBM)，在 Ghost-Cell 中心值估算过程中结合了高阶和低阶多项式，以在 IBM 中获得适当的边界条件。Clain 等<sup>[71]</sup>提出场外数据重建方法，基于多项式重构较为精确地计算出 Ghost-Cell 的信息。

图3 GC-IBM 网格示意图<sup>[42]</sup>图4 GC-IBM 信息外推示意图<sup>[71]</sup>

除此之外，近年来还有很多其他浸没边界方法的衍生方法被发展和应用。例如 Qu 等<sup>[72]</sup>提出了一种稳定 Sharp-interface 浸没边界方法，用于数值研究可压缩和粘性流体与任意形状的静止或移动的刚性固体之间的高速流动。Kim 等<sup>[73]</sup>提出了一种弱耦合方法，与浸没边界方法结合用于处理固体与液体的低密度比的流固相互作用。Patel 等<sup>[74]</sup>提出了一种无插值的扩散界面浸没边界方法，用于模拟存在运动边界的多相流动。Maxian 等<sup>[75]</sup>提出了一种用于计算弹性壳表面连续力函数的方法，应用于毛细血管流动中的红细胞模型和细胞出血的三维模拟。Main 等<sup>[76-77]</sup>提出了一种类似于浸没边界法的用于嵌入域计算的有限元方法，应用边界条件的位置从真实边界转移到代用边界，并适当修改转移后的边界条件，弱化执行，以保持数值解的最佳收敛率，并且对该方法在线性平流-扩散方程和湍流不可压缩 Navier-Stokes 方程中做测试和分析。Casquero 等<sup>[78]</sup>提出了发散守恒的浸没边界（DCIB）方法来在离散水平上准确施加不可压缩性约束。Hosseinvandi 等<sup>[79]</sup>结合四阶紧凑有限差分方案和多尺度多网格（MSMG）方法，提出了一种高效和高阶

精确的 Sharp-interface 方法, 用于求解不规则域和非均匀网格上的泊松方程。Spandan 等<sup>[80]</sup>提出并测试了一种基于浸没边界方法的适用于高度湍流中涉及成千上万个可变形体的大规模模拟的框架。Xu 等<sup>[81]</sup>结合格子玻尔兹曼方法 (LBM) 和基于动态几何适应性笛卡尔网格系统的改进型浸没边界方法, 提出了用于求解中等和高雷诺数下的流固耦合 (FSI) 问题的计算框架。Luo 等<sup>[82]</sup>通过将拉格朗日点向内缩减到不同的距离来动态地修正有效水动力直径, 改进了直接力方法, 用于研究带颗粒的流动。Azis 等<sup>[83]</sup>基于平滑界面的直接强迫公式, 直接和隐含地使用离散化动量方程来计算在边界上强制执行无滑移条件所需的源项, 用于模拟非一致性、非结构化网格上不可压缩流动中的固体-流体界面行为。Wang 等<sup>[84]</sup>提出了一个流体力学应力模型, 重建了固体壁面的应力分布, 并应用于模拟与任意形状的有限尺寸颗粒相互作用的湍流。Zhu 等<sup>[85]</sup>提出了一种 Sharp-interface 的浸没边界方法的图形分区框架, 以提高其在大规模并行计算机上模拟内部流动的计算效率。Obeidat 等<sup>[86]</sup>提出了一种具有背景网格适应性的隐式边界粒子方法, 使用 Brinkman 惩罚法来模化域的边界, 并使用一种 remeshed particle 法来模拟高雷诺数的粘性流动, 在 N-S 方程中加入一个惩罚项, 以施加边界条件, 实现了对复杂几何形状流动的模拟。Marques 等<sup>[87]</sup>采用修正函数法 (CFM) 简化了对不与计算网格对齐的界面施加跳跃条件的问题。Jain 等<sup>[88]</sup>结合参考地图技术 (RMT) 开发了一种欧拉有限体积方法来模拟浸泡在流体中的不可压缩的超弹性固体。Nestola 等<sup>[89]</sup>提出了一个受浸没边界法启发的新框架, 用于预测浸没在层流、过渡流和湍流中的复杂结构的流体-结构相互作用。Nouveau 等<sup>[90]</sup>在嵌入边界法的基础上发展了移位边界法, 适用于求解如 Darcy 流、具有粗糙系数的热扩散问题等混合形式的椭圆扩散方程。Han 等<sup>[91]</sup>提出了一种欧拉-拉格朗日 (ELL) 方法来解决“大块的固体被浸泡在流体中”的流体-结构相互作用 (FSI) 问题。Kwon 等<sup>[92]</sup>将粗糙或不规则表面上视为随机场, 使用离散 (随机) 强迫的沉浸边界方法来解决所产生的随机流动问题。Puelz 等<sup>[93]</sup>将物理压力场分解为两个子压力场之和, 一个定义在整个计算域, 包括流体域和固体域, 另一个只定义在固体域, 解决了浸没边界有限元方法 (IBFE) 中流固边界压力不连续问题。Amiri 等<sup>[94]</sup>用经典的拉格朗日插值代替浸没边界方法中常用的 Kernel 函数插值, 从局部流场获得边界速度, 在二维流动测试中实现了 20%~30% 的精度提升。Bridel-Bertomeu<sup>[95]</sup>针对浸没边界附近强不连续的粘性可压流动, 基于加权的最小平方重建, 提出了一种浸没边界重建方法, 对高超声速流动

与实验一致性较好。Zhou 等<sup>[96]</sup>用直接力法模拟刚性颗粒流，导出并分析了流体和颗粒速度差的动态方程，对刚性颗粒流浸没边界法模拟的欧拉-拉格朗日体积重量匹配、时间步长和网格分辨率取值提供参考。Wang 等<sup>[97]</sup>提出了一种浸没有限体积元方法来解决笛卡尔网格上具有不连续扩散系数和 Sharp-edged 边界面的椭圆问题。Cai 等<sup>[98]</sup>将改进的笛卡尔网格上的沉降边界法和湍流壁模型的耦合。Egan 等<sup>[99]</sup>在 p4est 库的基础上发展了一种在八叉树网格上求解不可压缩 Navier-Stokes 方程的方法。Lin 等<sup>[100]</sup>提出了一种浸没边界投影方法，用于求解复杂几何形状刚体附近的流固耦合问题。Liu 等<sup>[101]</sup>提出了一种新的隐式强迫浸没边界（IFIB）方法来求解复杂几何形状刚体附近的不可压缩的粘性流动问题。Ma 等<sup>[102]</sup>提出了一种改进的用于高雷诺数大涡流模拟的混合浸没边界壁面模型方法，根据剪切应力的近壁平衡重建边界处的子网格粘度，从而纠正高雷诺数下壁面剪切应力的偏差。Rezghi 等<sup>[103]</sup>利用沉降边界层外的流速来估计边界速度，出了反外推法（CEM），提高了边界附近速度求解精度。Onishi 等<sup>[104]</sup>将无拓扑结构方法与浸没边界方法结合，提出了一种处理几何不封闭形状以及高度复杂几何形状问题的方法。Su 等<sup>[105]</sup>提出了一种基于网格线的浸没边界方法，用于模拟非贴体网格中的非稳定、不可压缩的流动。Constant 等<sup>[106]</sup>改进了用于模拟可压缩湍流的浸没边界方法，改进方法能够消除壁面附面层压力和摩擦系数的虚假震荡。Boustani 等<sup>[107]</sup>提出了一种利用高阶有限差分浸没边界法模拟几何存在大幅度非线性变形的薄壳结构与流体相互作用的方法。Qadeer 等<sup>[108]</sup>提出了基于浸没边界方法的平滑扩展方法(SFE)，能够扩展到任意阶精度，用于求解任意域上的椭圆方程。He 等<sup>[109]</sup>提出了一种小波浸没边界方法，通过引入小波有限元方法来计算受双变量耦合影响的流固耦合作用源项，用于求解具有双变量耦合的流固耦合问题。Thari 等<sup>[110]</sup>基于结构平衡方程的重复线性化提出了一个自适应的减阶模型，用于模拟具有复杂和非线性变形的流固耦合问题。Bourantas 等<sup>[111]</sup>提出了一种浸没边界有限元方法，用于求解复杂几何形状内部流动的不可压 N-S 方程。Cho 等<sup>[112]</sup>提出了一种在应力张量的法线投影和材料特性中具有跳跃不连续性的用于求解两相不可压 N-S 方程的浸没边界方法。Giannernas 等<sup>[113]</sup>提出了一种基于三维样条重建的高可扩展性的浸没边界方法，用于高保真模拟运动边界问题。Kasbaoui 等<sup>[114]</sup>利用时间积分方案拓展了直接力方法，用于直接模拟（DNS）层流和湍流的封闭容器 Von-Karman 流动。Mohammadi 等<sup>[115]</sup>将浸没边界方法引入到求解辐射传热方程中，用直接力方法模拟不规

则几何中的辐射传热问题。Shankar 等<sup>[116]</sup>提出了一个高阶径向基函数有限差分 (RBF-FD) 框架, 用于求解时变域上的平流-扩散方程。Kubo 等<sup>[117]</sup>基于水平集边界表达式和浸没边界法提出了一种雷诺平均 N-S (RANS) 方程的二维湍流拓扑优化方法。He 等<sup>[118]</sup>提出了一种基于浸没边界方法的流体-结构相互作用数值算法, 用于避免跨越薄型结构的非物理通量, 环节流动假穿透的问题, 并以之模拟空气-水两相流与薄型柔性结构之间的相互作用。Kou 等<sup>[119]</sup>基于体积惩罚浸没边界法 (VP-IBM) 结合高阶通量重构 (FR) 方法的数值优势, 提出用于移动几何体上的稳定和非稳定问题的新方法。Solano 等<sup>[120]</sup>提出了一种高阶不拟合的可混合的非连续 Galerkin 方法, 可用于求解具有弯曲边界的域  $\Omega$  中的 Oseen 方程。Thirumalaisamy 等<sup>[121]</sup>基于 VP-IBM 提出了一种为任意复杂边界构建通量强迫函数的方法, 并推导出满足 Neumann 和 Robin 边界条件的基于通量的体积惩罚 Poisson 方程。

综上而言, 浸没边界方法发展初期应用范围较窄, 精度较低, 对该方法的研究较少。在最近几年不断有大量新方法被提出, 发展出很多精度较高、应用范围较广的浸没边界方法。并且浸没边界方法被应用空气动力学、传热传质、流固耦合、多相流、颗粒流等各个方向, 在燃烧仿真领域也有初步应用<sup>[122]</sup>, 体现出浸没边界方法的实用性, 以及研究该方法对实现航空发动机燃烧室等复杂几何模型附近的流动与燃烧高保真数值模拟的重要性。

### 1.3 LES-TPDF 湍流燃烧模型发展现状

大涡模拟直接求解各向异性的大尺度涡, 模化各项同性强的小尺度涡, 能较精确地求解湍流流场, 是目前分析航空发动机内部气动热力特征的先进工具之一。

大涡模拟第一步就是把一切流动变量分为大尺度量与小尺度量两种, 这一过程也称为滤波。滤波运算的目的是滤掉高波数而保留低波数, 截断的最大波长由滤波函数的特征尺度决定, 目前较常用的滤波函数主要有两种: 盒式滤波函数 (BOX) 和高斯滤波函数。大涡模拟能较精确的模拟出大尺度的涡结构引起的流场变化, 同时能够为亚格子模型中所需的小尺度混合模型提供更多的信息, 湍流燃烧的大涡模拟可以得到比 RANS 方法更准确的速度场、组分和温度的分布<sup>[123]</sup>。因此, 大涡模拟在模拟有反应流一方面也得到了越来越多的重视。

将滤波函数作用于 N-S 方程后，会出现无法直接求解的二阶矩变量，将其分解后出现一项不封闭项，即为亚网格应力。亚网格应力体现了小尺度涡对大尺度涡的影响。对于该应力项，常用的封闭模型是涡粘性模型。最早被提出，也是最具代表性的为 Smagorinsky 模型<sup>[124]</sup>。该模型与 RANS 封闭平均项的方法类似。然而实际使用证明，Smagorinsky 模型的涡粘系数导致了湍动能耗散过大的问题。涡粘性模型是湍流各向同性的模型，然而湍流过程中大尺度脉动是不可能平衡的，亚网格应力与大尺度的变形率张量也不成正比。而后 Germano 等人<sup>[123]</sup>提出了一种动态模型来确定涡粘系数。Lilly<sup>[125]</sup>在此基础上用最小二乘法封闭假设与实际应力之间的差距，这种改进舍去了一些求解过程中的奇异项，可以增强模型的应用性，同时动态求解 Smagorinsky 常数，具有涡粘模型的优点，而克服了原始 Smagorinsky 模型的缺点。这种改进的亚网格模型称为 Smagorinsky-Lilly 模型。动态地计算 Smagorinsky 常数大约需要额外 30~40% 的计算量，但是模拟精度较高。

许多学者对不同的亚网格模型进行了探索与改进。Kim 等人<sup>[126]</sup>使用输运方程求解湍动能，结果较 Germano 模型的动态求解系数的表达式中出现小分母的情况大大减少。Kim 的模型基于亚网格动能，所以求解过程中可以避免负系数的出现，同时也增加了计算量。Furby<sup>[127]</sup>认为对于非反应流动，如果网格足够细，则亚网格模型对于统计量的影响较小。王兵等<sup>[128]</sup>采用大涡模拟研究了台阶流流场中的涡演变过程。并在此基础上研究了常用的六种亚网格模式：标准 Smagorinsky 模式，衰减修正的 Smagorinsky 模式，梯度模式，动态涡粘性模式，动态 Clark 模式，结构函数模式。将这六种模式从回流区长度，计算时间及结果准确度等不同方面进行了比较。俞建阳等<sup>[129]</sup>对比讨论了四种不同亚网格模型的计算原理和仿真特性，对凸包流场进行了研究。模拟结果表明 WALE 模型和 KET 模型比较准确，且 Smagorinsky-Lilly 模型耗散偏大，WMLES 耗散严重。

对不同的湍流燃烧模型，许多研究者做了很多工作进行检验与比较。徐榕等<sup>[130]</sup>使用四种常见的湍流燃烧模型：E-A 模型，EDC 模型，SOM-PDF 模型，Flamelet 模型，对航空发动机旋流器环形燃烧室进行了模拟，得到了四种模型所得流场结果并与实验结果进行了对比，分析了各模型计算结果在温度分布、污染物排放等方面的情况。周力行<sup>[131]</sup>对甲烷-空气旋流扩散燃烧分别使用 Smagorinsky-Lilly 亚网格应力模型，SOM 亚网格燃烧模型和 EBU 燃烧模型进行了大涡模拟，使用雷诺应力模型和 SOM 燃烧模型进行了

RANS 模拟，对 LES 统计结果和 RANS 模拟结果进行了实验检验，结果显示 LES-SOM 模拟结果与实验值符合最好，体现了 LES 的模拟优势。

对 PDF 方法进行求解始于 1969 年，Lundgren<sup>[132]</sup>首先推导、模化并计算了速度的联合 PDF 的输运方程。他在计算过程中，对方程中的联合概率分布项采取了松弛方法，并对简单的流动过程得到了解析解。标量的联合 PDF 输运方程由 Dopazo 和 O'Brien<sup>[133]</sup>以及 Pope 等<sup>[134]</sup>推导求解。PDF 输运方程中具有封闭的化学反应源项，可以计算任何复杂的化学反应机理。Möbus 等<sup>[135]</sup>用速度-湍流频率-压力-内能联合 PDF 对超声速湍流火焰进行研究，其计算结果比层流小火焰模型更准确。标量的联合 PDF 方程在研究和有化学反应问题上具有很大优势，但在湍流流场的计算上存在困难。考虑到 LES 在模拟湍流流场方面的诸多优点，将 PDF 和 LES 相结合正在逐渐成为新的研究趋势。Givi<sup>[136]</sup>最早提出可以用 PDF 的思想对 LES 过滤后的化学反应速率项进行封闭，并研究了化学平衡状态下的流动。Jones<sup>[137]</sup>采用 PDF 和 LES 相结合的方式，利用欧拉随机场法对甲烷值班火焰 Flame D-F 进行了数值模拟，研究了熄火和复燃现象，模拟结果具有很好的精度。这些研究结果说明 LES-PDF 模型具有很好的探索价值。

随着 PDF 输运方程模型在国外日渐广泛的得到应用，一部分国内的学者也开始了对 PDF 输运方程模型的研究和应用。陈义良<sup>[138]</sup>最先利用 PDF 输运方程对甲烷湍流射流火焰进行了数值模拟，研究了 NOx 的排放。他与 Pope<sup>[139]</sup>从雷诺数流动中耗散率满足对数正态分布的假设出发，推导出湍动能耗散的随机模型，进而发展了湍流速度-耗散率-标量联合概率密度函数的输运方程。

对于 PDF 输运方程，一般无法使用有限元或有限体积法进行计算，使用 Monte Carlo 方法是一个合适的选择。在 1970 年代，Pope<sup>[140]</sup>做出了开创性的工作。Pope 证明了在 Monte Carlo 方法中计算量与 PDF 维数仅仅是线性关系，而不是有限体积法中的指数关系，并且证明了该方法可以处理多变量联合 PDF 的情况。Monte Carlo 方法的计算程序结构清晰，容易在求解输运方程的过程中统计中间结果。但该方法也存在缺点，例如收敛可能会较慢，并且误差随粒子增多反而减小速度变慢，导致高精度要求下的计算量会非常大。

Muradoglu 和 Pope<sup>[141]</sup>开发出了一种完全采用欧拉的方法求解 PDF 方程，通过推导与联合 PDF 输运方程等价的随机偏微分方程，得到了标量的欧拉随机场。这个随机场函

数在网格节点附近是连续二阶可微的，因此在计算统计矩时避免了空间的抽样误差，这也是欧拉随机场方法的优势之一。而且欧拉随机场法与传统的欧拉求解器有良好的兼容性。目前，该方法已经成功地应用于研究各种火焰及其点火熄火特性。Jones<sup>[142]</sup>采用 LES-PDF 的随机场解法模拟了氢气抬举火焰实验，结果成功体现出火焰部分预混以及局部熄火的特性，与实验值十分接近。

综上所述，大涡模拟结合概率密度函数输运方程湍流燃烧模型能够准确地模拟湍流燃烧现象，相较于 DNS 其计算量在工程中可接受的范围内，且 LES-TPDF 模型应用于燃烧室的高网格密度需求与浸没边界法一致，适合应用于燃烧室内的湍流燃烧模拟。

## 1.4 本文主要工作

针对 LES-TPDF 两相湍流燃烧模型，开展浸没边界方法及配套网格标记生成方法研究。在 AECSC 算法的基础上开发基于浸没边界方法的航空发动机燃烧室模拟软件 (Aero engine combustor simulation code based on immersed boundary method, AECSC-IBM) <sup>[143]</sup>，并模拟多个算例检验新软件应用于燃烧室数值模拟中的可行性。

首先推导由光线追踪中常用的 Möller-Trumbore 算法发展而来的 IBM 网格标记高效并行生成算法，以及 LES-TPDF 模型结合曲线坐标系下的隐式 IBM 的湍流燃烧模拟算法。在以上研究的基础上，为提高边界附近的精度，进一步探索研究针对于离散控制方程组，将边界网格局部重构为贴体网格，从而将包含精确壁面位置和边界法向量的边界条件施加于离散形式控制方程组的系数矩阵上，最后反变换得到需要求解的线性方程组的新方法，分析其原理并通过算例模拟探究其可行性。为了实现复杂结构燃烧室内的两相燃烧模拟，求解雾化后燃油液滴在壁面附近的反弹、黏附等运动状态，基于与网格标记生成相似的方法发展非贴体网格粒子追踪算法。

其后采用圆柱绕流和射流火焰算例，分别测试该软件应用于壁面附近流动模拟和简单几何内的湍流燃烧模拟的准确性。为检验该软件应用于工程中真实燃烧室模拟的效果，进一步模拟三角钝体后方的预混火焰、带双级旋流器的模型燃烧室中的两相湍流燃烧以及某型号真实燃烧室的单头部模型中的两相湍流燃烧。初步验证基于 LES-TPDF 两相湍流燃烧模型的浸没边界方法应用于航空发动机燃烧室数值模拟的可行性，为后续研究提供软件工具和算法基础。

## 第二章 AECSC-IBM 原理与算法

### 2.1 IBM 网格标记生成算法

IBM 基于网格标记识别几何模型并将壁面对流体的作用模化为彻体力。针对任意多连通域复杂几何结构的 IBM 网格标记生成算法是 IBM 应用于航空发动机燃烧室高保真数值模拟的基础。

在 AECSC-IBM 的网格标记生成算法中，参考光线追踪中常用的 Möller-Trumbore 算法<sup>[144]</sup>，基于计算域背景网格扫描 STL (Stereolithography) 格式的几何模型，根据扫描线与几何模型交点位置判断并设定扫描线上网格点的 IBM 网格标记。

#### 2.1.1 几何模型离散为三角面网格

网格标记生成时，需要先将燃烧室固体域几何（或是流体计算域几何）文件离散为三角面网格文件。STL 格式简单易输出，在 CAM (Computer-aided manufacturing) (如 3D 打印) 中广为应用。常见三维建模软件如 AutoCAD、CATIA、UG、Solidworks、Pro/E、Cimatron 等，乃至 Windows 附带的“画图 3D”都支持 STL 文件的编辑、转换和输出。二进制 STL 文件格式如下图 5 所示，AECSC-IBM 中读取并扫描该格式的三角面网格文件。

```

UINT8[80] - 标头 - 80 字节
UINT32 - 三角形数 - 4 个字节
foreach 三角形 - 50 个字节:
    REAL32[3] - 法线向量 - 12 字节
    REAL32[3] - 顶点 1 - 12 字节
    REAL32[3] - 顶点 2 - 12 字节
    REAL32[3] - 顶点 3 - 12 字节
    UINT16 - 属性字节数 - 2 个字节

```

STL文件格式

图 5 STL 文件格式示意图

以某型全环形航空发动机燃烧室的单头部模型为例，其三维几何模型透视图如 6 所示，将该模型输出为 STL 格式，得到的三角面网格（对图片中旋流器部分进行了局部高斯模糊处理）如图 7 所示。

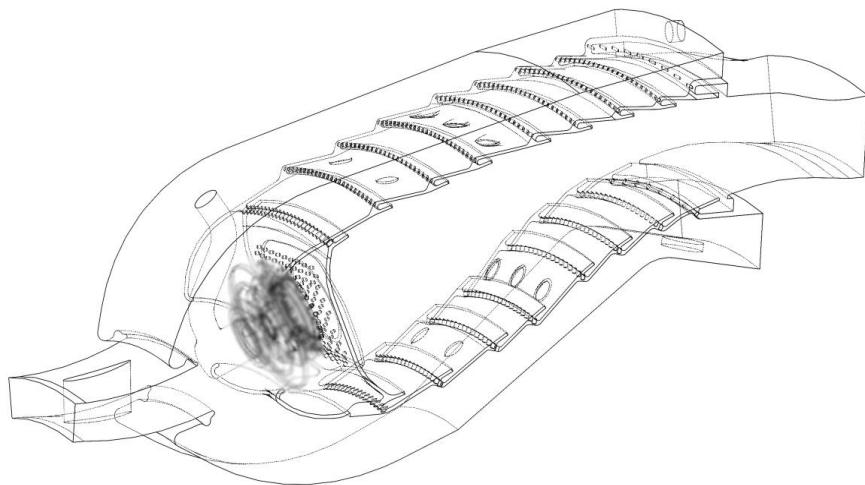


图 6 单头部燃烧室三维模型透视图

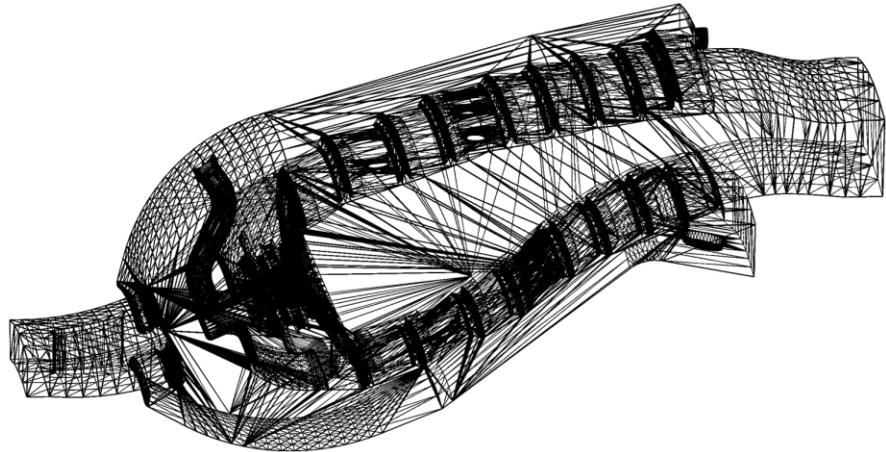


图 7 单头部燃烧室三角面网格

值得注意的是，在导出 STL 文件格式时，可在选项中设置不转换到坐标值为正数的坐标系并且调整三角面网格的精度，模型的坐标和单位应与计算域背景网格一致，而三角面网格的精度将影响扫描生成 IBM 网格标记时的精度。

### 2.1.2 划分计算域背景网格

IBM 的计算域背景网格往往包含流体网格点和固体网格点，两种网格点采用同样的控制方程求解。背景网格为利用商业软件 ICEM CFD 生成的分块结构网格。燃烧室模拟一般为多连通域内流问题，流体计算域被固体壁面包裹，生成网格时需要使背景网格完全覆盖流体计算域。由于划分计算域背景网格时可以不考虑计算域具体形状以及薄壁和小孔等详细几何结构，因此大幅简化了网格生成工作，并能保证并行分块均匀（每个分块中网格数完全相同）从而保证较高的并行效率。

同样以上文中的单头部燃烧室模型为例，针对该模型可采用如图 8 所示 512 分块的

笛卡尔网格作为计算域背景网格。

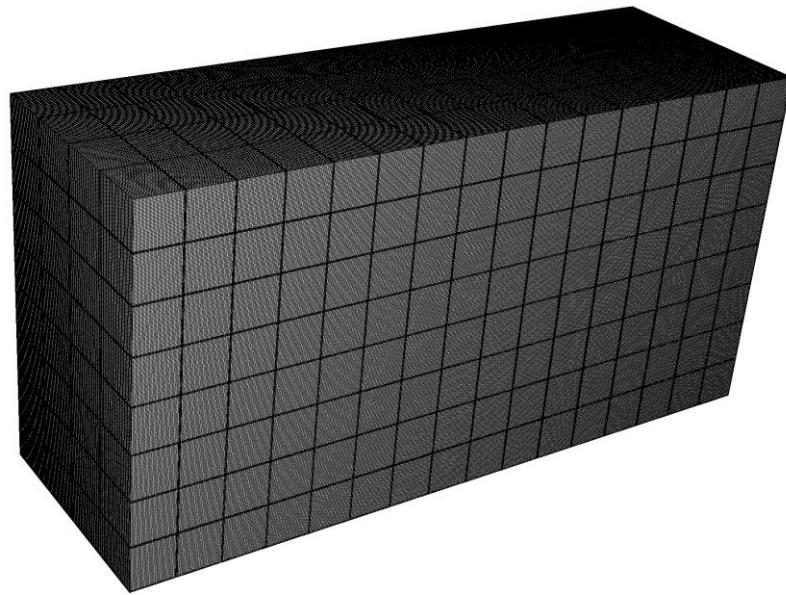


图 8 单头部燃烧室分块笛卡尔网格

AECSC-IBM 软件中结合 IBM 与坐标变换，因此也可以采用曲线坐标系下的分块结构网格作为计算域背景网格，一个适用于单头部燃烧室模型的 512 分块曲线坐标系网格示例如图 9 所示。

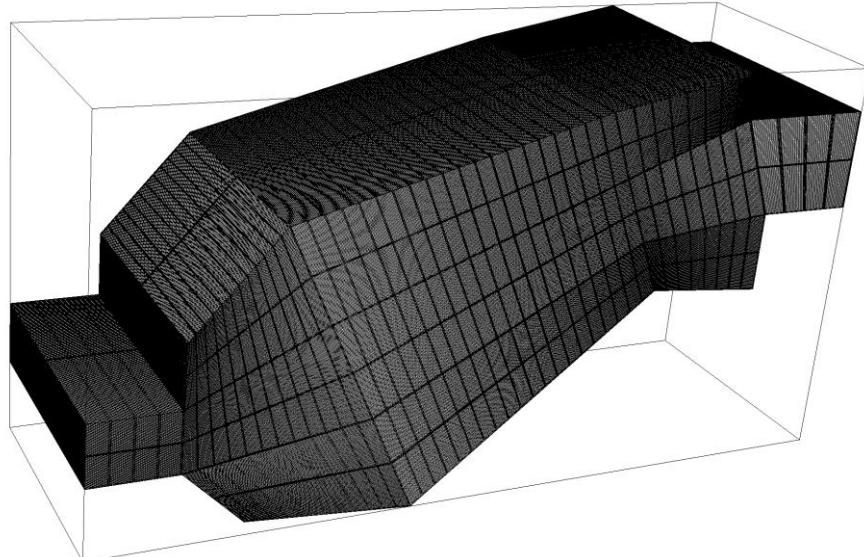


图 9 单头部燃烧室曲线坐标系网格

燃烧室模拟为复杂多连通域内流问题，IBM 中流固网格点均位于计算域内，均需求解。对于外部流动问题，计算域中的固体点往往较少，而类似单头部燃烧室的复杂结构内流问题，采用曲线坐标系的计算域网格能够大幅减少固体网格点占比，提高效率并节约计算资源。

值得一提的是划分计算域背景网格时，为了加速扫描和生成 IBM 网格标记过程，采用曲线坐标系网格时应尽量保留一条直线坐标轴。以上文中单头部燃烧室曲线坐标系网格为例，与物理空间坐标轴 X、Y、Z 对应的曲线坐标系坐标轴分别为  $\zeta_1$ 、 $\zeta_2$ 、 $\zeta_3$ ，其中 X-Y 平面内的  $\zeta_1$  和  $\zeta_2$  为曲线坐标轴，而  $\zeta_3$  则为与 Z 轴平行的直线坐标轴。这样处理在扫描并生成网格标记时可统一取 Z 轴方向为扫描射线方向，任一 X-Y 平面内的网格点为起点生成扫描线，扫描一次即可求解扫描射线上所有网格点的 IBM 网格标记，这种情况下扫描次数为 X-Y 二维平面内的网格点数。若  $\zeta_1$ 、 $\zeta_2$ 、 $\zeta_3$  坐标轴均为曲线，则需要逐点扫描 X-Y-Z 三维空间内的所有网格点，可导致网格标记速度大幅下降。

### 2.1.3 扫描并生成网格标记

上文中获得了离散成三角面网格的几何模型以及划分好的计算域背景网格，需要扫描几何模型的三角面网格并标记计算域背景网格的流固情况，并且需求解流固交界网格对应的壁面法向量和壁面精确位置，用于求解两相液滴粒子轨迹以及为更高精度的方法提供壁面信息。STL 几何体可看作三角面的集合，扫描几何模型的本质是求解模型上所有三角面与扫描线的交点。AECSC-IBM 中将光线追踪常用的 Möller-Trumbore 算法中的扫描射线改为无限长扫描直线，按背景网格分块并行扫描 STL 几何体。

扫描时，首先需要判断背景网格的坐标系中是否存在直线坐标轴，若存在，则可沿该坐标轴方向整体扫描背景网格点，若不存在，则需要逐点扫描。假设背景网格中存在方向为  $\mathbf{D}$  的直线坐标轴（逐点扫描时  $\mathbf{D}$  可取任意方向），选取计算域中垂直于该坐标轴的任意平面，遍历扫描该平面上所有点。设  $\mathbf{O}_n = (X_n, Y_n, Z_n)$  为该平面上的一点，则可生成扫描直线  $\mathbf{P}_n$ ，记为：

$$\mathbf{P}_n = \mathbf{O}_n + t\mathbf{D} \quad (2.1)$$

其中  $t$  为任意实数。之后根据扫描起始点  $\mathbf{O}_n$  的坐标，筛选构成几何模型对应的三角面集合中可能与扫描线有交点的元素，将模型中所有三角面组成的集合记为  $\mathbf{T}$ ， $\mathbf{T} = [t_1, t_2, \dots, t_m, \dots, t_M]$ ，其中第  $m$  个三角形可用三个顶点表示为  $t_m = [\mathbf{P}_{1m}, \mathbf{P}_{2m}, \mathbf{P}_{3m}]$ 。设沿 Z 轴方向扫描， $\mathbf{D} = (0, 0, 1)$ ， $\mathbf{P}_{1m}, \mathbf{P}_{2m}, \mathbf{P}_{3m}$  三点中的 X 坐标范围为  $X_{\min} \leq X_{i,m} \leq X_{\max}$ ，Y 坐标范围为  $Y_{\min} \leq Y_{i,m} \leq Y_{\max}$ ，则筛选可能存在交点的三角形的条件为  $X_{\min} \leq X_n \leq X_{\max}$  且

$Y_{\min} \leq Y_n \leq Y_{\max}$ 。

取筛选后的三角形所在平面与  $\mathbf{P}_n$  求交点：

$$\mathbf{O}_n + t_m \mathbf{D} = (1-b_1-b_2)\mathbf{P}_{1m} + b_1\mathbf{P}_{2m} + b_2\mathbf{P}_{3m} \quad (2.2)$$

其中， $b_1$  和  $b_2$  为任意实数，式(2.2)可写为：

$$[-\mathbf{D}, (\mathbf{P}_{2m}-\mathbf{P}_{1m}), (\mathbf{P}_{3m}-\mathbf{P}_{1m})] \cdot \begin{bmatrix} t_m \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \mathbf{O}_n - \mathbf{P}_{1m} \quad (2.3)$$

应用 Cramer 法则，得：

$$t_m = \frac{\det([(\mathbf{O}_n-\mathbf{P}_{1m}), (\mathbf{P}_{2m}-\mathbf{P}_{1m}), (\mathbf{P}_{3m}-\mathbf{P}_{1m})])}{\det([-D, (\mathbf{P}_{2m}-\mathbf{P}_{1m}), (\mathbf{P}_{3m}-\mathbf{P}_{1m})])} \quad (2.4)$$

由向量混合积，得：

$$t_m = \frac{(\mathbf{P}_{2m}-\mathbf{P}_{1m}) \cdot (\mathbf{D} \times (\mathbf{P}_{3m}-\mathbf{P}_{1m}))}{(\mathbf{P}_{3m}-\mathbf{P}_{1m}) \cdot ((\mathbf{O}_n-\mathbf{P}_{1m}) \times (\mathbf{P}_{2m}-\mathbf{P}_{1m}))} \quad (2.5)$$

令：

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{P}_{2m} - \mathbf{P}_{1m} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{P}_{3m} - \mathbf{P}_{2m} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{O}_n - \mathbf{P}_{1m} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{D} \times \mathbf{E}_2 \quad (2.9)$$

$$\mathbf{S}_2 = \mathbf{S} \times \mathbf{E}_1 \quad (2.10)$$

则有：

$$t_m = \frac{\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{S}_2}{\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{S}_1} \quad (2.11)$$

同理，可得：

$$b_1 = \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}_1}{\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{S}_1} \quad (2.12)$$

$$b_2 = \frac{\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{S}_2}{\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{S}_1} \quad (2.13)$$

得到  $t, b_1, b_2$  的值后，判断其是否满足条件：

$$\begin{cases} b_1 \geq 0 \\ b_2 \geq 0 \\ b_1 + b_2 \leq 1 \end{cases} \quad (2.14)$$

若满足，则扫描线  $\mathbf{P}_n$  与当前三角面存在交点，且交点坐标为  $\mathbf{P}_{n,m} = \mathbf{O}_n + t_m \mathbf{D}$ 。检查之前对其他三角面的求交点结果中是否存在位置相同( $t$ 的值相同)的交点，若存在位置相同的交点，则存在两种情况。

第一种情况为交点  $P_{n,m}$  对应新三角面  $t_{n,m}$  的法向量  $N_{n,m}$  与旧三角面  $t_{n,m_{\text{old}}}$  的法向量  $P_{n,m}$  在扫描线上的投影方向相同, 即:

$$(N_{n,m_{\text{old}}} \cdot O_n) \cdot (N_{n,m} \cdot O_n) > 0 \quad (2.15)$$

此时扫描线穿过模型内部, 如图 10 所示, 扫描线经  $P_{n,m}$  穿入模型内部, 该交点有效, 存储交点对应的  $t_m$  值以及对应三角面的法向量。

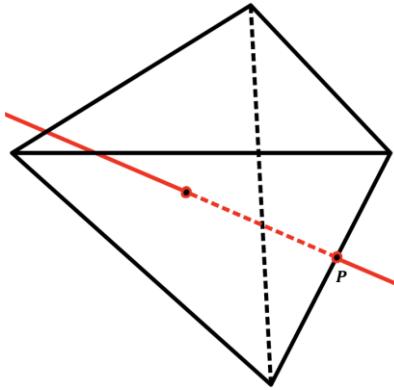


图 10 扫描线穿入模型内部示意图

第二种情况为新三角面法向量  $N_{n,m}$  与旧三角面法向量  $N_{n,m_{\text{old}}}$  在扫描线上的投影方向相反, 即:

$$(N_{n,m} \cdot O_n) \cdot (N_{n,m_{\text{old}}} \cdot O_n) < 0 \quad (2.16)$$

此时扫描线与模型擦边而过, 如图 11 所示, 扫描线经  $P_{n,m}$  不穿入模型内部, 该交点无效, 舍弃。

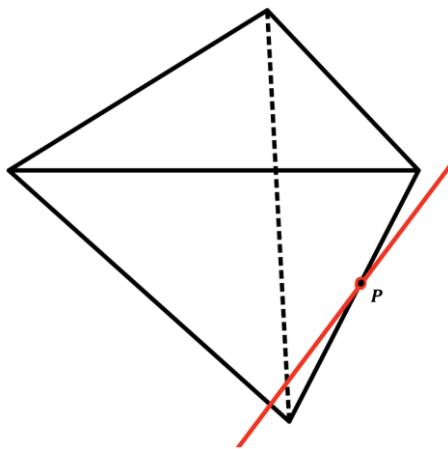


图 11 扫描线与模型擦边而过示意图

遍历全部可能与扫描线存在交点的三角面后, 根据交点集合判定扫描线上全部网

格点的流固情况。扫描线上的任一网格点可表示为  $\mathbf{P}_{n,g} = \mathbf{O}_n + t_g \mathbf{D}$ , 若在按  $t$  值由小到大(或由大到小)排序的交点集合  $[t_1, t_2, \dots]$  中存在  $t_\alpha$ , 使得:

$$t_\alpha \leq t_g < t_{\alpha+1} \quad (2.17)$$

若  $\alpha$  为奇数, 则点  $\mathbf{P}_{n,g}$  位于模型内部; 若不存在这样的  $\alpha$ , 或  $\alpha$  为偶数, 则点  $\mathbf{P}_{n,g}$  位于模型外部。参考模型实体部分的流固情况设定该点的流固标记, 如图 12 所示。

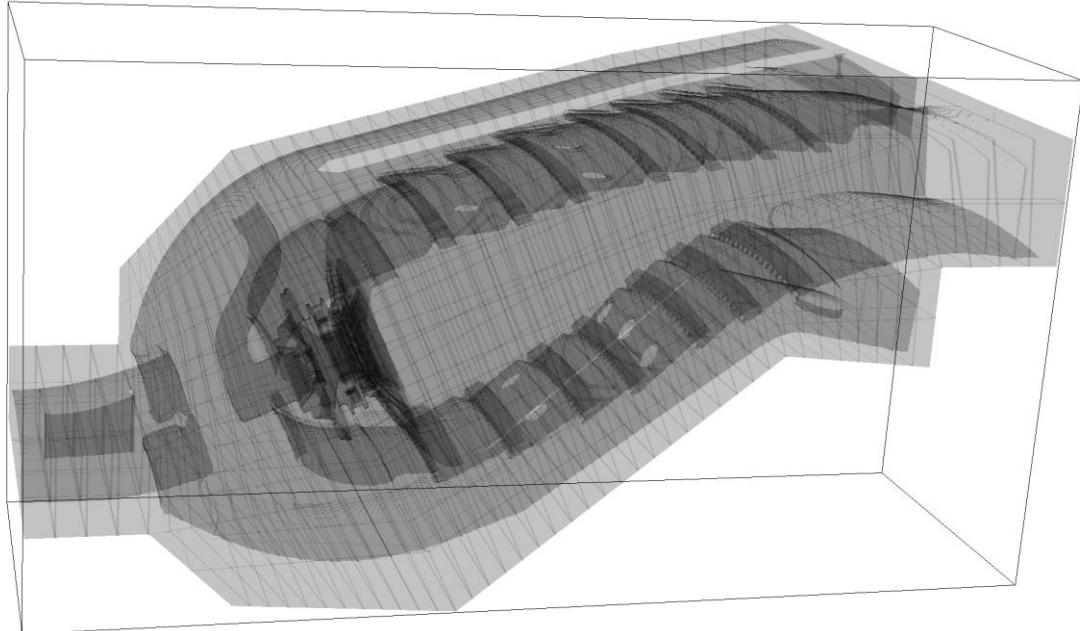


图 12 单头部燃烧室三维网格标记图

若网格上的当前点  $\mathbf{P}_{n,g}$  为流体点, 而按  $t$  排序的下一个点  $\mathbf{P}_{n,g+1} = \mathbf{O}_n + t_{g+1} \mathbf{D}$  为固体点, 则记录当前点  $\mathbf{P}_{n,g}$  的法向量, 作为边界法向量。

## 2.2 基于 IBM 的 LES-TPDF 原理与算法

湍流燃烧模拟需要求解 N-S (Navier-Stokes) 方程组和标量输运方程。浸没边界方法的目标是为以上方程组提供边界条件, 实质是在动量方程 (N-S 方程) 中加入彻体力项, 将物理边界模化为力场。彻体力项的形式可以是多种多样的: 可在直接求解偏微分方程中的彻体力项, 也可在离散后的动量方程中以显式或隐式加入; 可以只处理靠近固体壁面的第一层流体网格, 也可将彻体力分散至流体内部的网格点, 乃至在流体外部(固体区域) 设置虚拟网格点来求解。

### 2.2.1 控制方程组

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + f_{\text{IBM}_i}(\mathbf{x}, t) \quad (2.19)$$

式(2.18)为连续方程。式(2.19)为动量方程，其中 $\tau_{ij}$ 表示应力张量， $\tau_{ij}=2\mu S_{ij}-\frac{2}{3}\mu S_{kk}\delta_{ij}$ ；

$f_{\text{IBM}_i}(\mathbf{x}, t)$ 表示 IBM 彻体力在*i*方向上的分量，与固体边界实际形状和位置有关。

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R^0 T}{W} \quad (2.20)$$

连续方程和动量方程中的密度 $\rho$ 都是未知量，式(2.20)为密度状态方程，该方程将未知数 $\rho$ 转变为温度 $T$ ，再结合混合物焓守恒方程求解，在燃烧模拟中，化学反应引起的温度变化远高于湍流流动能量耗散引起的温度变化，因此常忽略动能耗散引起的温升。

$$\frac{\partial \rho Y_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j Y_\alpha}{\partial x_j} = -\frac{\partial J_{\alpha,j}}{\partial x_i} + \rho \dot{\omega}_\alpha(\mathbf{Y}, T) \quad (2.21)$$

式(2.21)为物质浓度的标量输运方程，其中 $\mathbf{Y}$ 为 $N_{sp}$ 种组分的质量分数组成的数组 $N_{sp}$

维向量， $\mathbf{Y}=[Y_1, Y_2, \dots, Y_{N_{sp}}]$ ； $\frac{\partial J_{\alpha,j}}{\partial x_i}$ 为标量的扩散项，应用 Fick 定律<sup>[145]</sup>（忽略温度梯度、压力梯度和体积力引起的扩散）可将 $J_{\alpha,j}$ 表示为 $J_{\alpha,j}=-\rho D_\alpha \frac{\partial Y_\alpha}{\partial x_j}$ ，再应用等扩散系数假设 $(D_1=D_2=\dots=D)$ 可得到：

$$\frac{\partial \rho Y_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j Y_\alpha}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} [\rho D \frac{\partial Y_\alpha}{\partial x_j}] + \rho \dot{\omega}_\alpha(\mathbf{Y}, T) \quad (2.22)$$

其中 $D$ 为混合物的等效扩散系数<sup>[146]</sup>，与 Schmidt 数 ( $\sigma=\frac{\mu}{\rho D}$ ) 有关， $\rho D=\frac{\mu}{\sigma}$ ； $\dot{\omega}_\alpha(\mathbf{Y}, T)$  表示物种 $\alpha$ 的生成率。LES-TPDF 湍流燃烧模型中关注所有物种的生成和输运，常需求解大量( $N_{sp}$ 个)物种组分输运方程，其优点在于可以得到所有物种的精确分布，得到求解化学反应率时所需的全部信息。

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j h}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial t} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \dot{q} \quad (2.23)$$

式(2.23)为混合物焓守恒方程，其中 $\frac{\partial p}{\partial t}$ 为控制体内压强随时间的变化，在燃气轮机燃烧室中，压强的空间分布随时间变化较小，因此该项可忽略（在活塞式发动机等压强随时间变化大的情况下不能忽略）； $\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ 表示粘性耗散的加热作用，在以化学反应放热为主

的燃烧模拟中可忽略;  $\frac{\partial q_j}{\partial x_j}$  包括由 Fourier 定律求解的热扩散和物种组分扩散的作用,  $\frac{\partial q_j}{\partial x_j} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} + \rho D \sum_{\alpha=1}^{N_{sp}} h_\alpha \frac{\partial Y_\alpha}{\partial x_j}$ ;  $\dot{q}$  包含辐射、点火等外加热源; 碳氢燃料的燃烧反应中可认为 Lewis 数  $Le = \frac{\sigma}{Pr} = 1$ 。由上述对混合物焓守恒方程简化可得实际求解的焓守恒方程:

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j h}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu}{\sigma} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) + \dot{q} \quad (2.24)$$

在 AECSC-IBM 的湍流燃烧模拟中, 上述方程可被分为两部分: 第一部分为利用动量方程(2.19)和连续方程(2.18)求解流场; 第二部分为利用物质浓度输运方程(2.22)和混合物焓守恒方程(2.23)求解物质浓度场和温度场。这两个部分通过状态方程(2.20)联系并异步求解。

与为每个方程 (都建立一套离散与求解的方案相比, 在算法设计和程序实现时更希望能用统一的形式离散和求解全部控制方程。首先将物质浓度与混合物焓值合并为  $N_{sc}$  维向量  $\phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{N_{sp}}, \phi_{N_{sc}}]$ , 其中  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{N_{sp}}$  为  $N_{sp}$  种物质的浓度,  $\phi_{N_{sc}}$  表示焓值 ( $N_{sc} = N_{sp} + 1$ )。显然, 物质浓度输运方程(2.22)和混合物焓守恒方程(2.23)可以合并为标量输运方程:

$$\frac{\partial \rho \phi_a}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \phi_a}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\mu}{\sigma} \frac{\partial \phi_a}{\partial x_j} \right) + \rho \dot{\omega}_a(\phi, T) \quad (2.25)$$

方程(2.18)、(2.19)和(2.25)都可以用一种通用的形式表示:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S \quad (2.26)$$

在通用形式控制方程(2.26)中,  $\phi$  表示通用变量 (与上文中的标量组成的  $N_{sc}$  维向量  $\phi$  不同,  $\phi$  用于表示速度分量或物质浓度、混合物焓等单个标量),  $\Gamma$  为广义扩散系数,  $S$  为广义源项, 其与方程(2.18)、(2.19)和(2.25)中变量的对应关系如表 1 所示。

表 1 通用控制方程与各方程的变量对应

对应方程	$\phi$	$\Gamma$	$S$
连续方程	1	0	0
动量方程	$u_i$	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + f_{IBM}(x, t)$
标量输运方程	$\phi_\alpha$	$\frac{\mu}{\sigma}$	$\rho \dot{\omega}_\alpha(\phi, T)$

以积分形式的通用控制方程为基础, 在对流项中引入离散格式, 节点物理量  $\phi_p$ 、

$\phi_N$ 、 $\phi_S$ 、 $\phi_W$ 、 $\phi_E$ 、 $\phi_L$ 、 $\phi_R$ 和界面物理量 $\phi_n$ 、 $\phi_s$ 、 $\phi_w$ 、 $\phi_e$ 、 $\phi_l$ 、 $\phi_r$ 的位置定义如图 13 所示，当前网格点为 P。

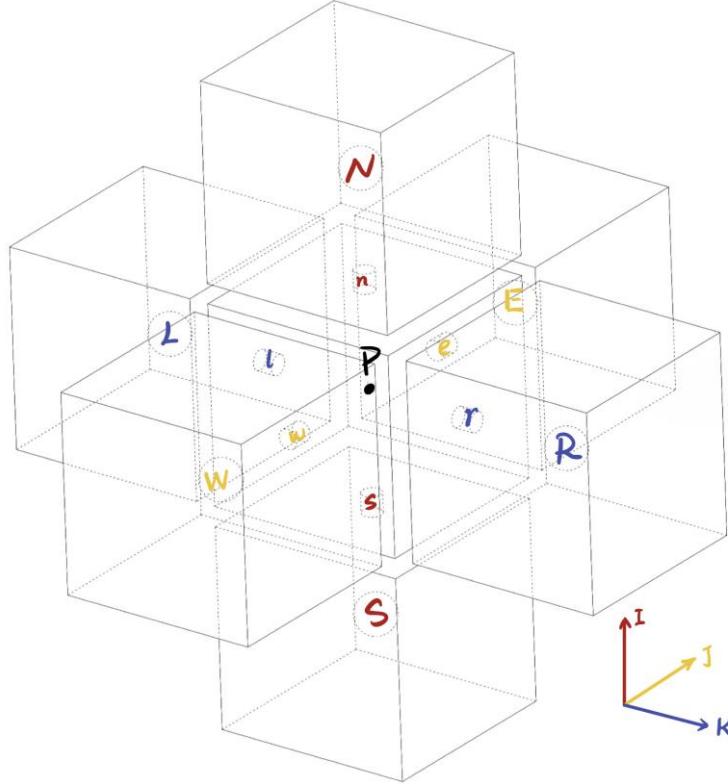


图 13 节点与界面位置标记

积分形式的通用变量 $\phi$ 的对流项可离散为：

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \phi) dV dt = \int_t^{t+\Delta t} ((\rho \mathbf{u} \phi A)_n - (\rho \mathbf{u} \phi A)_s + (\rho \mathbf{u} \phi A)_e - (\rho \mathbf{u} \phi A)_w + (\rho \mathbf{u} \phi A)_r - (\rho \mathbf{u} \phi A)_l) dt \quad (2.27)$$

积分形式的通用变量 $\phi$ 的扩散项可离散为：

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV dt &= \int_t^{t+\Delta t} ((\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x})_n - (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x})_s + (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x})_e - (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x})_w + (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x})_r - (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x})_l) dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} ((\Gamma_n A_n \frac{\phi_N - \phi_P}{(\Delta x)_n}) - (\Gamma_s A_s \frac{\phi_S - \phi_P}{(\Delta x)_s}) + (\Gamma_e A_e \frac{\phi_E - \phi_P}{(\Delta x)_e}) - (\Gamma_w A_w \frac{\phi_W - \phi_P}{(\Delta x)_w}) + (\Gamma_r A_r \frac{\phi_R - \phi_P}{(\Delta x)_r}) - (\Gamma_l A_l \frac{\phi_L - \phi_P}{(\Delta x)_l})) dt \end{aligned} \quad (2.28)$$

积分形式瞬态项为：

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV dt = \int_{\Delta V} \left( \int_t^{t+\Delta t} \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \right) dV = \rho^0 (\phi_P - \phi_P^0) \Delta V \quad (2.29)$$

引入源项线性化，将源项分为显式求解的 $S_c$ 和隐式求解的 $S_P \phi_P$ ，即 $S = S_c + S_P \phi_P$ ，积分形式的源项为：

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} S dV dt = \int_t^{t+\Delta t} (S_c \Delta V + S_p \phi_p \Delta V) dt \quad (2.30)$$

## 2.2.2 大涡模拟原理与算法

燃烧室中湍流流场模拟的难点之一在于湍流中涡的尺度跨度大，若采用直接模拟(DNS)则需要求解所有尺度的信息，采用LES时用低通滤波器过滤掉尺度小于滤波尺度的涡，直接模拟尺度大的涡，并用亚网格模型模化小尺度涡对大尺度涡的影响，减少了计算量。相比雷诺平均方程(RANS)流动模拟方法，LES不采用系综平均，而是在N-S方程组中应用空间滤波器，能够较准确地求解速度、压力、浓度等物理量的脉动等瞬态特性。

通用标量 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 的滤波可定义为该标量与滤波函数 $G$ 的卷积：

$$\bar{\phi}(\mathbf{x}, t) = \int_{\Omega} G(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; \Delta(\mathbf{x})) \phi(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' \quad (2.31)$$

AECSC-IBM中采用盒式滤波器，是一个积分结果为1的分段函数，如图14所示。盒式滤波的实质是求标量在控制体体积内的平均值，常用于有限体积法(FVM)，式(2.32)为其数学形式。与系综平均不同，二次滤波会产生额外的平滑效果，即 $\bar{\bar{\phi}} \neq \bar{\phi}$ 。

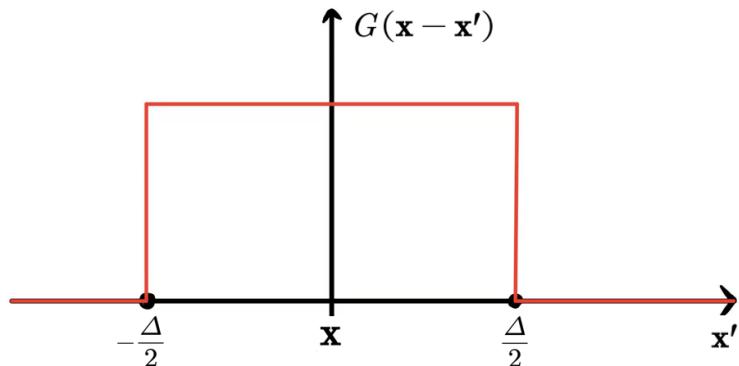


图14 盒式滤波器示意图

$$G(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; \Delta(\mathbf{x})) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta^3}, & |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| < \frac{\Delta}{2} \\ 0, & |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| \geq \frac{\Delta}{2} \end{cases} \quad (2.32)$$

湍流燃烧模拟中常涉及由温度变化引起的密度脉动，因此用密度加权滤波将标量 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 分解为平均值 $\tilde{\phi}(\mathbf{x}, t)$ 和亚网格(SGS)脉动值 $\phi_{SGS}(\mathbf{x}, t)$ ：

$$\tilde{\phi}(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho \phi(\mathbf{x}, t)}{\bar{\rho}} \quad (2.33)$$

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \tilde{\phi}(\mathbf{x}, t) + \phi_{SGS}(\mathbf{x}, t) \quad (2.34)$$

将 Favre 滤波应用于连续方程(2.18)和动量方程(2.19)中，分别得到：

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( 2\mu \tilde{e}_{ij} - \frac{2}{3} \mu \tilde{e}_{kk} \delta_{ij} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}^{\text{SGS}}}{\partial x_j} + \tilde{f}_{\text{IBM}_i} \quad (2.36)$$

在 Favre 滤波后的动量方程(2.36)中， $\tilde{e}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right)$  表示应变率张量，可直接求解；

$\tau_{ij}^{\text{SGS}} = \bar{\rho} (\tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j)$  表示亚网格应力张量，需要用亚网格应力模型模化。

一种解决方案为 Smagorinsky 提出的亚网格应力模型<sup>[124]</sup>，基于梯度扩散假设将亚网格应力  $\tau_{ij}^{\text{SGS}}$  与亚网格黏度  $\mu_{\text{SGS}}$ ，即：

$$\tau_{ij}^{\text{SGS}} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk}^{\text{SGS}} = -2\mu_{\text{SGS}} \left( \tilde{e}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{e}_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (2.37)$$

其中，亚网格黏度  $\mu_{\text{SGS}} = \bar{\rho} (C_S \Delta)^2 \|\tilde{e}_{ij}\| = \bar{\rho} (C_S \Delta)^2 (2\tilde{e}_{ij} \tilde{e}_{ij})^{\frac{1}{2}}$ ，系数  $C_S$  对于不同问题取值可以是不同的，一般可取 0.1。恒定的  $C_S$  可能不适用于所有情况，对此可采用动态亚网格应力模型。

假定时空上动态变化的  $C_S(\mathbf{x}, t)$  不随滤波尺度变化（尺度相似性假设）：

$$C_S(\mathbf{x}, t)|_{\Delta} = C_S(\mathbf{x}, t)|_{\alpha\Delta} \quad (\alpha \geq 2) \quad (2.38)$$

设置一个尺度为  $\bar{\Delta} = \alpha \Delta$ , ( $\bar{\Delta} \geq 2\Delta$ ) 的测试滤波器，其中  $\alpha$  最小可取 2，网格点等间距时  $\alpha$  取 3。由可求解的较大尺度 ( $\bar{\Delta}$ ) 耗散和当前网格尺度 ( $\Delta$ ) 耗散之间的关系衡量当前网格尺度 ( $\Delta$ ) 耗散与更小尺度耗散之间的关系。

将滤波后的 N-S 方程与上述测试滤波器求卷积（再次滤波），可得：

$$\frac{\partial \widehat{\rho} \widehat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \widehat{\rho} \widehat{u}_i \widehat{u}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial \widehat{\rho}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( 2\mu \widehat{e}_{ij} - \frac{2}{3} \mu \widehat{e}_{kk} \delta_{ij} \right) - \frac{\partial \widehat{\tau}_{ij}^{\text{SGS}}}{\partial x_j} + \widehat{f}_{\text{IBM}_i} \quad (2.39)$$

将滤波器应力  $T_{ij}$  定义为：

$$T_{ij} = \widehat{\rho} \widehat{u}_i \widehat{u}_j = \widehat{\rho} (\widehat{u}_i \widehat{u}_j - \widehat{u}_i \widehat{u}_j) \quad (2.40)$$

滤波器应力  $T_{ij}$  和亚网格应力  $\tau_{ij}^{\text{SGS}}$  都是无法直接求解的，但通过应力张量  $L_{ij}$  由 Germano 恒等式<sup>[123]</sup>联系起来：

$$L_{ij} = T_{ij} - \widehat{\tau}_{ij}^{\text{SGS}} = \widehat{\rho} (\widehat{u}_i \widehat{u}_j - \widehat{u}_i \widehat{u}_j) \quad (2.41)$$

应用尺度相似性假设，可以将  $T_{ij}$  和  $\tau_{ij}^{\text{SGS}}$  的各向异性部分表示为：

$$T_{ij} - \frac{1}{3} T_{kk} \delta_{ij} = -2\hat{\rho}(C_S \alpha \Delta)^2 \|\hat{e}_{ij}\| \|\hat{e}_{ij}\| \quad (2.42)$$

$$\tau_{ij}^{SGS} - \frac{1}{3} \tau_{kk}^{SGS} \delta_{ij} = -2\bar{\rho}(C_S \Delta)^2 \|\tilde{e}_{ij}\| \|\tilde{e}_{ij}\| \quad (2.43)$$

将式(2.42)和式(2.43)代入(2.41), 得:

$$L_{ij} - \frac{1}{3} L_{kk} \delta_{ij} = -2(\hat{\rho}(C_S \alpha \Delta)^2 \|\hat{e}_{ij}\| \|\hat{e}_{ij}\| - \bar{\rho}(C_S \Delta)^2 \|\tilde{e}_{ij}\| \|\tilde{e}_{ij}\|) \quad (2.44)$$

Germano 认为上式等价于 5 个 (因为张量是对称的并且迹为零) 与空间位置无关的独立标量的积分方程组, 并依此将其简化为超定代数方程组:

$$L_{ij} - \frac{1}{3} L_{kk} \delta_{ij} = -2(C_S \Delta)^2 M_{ij} \quad (2.45)$$

其中

$$M_{ij} = \alpha^2 \hat{\rho} \|\tilde{e}_{ij}\| \|\hat{e}_{ij}\| \|\tilde{e}_{ij}\| \|\tilde{e}_{ij}\| \quad (2.46)$$

采用 Piomelli 等<sup>[147]</sup>提出的模型系数  $C_S$  计算方法求解方程(2.44)。首先从上一个时间步的流场中获得测试滤波尺度下的  $C_S^*$ :

$$L_{ij} - \frac{1}{3} L_{kk} \delta_{ij} = -2(\hat{\rho}(C_S^* \Delta)^2 \|\hat{e}_{ij}\| \|\hat{e}_{ij}\| - \bar{\rho}(C_S^* \Delta)^2 \|\tilde{e}_{ij}\| \|\tilde{e}_{ij}\|) \quad (2.47)$$

Piomelli 令残差平方和最小, 得到当前时间步的模型系数:

$$(C_S \Delta)^2 = \frac{1}{2\alpha^2} \frac{(L_{ij} - \bar{\rho}(C_S^* \Delta)^2 \|\tilde{e}_{ij}\| \|\tilde{e}_{ij}\|) M_{ij}}{M_{kl} M_{kl}} \quad (2.48)$$

### 2.2.3 TPDF 模型与欧拉随机场解法

燃烧室中大涡模拟结合燃烧化学反应求解的难点之一在于亚网格尺度上标量的不均匀分布影响燃烧化学反应率, 而燃烧化学反应率又通过改变密度和粘度影响流动, 燃烧过程中参与化学反应的组分数量多, 导致需要计算大量标量输运方程的亚网格项。TPDF 模型中用标量的概率密度函数描述标量在亚网格尺度上的分布, 从而封闭平均化学反应速率  $\rho \omega_a(\phi, T)$ 。

通用标量  $\phi_a$  的累积分布函数 (Cumulative distribution function, CDF)  $F_a(\psi)$  被定义为该标量的取值小于  $\psi$  的概率:

$$F_a(\psi) \equiv P\{\phi_a < \psi\} \quad (2.49)$$

显然,  $F_a(\psi)$  是单调递增的, 且  $F_a(\infty) = 1$ 。标量  $\phi_a$  的取值在  $\psi_1$  和  $\psi_2$  之间的概率

$$P\{\psi_1 < \phi < \psi_2\} = F_\alpha(\psi_2) - F_\alpha(\psi_1).$$

通用标量  $\phi_\alpha$  的概率密度函数 (Probability density function, PDF) 被定义为该标量的 CDF 的导数:

$$P_\alpha(\psi) = \frac{dF_\alpha(\psi)}{d\psi} \quad (2.50)$$

由上可知  $\int_{\psi_1}^{\psi_2} P_\alpha(\psi) d\psi$  表示标量  $\phi_\alpha$  的取值在  $\psi_1$  和  $\psi_2$  之间的概率, 且  $\int_{-\infty}^{\infty} P_\alpha(\psi) d\psi = 1$ , 其中自变量  $\psi$  的所有取值构成标量  $\phi_\alpha$  的样本空间。

某标量  $\phi_\alpha$  取值可由对应的 PDF 估算, 而在某一确定的时空中,  $\phi_\alpha$  的值是可以被观测和计算的, 假设  $\phi_\alpha$  的真值为  $\psi_\alpha$ , 在已知真值  $\psi_\alpha$  的情况下, 我们可以反求  $\phi_\alpha$  的 PDF。显然, 反推得到该标量的 PDF 在  $\psi = \psi_\alpha$  时为无穷大 ( $P_\alpha(\psi) = \infty$ ), 而在其他位置为零 ( $P_\alpha(\psi_{\text{other}}) = 0$ ,  $\psi_{\text{other}} \neq \psi_\alpha$ )。因此, 用细粒度概率密度函数 (Fine-grained probability density function) 描述其 PDF, 如图 15 所示。

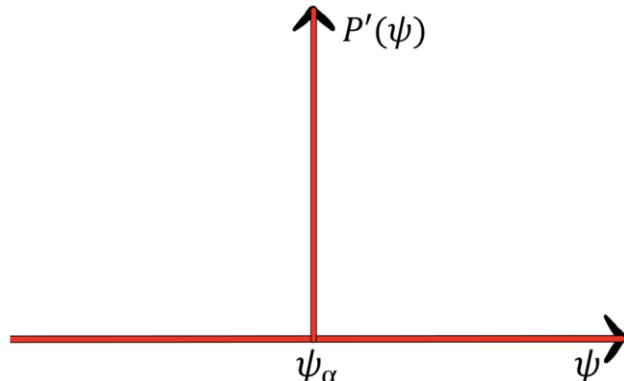


图 15 标量的细粒度概率密度函数示意图

通用标量  $\phi$  的单点细粒度概率密度函数 (Fine-grained PDF) 可用 Dirac 函数 ( $\delta$ ) 描述为:

$$P'(\psi) = \delta(\phi - \psi) \quad (2.51)$$

可用  $P'(\psi_\alpha) d\psi$  表示  $\phi$  满足  $\psi_\alpha < \phi < \psi_\alpha + d\phi$  的概率。而对于标量集合  $\phi = [\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_{N_s}]$  ( $N_s = N_{sc}$ , 表示包括各物种浓度和混合物焓值的标量总数), 其样本空间为  $\psi = [\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_{N_s}]$ , 在某一时空  $(x, t)$  该标量集合的联合概率密度函数可以写为:

$$P \equiv P(\psi; \mathbf{x}, t) = \prod_{\alpha=1}^{N_s} \delta(\psi_\alpha - \phi_\alpha(\mathbf{x}, t)) \quad (2.52)$$

标量的联合细粒度概率密度函数 $P'$ 被定义为:

$$P' \equiv P'(\psi; \mathbf{x}, t) = \prod_{\alpha=1}^{N_s} \delta(\psi_\alpha - \phi_\alpha(\mathbf{x}, t)) \quad (2.53)$$

在某一相空间 $\psi$ 中上式中联合细粒度概率密度函数的时间导数可写为:

$$\frac{\partial P'}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \psi} (P' \frac{\partial \phi}{\partial t}) = -\sum_{\alpha=1}^{N_s} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (P' \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial t}) \quad (2.54)$$

其中,  $\phi_\alpha \equiv \phi_\alpha(\mathbf{x}, t)$  表示第 $\alpha$ 种标量的取值,  $\psi_\alpha$  为第 $\alpha$ 种标量的样本空间。相似地, 联合细粒度概率密度函数的梯度可写为:

$$\nabla P' = -\frac{\partial}{\partial \psi} (P' \nabla \phi) = -\sum_{\alpha=1}^{N_s} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (P' \nabla \phi_\alpha) \quad (2.55)$$

将连续方程(2.18)与联合细粒度概率密度函数相乘, 并根据链式法则得到:

$$\left( \frac{\partial \rho P'}{\partial t} - \rho \frac{\partial P'}{\partial t} \right) + \left( \frac{\partial \rho u_i P'}{\partial x_i} - \rho u_i \frac{\partial P'}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (2.56)$$

即:

$$\frac{\partial \rho P'}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i P'}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial P'}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial P'}{\partial x_i} \quad (2.57)$$

由式(2.25), 第 $\alpha$ 种标量 $\phi_\alpha(\mathbf{x}, t)$ 的输运方程为:

$$\frac{\partial \rho \phi_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \phi_\alpha}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\mu}{\sigma} \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j} \right) + \rho \dot{\phi}_\alpha(\psi) = \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho D_\alpha \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j}) + \rho \dot{\phi}_\alpha \quad (2.58)$$

假设密度和速度分布不依赖于标量 $\phi_\alpha(\mathbf{x}, t)$ 的样本空间 $\psi_\alpha$ , 由式(2.54)和(2.55)可得:

$$\frac{\partial \rho P'}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i P'}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial P'}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial P'}{\partial x_i} = -\rho \sum_{\alpha=1}^{N_s} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (P' \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial t}) - \rho u_i \sum_{\alpha=1}^{N_s} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (P' \nabla \phi_\alpha) \quad (2.59)$$

即:

$$\frac{\partial \rho P'}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i P'}{\partial x_i} = -\sum_{\alpha=1}^{N_s} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} P' (\rho \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial t} + \rho u_i \nabla \phi_\alpha) \quad (2.60)$$

将输运方程(2.58)代入上式右边, 得:

$$\frac{\partial \rho P'}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i P'}{\partial x_i} = -\sum_{\alpha=1}^{N_s} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} P' \left( \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho D_\alpha \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j}) + \rho \dot{\phi}_\alpha(\psi) \right) \quad (2.61)$$

再由

$$\begin{aligned} P' \nabla (\rho D_\alpha \nabla \phi_\alpha) &= \nabla (P' \rho D_\alpha \nabla \phi_\alpha) + \rho D_\alpha \nabla \phi_\alpha \sum_{\alpha=1}^{N_s} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (P' \nabla \phi_\alpha) = \\ &= \nabla (P' \rho D_\alpha \nabla \phi_\alpha) + \sum_{\alpha=1}^{N_s} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (P' \rho D_\alpha \nabla \phi_\alpha \nabla \phi_\beta) \end{aligned} \quad (2.62)$$

可以把式(2.61)中的右侧项拆开，并把式(2.61)写为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho P'}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i P'}{\partial x_i} &= -\sum_{\alpha=1}^{N_S} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (P' \rho \dot{\omega}_\alpha(\psi)) - \\ &\quad \sum_{\alpha=1}^{N_S} \sum_{\beta=1}^{N_S} \frac{\partial^2}{\partial \psi_\alpha \partial \psi_\beta} (P' \rho D_\alpha \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial \phi_\beta}{\partial x_j}) - \sum_{\alpha=1}^{N_S} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} \left( \frac{\partial}{\partial x_i} (P' \rho D_\alpha \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j}) \right) \end{aligned} \quad (2.63)$$

由于

$$\sum_{\alpha=1}^{N_S} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (\nabla (P' \rho D_\alpha \nabla \phi_\alpha)) = \nabla (\sum_{\alpha=1}^{N_S} \rho D_\alpha \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (P' \nabla \phi_\alpha)) = -\nabla (\rho D_\alpha \nabla P') \quad (2.64)$$

假设各标量 Lewis 数相同，则  $D_\alpha = D$ ，可以把式(2.63)中的最后一项写为分子扩散项的形式：

$$\frac{\partial \rho P'}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i P'}{\partial x_i} = -\sum_{\alpha=1}^{N_S} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (P' \rho \dot{\omega}_\alpha(\psi)) - \sum_{\alpha=1}^{N_S} \sum_{\beta=1}^{N_S} \frac{\partial^2}{\partial \psi_\alpha \partial \psi_\beta} (P' \rho D \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial \phi_\beta}{\partial x_j}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho D \frac{\partial P'}{\partial x_j}) \quad (2.65)$$

与 2.2.2 中相同地，对  $\rho \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j}$  进行 Favre 滤波，有：

$$\bar{\rho} \frac{\widetilde{\partial \phi_\alpha}}{\partial x_j} = \rho \overline{\frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j}} = \overline{\frac{\partial \rho \phi_\alpha}{\partial x_j}} - \overline{\phi_\alpha} \overline{\frac{\partial \rho}{\partial x_j}} = \overline{\rho} \overline{\frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j}} - \overline{\phi_\alpha} \overline{\frac{\partial \rho}{\partial x_j}} + \widetilde{\phi_\alpha} \overline{\frac{\partial \rho}{\partial x_j}} - \overline{\phi_\alpha} \overline{\frac{\partial \rho}{\partial x_j}} \quad (2.66)$$

上式中最后两项  $\widetilde{\phi_\alpha} \overline{\frac{\partial \rho}{\partial x_j}} - \overline{\phi_\alpha} \overline{\frac{\partial \rho}{\partial x_j}}$  是由于密度在空间中的不均匀造成的，相比标量  $\phi_\alpha$ ，密度在亚网格尺度上空间变化不大，因此忽略这两项，得到：

$$\bar{\rho} \frac{\widetilde{\partial \phi_\alpha}}{\partial x_j} = \overline{\rho} \frac{\partial \widetilde{\phi_\alpha}}{\partial x_j} \quad (2.67)$$

对单点细粒度概率密度函数滤波，可得亚网格细粒度概率密度函数  $\overline{P'_{SGS}}$ ，即滤波密度函数（Filtered density function, FDF）的细粒度概率密度形式：

$$\overline{P'_{SGS}}(\psi) = \int_{\Omega} \delta(\psi - \phi(\mathbf{x}', t)) G(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; \Delta(\mathbf{x})) d\mathbf{x}' \quad (2.68)$$

可以用  $\overline{P'_{SGS}}(\psi) d\psi$  表示亚网格尺度上标量  $\phi(\mathbf{x}', t)$  的取值满足  $\psi < \phi(\mathbf{x}', t) < \psi + d\psi$  的概率。

参考式(2.52)中的标量联合 PDF 表达式，可将标量联合 FDF 写为：

$$\overline{P'_{SGS}} \equiv \overline{P'_{SGS}}(\psi; \mathbf{x}, t) = \int_{\Omega} \prod_{\alpha=1}^{N_s} \delta(\psi_\alpha - \phi_\alpha(\mathbf{x}', t)) G(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; \Delta(\mathbf{x})) d\mathbf{x}' \quad (2.69)$$

同理，Favre 滤波后的标量 FDF 为：

$$\widetilde{\overline{P'_{SGS}}} = \int_{\Omega} \rho \prod_{\alpha=1}^{N_s} \delta(\psi_\alpha - \phi_\alpha(\mathbf{x}', t)) G(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; \Delta(\mathbf{x})) d\mathbf{x}' \quad (2.70)$$

标量集  $\phi$  的条件滤波和条件 Favre 滤波分别被定义为：

$$\overline{\phi | \psi} = \frac{\int_{\Omega} \phi \delta(\psi - \phi(\mathbf{x}', t)) G(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; \Delta(\mathbf{x})) d\mathbf{x}'}{\overline{P'_{SGS}}(\psi)} \quad (2.71)$$

$$\bar{\rho} \widetilde{\phi} |\psi| = \frac{\int_{\Omega} \rho \phi \delta(\psi - \phi(x', t)) G(x - x'; \Delta(x)) dx'}{\widetilde{P}_{SGS}'(\psi)} \quad (2.72)$$

将密度 $\rho$ 代入式(2.71), 得到:

$$\overline{\rho} |\psi_\rho| = \frac{\int_{\Omega} \rho \delta(\psi_\rho - \rho) G(x - x'; \Delta(x)) dx'}{\widetilde{P}_{SGS}'(\psi_\rho)} \quad (2.73)$$

上式两边同时乘 $\widetilde{P}_{SGS}'(\psi_\rho)$ , 并由式(2.70)可得到:

$$\overline{\rho} |\psi_\rho| \widetilde{P}_{SGS}'(\psi_\rho) = \int_{\Omega} \rho \delta(\psi_\rho - \rho) G(x - x'; \Delta(x)) dx' = \bar{\rho} \widetilde{P}_{SGS}'(\psi_\rho) \quad (2.74)$$

因此有:

$$\overline{\rho} \widetilde{P}_{SGS}' = \overline{\rho} \delta(\psi_\rho - \rho) = \int_{\Omega} \rho \delta(\psi_\rho - \rho) G(x - x'; \Delta(x)) dx' = \bar{\rho} \widetilde{P}_{SGS}'(\psi_\rho) \quad (2.75)$$

相似地, 对(2.72)式的两边同时乘 $\widetilde{P}_{SGS}'(\psi)$ , 得到:

$$\bar{\rho} \widetilde{\phi} |\psi| \widetilde{P}_{SGS}'(\psi) = \int_{\Omega} \rho \phi \delta(\psi - \phi(x', t)) G(x - x'; \Delta(x)) dx' = \int_{\Omega} \rho \phi P' G(x - x'; \Delta(x)) dx' = \overline{\rho} \phi \widetilde{P}_{SGS}' \quad (2.76)$$

在采用尺度不变 ( $\Delta(x)=\Delta$ ) 的盒式滤波时, 有:

$$\overline{\frac{\partial \rho P'}{\partial t}} = \overline{\frac{\partial \rho P}{\partial t}} \quad (2.77)$$

$$\overline{\frac{\partial \rho u_j P'}{\partial x_j}} = \overline{\frac{\partial \rho u_j P}{\partial x_j}} \quad (2.78)$$

把式(2.77)和(2.78)两边分别相加, 并将式(2.74)和(2.76)代入, 并把 $\widetilde{P}_{SGS}'(\psi)$ 简化写为

$\widetilde{P}_{SGS}'$ , 得到:

$$\overline{\frac{\partial \rho P'}{\partial t}} + \overline{\frac{\partial \rho u_j P'}{\partial x_j}} = \overline{\frac{\partial \rho P}{\partial t}} + \overline{\frac{\partial \rho u_j P}{\partial x_j}} = \overline{\frac{\partial \rho P_{SGS}'}{\partial t}} + \overline{\frac{\partial \bar{\rho} u_j |\psi| \widetilde{P}_{SGS}'}{\partial x_j}} \quad (2.79)$$

对上文中推导的输运方程(2.63)滤波:

$$\begin{aligned} \overline{\frac{\partial \rho P'}{\partial t}} + \overline{\frac{\partial \rho u_j P'}{\partial x_j}} &= -\sum_{\alpha=1}^{N_S} \overline{\frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (P' \rho \dot{\omega}_\alpha(\psi))} - \sum_{\alpha=1}^{N_S} \sum_{\beta=1}^{N_S} \overline{\frac{\partial^2}{\partial \psi_\alpha \partial \psi_\beta} (P' \rho D_\alpha \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial \phi_\beta}{\partial x_j})} - \sum_{\alpha=1}^{N_S} \overline{\frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (\frac{\partial}{\partial x_i} (P' \rho D_\alpha \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j}))} \\ &\quad (2.80) \end{aligned}$$

根据式(2.77)、式(2.78)和式(2.79), 可以把上式化为:

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \overline{\frac{\partial \widetilde{P}_{SGS}'}{\partial t}} + \bar{\rho} \widetilde{u_j} |\psi| \overline{\frac{\partial \widetilde{P}_{SGS}'}{\partial x_j}} &= -\sum_{\alpha=1}^{N_S} \overline{\frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (\bar{\rho} \dot{\omega}_\alpha(\psi) \widetilde{P}_{SGS}')} \\ &- \sum_{\alpha=1}^{N_S} \sum_{\beta=1}^{N_S} \overline{\frac{\partial^2}{\partial \psi_\alpha \partial \psi_\beta} (\tilde{\rho} D_\alpha (\frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial \phi_\beta}{\partial x_j}) |\psi|) \widetilde{P}_{SGS}'} - \sum_{\alpha=1}^{N_S} \overline{\frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (\frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\rho} (D_\alpha \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j}) |\psi|) \widetilde{P}_{SGS}')} \quad (2.81) \end{aligned}$$

假设 Lewis 数相同, 参考式(2.65), 得:

$$\bar{\rho} \overline{\frac{\partial \widetilde{P}_{SGS}'}{\partial t}} + \bar{\rho} \widetilde{u_j} |\psi| \overline{\frac{\partial \widetilde{P}_{SGS}'}{\partial x_j}} = -\sum_{\alpha=1}^{N_S} \overline{\frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (\bar{\rho} \dot{\omega}_\alpha(\psi) \widetilde{P}_{SGS}')} + \overline{\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} D \frac{\partial \widetilde{P}_{SGS}'}{\partial x_j})}$$

$$-\sum_{\alpha=1}^{N_S} \sum_{\beta=1}^{N_S} \frac{\partial^2}{\partial \psi_\alpha \partial \psi_\beta} (\tilde{\rho} D(\frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial \phi_\beta}{\partial x_j} | \boldsymbol{\psi})) \widetilde{P_{SGS}} - \frac{\partial \bar{\rho} u_j^{SGS}(\boldsymbol{\psi})}{\partial x_j} \quad (2.82)$$

上式中,  $u_j^{SGS}(\boldsymbol{\psi})$  为亚网格条件速度脉动,  $u_j^{SGS}(\boldsymbol{\psi}) = \widetilde{u_j} \boldsymbol{\psi} - \widetilde{u}_j$ , 用梯度扩散假设封闭:

$$u_j^{SGS}(\boldsymbol{\psi}) = -D_t \frac{\partial \widetilde{P_{SGS}}}{\partial x_j} \quad (2.83)$$

其中  $D_t = \frac{1}{\rho} \frac{\mu_{SGS}}{\sigma_{SGS}}$ , 忽略密度的亚网格脉动, 并将上式(2.83)代入式(2.82), 得:

$$\begin{aligned} & \bar{\rho} \frac{\partial \widetilde{P_{SGS}}}{\partial t} + \bar{\rho} \widetilde{u_j} \frac{\partial \widetilde{P_{SGS}}}{\partial x_j} = -\sum_{\alpha=1}^{N_S} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (\bar{\rho} \dot{\omega}_\alpha(\boldsymbol{\psi}) \widetilde{P_{SGS}}) \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_{SGS}}{\sigma_{SGS}} \frac{\partial \widetilde{P_{SGS}}}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu}{\sigma} \frac{\partial \widetilde{P_{SGS}}}{\partial x_j} \right) - \sum_{\alpha=1}^{N_S} \sum_{\beta=1}^{N_S} \frac{\partial^2}{\partial \psi_\alpha \partial \psi_\beta} \left( \frac{\mu}{\sigma} \left( \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial \phi_\beta}{\partial x_j} \right) | \boldsymbol{\psi} \right) \widetilde{P_{SGS}} \end{aligned} \quad (2.84)$$

上式(2.84)为亚网格尺度上细粒度概率密度函数的输运方程。其中,  $\bar{\rho} \frac{\partial \widetilde{P_{SGS}}}{\partial t}$  为瞬态项;

$\bar{\rho} \widetilde{u_j} \frac{\partial \widetilde{P_{SGS}}}{\partial x_j}$  为对流项;  $\sum_{\alpha=1}^{N_S} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} (\bar{\rho} \dot{\omega}_\alpha(\boldsymbol{\psi}) \widetilde{P_{SGS}})$  为化学反应源项;  $\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_{SGS}}{\sigma_{SGS}} \frac{\partial \widetilde{P_{SGS}}}{\partial x_j} \right)$  为用梯度扩散封闭后的亚网格对流项;  $\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu}{\sigma} \frac{\partial \widetilde{P_{SGS}}}{\partial x_j} \right) - \sum_{\alpha=1}^{N_S} \sum_{\beta=1}^{N_S} \frac{\partial^2}{\partial \psi_\alpha \partial \psi_\beta} \left( \frac{\mu}{\sigma} \left( \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial \phi_\beta}{\partial x_j} \right) | \boldsymbol{\psi} \right) \widetilde{P_{SGS}}$  为条件扩散项, 其前后两项分别为滤波尺度扩散项和小尺度混合项。

求解亚网格细粒度概率密度函数输运方程时参考 Fokker-Planck 方程的求解方法, 该方程描述了广义扩散过程, 有 Itô 和 Stratonovich 两种描述方式, 其 Ito 描述可写为以下偏微分方程:

$$dX_i = D_{Itoj}(X, t) dt + \varepsilon_i(X, t) dW_i(t) \quad (2.85)$$

其中,  $D_{Itoj}$  为 Itô 拖拽系数,  $\varepsilon_i$  为扩散系数,  $W_i$  表示维纳过程 (Weiner process), 一般用于描述微小粒子的布朗运动。与密度  $\rho$  的概率密度函数  $\rho P$  的输运方程等价的 Fokker-Planck 方程为:

$$\frac{\partial \rho P}{\partial t} = -\sum_{i=1}^N \frac{\partial D_{Itoj}(X, t) \rho P}{\partial X_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial^2 \varepsilon_i(X, t) \rho P}{\partial X_i \partial X_j} \quad (2.86)$$

若将概率密度函数  $P$  的输运方程表示为:

$$\frac{\partial \rho P}{\partial t} = -\frac{\partial \rho u_j P}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho D_{Itoj} \frac{\partial P}{\partial x_j} \right) \quad (2.87)$$

将上式中的扩散项展开, 可得:

$$\frac{\partial \rho P}{\partial t} = -\frac{\partial \rho u_j P}{\partial x_j} + \frac{\partial^2 \rho D_{Itoj} P}{\partial x_j^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( P \frac{\partial \rho D_{Itoj}}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left( (u_j + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho D_{Itoj}}{\partial x_j}) \rho P \right) + \frac{\partial^2 D_{Itoj} \rho P}{\partial x_j^2} \quad (2.88)$$

将式(2.88)与 Fokker-Planck 方程(2.86)类比, 可知该输运方程对应的 Itô 拖拽系数

$$D_{\text{It}\bar{\text{o}}j} = u_j + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho D}{\partial x_j}, \text{ 扩散系数 } \varepsilon_i = \sqrt{2D}.$$

随机场解法中，用假设共有  $M$  个对于每个标量都是欧拉的随机场，每个随机场中都有个  $N_S$  个标量，则第  $m$  个随机场中的随机变量集合可表示为：

$$\zeta^m(\mathbf{x}, t) = [\zeta_1^m, \zeta_2^m, \dots, \zeta_N^m] \quad (2.89)$$

第  $\alpha$  个标量  $\phi_\alpha$  的 PDF 可表示为：

$$P(\phi_\alpha; \mathbf{x}, t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \delta(\phi_\alpha - \zeta_\alpha^m) \quad (2.90)$$

其中， $\phi_\alpha$  为随机变量  $\zeta_\alpha^m$  的样本空间。与前文中相同，滤波后可以得到亚网格 PDF：

$$\bar{P}(\phi_\alpha; \mathbf{x}, t) = \int_{\Omega} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \delta(\phi_\alpha - \zeta_\alpha^m) G(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; \Delta(\mathbf{x})) d\mathbf{x}' \quad (2.91)$$

因此可以用  $\bar{P}(\phi_\alpha; \mathbf{x}, t) d\phi_\alpha$  表示在尺度为  $\Delta(\mathbf{x})$  的控制体内随机变量值  $\zeta_\alpha^m$  满足  $\phi_\alpha < \zeta_\alpha^m < \phi_\alpha + d\phi_\alpha$  的概率。

则控制体中标量  $\phi_\alpha$  的平均值可以表示为：

$$\bar{\phi}_\alpha = \int_{\Omega} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \zeta_\alpha^m G(\mathbf{x} - \mathbf{x}'; \Delta \frac{\partial^2}{\partial \phi_\alpha^2}) d\mathbf{x}' \quad (2.92)$$

将标量  $\phi_\alpha$  的 PDF 简化写为  $P_\alpha$ ，则式(2.88)可以用随机场中的随机变量  $\zeta_\alpha^m$  描述为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho P_\alpha}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial \phi_\alpha} \left( u_j \left( \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} \right) \rho P_\alpha \right) - \frac{\partial}{\partial \phi_\alpha} \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \left( D \left( \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} \right) \phi_\alpha \right) \rho P_\alpha \right) - \frac{\partial}{\partial \phi_\alpha} \left( D \left( \frac{\partial^2 \zeta_\alpha^m}{\partial x_j^2} \right) \phi_\alpha \right) \rho P_\alpha \\ &+ \frac{\partial^2}{\partial \phi_\alpha^2} \left( D \left( \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_i} \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} \right) \phi_\alpha \right) \rho P_\alpha = - \frac{\partial}{\partial \phi_\alpha} \left( \left( -u_j \left( \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} \right) \phi_\alpha \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho D}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} \right) \phi_\alpha + D \left( \frac{\partial^2 \zeta_\alpha^m}{\partial x_j^2} \right) \phi_\alpha \right) \rho P_\alpha \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \phi_\alpha^2} \left( 2D \left( \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_i} \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} \right) \phi_\alpha \right) \rho P_\alpha \end{aligned} \quad (2.93)$$

式(2.93)与 Fokker-Planck 方程(2.86)具有相同的形式，(2.93)对应的 Itô 拖拽系数  $D_{\text{It}\bar{\text{o}}\alpha}$

和扩散系数  $\varepsilon_\alpha$  分别为：

$$D_{\text{It}\bar{\text{o}}\alpha} = -u_j \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho D}{\partial x_j} \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} + D \frac{\partial^2 \zeta_\alpha^m}{\partial x_j^2} \quad (2.94)$$

$$\varepsilon_\alpha = \sqrt{2D} \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} \quad (2.95)$$

将式(2.94)和(2.95)回代到方程(2.85)中，得：

$$d\zeta_\alpha^m = \left( -u_j \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho D}{\partial x_j} \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} + D \frac{\partial^2 \zeta_\alpha^m}{\partial x_j^2} \right) dt + \left( \sqrt{2D} \frac{\partial \zeta_\alpha^m}{\partial x_j} \right) dW_j^m \quad (2.96)$$

将式(2.96)两边乘密度  $\rho$ ，再加入化学反应源项  $\rho \omega_\alpha(\phi)$ ，并写成随机偏微分方程形式，

得：

$$\frac{\partial \rho \xi_a^m}{\partial t} = -\frac{\partial \rho u_j \xi_a^m}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho D \frac{\partial \xi_a^m}{\partial x_j}) + \rho \sqrt{2D} \frac{\partial \xi_a^m}{\partial x_j} \frac{dW_j^m}{dt} + \rho \dot{\omega}_\alpha(\phi) \quad (2.97)$$

在(2.98)中，维纳过程实际上形成了代表随机输运的对流项，其中随机速度  $\mathbf{u}^{\text{Sto}}$  被定义为：

$$u_j^{\text{Sto}} = \sqrt{2D} \frac{dW_j^m}{dt} \quad (2.98)$$

其中，维纳过程  $d\mathbf{W} = [dW^1, dW^2, \dots, dW^M]$  为均值为 0，方差为  $dt$  的正态分布。数值求解时，将维纳过程近似为：

$$d\mathbf{W}^m = N(0, 1) \sqrt{\Delta t} \quad (2.99)$$

其中  $N(0, 1)$  表示均值为 0，方差为 1 的随机矢量。

由于随机场中随机变量在滤波尺度上是均匀的，因此滤波前后随机场中的随机变量值不变。将式(2.97)中的  $D$  展开为  $D = \frac{1}{\rho \sigma}$ ，并对该式进行 Favre 滤波，再除以  $\bar{\rho}$ ，得到：

$$\frac{\partial \xi_a^m}{\partial t} = -\tilde{u}_j \frac{\partial \xi_a^m}{\partial x_j} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_{\text{SGS}}}{\sigma_{\text{SGS}}} \right) \frac{\partial \xi_a^m}{\partial x_j} \right) - \frac{1}{2\tau_{\text{SGS}}} (\xi_a^m - \tilde{\phi}_\alpha) + \sqrt{2 \frac{1}{\bar{\rho}} \left( \frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_{\text{SGS}}}{\sigma_{\text{SGS}}} \right)} \frac{\partial \xi_a^m}{\partial x_j} \frac{dW_j^m}{dt} + \dot{\omega}_\alpha(\xi^m) \quad (2.100)$$

对于 Favre 滤波后流场中的标量集合  $\tilde{\phi}$  和随机变量集合  $\xi^m$ ，式(2.100)可写为：

$$\frac{\partial \xi^m}{\partial t} = k(\xi^m) + s(\xi^m) + m(\xi^m, \tilde{\phi}) + \dot{\omega}_\alpha(\xi^m) \quad (2.101)$$

其中， $k(\xi^m)$  表示对流扩散项：

$$k(\xi^m) = -\tilde{u}_j \frac{\partial \xi^m}{\partial x_j} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_{\text{SGS}}}{\sigma_{\text{SGS}}} \right) \frac{\partial \xi^m}{\partial x_j} \right) \quad (2.102)$$

$s(\xi^m)$  表示随机项，以随机速度场输运的形式形成显式源项：

$$s(\xi^m) = \sqrt{2 \frac{1}{\bar{\rho}} \left( \frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_{\text{SGS}}}{\sigma_{\text{SGS}}} \right)} \frac{\partial \xi^m}{\partial x_j} \frac{dW_j^m}{dt} = u_j^{\text{Sto}} \frac{\partial \xi^m}{\partial x_j} \quad (2.103)$$

$m(\xi^m, \tilde{\phi})$  表示小尺度混合项：

$$m(\xi^m, \tilde{\phi}) = -\frac{1}{2\tau_{\text{SGS}}} (\xi^m - \tilde{\phi}) \quad (2.104)$$

可采用 IEM(Interaction by Exchange with the Mean) 模型封闭小尺度混合项，即：

$$m(\xi^m, \tilde{\phi}) = \frac{\bar{\rho}}{2\tau_{\text{SGS}}} \sum_{\alpha=1}^{N_S} \frac{\partial}{\partial \xi_\alpha^m} ((\xi_\alpha^m - \tilde{\phi}_\alpha(x, t)) \tilde{P}_{\text{SGS}}(\phi_\alpha)) \quad (2.105)$$

其中亚网格混合时间尺度  $\frac{1}{\tau_{\text{SGS}}} = C_D \frac{\mu + \mu_{\text{SGS}}}{\bar{\rho} \Delta^2}$ ， $C_D$  为混合常数， $\tilde{P}_{\text{SGS}}(\phi_\alpha)$  为滤波概率密度函数。

$\phi_\alpha$  为  $\xi_\alpha^m$  的样本空间， $\tilde{P}_{\text{SGS}}(\phi_\alpha)$  的理想分布为如图 15 的滤波细粒度概率密度函数

$\tilde{P}_{\text{SGS}}(\phi_\alpha)$ , 其峰值位置 $\phi_\alpha$ 为标量输运方程的解, 因此小尺度混合项作为隐式源项加入概率密度函数输运方程。随着随机场数量增多,  $\tilde{P}_{\text{SGS}}(\phi_\alpha)$ 的分布将逐渐接近于 $\tilde{P}'_{\text{SGS}}(\phi_\alpha)$ 。

#### 2.2.4 曲线坐标系下的隐式 IBM

浸没边界方法采用相同的离散方程组求解流体计算域和固体壁面区域, 通过在动量方程中加入彻体力来模化真实边界条件。AECSC-IBM 中通过在离散方程求解时设置靠近固体壁面的流体单元的系数阵隐式实现浸没边界方法。

燃烧室模拟时将固体壁面视为刚性且恒定静止的, 因此暂不存在由壁面上高的弹性系数与流体中小的粘性系数差别引起的数值刚性问题<sup>[148, 149]</sup>。这种实现方法能准确地将燃烧室的复杂几何模型映射为离散方程的边界条件, 并且适合结合坐标变换算法利用曲线坐标系对关键位置进行局部加密。其缺点在于边界附近为一阶精度, 需要较高的网格密度, 考虑到 LES-TPDF 求解时的也需要高网格密度, 二者需求一致。

如图 16 所示, 按照 2.1 节中的算法生成网格标记后, 假设某一个区域的网格流固标记情况如图所示, 则需要处理图中紧靠着固体网格的流体网格点的离散方程系数矩阵。对于用 SIMPLE 算法求解的冷态流动, 需要处理动量方程和由连续方程推导而来的压力修正方程的边界条件; 对于用 LES-TPDF 模型求解的湍流燃烧, 则需要处理由标量输运方程推导而来的随机变量输运方程的边界条件以及欧拉随机场方法中的维纳过程。

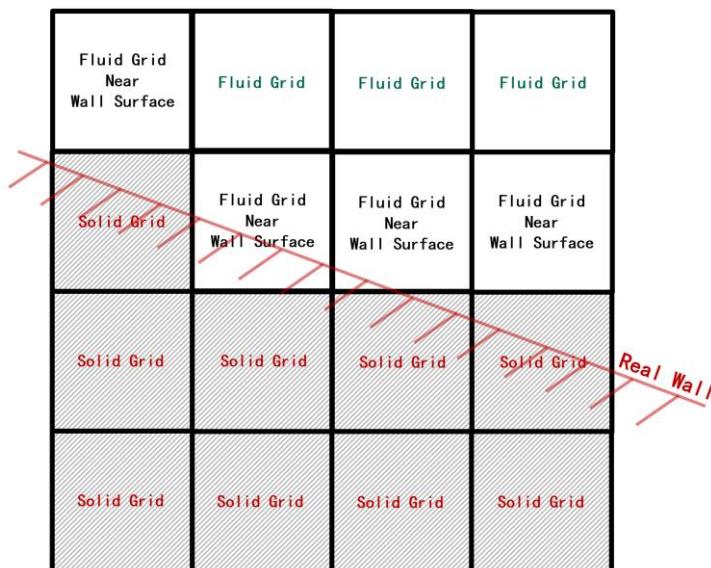


图 16 真实壁面与网格标记示意图

笛卡尔坐标系下的浸没边界法应用于复杂流道内流问题时, 固体区域网格占比往往

很高，求解效率因此较低。为了减少背景网格中固体区域的占比，以及提高燃烧室关键位置的网格分辨率，AECSC-IBM 基于曲线坐标系和坐标变换实现网格局部加密。

对于由曲线坐标系 $x_i$ 向笛卡尔坐标系 $\zeta_i$ 变换的情况，其 Jacobian 矩阵为：

$$J_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial \zeta_j} \quad (2.106)$$

上式 Jacobian 矩阵的代数余子式为 $A = |\mathbf{J}| \mathbf{J}^{-1}$ ，根据链式法则，可得：

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \frac{A_{ij}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta_j} \quad (2.107)$$

由于任何 $x_i$ 到 $\zeta_i$ 的坐标变换均不存在 $\frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta_j^2}$ 项，因此滤波后的控制方程组可以在变换后的坐标系中表示为：

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left( \frac{A_{ki}}{|\mathbf{J}|} \bar{\rho} \tilde{u}_i \right) = 0 \quad (2.108)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left( \frac{A_{jk}}{|\mathbf{J}|} \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j \right) = - \frac{A_{ki}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \zeta_k} + \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left( \frac{A_{kj}}{|\mathbf{J}|} \right) \left( \mu_t \frac{A_{lj}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \zeta_l} + \mu_t \frac{A_{li}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \zeta_l} \right) \quad (2.109)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\phi}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left( \frac{A_{jk}}{|\mathbf{J}|} \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{\phi} \right) = \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left( \frac{A_{ki}}{|\mathbf{J}|} \right) \left( \mu_t \frac{A_{li}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \zeta_l} \right) \quad (2.110)$$

式(2.108)至(2.110)分别为微分形式的连续方程、动量方程和标量守恒方程，用 Gauss-Ostrogradskii 定理在体积 $\partial V$ 上积分，得到控制方程组的积分形式：

$$\int_{\partial V} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} dV + \underbrace{\int_{\partial S} A_{ik} \bar{\rho} \tilde{u}_i n_k dS}_{\text{流量 } G_k} = 0 \quad (2.111)$$

$$\int_{\partial V} \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} dV + \underbrace{\int_{\partial S} G_k \tilde{u}_i n_k dS}_{\text{对流项}} = - \int_{\partial V} A_{ki} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \zeta_k} dV + \underbrace{\int_{\partial S} \left( \mu_t \frac{A_{lj} A_{kj}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \zeta_l} + \mu_t \frac{A_{li} A_{kj}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial \zeta_l} \right) n_k dS}_{\text{扩散项}} \quad (2.112)$$

$$\int_{\partial V} \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\phi}}{\partial t} dV + \underbrace{\int_{\partial S} G_k \tilde{\phi} n_k dS}_{\text{对流项}} = \underbrace{\int_{\partial S} \left( \mu_t \frac{A_{li} A_{ki}}{|\mathbf{J}|} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \zeta_l} \right) n_k dS}_{\text{扩散项}} \quad (2.113)$$

由 2.2.1 可知，上式(2.111)至(2.113)中的积分形式控制方程均可化为通用形式的离散方程，AECSC-IBM 中离散方程的通用形式可写为：

$$A_P \widetilde{\phi}_P = A_N \widetilde{\phi}_N + A_S \widetilde{\phi}_S + A_E \widetilde{\phi}_E + A_W \widetilde{\phi}_W + A_L \widetilde{\phi}_L + A_R \widetilde{\phi}_R + S \quad (2.114)$$

其中 $A_N, A_S, A_E, A_W, A_L, A_R$ 表示与当前网格点相邻的各方向网格点对应系数， $\widetilde{\phi}_N, \widetilde{\phi}_S, \widetilde{\phi}_E, \widetilde{\phi}_W, \widetilde{\phi}_L, \widetilde{\phi}_R$ 表示相邻网格点中滤波后的标量值，具体方向如图 13 所示；

$A_P$ 和 $\widetilde{\phi}_P$ 分别表示当前网格点对应的系数和标量值;  $S$ 表示源项, 对于动量方程为彻体力, 对于标量输运方程为蒸发或化学反应引起的物质浓度或混合物焰的变化。

假设当前网格点位于流体域中靠近壁面的位置, 其N方向相邻的网格被标记为固体域。对于动量方程, 边界为无滑移边界条件, 在不采用壁面速度分布函数设置壁面切应力时, 向方程中加入彻体力源项 $S_{\text{IBM}}^{\text{momentum}}=-A_N\widetilde{\phi}_N$ , 离散方程变为:

$$\begin{aligned} A_P\widetilde{\phi}_P &= A_N\widetilde{\phi}_N + A_S\widetilde{\phi}_S + A_E\widetilde{\phi}_E + A_W\widetilde{\phi}_W + A_L\widetilde{\phi}_L + A_R\widetilde{\phi}_R + S - A_N\widetilde{\phi}_N \\ &= A_S\widetilde{\phi}_S + A_E\widetilde{\phi}_E + A_W\widetilde{\phi}_W + A_L\widetilde{\phi}_L + A_R\widetilde{\phi}_R + S \end{aligned} \quad (2.115)$$

彻体力源项中包含了未知量 $\widetilde{\phi}_N$ , 可在求解方程前令 $A_N=0$ 来实现。这种处理使求解过程中 $A_N\widetilde{\phi}_N$ 项恒为0, 相当于求解过程中 $\widetilde{\phi}_N$ 恒为零, 即隐式地实现了无滑移边界条件。

对于由连续方程推导而来的压力修正方程, 其源项代表了流场中流量的不连续性, 当网格点不位于进口、出口、液滴蒸发区域等存在进出计算域流量的位置时, 压力修正方程源项应为零。考虑到流量场将根据压力修正量 $\Delta p$ 修正, 固壁边界面上的流量在修正前后都应为0, 因此对于以 $\Delta p$ 为未知量压力修正方程, 边界应为零梯度条件, 并且边界上的 $\Delta p=0$ , 这种边界条件可以通过令固壁位置的 $\Delta t=0$ 来实现。因此对于压力修正方程有:

$$\begin{cases} G_i|_n = 0 \\ \Delta t|_N = 0 \end{cases} \quad (2.116)$$

对于标量输运方程, 边界为零梯度(Neumann)边界条件, 向离散方程中加入源项 $S_{\text{IBM}}^{\text{scalar}}=A_N(\widetilde{\phi}_P-\widetilde{\phi}_N)$ , 离散方程变为:

$$\begin{aligned} A_P\widetilde{\phi}_P &= A_N\widetilde{\phi}_N + A_S\widetilde{\phi}_S + A_E\widetilde{\phi}_E + A_W\widetilde{\phi}_W + A_L\widetilde{\phi}_L + A_R\widetilde{\phi}_R + S + A_N(\widetilde{\phi}_P - \widetilde{\phi}_N) \\ &= A_S\widetilde{\phi}_S + A_E\widetilde{\phi}_E + A_W\widetilde{\phi}_W + A_L\widetilde{\phi}_L + A_R\widetilde{\phi}_R + A_N\widetilde{\phi}_P + S \end{aligned} \quad (2.117)$$

标量输运方程的边界条件可以通过先令 $A_P=A_P-A_N$ , 再令 $A_N=0$ 实现。根据2.2.3中对TPDF模型和随机场方法的介绍, 标量输运方程在实际求解中被化为随机变量 $\xi^n$ 的输运方程。而 $\xi^n$ 的输运方程相比标量输运方程多出了随机项 $s(\xi^n)=\sqrt{2\frac{1}{\rho}\left(\frac{\mu}{\sigma}+\frac{\mu_{\text{SGS}}}{\sigma_{\text{SGS}}}\right)\frac{\partial\xi^n}{\partial x_j}\frac{dW_j^n}{dt}}=u_j^{\text{Sto}}\frac{\partial\xi^n}{\partial x_j}$ 和小尺度混合项 $m(\xi^n, \tilde{\phi})$ , 其中小尺度混合项是亚网格的, 且不需要设置边界条件。而随机项中的维纳过程实际上通过随机速度 $u^{\text{Sto}}$ 形成了对流项的形式, 如式(2.103)所示。 $u^{\text{Sto}}$ 与燃烧流场无关, 因此可单独设定其边界条件为:

$$\mathbf{u}^{\text{Sto}}|_{\mathbf{P}} = \mathbf{u}^{\text{Sto}}|_{\mathbf{N}} = 0 \quad (2.118)$$

即随机项的处理过程中不存在固体域内或跨越固壁边界的对流输运。

### 2.3 边界网格局部重构求解系数阵的 IBM

浸没边界方法在边界位置通常精度不高（一般是一阶精度），这是因为浸没边界方法一般不能将几何边界精确地模化为求解控制方程组时的边界条件。以 2.2 节中采用的方法为例，利用该方法求解控制方程组时，边界被模化为最外层固体网格点连接而成的曲面。在网格密度足够高时，利用这种方法模拟燃烧室能够达到可接受的精度，但对于网格密度不足时或需要更精细地模拟复杂曲面附近的流动时，则应采用精度更高的方法。

在复杂结构燃烧室模拟中应用浸没边界方法的目的和本质作用是为控制方程组提供边界条件，浸没边界方法将真实壁面对流体的映射为彻体力源项，其精度主要决定于将真实壁面的边界条件映射为力源项这一过程的准确性。应用浸没边界方法时，壁面附近网格（记为 P）的边缘往往不能与真实壁面重合，如下图 17 所示。在生成网格标记并用网格标记区分流体域和固体域的过程中，得到的固体域形状往往与真实壁面形状不完全相同，丢失了真实壁面的位置、法向量等信息，因此基于网格标记得到的彻体力源项是真实壁面所提供的边界条件的近似。

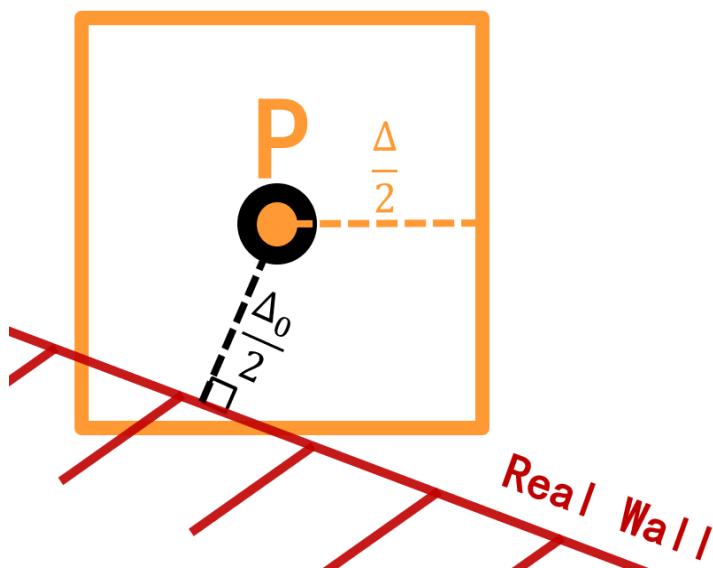


图 17 真实壁面与近壁面的流体网格示意图

作为对比，采用贴体网格时，壁面附近网格靠近壁面的边缘一般更贴近于真实壁面形状，因此采用贴体网格得到的边界条件包含了更准确的壁面位置以及壁面法向量信息，

从而在边界附近达到较高的模拟精度。

考虑一特殊情况，应用浸没边界方法时壁面附近某个网格 P 的边缘恰好与真实壁面重合，且与网格 P 相邻的网格 S 被标记为固体域，如下图 18 所示。此时网格 P 包含与同尺度贴体网格精度一致的壁面位置和法向量信息，因此能够达到与贴体网格算法一致的模拟精度。

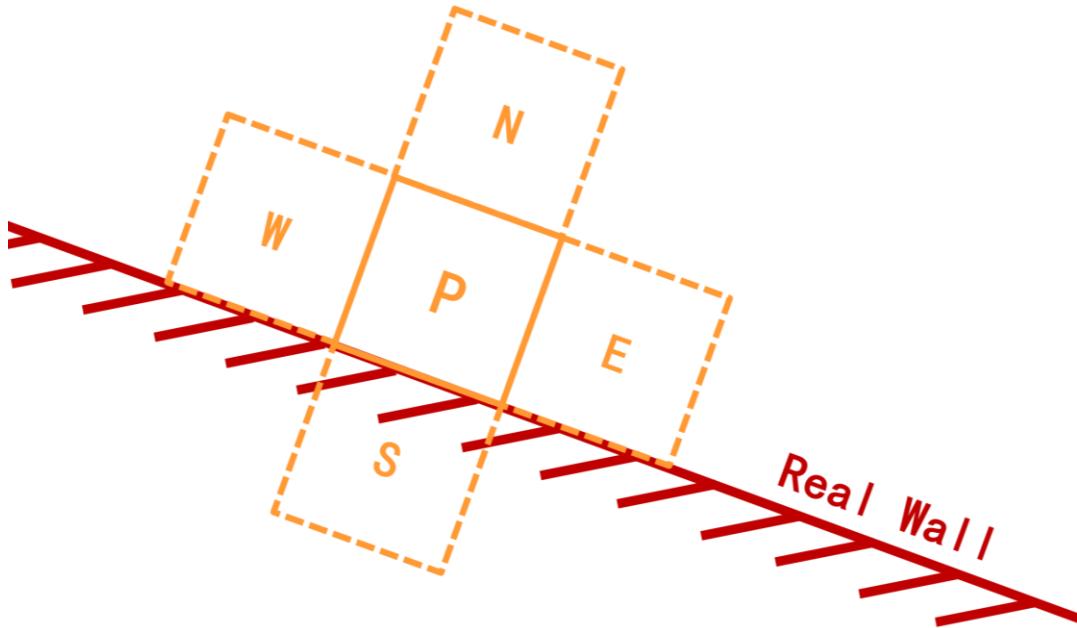


图 18 真实壁面与近壁面的流体网格示意图

将滤波并离散后的通用形式控制方程作与前文 2.2.4 相同的处理。对于离散形式的动量方程，除加入彻体力源项  $S_{\text{IBM}}^{\text{momentum}} = -A_S \tilde{\phi}_S$  外，还需考虑壁面附近的速度分布规律，加入壁面切应力形成的源项。应用大涡模拟时壁面附近的网格与壁面的无量纲距离  $y^+$  一般大于 50 且小于 1000，大致位于对数层内，认为其无量纲速度  $u^+$  满足：

$$u^+ = 2.5 \cdot \ln(y^+) + 5.5 \quad (2.119)$$

依此可求解并隐式加入由壁面切应力  $\tau_w = \bar{\rho} \left( \frac{\tilde{u}}{u^+} \right)^2$  形成的源项：

$$A_P = A_P + \frac{\tau_w \cdot L_S \cdot a_S}{|J| \cdot L_S} \cdot (1 - n_{Sx}^2) \quad (2.120)$$

$$S_P = S_P + \frac{\tau_w \cdot L_S \cdot a_S}{|J| \cdot L_S} \cdot n_{Sx} \cdot \left( n_{Sy} \cdot \frac{\partial \tilde{v}}{\partial i} + n_{Sz} \cdot \frac{\partial \tilde{w}}{\partial i} \right) \quad (2.121)$$

其中  $L_S$  表示当前格点与真实壁面之间的距离； $a_S$  表示当前网格南侧面的面积； $n_{Sx}$ 、

$n_{S_y}$ 、 $n_{S_z}$ 分别表示壁面法向量在 X、Y、Z 方向的分量大小。

按以上方式处理后，求解的方程组与采用贴体网格时一致，因此能够达到与贴体网格算法同等的求解精度（这里为二阶精度）。由此可知对控制方程组施加边界条件的本质是处理离散方程组的系数阵。

对于采用浸没边界法的一般情况，靠近壁面的网格边缘不与真实壁面重合，即最靠近壁面的网格 P 宽度为  $\Delta$ ，其南侧网格为 S，两个网格中间的面为 s，但该网格中心与壁面之间的实际距离  $\frac{\Delta_0}{2}$ （显然  $\Delta_0$  满足  $0 < \frac{\Delta_0}{2} < \Delta$ ）。

对壁面附近的网格作三个假设，首先，第一假设认为网格尺度的小范围变化（变化范围小于  $\frac{\Delta}{2}$ ）时不改变网格对应的滤波后的标量值，由此可得：

$$\tilde{\phi}_P = \tilde{\phi}_{P_0} \quad (2.122)$$

如下图 19 所示，根据第一个假设可将网格 P 变换为  $P_0$ ，变换后的网格体积增大而其中的标量值不变。

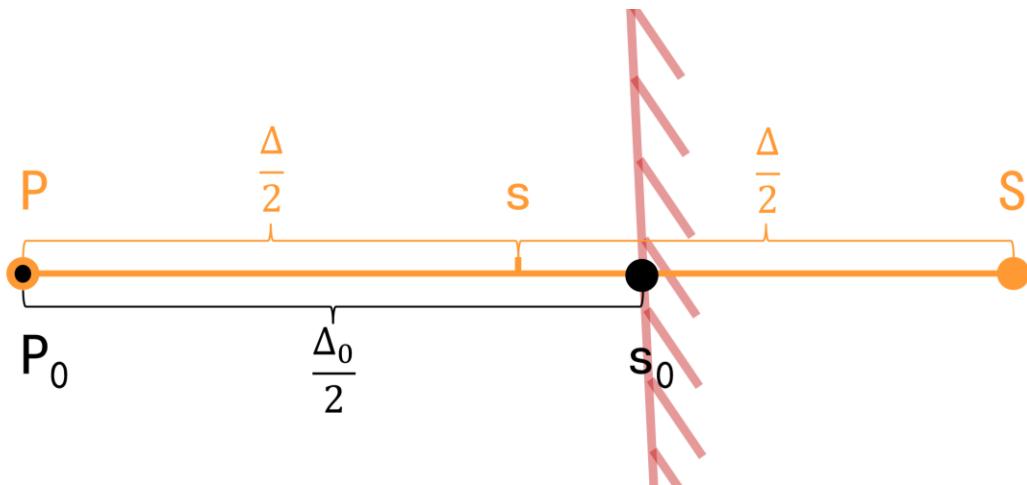


图 19 近壁网格尺度及其与壁面的真实距离示意图

第二假设为标量在网格 P 及其相邻网格之间呈线性分布。根据第一假设改变网格 P 的尺度后，其附近的网格尺度按同比例变化。变化后求解该位置离散方程组所对应的网格由 P、N、S、W、E、L、R 变化为  $P_0$ 、 $N_0$ 、 $S_0$ 、 $W_0$ 、 $E_0$ 、 $L_0$ 、 $R_0$ ，如下图 20 所示。

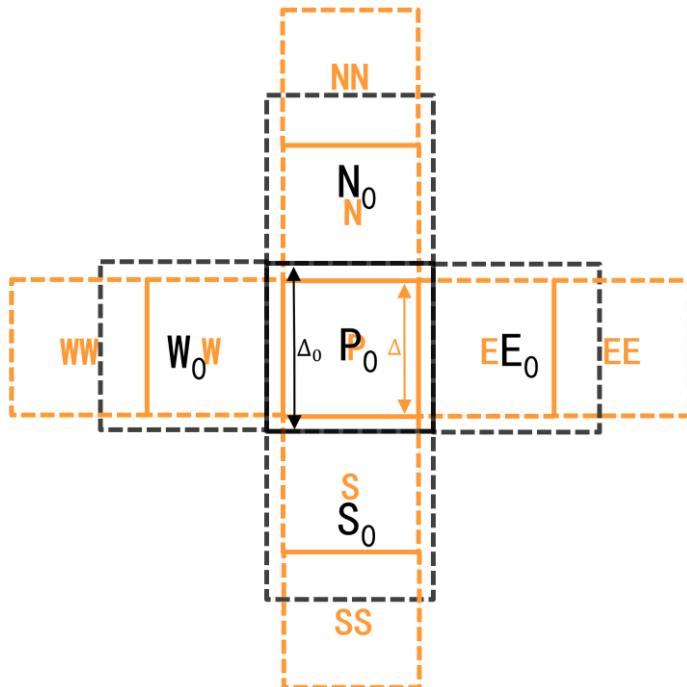


图 20 网格尺度变换示意图

根据第二假设能够插值求得变换后与  $P_0$  相邻网格 ( $N_0$ 、 $S_0$ 、 $W_0$ 、 $E_0$ ) 中的标量值，以  $\phi_{N_0}$  为例：

$$\widetilde{\phi}_{N_0} = \frac{\Delta - \Delta_0}{\Delta + \Delta_N} \widetilde{\phi}_P + \frac{\Delta_0 + \Delta_N}{\Delta + \Delta_N} \widetilde{\phi}_N \quad (2.123)$$

第三假设为标量在以网格  $P_0$  中心为球心，以  $\frac{\Delta_0}{2}$  为半径的球面上的任意弧线上呈线性分布。先讨论二维旋转的情况，即旋转轴与坐标轴  $\zeta_3$  平行。根据第三假设，可插值求出以  $P_0$  中心为圆心且半径为  $\frac{\Delta_0}{2}$  的圆环上任意一点的标量值。例如对于下图 21 中的  $N_3$  点，可以依据下式(2.124)插值求出该点的标量值。

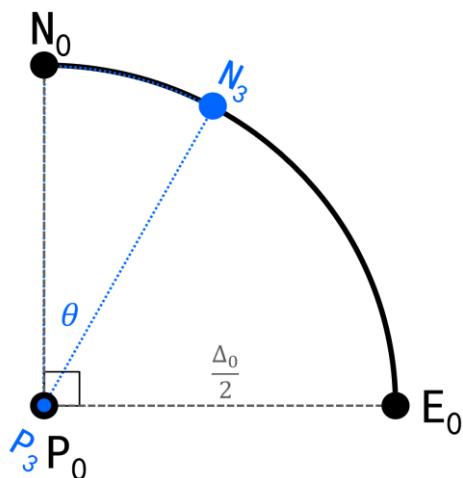


图 21 圆环上的插值点示意图

$$\widetilde{\phi_{N_1}} = \frac{2\theta}{\pi} \widetilde{\phi_{E_0}} + \frac{\pi-2\theta}{\pi} \widetilde{\phi_{N_0}} \quad (2.124)$$

由上式可将尺度变换后的网格旋转角度 $\theta$ , 显然 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ , 变化后求解该位置离散方程组所对应的网格由 $P_0$ 、 $N_0$ 、 $S_0$ 、 $W_0$ 、 $E_0$ 、 $L_0$ 、 $R_0$ 变化为 $P_3$ 、 $N_3$ 、 $S_3$ 、 $W_3$ 、 $E_3$ 、 $L_3$ 、 $R_3$ , 如下图 22 所示。

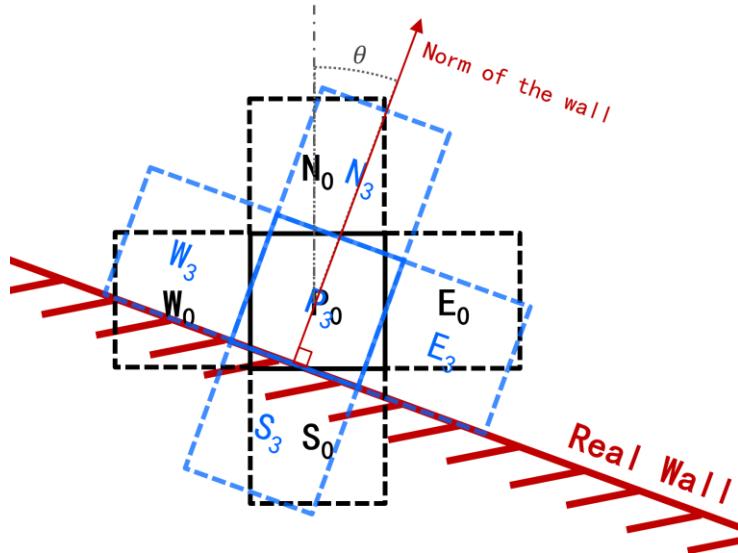


图 22 网格旋转变换示意图

下图 23 中展示了只经过尺寸变换后该位置的网格, 上文中对网格贴体情况的分析中指出边界条件的添加本质为处理离散方程系数阵。而此时由于网格边界与实际壁面不重合, 因此无法直接采用与网格贴体相同的算法处理系数阵。

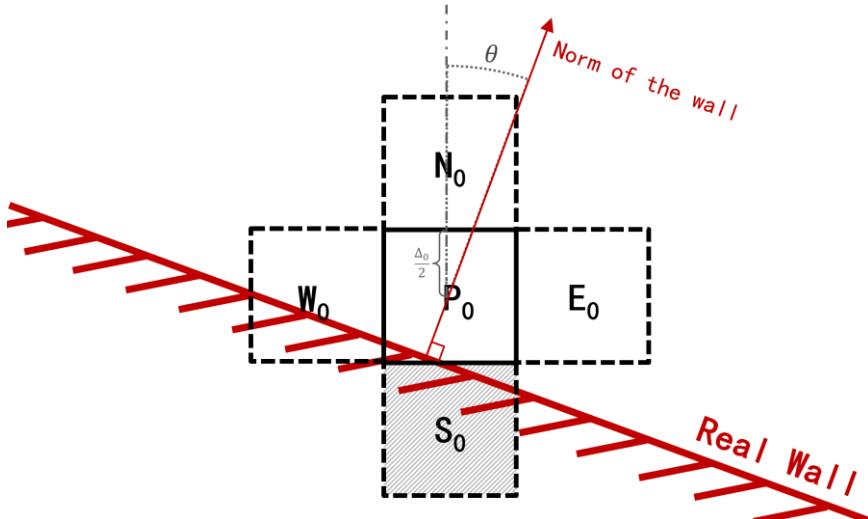


图 23 旋转变换前网格南侧为固体域示意图

尺寸变换且旋转变换后, 该位置的网格如下图 24 所示, 显然此时网格 $P$ 与壁面的关系与贴体情况相同, 因此采用前文方法处理系数阵后可得到贴体网格情况完全一致的离

散方程，达到与贴体网格一致的求解精度。

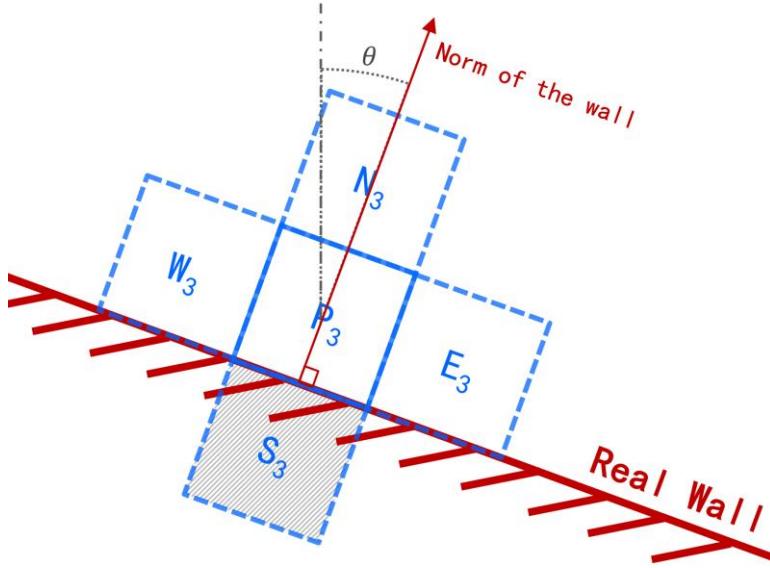


图 24 旋转变换后网格南侧为固体域示意图

对于原网格P和变换后的网格P<sub>3</sub>，分别有：

$$A_P \tilde{\phi}_P = A_N \tilde{\phi}_N + A_S \tilde{\phi}_S + A_E \tilde{\phi}_E + A_W \tilde{\phi}_W + A_L \tilde{\phi}_L + A_R \tilde{\phi}_R + S \quad (2.125)$$

$$A_{P_3} \tilde{\phi}_{P_3} = A_{N_3} \tilde{\phi}_{N_3} + A_{S_3} \tilde{\phi}_{S_3} + A_{E_3} \tilde{\phi}_{E_3} + A_{W_3} \tilde{\phi}_{W_3} + A_{L_3} \tilde{\phi}_{L_3} + A_{R_3} \tilde{\phi}_{R_3} + S_3 \quad (2.126)$$

考虑到有限体积法中盒子滤波后的标量 $\tilde{\phi}$ 为体积平均值，认为变换前后源项S不改变，即 $S_1=S_0=S$ ，因此有：

$$\begin{aligned} & A_N \tilde{\phi}_N + A_S \tilde{\phi}_S + A_E \tilde{\phi}_E + A_W \tilde{\phi}_W + A_L \tilde{\phi}_L + A_R \tilde{\phi}_R - A_P \tilde{\phi}_P \\ &= A_{N_0} \tilde{\phi}_{N_0} + A_{S_0} \tilde{\phi}_{S_0} + A_{E_0} \tilde{\phi}_{E_0} + A_{W_0} \tilde{\phi}_{W_0} + A_{L_0} \tilde{\phi}_{L_0} + A_{R_0} \tilde{\phi}_{R_0} - A_{P_0} \tilde{\phi}_{P_0} \\ &= A_{N_3} \tilde{\phi}_{N_3} + A_{S_3} \tilde{\phi}_{S_3} + A_{E_3} \tilde{\phi}_{E_3} + A_{W_3} \tilde{\phi}_{W_3} + A_{L_3} \tilde{\phi}_{L_3} + A_{R_3} \tilde{\phi}_{R_3} - A_{P_3} \tilde{\phi}_{P_3} \end{aligned} \quad (2.127)$$

令 $k_0 = \frac{\Delta_0 + \Delta_S}{\Delta + \Delta_S}$ ，则：

$$\tilde{\phi}_{S_0} = k_0 \cdot \tilde{\phi}_S + (1 - k_0) \cdot \tilde{\phi}_P \quad (2.128)$$

因此有：

$$\begin{aligned} & A_N \tilde{\phi}_N + A_S \tilde{\phi}_S + A_E \tilde{\phi}_E + A_W \tilde{\phi}_W + A_L \tilde{\phi}_L + A_R \tilde{\phi}_R - A_P \tilde{\phi}_P \\ &= A_{N_0} (k_0 \cdot \tilde{\phi}_N + (1 - k_0) \cdot \tilde{\phi}_P) + A_{S_0} (k_0 \cdot \tilde{\phi}_S + (1 - k_0) \cdot \tilde{\phi}_P) + A_{W_0} (k_0 \cdot \tilde{\phi}_W + (1 - k_0) \cdot \tilde{\phi}_P) \\ &+ A_{E_0} (k_0 \cdot \tilde{\phi}_E + (1 - k_0) \cdot \tilde{\phi}_P) + A_{L_0} (k_0 \cdot \tilde{\phi}_L + (1 - k_0) \cdot \tilde{\phi}_P) + A_{R_0} (k_0 \cdot \tilde{\phi}_R + (1 - k_0) \cdot \tilde{\phi}_P) - A_{P_0} \tilde{\phi}_P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= k_0 A_{N_0} \widetilde{\phi}_N + k_0 A_{S_0} \widetilde{\phi}_S + k_0 A_{W_0} \widetilde{\phi}_W + k_0 A_{E_0} \widetilde{\phi}_E + k_0 A_{L_0} \widetilde{\phi}_L + k_0 A_{R_0} \widetilde{\phi}_R \\
&\quad - ((1-k_0)(A_{N_0} + A_{S_0} + A_{W_0} + A_{E_0} + A_{L_0} + A_{R_0}) + A_{P_0}) \widetilde{\phi}_P
\end{aligned} \tag{2.129}$$

上式(2.128)中实际反推得到了体积变换前后系数阵的对应关系,  $\widetilde{\phi}_S$ 、 $\widetilde{\phi}_N$ 、 $\widetilde{\phi}_E$ 、 $\widetilde{\phi}_W$ 、

$\widetilde{\phi}_L$ 、 $\widetilde{\phi}_R$ 是同时位于方程两侧的未知标量, 存在无限种取值, 因此有:

$$\begin{bmatrix} A_S \\ A_N \\ A_W \\ A_E \\ A_L \\ A_R \end{bmatrix} = k_0 \begin{bmatrix} A_{S_0} \\ A_{N_0} \\ A_{W_0} \\ A_{E_0} \\ A_{L_0} \\ A_{R_0} \end{bmatrix} \tag{2.130}$$

对于对角项系数 $A_P$ , 有:

$$A_P = (1-k_0)(A_{N_0} + A_{S_0} + A_{W_0} + A_{E_0} + A_{L_0} + A_{R_0}) + A_{P_0} \tag{2.131}$$

对于绕 $\zeta_3$ 轴的旋转变换, 令 $k_3 = \frac{\pi-2\theta}{\pi}$ , 其中 $0 < \theta \leq \frac{\pi}{4}$ , 则:

$$\widetilde{\phi}_{S_3} = k_3 \widetilde{\phi}_{S_0} + (1-k_3) \widetilde{\phi}_{W_0} \tag{2.132}$$

以 $0 < \theta \leq \frac{\pi}{4}$ 的情况为例, 由式(2.127)和式(2.132)得:

$$\begin{aligned}
&A_{N_0} \widetilde{\phi}_{N_0} + A_{S_0} \widetilde{\phi}_{S_0} + A_{E_0} \widetilde{\phi}_{E_0} + A_{W_0} \widetilde{\phi}_{W_0} + A_{L_0} \widetilde{\phi}_{L_0} + A_{R_0} \widetilde{\phi}_{R_0} - A_{P_0} \widetilde{\phi}_{P_0} \\
&= A_{N_3}(k_3 \widetilde{\phi}_{N_0} + (1-k_3) \widetilde{\phi}_{E_0}) + A_{S_3}(k_3 \widetilde{\phi}_{S_0} + (1-k_3) \widetilde{\phi}_{W_0}) + A_{W_3}(k_3 \widetilde{\phi}_{W_0} + (1-k_3) \widetilde{\phi}_{N_0}) \\
&\quad + A_{E_3}(k_3 \widetilde{\phi}_{E_0} + (1-k_3) \widetilde{\phi}_{S_0}) + A_{L_3} \widetilde{\phi}_{L_0} + A_{R_3} \widetilde{\phi}_{R_0} - A_{P_3} \widetilde{\phi}_{P_0} \\
&= (k_3 A_{N_3} + (1-k_3) A_{W_3}) \widetilde{\phi}_{N_0} + (k_3 A_{S_3} + (1-k_3) A_{E_3}) \widetilde{\phi}_{S_0} + (k_3 A_{W_3} + (1-k_3) A_{S_3}) \widetilde{\phi}_{W_0} \\
&\quad + (k_3 A_{E_3} + (1-k_3) A_{N_3}) \widetilde{\phi}_{E_0} + A_{L_3} \widetilde{\phi}_{L_0} + A_{R_3} \widetilde{\phi}_{R_0} - A_{P_3} \widetilde{\phi}_{P_0}
\end{aligned} \tag{2.133}$$

因此有:

$$\begin{bmatrix} A_{S_0} \\ A_{N_0} \\ A_{W_0} \\ A_{E_0} \\ A_{L_0} \\ A_{R_0} \\ A_{P_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_3 A_{S_3} + (1-k_3) A_{E_3} \\ k_3 A_{N_3} + (1-k_3) A_{W_3} \\ k_3 A_{W_3} + (1-k_3) A_{S_3} \\ k_3 A_{E_3} + (1-k_3) A_{N_3} \\ A_{L_3} \\ A_{R_3} \\ A_{P_3} \end{bmatrix} \tag{2.134}$$

上式(2.134)即为网格P及其相邻网格绕 $\zeta_3$ 轴顺时针旋转 $\theta$ 前后的系数阵对应关系。对于三维情况，为了使网格的某一面旋转至与真实壁面重合，除绕 $\zeta_3$ 轴旋转外，还可能需要绕 $\zeta_1$ 轴和 $\zeta_2$ 轴旋转。根据上文讨论的二维旋转情况可推广出三维旋转的系数阵对应关系。

假设绕 $\zeta_3$ 、 $\zeta_2$ 、 $\zeta_1$ 轴顺时针旋转的角度分别为 $\frac{(1-k_3)\pi}{2}$ 、 $\frac{(1-k_2)\pi}{2}$ 、 $\frac{(1-k_1)\pi}{2}$ ，分别得到系数阵 $A_3$ 、 $A_2$ 、 $A_1$ ，三个系数阵之间的变换关系为：

$$\begin{bmatrix} A_{S_3} \\ A_{N_3} \\ A_{W_3} \\ A_{E_3} \\ A_{L_3} \\ A_{R_3} \\ A_{P_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 A_{S_2} + (1-k_2) A_{L_2} \\ k_2 A_{N_2} + (1-k_2) A_{R_2} \\ A_{W_2} \\ A_{E_2} \\ k_2 A_{L_2} + (1-k_2) A_{N_2} \\ k_2 A_{R_2} + (1-k_2) A_{S_2} \\ A_{P_2} \end{bmatrix} \quad (2.135)$$

$$\begin{bmatrix} A_{S_2} \\ A_{N_2} \\ A_{W_2} \\ A_{E_2} \\ A_{L_2} \\ A_{R_2} \\ A_{P_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{S_1} \\ A_{N_1} \\ k_1 A_{W_1} + (1-k_1) A_{R_1} \\ k_1 A_{E_1} + (1-k_1) A_{L_1} \\ k_1 A_{L_1} + (1-k_1) A_{W_1} \\ k_1 A_{R_1} + (1-k_1) A_{E_1} \\ A_{P_1} \end{bmatrix} \quad (2.136)$$

由上式 (2.134)-(2.136)可求得三维旋转前后的系数阵变换关系：

$$\begin{bmatrix} A_{S_0} \\ A_{N_0} \\ A_{W_0} \\ A_{E_0} \\ A_{L_0} \\ A_{R_0} \\ A_{P_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 k_3 A_{S_1} + (1-k_1)(1-k_2) k_3 A_{W_1} + k_1(1-k_3) A_{E_1} + [k_1(1-k_2) k_3 + (1-k_1)(1-k_3)] A_{L_1} \\ k_2 k_3 A_{N_1} + (1-k_1)(1-k_2) k_3 A_{E_1} + k_1(1-k_3) A_{W_1} + [k_1(1-k_2) k_3 + (1-k_1)(1-k_3)] A_{R_1} \\ (1-k_1) k_3 A_{R_1} + k_2(1-k_3) A_{S_1} + k_1(1-k_2)(1-k_3) A_{L_1} + [k_1 k_3 + (1-k_1)(1-k_2)(1-k_3)] A_{W_1} \\ (1-k_1) k_3 A_{L_1} + k_2(1-k_3) A_{N_1} + k_1(1-k_2)(1-k_3) A_{R_1} + [k_1 k_3 + (1-k_1)(1-k_2)(1-k_3)] A_{E_1} \\ k_1 k_2 A_{L_1} + (1-k_1) k_2 A_{W_1} + (1-k_2) A_{N_1} \\ k_1 k_2 A_{R_1} + (1-k_1) k_2 A_{E_1} + (1-k_2) A_{S_1} \\ A_{P_1} \end{bmatrix} \quad (2.137)$$

经尺度变换和三维旋转变换后，当前位置的相关网格点由P、N、S、W、E、L、R变换为 $P_1$ 、 $N_1$ 、 $S_1$ 、 $W_1$ 、 $E_1$ 、 $L_1$ 、 $R_1$ ，变换后的网格其中一面与壁面重合。首先，可将 $P_0$ 视为贴体网格，处理其系数阵 $A_1$ 以添加壁面边界条件，之后反变换回 $A$ ，此时与贴体网格精度一致的壁面边界条件以系数阵的形式被加入到非贴体网格P中。

仅考虑网格 $P_1$ 的离散形式控制方程组，对于离散形式动量方程，需要加入浸没边界彻体力源项：

$$S_{IBM}^{\text{momentum}} = -A_{S_1} \widetilde{\phi_{S_1}} \quad (2.138)$$

以及壁面切应力形成的源项:

$$S_w^{\text{momentum}} = \frac{\tau_w \cdot L_S \cdot a_S}{|J| \cdot L_S} \cdot (1 - n_{Sx}^2) \cdot \widetilde{\phi}_{P_1} + \frac{\tau_w \cdot L_S \cdot a_S}{|J| \cdot L_S} \cdot n_{Sx} \cdot (n_{Sy} \cdot \frac{\partial \tilde{v}}{\partial i} + n_{Sz} \cdot \frac{\partial \tilde{w}}{\partial i}) \quad (2.139)$$

对于壁面附近的不同流体网格, 所采取的尺度变换及旋转变换通常是不同的, 且线性方程组求解器实际上求解的是未变换的P、N、S、W、E、L、R对应的方程组, 而非变换后得到的 $P_1$ 、 $N_1$ 、 $S_1$ 、 $W_1$ 、 $E_1$ 、 $L_1$ 、 $R_1$ 所对应的方程组。因此在处理系数阵 $A_1$ 后, 需采用式(2.137)将网格反变换至P、N、S、W、E、L、R, 得到对应于变换之前方程组的系数阵 $A$ 。遍历处理所有靠近固体域的流体网格, 即可求解出对应于准确的边界条件的所有系数阵, 最终可采用与贴体结构网格一致的求解器求解。

在应用浸没边界方法时, 除了流体网格某一侧的相邻网格为固体域外, 还存在单个流体网格被多个固体网格包围的情况。对于三维情况, 流体网格被三个或以下彼此相邻的固体网格包围时可采用上述变换。对于二维情况, 流体网格被两个相邻的固体网格包围时, 如图 25 所示, 可采用上述变换, 得到图 26, 并可采用与上文相同的方法处理系数阵。

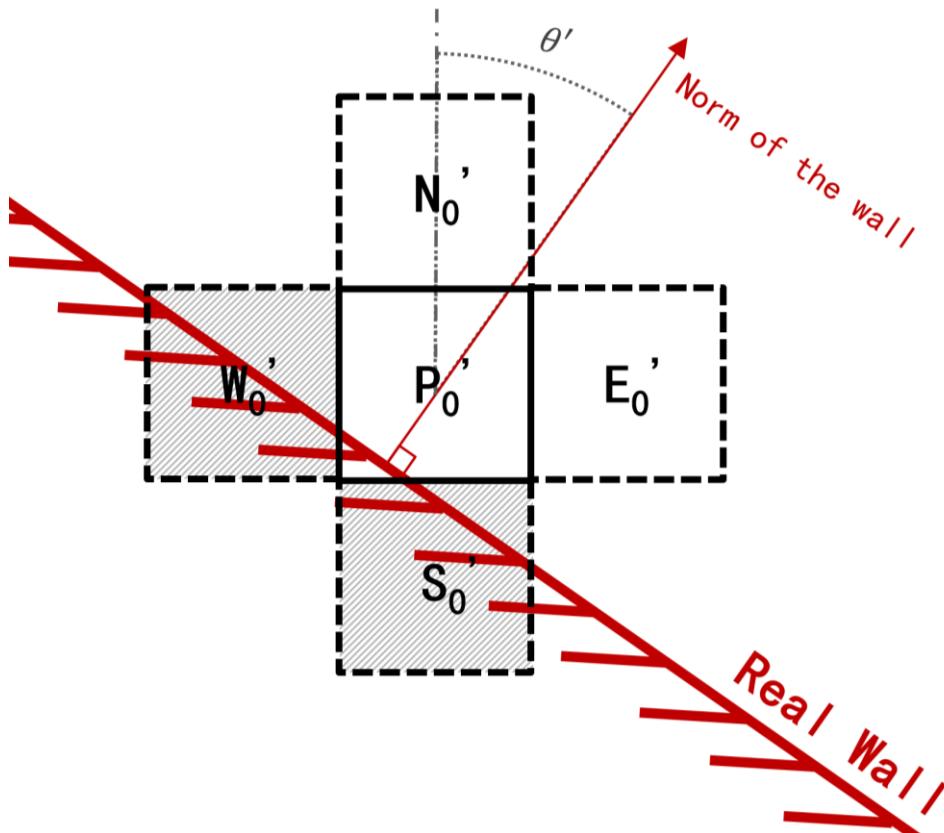


图 25 网格西侧和南侧均为固体域示意图

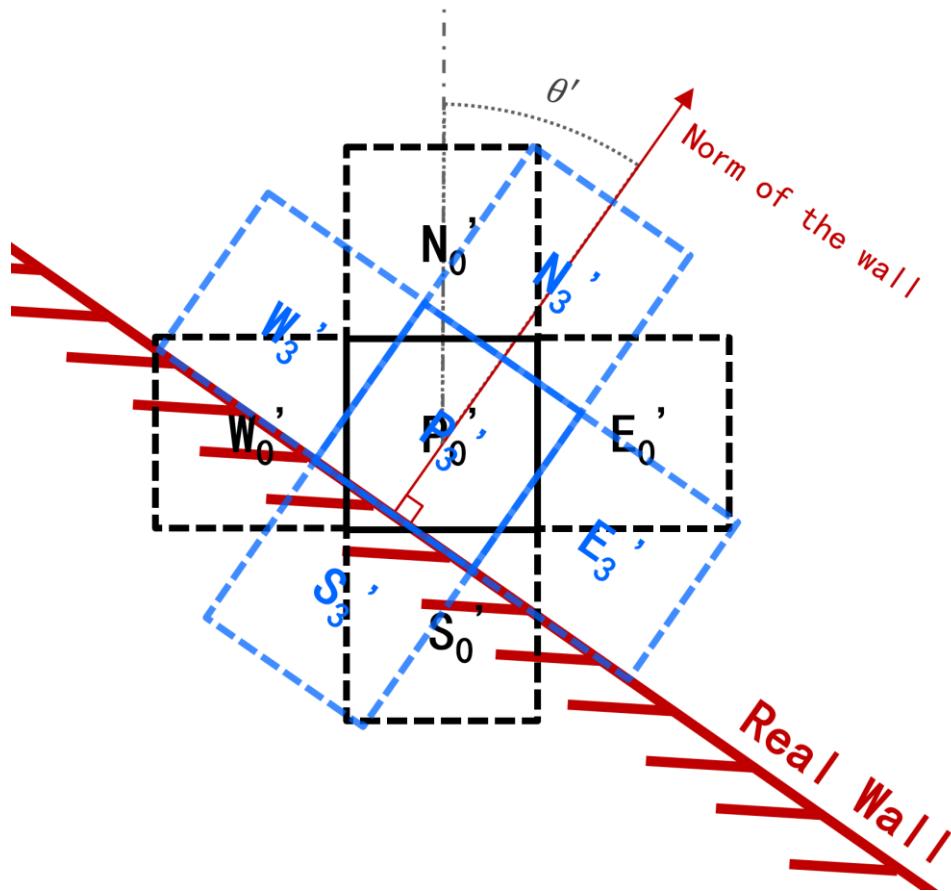


图 26 被多个固体网格包围的流体网格旋转变换示意图

## 2.4 非贴体网格两相液滴追踪算法

航空发动机燃烧室中，航空煤油经初始雾化形成大量煤油液滴，煤油液滴蒸发为气相煤油后与空气掺混，并在一定条件下发生燃烧反应。本文采用欧拉-拉格朗日两相模型模拟液滴粒子与气流的质量和动量相互作用。

两相模拟中，液滴的破碎、蒸发以及与流体的作用力求解均为亚网格的，与燃烧室壁面的位置无直接关系。但在求解液滴粒子的运动轨迹时，则需要根据壁面位置和法向量等信息计算粒子与壁面碰撞后的反弹或黏附情况。当采用如图 27 所示的贴体网格时，壁面位置对应于计算域边界，而固体域位于计算域外。因此对于  $t$  时刻某粒子的位置  $\mathbf{P}_t$ ，只需要判断该粒子按当前速度运动在下一时间步将到达的位置  $\mathbf{P}'_{t+\Delta t}$  是否位于计算域外，若位于计算域外，则粒子将在  $t \sim (t+\Delta t)$  这段时间内碰撞到壁面。计算其反弹时可求解与  $\mathbf{P}'_{t+\Delta t}$  关于壁面对称的位置  $\mathbf{P}_{t+\Delta t}$ ，即为该粒子在  $(t+\Delta t)$  时刻的位置，并且将粒子速度向量  $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$  设置为反弹前速度向量  $\mathbf{u}_t$  关于壁面的对称向量。

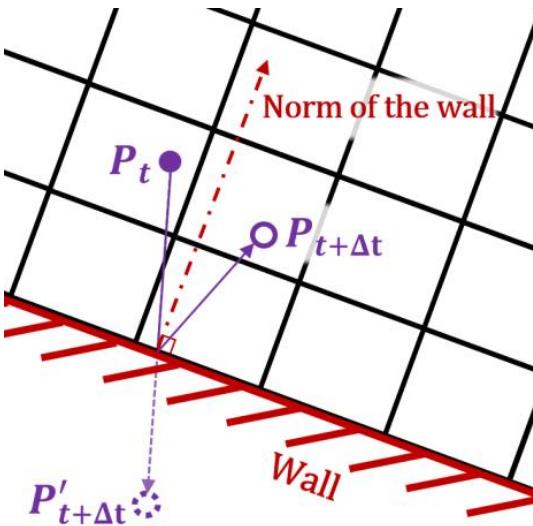


图 27 采用贴体网格时粒子反弹示意图

基于浸没边界法模拟燃烧室中的两相燃烧时，燃烧室几何模型被映射为网格上的流体或固体标记，用网格标记表示的固体壁面与真实壁面一般是不完全一致的，如图 28 所示。因此在用网格标记表示壁面时丢失了真实壁面的部分信息，这对于用欧拉法求解的流动与气相燃烧影响不大，但对于用拉格朗日法求解的液滴粒子运动，则影响了粒子反弹轨迹和速度的求解，并可能导致粒子与壁面碰撞判断错误。

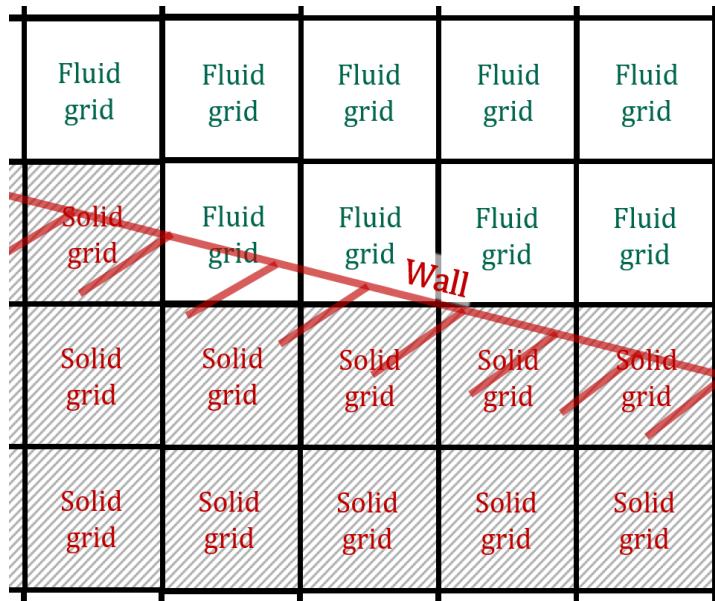


图 28 采用 IBM 时网格标记与真实壁面关系示意图

首先，假设粒子不能在单一时间步 $\Delta t$ 内跨越被标记为固体域，若粒子在 $t \sim (t + \Delta t)$ 这段时间内碰撞到壁面，则粒子下一时间步的位置 $P'_{t+\Delta t}$ 应当位于固体域内，如图 29 所示。因此，只需判断 $P'_{t+\Delta t}$ 所在的网格标记是否为固体标记，若是，则需求解粒子的反弹轨迹和反弹后的速度。

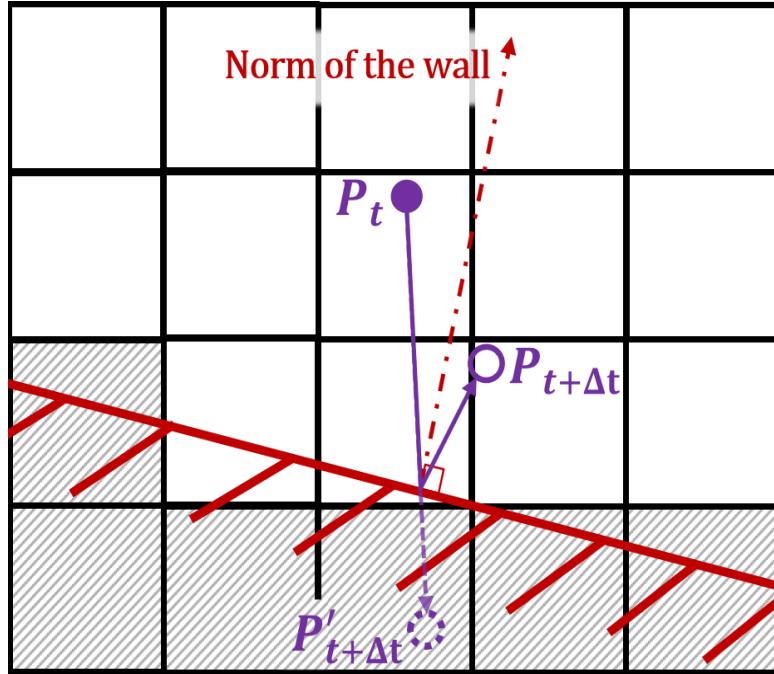


图 29 采用 IBM 时粒子与壁面碰撞后反弹示意图

粒子反弹的求解需要求解点  $P'_{t+\Delta t}$  关于壁面的对称位置  $P_{t+\Delta t}$  和速度  $\mathbf{u}_t$  关于壁面对称的矢量  $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$ ，因此需要真实壁面的法向量等信息。对于紧邻固体域的流体网格，重新调用前文中的求交算法，从而获取真实壁面的信息。将某一紧邻固体域的流体网格位置计为  $\mathbf{O}_{\text{wall}}$ ，生成三条正交的扫描线  $\mathbf{O}_{\text{wall}} + t_1 \mathbf{D}_1$ 、 $\mathbf{O}_{\text{wall}} + t_2 \mathbf{D}_2$ 、 $\mathbf{O}_{\text{wall}} + t_3 \mathbf{D}_3$ ，其中  $\mathbf{D}_1$ 、 $\mathbf{D}_2$ 、 $\mathbf{D}_3$  相互垂直。对于 STL 模型三角面集合中第  $m$  个三角面，几何文件中包含三角面的三个顶点坐标  $\mathbf{P}_{0m}$ 、 $\mathbf{P}_{1m}$ 、 $\mathbf{P}_{2m}$  以及该三角面的法向量  $\mathbf{N}_m$ ，因此将集合中第  $m$  个三角面记为  $[\mathbf{P}_{0m}, \mathbf{P}_{1m}, \mathbf{P}_{2m}, \mathbf{N}_m]$ 。基于 Möller-Trumbore 求交算法得到  $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$  的值。

因此点  $\mathbf{O}_{\text{wall}}$  到三角面  $[\mathbf{P}_{0m}, \mathbf{P}_{1m}, \mathbf{P}_{2m}, \mathbf{N}_m]$  的距离  $l_m$  可以表示为  $|t_1 \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{N}_m|$  或  $|t_2 \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{N}_m|$  或  $|t_3 \mathbf{D}_3 \cdot \mathbf{N}_m|$ 。遍历所有三角面并求出点  $\mathbf{O}_{\text{wall}}$  到三角面的最小距离  $l_n$ ，则将  $\mathbf{N}_n$  作为点  $\mathbf{O}_{\text{wall}}$  处的壁面法向量，用于求解粒子在位于  $\mathbf{O}_{\text{wall}}$  处的网格附近的反弹轨迹和速度。

折流燃烧室利用发动机转子带动离心甩油盘高速转动实现燃油雾化，在高转速工况下，甩油盘初始雾化得到的液滴速度往往很高。而折流燃烧室火焰筒为薄壁结构，采用 IBM 方法模拟其两相燃烧时，可能会出现粒子在单一时间步内穿越薄壁的情况，如图 30 所示。由于火焰筒壁对应的固体域较薄且粒子速度较高，当前位于流体域  $\mathbf{P}_t$  位置的某粒子在下一时间步的位置  $\mathbf{P}'_{t+\Delta t}$  仍位于流体域，但在  $t \sim (t+\Delta t)$  时间段内的轨迹穿过了固体域。

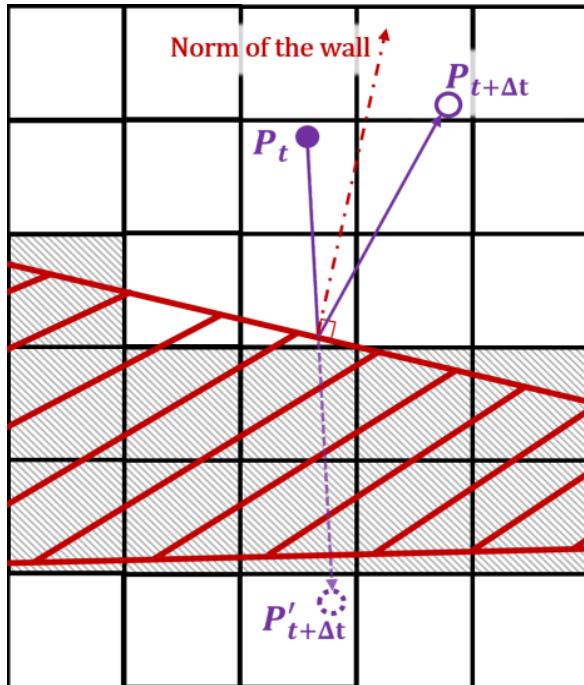


图 30 粒子在单个时间步内穿越壁面示意图

主燃烧室中，燃油液滴一般只在火焰筒中运动，因此可以对欧拉法求解湍流燃烧和拉格朗日法求解粒子轨迹采用不同的流固标记。对于液滴粒子的运动，可以将燃烧室模型作较大幅度的简化，只保留简化后的火焰筒内流体域作为粒子轨迹的计算域，从而减少求解壁面法向量等信息的计算量，并避免高速粒子在单一时间步内穿越薄壁结构，如图 31 所示，图中绿色阴影为液滴粒子轨迹求解时的固体壁面。

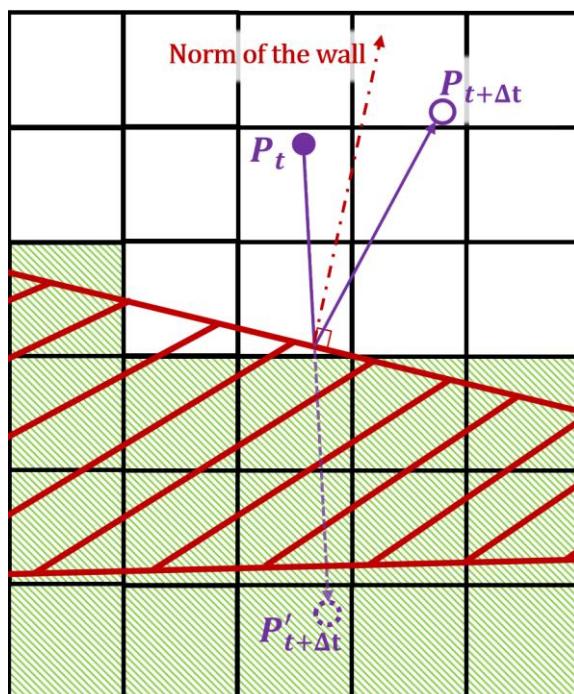


图 31 粒子与薄壁碰撞后反弹示意图

图 32 中展示了用于求解某真实燃烧室的燃烧流场和喷雾粒子运动轨迹的网格标记。其中被标记为灰色的部分对应于该燃烧室的真实壁面，结构较为复杂。而被标记为蓝色的对应于简化后的火焰筒壁面，简化火焰筒壁面时忽略了火焰筒上的小孔以及距离主燃区较远的曲面结构，因此能够通过扫描算法准确求解简化后火焰筒的壁面真实位置和法向量。

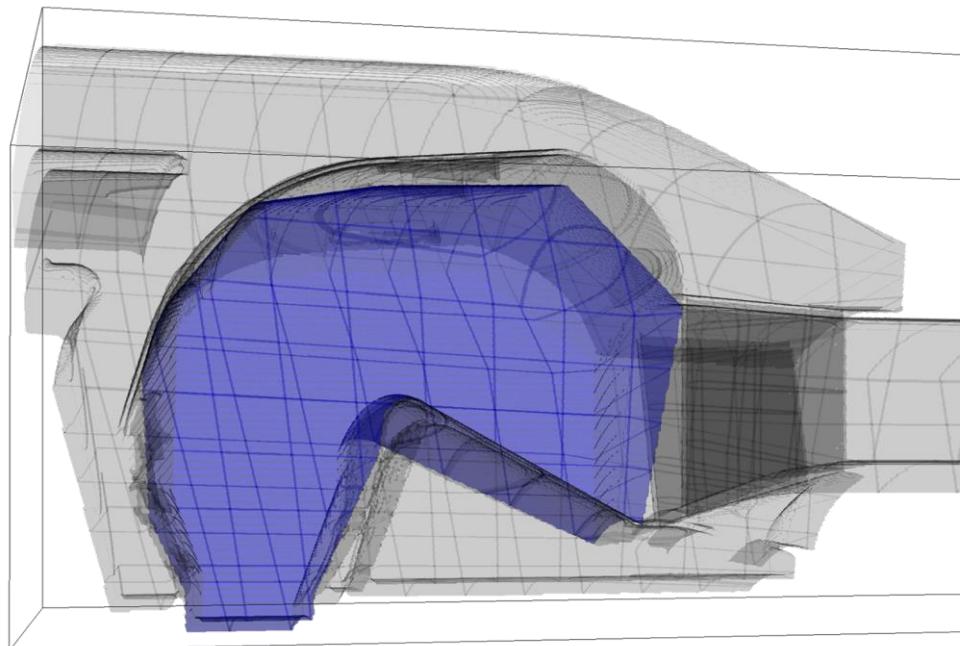


图 32 气相燃烧与液滴粒子轨迹计算域网格标记示例

基于上文中的两种网格标记，采用欧拉法在灰色计算域标记中求解湍流燃烧，采用拉格朗日法在蓝色计算域标记中求解喷雾粒子破碎、黏附、反弹等运动。当液滴所在的区域结构较为简单时或模拟加力燃烧室的火焰稳定器后方的两相燃烧、关注液滴在壁面处的反弹时，应保证液滴运动的拉格朗日计算域标记与实际燃烧室中的相关结构一致，当火焰筒等结构较为复杂时，可将拉格朗日计算域设置为简化掉小孔和复杂曲面的火焰筒模型。

冷态工况中求解得到无燃烧反应时的液滴粒子运动轨迹，如图 33 所示。煤油液滴从甩油盘边缘沿图中黄色箭头方向进入计算域，之后受到红色箭头 1 表示的来自前进气锥气流的作用下向燃烧室后方运动至靠近火焰筒内壳的位置，其后跟随用红色箭头 2 表示的从火焰筒内壳流入的气流运动并与红色箭头 3 所示的前进气锥气流相遇，沿主燃区涡结构的边缘向火焰筒外壳运动。部分粒子运动到靠近火焰筒外壳的液滴运动的计算域边界，并在反弹后随红色箭头 4 所示的进气斗进入的气流继续运动。

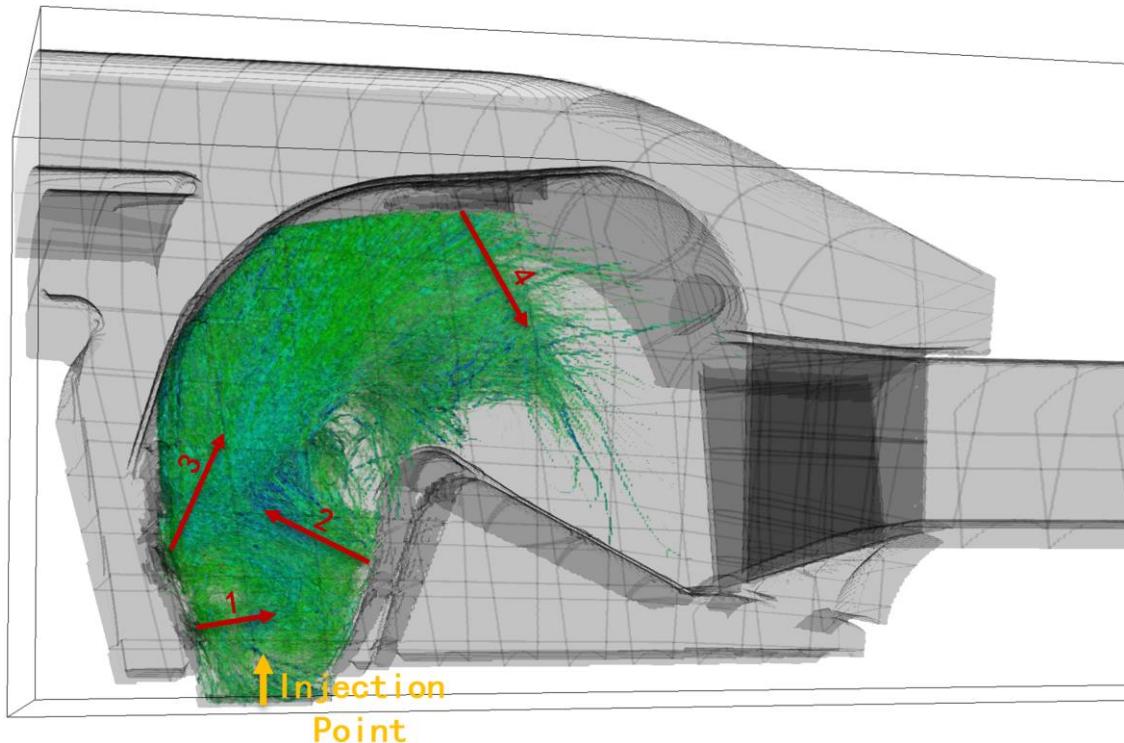


图 33 冷态工况液滴粒子运动轨迹示例

## 2.5 本章小结

本章本文中首先推导了由光线追踪中常用的 Möller-Trumbore 算法发展而来的 IBM 网格标记高速并行生成算法，并且梳理和推导了基于 LES-TPDF 湍流燃烧模型的相关算法，并通过隐式地向离散方程中添加彻体力源项、处理随机输运方程中的随机项，将曲线坐标系下的 IBM 与 LES-TPDF 模型结合。在其基础上进一步探索和推导了针对离散控制方程组，将边界网格局部重构为贴体网格，从而将包含精确壁面位置和边界法向量的边界条件施加于离散形式控制方程组的系数矩阵上，最后反变换得到需要求解的线性方程组的新方法。为了实现复杂结构燃烧室内的两相燃烧模拟，求解雾化后燃油液滴在壁面附近的反弹、黏附等运动状态，基于与网格标记生成相似的方法发展了非贴体网格粒子追踪算法。

其中 IBM 网格标记的生成算法用于离散和识别燃烧室几何模型，是本研究中浸没边界方法应用于燃烧室模拟的基础。其后介绍的基于浸没边界方法的 LES-TPDF 原理与算法利用浸没边界方法为本研究中涉及的控制方程组提供边界条件。为了提升本研究中将浸没边界方法应用于 LES-TPDF 的模拟精度，发展了基于网格边界局部重构求解系数阵的浸没边界方法。

### 第三章 AECSC-IBM 软件开发及检验

本章首先介绍 AECSC-IBM 软件的结构和使用方法，随后基于射流火焰和圆柱绕流的模拟分别检验该软件在几乎不涉及壁面条件处理的简单几何结构的流场内湍流燃烧模拟精度以及在不涉及燃烧反应而涉及较复杂壁面条件处理的湍流流动的模拟精度。

#### 3.1 软件简介

针对航空发动机燃烧室等结构构型复杂，描述这样的构型要求网格总量大、质量高、并行分块困难的特点，采用浸没边界方法计算流场边界，基于改进的 Möller-Trumbore 算法生成可局部加密的、带有边界法向量信息的浸没边界网格标记，在此基础上采用 LES-TPDF 模型求解湍流燃烧，结合喷雾粒子破碎、蒸发模型以及针对浸没边界锯齿网格的粒子反弹计算方法，开发 AECSC-IBM 软件，用于实现复杂模型内两相湍流燃烧的数值模拟。

AECSC-IBM 中的湍流燃烧模型及线性方程组求解算法由 AECSC 2.0 中的模型和算法发展而来，而 AECSC 发展自帝国理工大学 Jones 教授开发的用于求解射流燃烧的 BOFFIN。从 BOFFIN 的全名 “Boundary fitted flow integrator” 中不难看出 AECSC-IBM 与 AECSC 2.0 以及 BOFFIN 有本质的区别，AECSC-IBM 中的网格不再贴体，而是基于 IBM 实现了控制方程组边界条件的模化，以适应复杂构型多连通域中湍流燃烧的求解，满足复杂结构真实燃烧室高保真模拟的需求。AECSC-IBM 在 AECSC 2.0 的基础上共增加或改写源文件 77 个，修改后（不含算例设置部分）代码行数增多 9031 行，总行数为 55618。

AECSC-IBM 软件的编译和运行依赖于 GCC (GNU compiler collection，包含 GFortran)、CMake 和 OpenMPI (或 MPICH)。软件中的空间离散采用二阶中心差分格式，时间离散采用 Crack-Nicholson 格式，采用 SIMPLE (Semi-implicit method for pressure linked equations) 算法求解 N-S (Navier-Stokes) 方程组，采用 Euler 随机场法求解概率密度函数输运方程，并采用曲线坐标系隐式浸没边界方法设置 N-S 方程组及随机变量输运方程组的边界条件。大涡模拟中可选用标准或动态 Smagorinsky-Lilly 亚网格应力模型，欧拉随机场方法中的 Weiner 过程为 Euler-Maruyama 显式格式，气液两相的耦合采用 Euler-Lagrange 方法。对于液滴粒子的破碎求解可选用 Claudio's 随机破碎模型或分级破

碎模型，液滴蒸发求解可选用 A-S (Abramzon-Sirignano) 模型、Spalding 模型、考虑自然对流的厚交换层 (NC-TEL, Natural convection-Thick exchange layer) 模型以及非平衡 Langmuir-Kundsen (L-K) 模型，点火过程的火核模拟可选用能量沉积 (ED, Energy deposition) 模型。软件总体结构如图 34 所示。

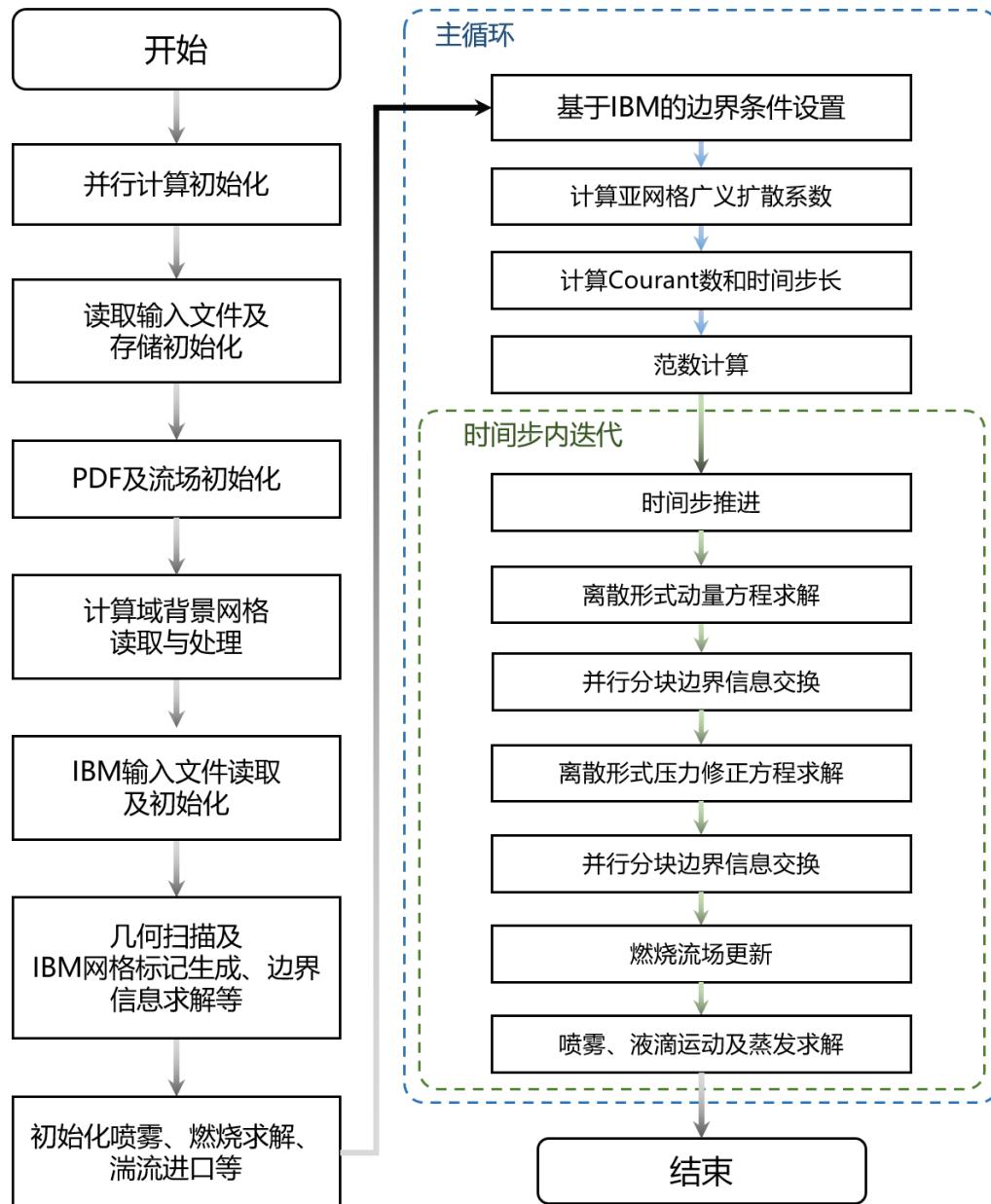


图 34 AECSC-IBM 总体结构示意图

AECSC-IBM 基于浸没边界法为控制方程组提供边界条件以实现复杂构型燃烧室高保真模拟并大幅降低网格生成的工作量，而网格标记的生成是浸没边界方法实现的基础，图 35 中展示了基于 Möller-Trumbore 算法扫描 STL 格式的几何文件并实现网格标记快

速并行生成的流程。

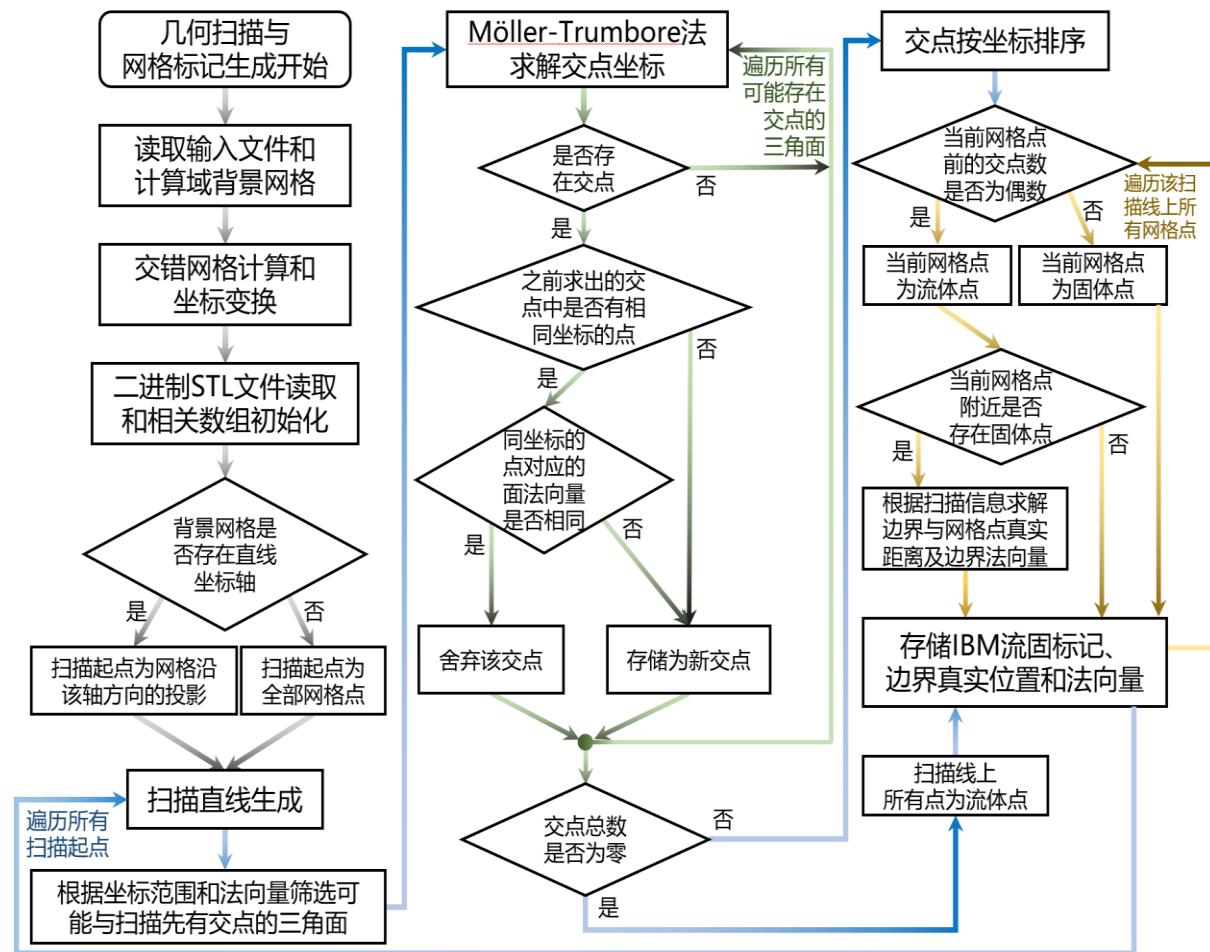


图 35 网格标记生成流程图

在新设备上运行 AECSC-IBM 首先需要配置环境, 下图 36 中以 Debian 系列和 RedHat 系列的 Linux 系统为例展示了 AECSC-IBM 的编译运行环境配置方法, 也可采用其他方式安装 GCC (包括 GFortran)、Cmake 和 MPICH (或 OpenMPI)。

```
sudo apt-get install gcc gfortran cmake mpich
#环境安装（以Ubuntu为例）
```

```
sudo yum install gcc gfortran cmake mpich
#环境安装（以Centos为例）
```

bash

图 36 编译运行环境配置示例

配置环境后需将源文件夹于执行文件夹 (EXEC) 置于同一目录下, 编译源文件得到的可执行文件将被直接移动至执行文件夹中。此外, 在可执行文件夹中还需配置参数文件, AECSC-IBM 执行文件夹的一个示例如表 2 所示。

表 2 AECSC-IBM 执行文件夹示例

EXEC/	Decomp/	计算域背景网格文件夹
	ethanol/	乙醇机理文件夹
	ethylene/	乙烯机理文件夹
	imbmesh/	IBM 网格标记存储文件夹
	injector/	喷点数据存储文件夹
	inject_define/	多喷点参数配置文件夹
	kerosene/	煤油机理文件夹
	methane/	甲烷机理文件夹
	methanol/	甲醇机理文件夹
	n-heptane/	正庚烷机理文件夹
	PDF/	燃烧反应数据文件夹
	propane/	丙烷机理文件夹
	Restart/	重启动数据文件夹
	Visit/	可视化输出文件夹
	aecsc	可执行文件
	model.STL	几何模型文件
	input.d	基础参数文件
	imb.d	IBM 相关参数文件
	chemistry.d	化学机理参数文件
	inject_def.d	喷雾计算域配置文件
	spark.d	点火参数文件

imb.d 文件用于设置浸没边界方法的参数，如图 37 所示，其中第一行为模型名称定义，模型必须为二进制 STL 格式，并且应将模型放入 EXEC 文件夹下。需要注意的是，由于 STL 模型多用于 3D 打印，在导出 STL 模型时，可能会存在将模型坐标全部转换为正数(平移到第一象限)的选项，应保证 Decomp 中的基础计算域网格坐标设置于 STL 模型坐标一致。第二行为模型固体标记，根据第一行的 STL 模型设置，本程序中输入 STL 几何模型的实体部分可以是实际非计算域(固体壁面)或是实际计算域(流体)，若第二行数值为 true，则程序将 STL 实体部分识别为固体壁面或障碍物等非计算域，若为 false，则程序将 STL 实体部分识别为流体区域。第三行为基础网格正交性标记，若数值为 true，则 Decomp 中的基础网格应为正交网格，若数值为 false，则可以是非正交结构网格，当数值为 false 时，程序中扫描 STL 模型生成网格速度大幅慢于数值为 true 的情况。文件第四行为是否读取已有网格的标记，若该值为 false，则表示根据 STL 模型新生成网格，若为 true，则读取 imbmesh 文件夹中已有的网格，可以用于算例的重启动。文件第五行为是否输出网格的标记，若该数值为 true，表明将算例运行时生成或读取的

网格输出到 imbmesh 文件夹中。文件第六行为是否修补浸没边界标记的选项，一般在几何结构复杂时选择 true。文件第七行为是否单独设定喷雾计算域，一般在加力燃烧室、折流燃烧室等喷雾粒子速度较高且壁面较薄的情况下选择 true，此时必须要在 inject\_def.d 文件的第一行中定义喷雾粒子运动计算域的模型文件。第八行为是否修正蒸发源项的选项，如设置为 true，则会将全场的蒸发量按比例放缩至喷雾流量，以避免点火或更换喷雾模型引起单个节点蒸发源项过大导致发散。第九行为求解法向量的方式，取值为 0 时不求解法向量，取值为 1 时单向扫描求解法向量，取值为 2 时在所有流体边界点作三向扫描以精确求解法向量。第十行为调用并行分块边角信息交换标记，取值为 0 时不修正分块边角的信息交换情况，取值非 0 时根据浸没边界标记在并行分块边角的分布修正边角的信息交换情况。第十一行为扫描生成浸没边界时的扫描方向，当第三行为 true 时生效，取值为 1、2、3 时扫描方向分别与 X、Y、Z 轴平行。最后一行为是否启用浸没边界方法，若为 false，则不采用浸没边界方法。

```

model.STL      //model name
false          //if model is solid
true           //if SCAN-axis is straight
false          //if read mesh
true           //if write mesh
true           //if fix holes needed
true           //spray_mesh
true           //vapo_rate correction
1              //if calcu_norm
0              //if call_crn_func in bndry3_crn
3              // Scan Direction of IMB_MESH, 2=Y 3=Z
true          //if immersed

```

图 37 imb.d 文件示例

与 AECSC 2.0 的执行文件夹相比，除了 imb.d 文件外，AECSC-IBM 软件的运行还需要用 imbmesh 文件夹存储用于重启动的网格标记。此外，AECSC-IBM 中增加了多喷点初始化的功能，喷雾模拟可采用不限个数且不同参数的喷点，这些喷点的配置文件在 inject\_define 文件夹中设置。另外，对于喷雾粒子有可能碰壁的情况，需要将 imb.d 中的第七行设置为 true，并且在 inject\_def.d 的第一行中设置喷雾粒子计算域的模型文件。当燃烧室模型较为复杂，难以求解粒子运动轨迹时，可采用粒子运动计算域简化的火焰筒模型，当需要精确求解粒子在真实壁面附近的反弹和黏附等运动状态时，粒子运动计算域边界需要为未简化的真实壁面。

## 3.2 圆柱绕流算例检验

前文第二章中提到的边界网格局部重构求解系数阵的浸没边界方法能够通过网格放缩与旋转变换准确求得对应于贴体网格边界条件的离散控制方程组系数阵，从而使边界附近的流场求解达到与贴体网格算法一致的精度。这里采用雷诺数为3900的圆柱绕流算例检验本方法及相应求解程序的准确性。

该算例中，圆柱直径 $D=0.02\text{ m}$ ，进口空气流速 $U_c=2.89668\text{ m/s}$ ，计算域长宽高分别为 $25D$ 、 $10D$ 、 $\pi D$ ，圆柱中心与进口的距离为 $5D$ 。计算所用网格总数为688.896万，在圆柱附近基于坐标变换加密，分为64个并行分块，每个分块具有相同的网格数以实现负载均衡，图 38 中展示了用于模拟圆柱绕流的背景网格。

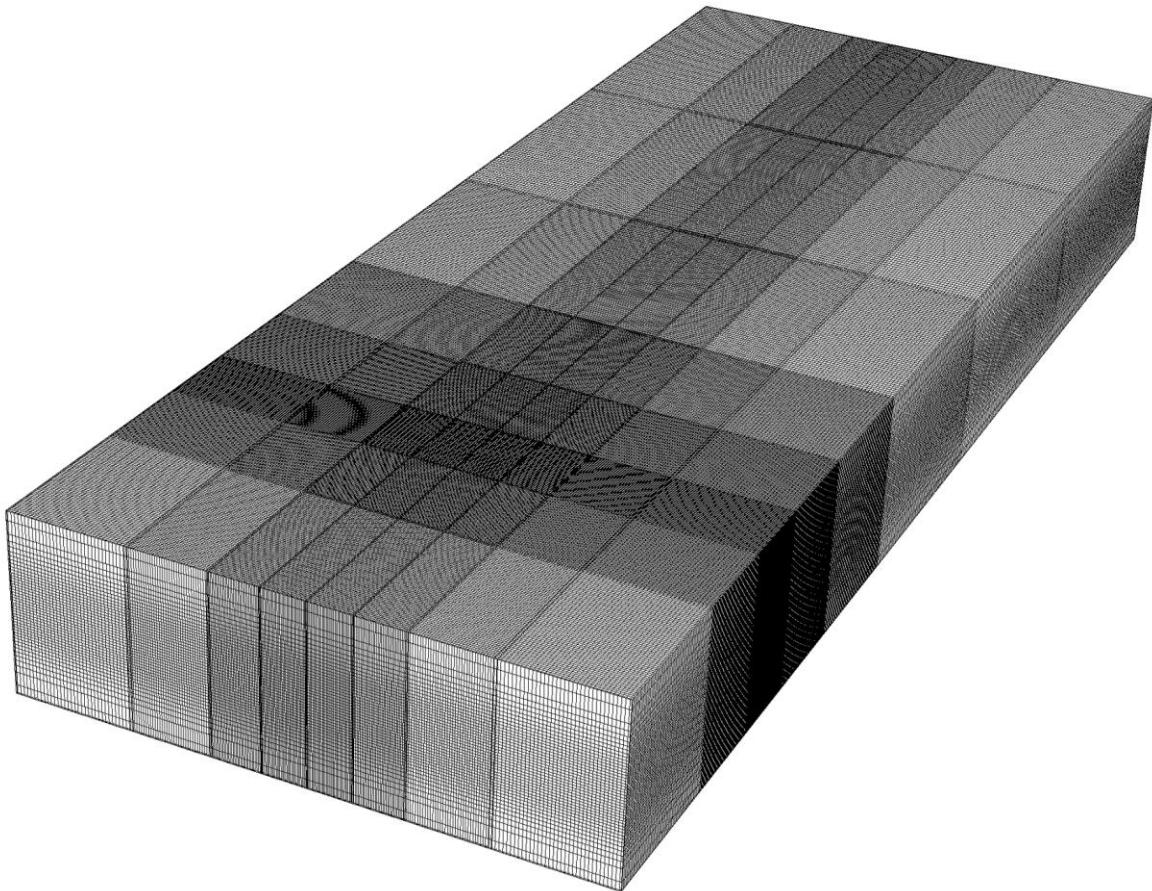


图 38 用于模拟圆柱绕流算例的网格

模拟并统计得到的时均流向相对速度分布如图 39 所示，圆柱后方的脱体涡形成了回流区。时均流向速度最低为 $U_{\min}=-0.8867\text{ m/s}$ ，该位置位于 Y-Z 平面中央，且与圆柱中心的距离 $x=0.0288\text{ m}$ 。

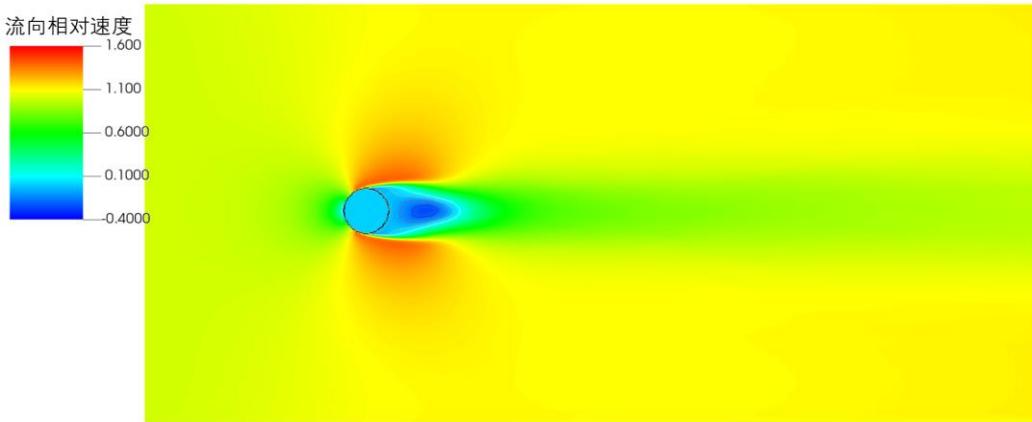


图 39 中央截面的时均流向相对速度云图

图 40 中展示了时均流向相对速度在中心线上沿 X 轴方向的分布，其中  $x/D$  表示与圆柱中心的相对距离。图中将基于边界网格重构求解系数阵方法的 AECSC-IBM 软件模拟结果与 Parnaudeau 等<sup>[153]</sup>、Ma 等<sup>[154]</sup>以及 Lourenco 等<sup>[155]</sup>的模拟结果或实验结果对比，可知 AECSC-IBM 模拟得到的时均速度沿流向分布规律与 Parnaudeau 的 PIV 测量结果相近，最小速度  $U_{\min}$  的值及所在位置处于 Parnaudeau 的实验数据与 Lourenco 的实验数据之间。

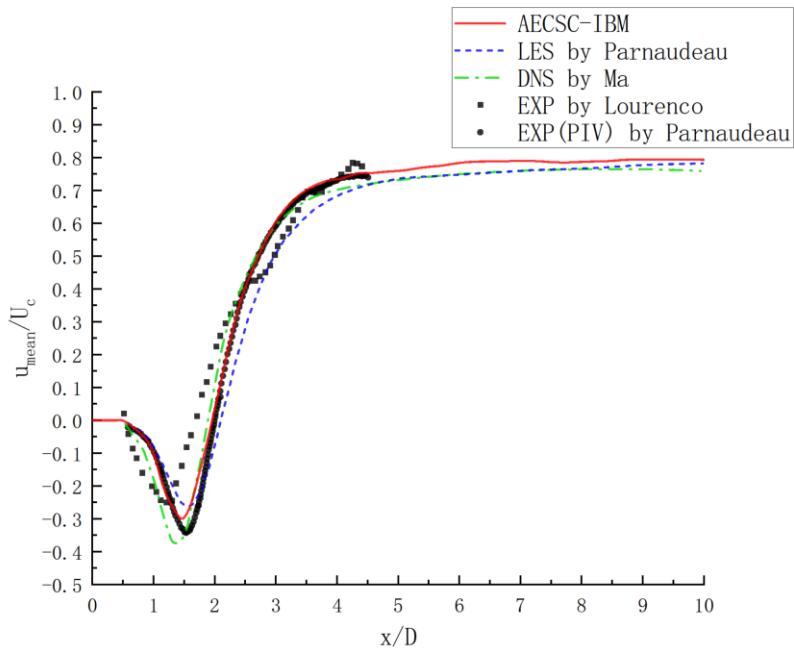


图 40 中央截面的时均流向相对沿流向的分布

图 41 中在 Z 轴中央截面上取  $x/D=1.06$ 、 $1.54$  和  $2.02$  三条线上的时均流向相对速度分布数据，并与 Pernaudeau 的模拟结果及实验数据对比。可知时均流向速度在 AECSC-IBM 的模拟结果在  $x/D=1.06$  处偏差稍大，而在  $x/D=1.06$  和  $2.02$  位置则更为准确。

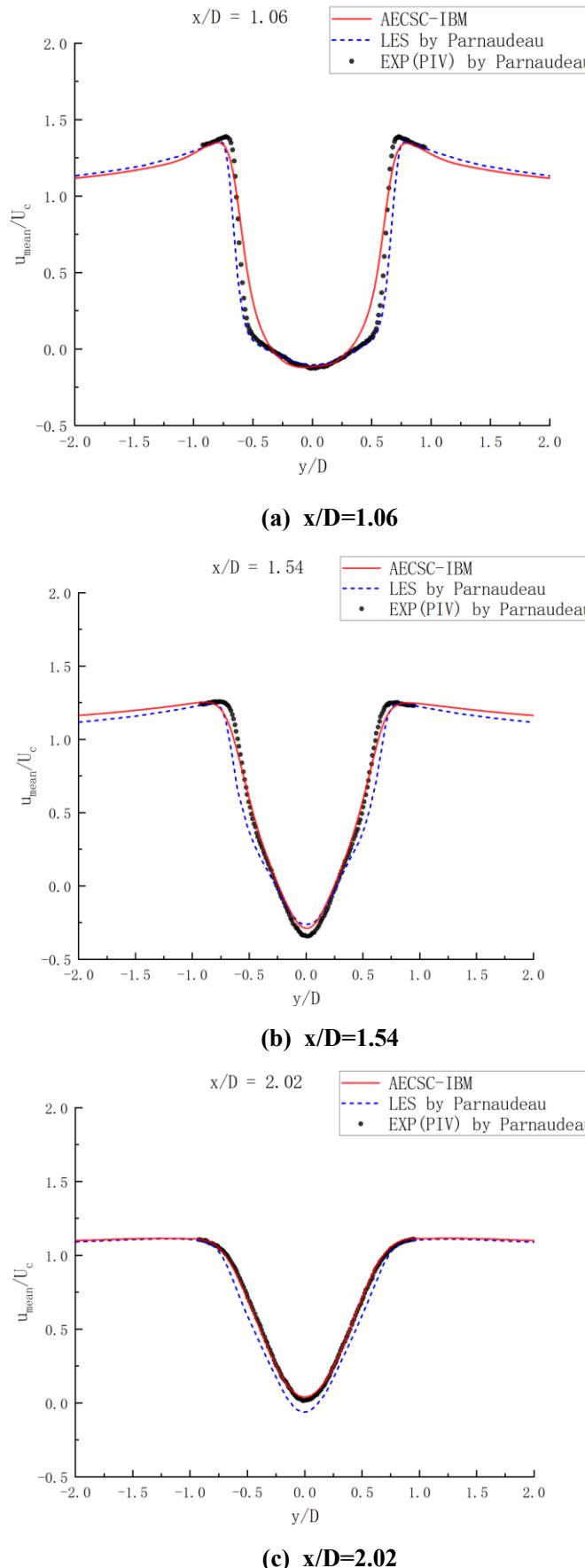


图 41 时均流向相对速度沿横向的分布

Z 轴中央截面的时均横向相对速度分布如图 42 所示，与流向速度不同，时均横向速度相对于中心线不对称，呈“蝴蝶”状分布。

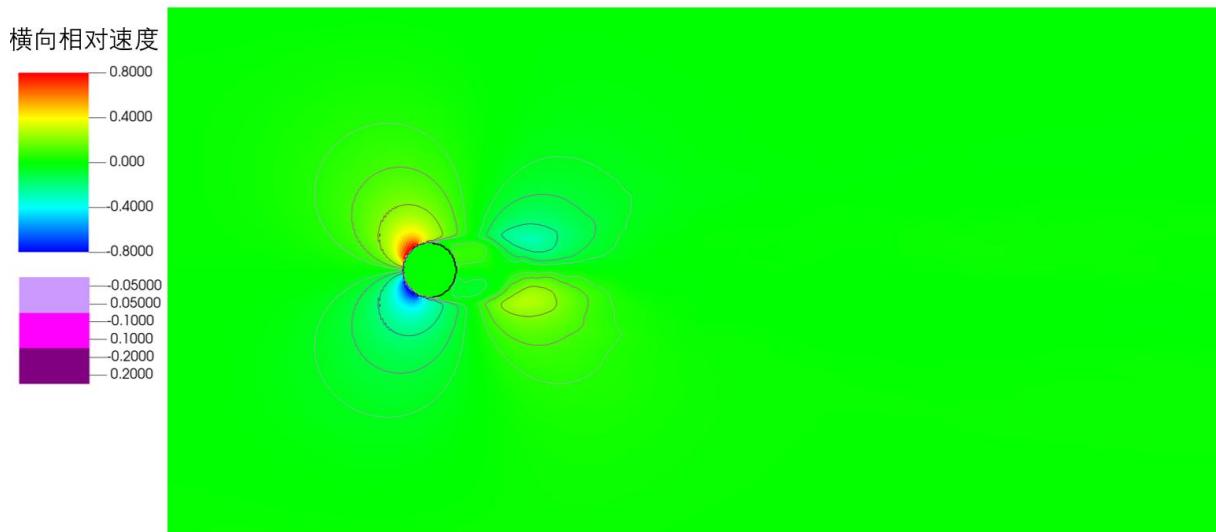
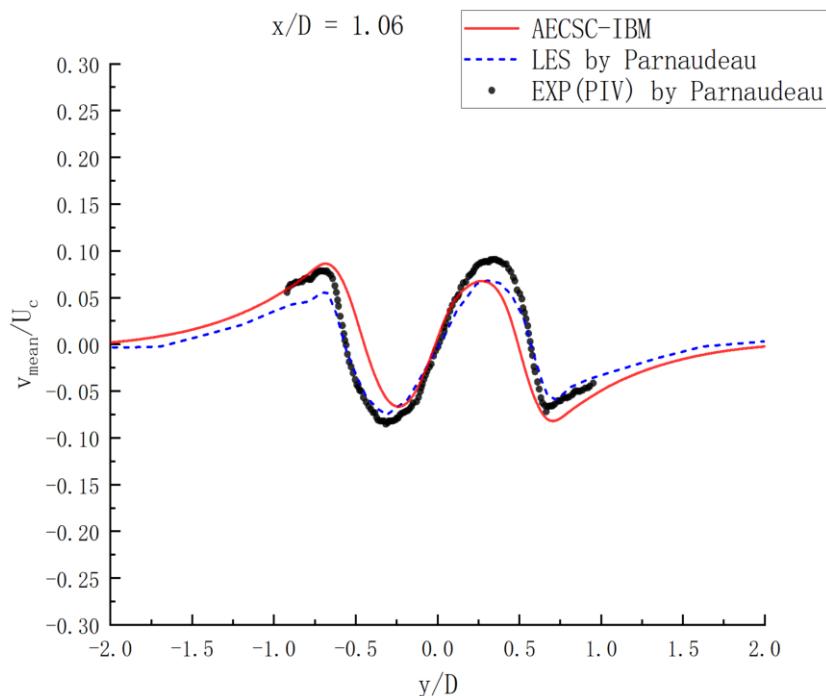


图 42 中央截面的时均横向相对速度云图

时均横向速度在中心线上接近于 0，统计 Z 轴中央截面  $x/D=1.06$ 、 $1.54$  和  $2.02$  三条线上的横向速度分布并与文献中的模拟结果及实验数据对比，得到图 43，可知在  $x/D=1.06$  位置 AECSC-IBM 模拟结果中靠近中心线的两个极值间距角近，而在  $x/D=1.06$  和  $2.02$  位置 AECSC-IBM 模拟精度较高。



(a)  $x/D=1.06$

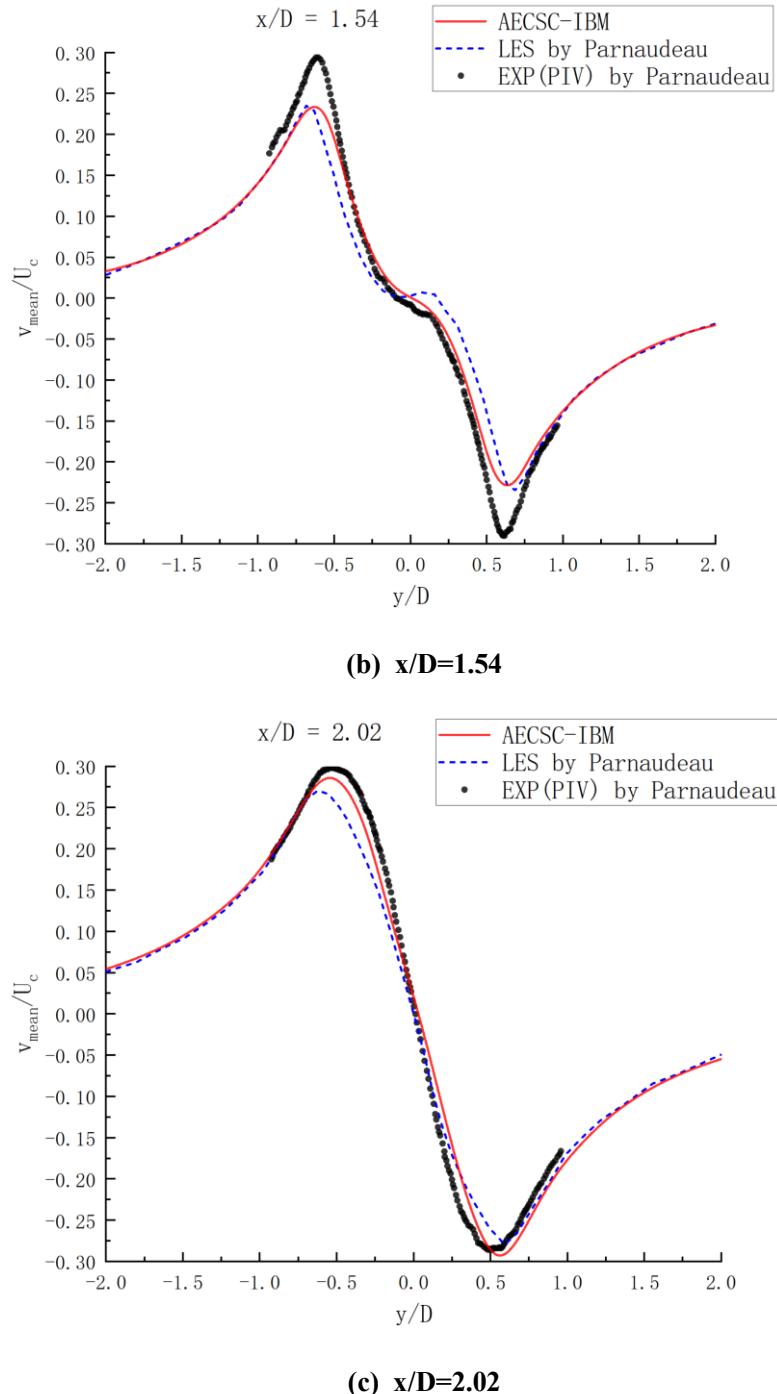


图 43 时均横向相对速度沿横向的分布

图 44 中展示了流向速度脉动  $\frac{\bar{u}u'}{U_c U_c}$  在 Z 轴中央截面上的分布，速度脉动主要由周期性的脱体涡引起。图 45 中对比了 AECSC-IBM 模拟结果中的流向速度脉动与文献中的模拟结果与实验数据，模拟结果中的速度脉动分布与实验数据及文献中的大涡模拟结果一致，表明 AECSC-IBM 中所采用的壁面处理方法及大涡模拟算法能够准确地求解圆柱附近的湍流流场。

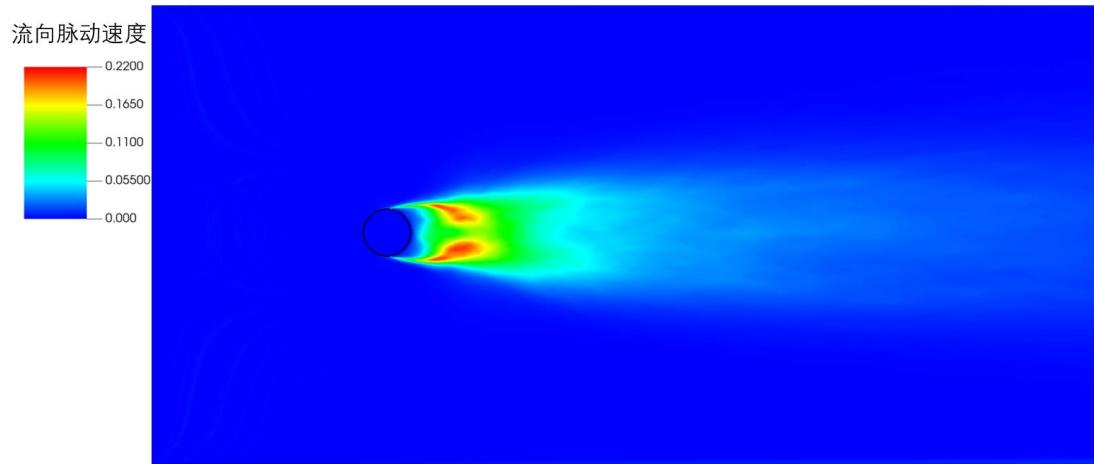
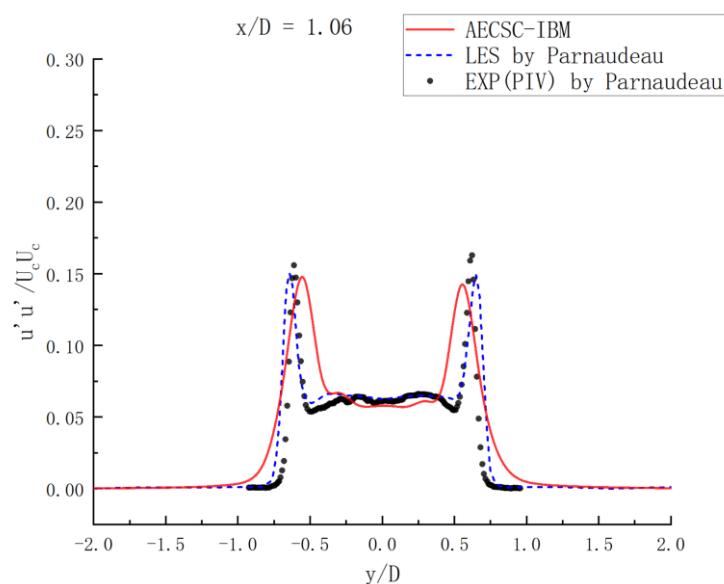
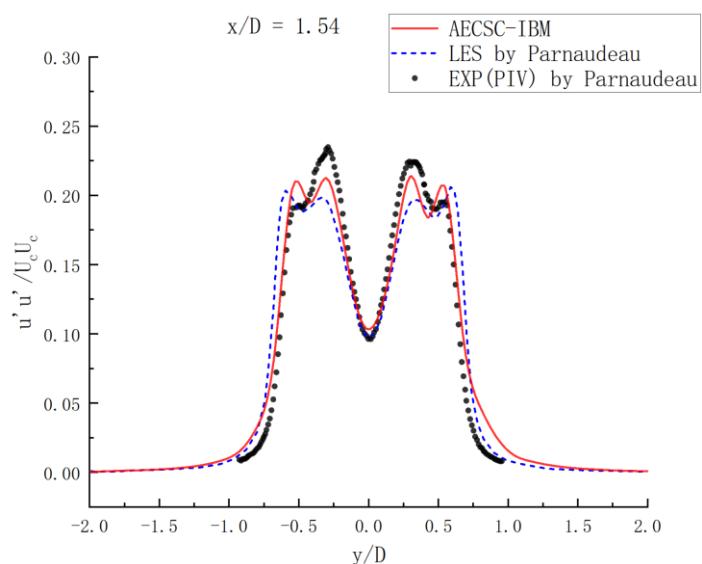


图 44 中央截面的流向速度脉动分布云图

(a)  $x/D=1.06$ (b)  $x/D=1.54$

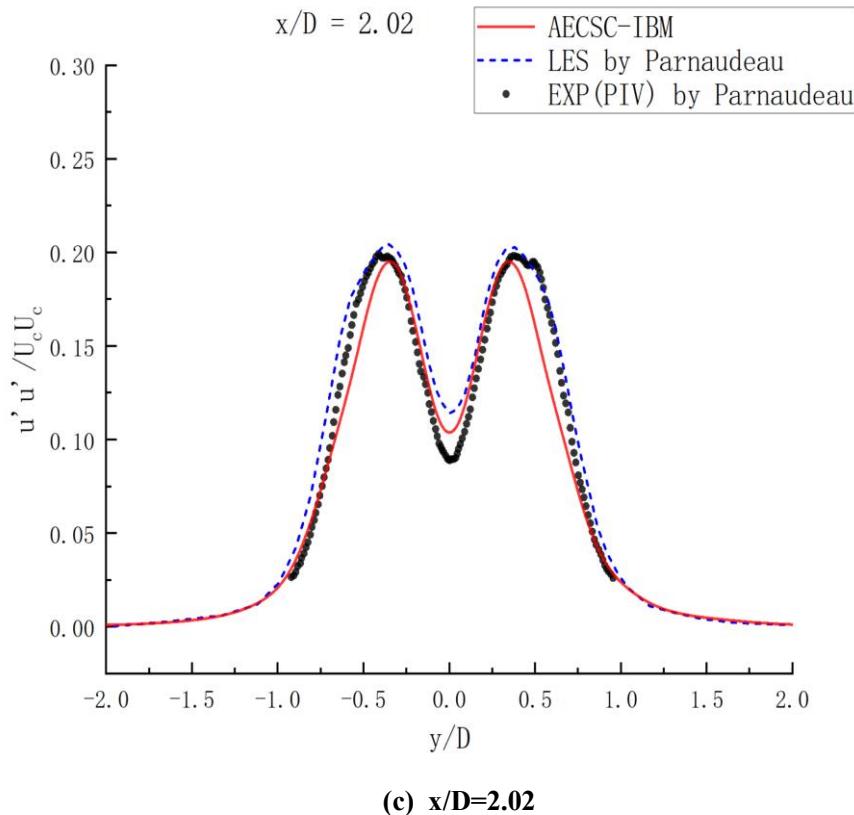


图 45 流向速度脉动沿横向的分布

图 46 中展示了横向速度脉动  $\frac{v' v'}{U_c U_c}$  在 Z 轴中央截面上的分布，较靠近圆柱后方的位置流速接近于 0，横向速度脉动较低，圆柱体两侧速度接近恒定，脉动较弱，圆柱体两侧脱落出的线涡在圆柱体后方互相作用并逐渐增强，在距离回流区边缘位置附近形成峰值，如图 47 所示。

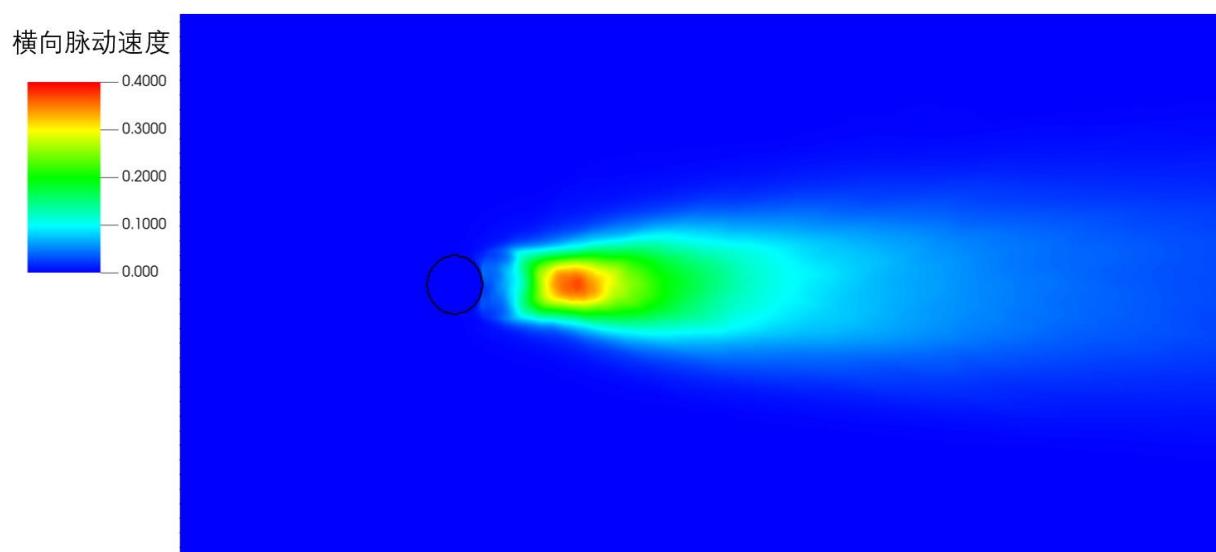


图 46 中央截面的横向速度脉动分布云图

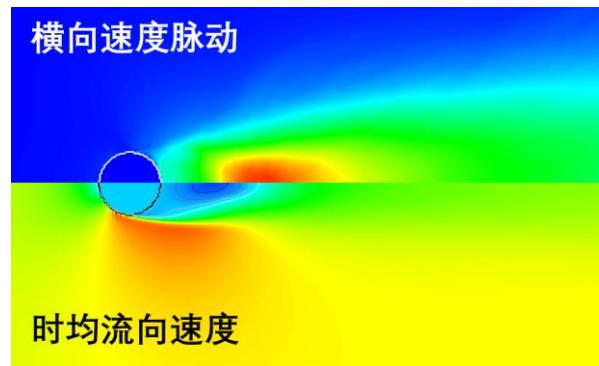
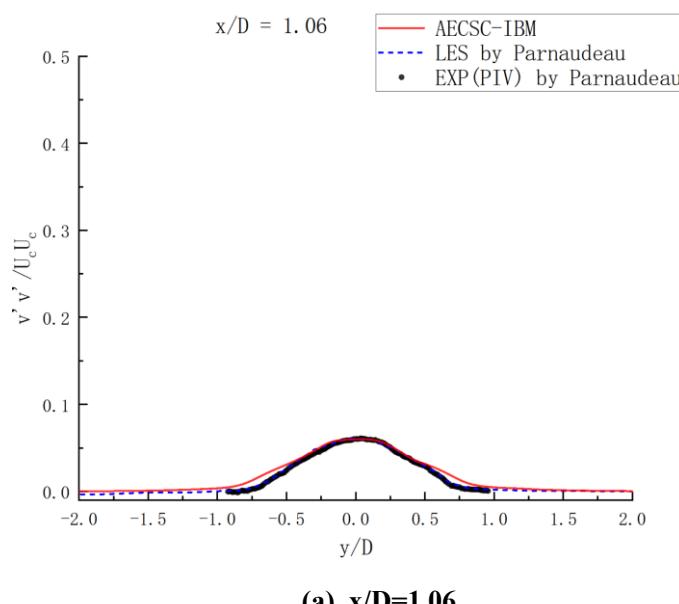
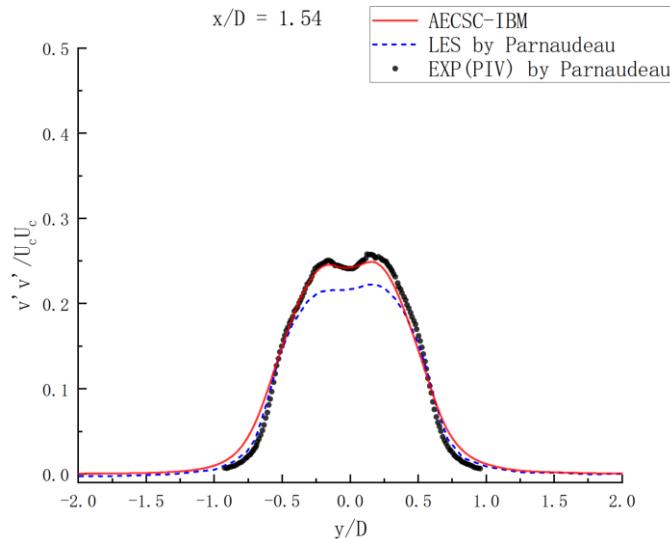


图 47 中央截面的时均流向速度于横向速度脉动对比

Z 轴中央截面上  $x/D = 1.06$ 、 $1.54$  和  $2.02$  三条线的横向速度脉动分布模拟结果与文献数据的对比如图 48 所示。

(a)  $x/D=1.06$ (b)  $x/D=1.54$

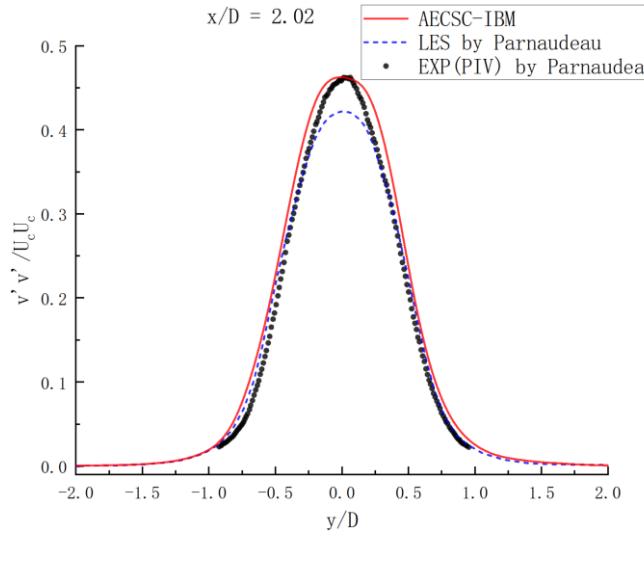
(c)  $x/D=2.02$ 

图 48 横向速度脉动沿横向的分布

圆柱绕流中一般选取平均阻力系数 $\overline{C}_d$ 、用于表征非定常运动惯性力与惯性力之比的 St (Strouhal) 数、时均流向相对速度最低值 $u_{\min}/U_c$ 以及无量纲平均回流长度 $L_r/D$ ，表 3 中对比了采用了网格变换求解系数阵方法的 AECSC-IBM 求解得到的平均流场积分参数与文献中的实验数据或模拟结果，对比表明模拟得到的平均阻力系数、St数、流向速度最低值以及平均回流长度均是合理的。

表 3 AECSC-IBM 模拟结果中关键参数与文献数据对比

	$\overline{C}_d$	St	$u_{\min}/U_c$	$L_r/D$
AECSC-IBM	0.964596	0.2344	-0.2614	1.44
Loureco 等 <sup>[155]</sup> (实验)	0.99	0.22	-0.247	1.18
Ong 等 <sup>[157]</sup> (实验)	0.99	0.21	-	1.33
Karvchenko 等 <sup>[156]</sup> (LES)	1.04	0.21	-0.37	1.35
Parnaudeau 等 <sup>[153]</sup> (LES)	-	0.208	-0.26	1.56
Beaudan 等 <sup>[155]</sup> (LES)	0.92	0.209	-	1.74
Franke 等 <sup>[158]</sup> (LES)	0.978	0.209	-	1.64

在圆柱绕流中主流与壁面边界层的剪切作用形成了涡结构，圆柱两侧的涡结构在圆柱后侧脱落并形成两列线涡，这两列涡结构在随主流向后运动时相互吸引并相互影响，形成交替排列的充满湍流涡结构的区域和无涡结构的区域。

涡结构表征流体的旋转运动，针对计算或实验中涡结构的识别，目前已发展出多种方法，第一代涡识别方法由 Helmholtz<sup>[159]</sup>提出，采用 Cauchy-Stokes 速度梯度张量分解求解反对称张量得到的涡量表示涡丝。而在后续研究<sup>[160, 161]</sup>中发现涡量的大小与流体旋转运动关联性较弱，例如在二维槽道流的边界层中涡量很大但不存在流体旋转运动。在上世纪八十年代，基于当地速度梯度的特征值发展了Q、 $\lambda_{ci}$ 、 $\lambda_2$ 等识别方法，其中 Hunt 等<sup>[162]</sup>提出的Q准则被广泛应用。2016年 Liu 等<sup>[163]</sup>将涡量分解为旋转部分和非旋转部分，并用 Liutex- $\Omega$ 表示旋转部分的涡量占涡量大小的比例，更准确地描述了流体的转动。下图 49、图 50 和图 51 分别为圆柱附近的涡量、Q以及 Liutex- $\Omega$ 的分布。相比于前两者，Liutex- $\Omega$ 被定义为流场中当地流体运动的转动部分，为相对值，可以同时捕捉到大涡量的强涡和紧邻圆柱体后侧的弱涡。

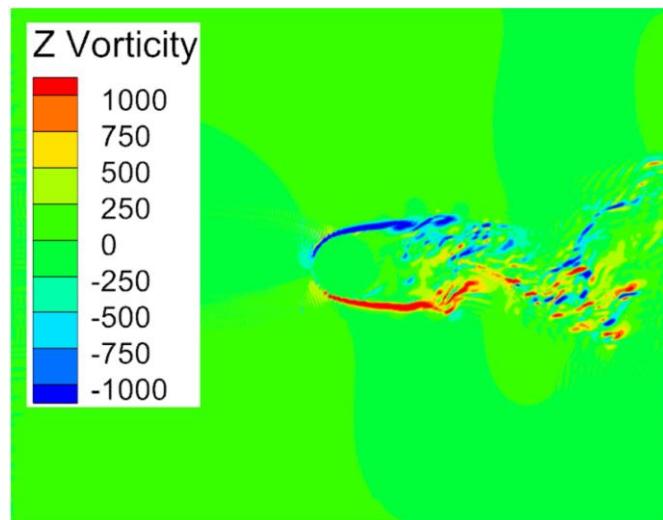


图 49 基于涡量的涡识别

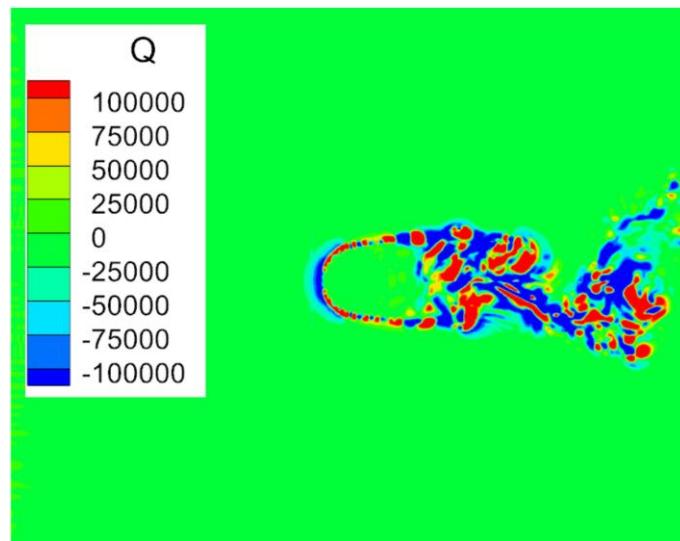
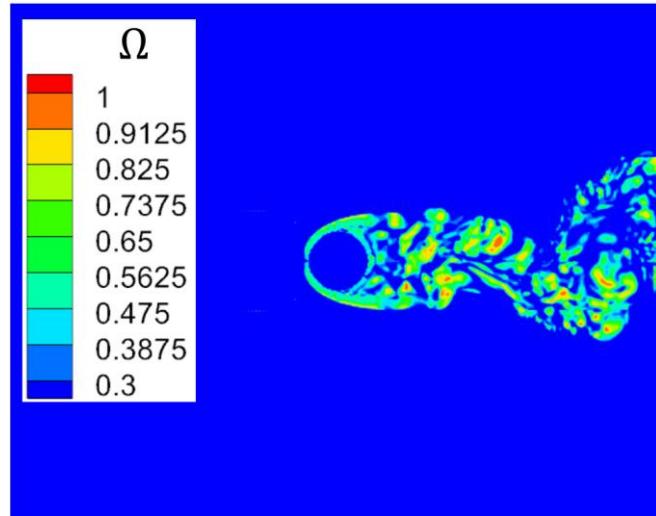


图 50 基于Q准则的涡识别

图 51 基于 Liutex- $\Omega$ 的涡识别

### 3.3 射流火焰算例检验

验证 AECSC-IBM 求解湍流燃烧场的准确性，应用该软件基于图 52 所示的 231 万网格模拟 Sandia 实验室的射流火焰实验<sup>[150]</sup>中的 Flame-E 及 Flame-F，两种算例雷诺数分别为 33600 和 44800。射流火焰算例中，底部进口中心的半径 3.6 mm 的内喷口喷射 293 K, 1:3 的甲烷-空气混合气，半径 9.1 mm 外喷口喷射 1880 K (Flame-E) 或 1860 K (Flame-F) 的高温空气。

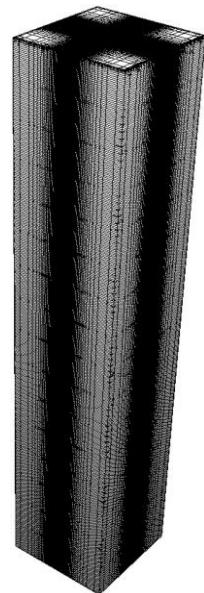


图 52 射流火焰网格图

图 53、图 54、图 55 和图 56 中分别展示了 Flame-E 和 Flame-F 纵截面的瞬态速度云图、时均湍流动能 (Turbulent kinetic energy, TKE) 云图、瞬态温度云图以及瞬态甲

烷质量分数云图。Flame-E 和 Flame-F 中央射流最高速度分别为  $94.43 \text{ m/s}$  和  $125.90 \text{ m/s}$ ，两者均表现出较高的湍流强度。

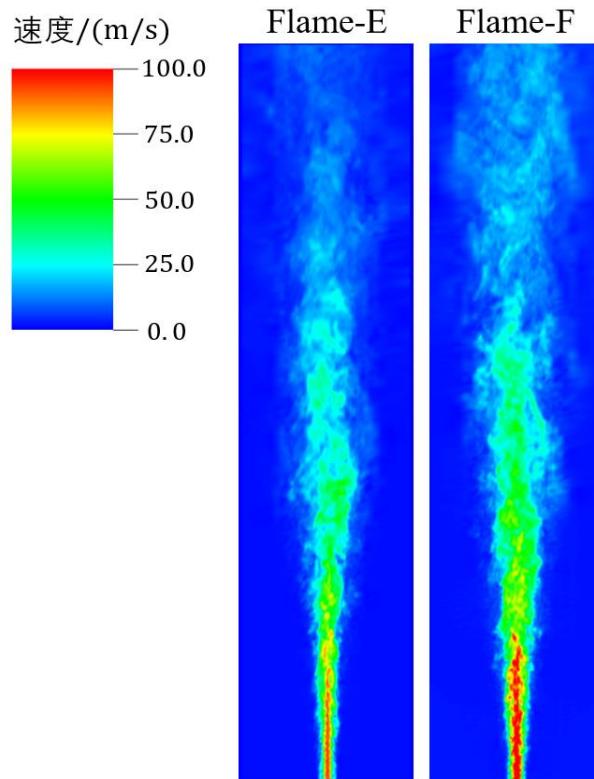


图 53 射流火焰瞬态速度云图

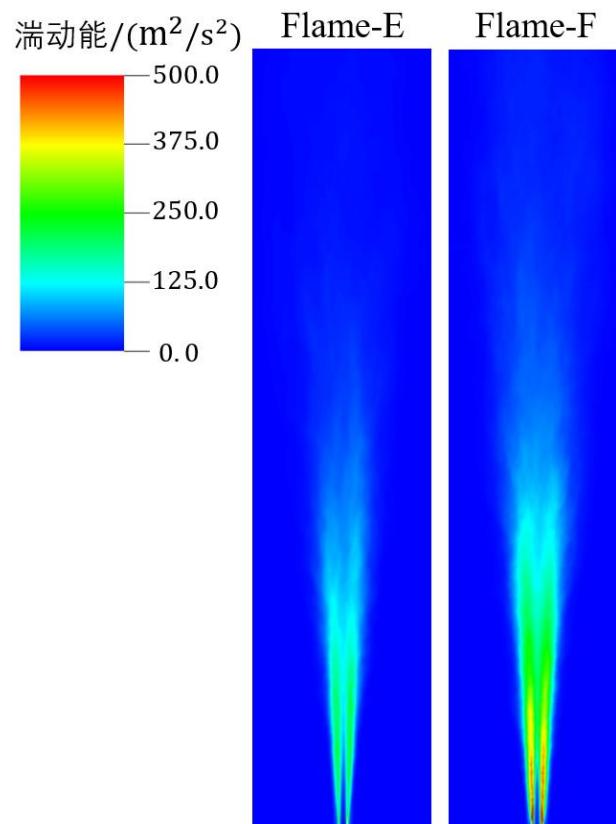


图 54 射流火焰湍动能云图

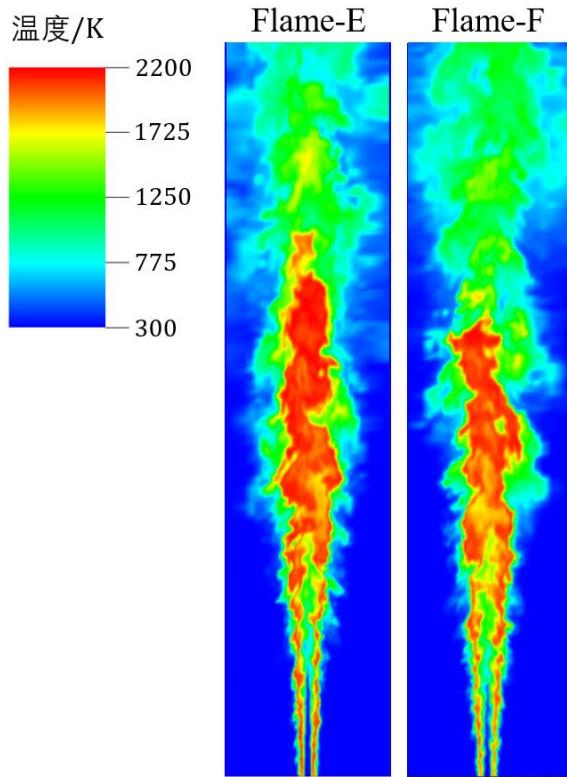


图 55 射流火焰瞬态温度云图

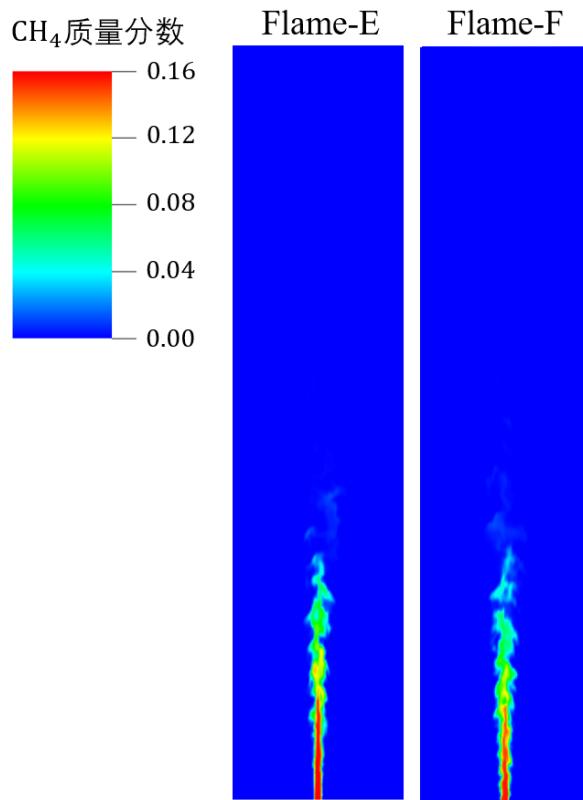
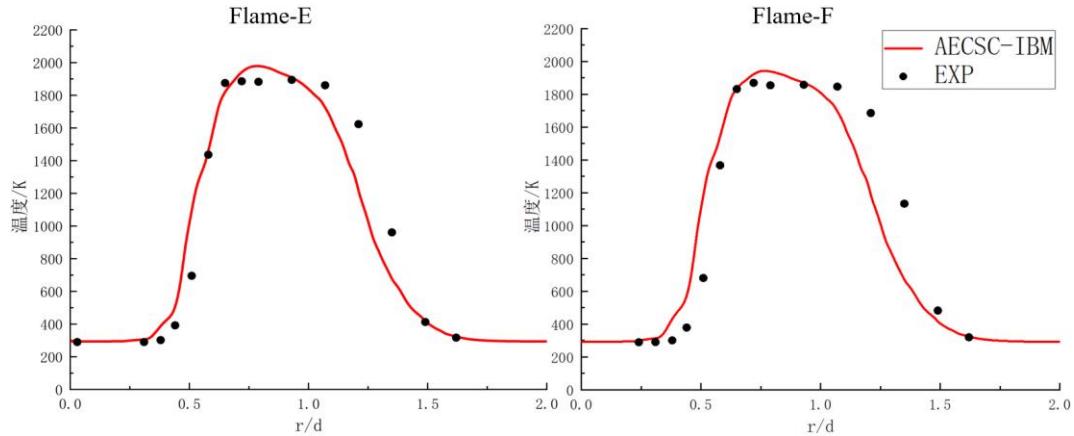
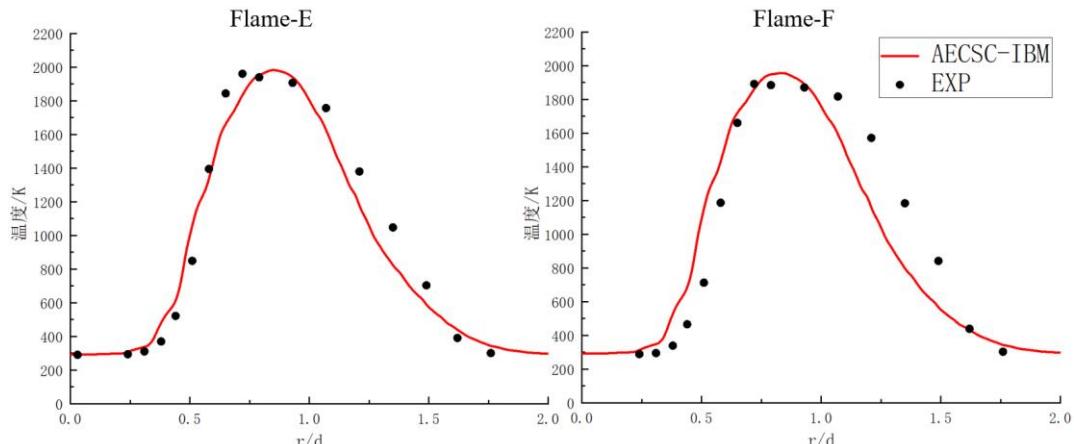
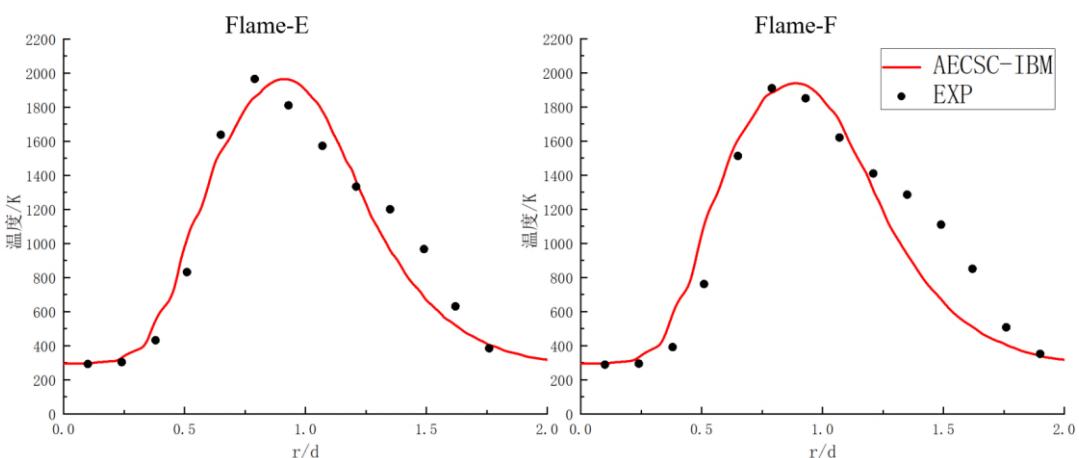


图 56 射流火焰瞬态甲烷质量分数云图

图 57、图 58 在垂直于流向的多个截面上对比了 AECSC-IBM 模拟得到的时均温度沿径向的分布、甲烷质量分数沿径向的分布与实验数据<sup>[151, 152]</sup>，其中左侧和右侧的曲线

分别对应 Flame-E 和 Flame-F。可以发现模拟得到的曲线与实验数据差别不大。用 $d$ 表示内喷口直径，为7.2 mm； $z$ 表示横截面在流向上的高度； $r$ 表示截面内某位置距离截面中心的距离。考虑到甲烷在 $z/d$ 较大的位置质量分数很低，因此取 $z/d \leq 15$ 的五个截面，对比其甲烷质量分数分布。

(a)  $z/d=1$  处时均温度分布(b)  $z/d=2$  处时均温度分布(c)  $z/d=3$  处时均温度分布

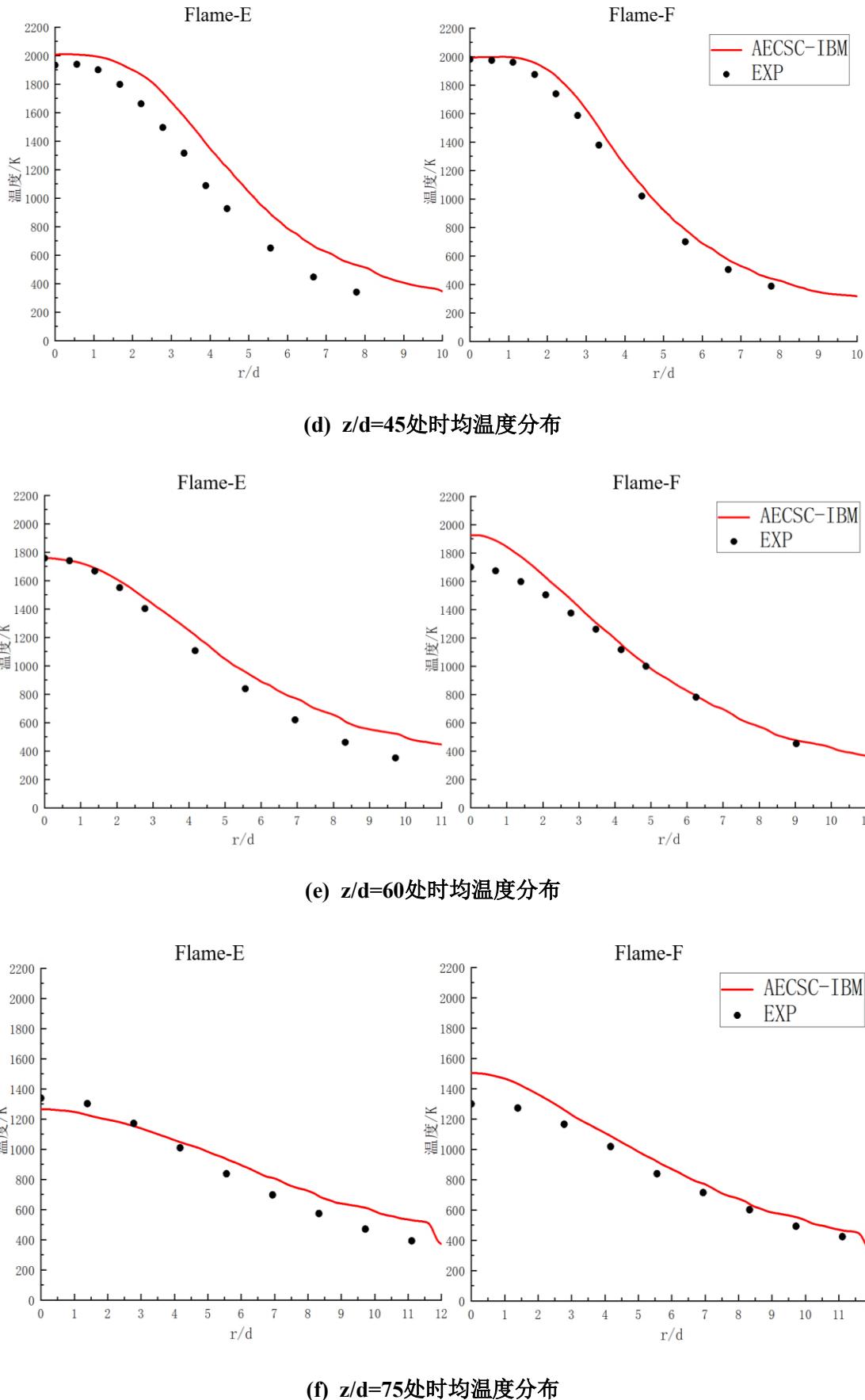
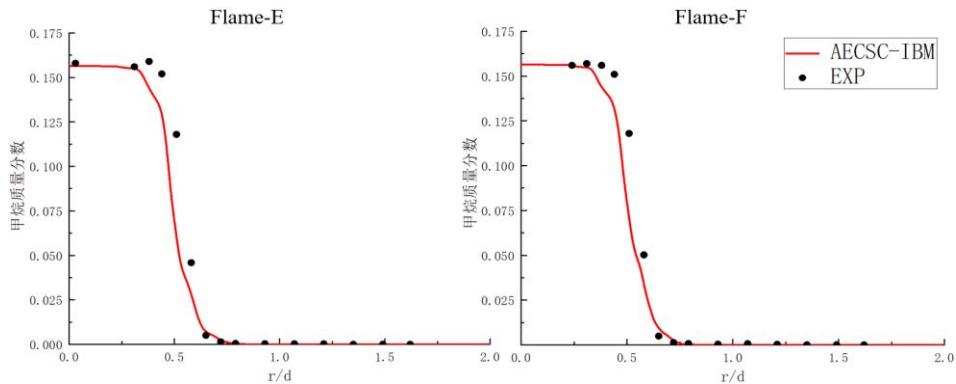
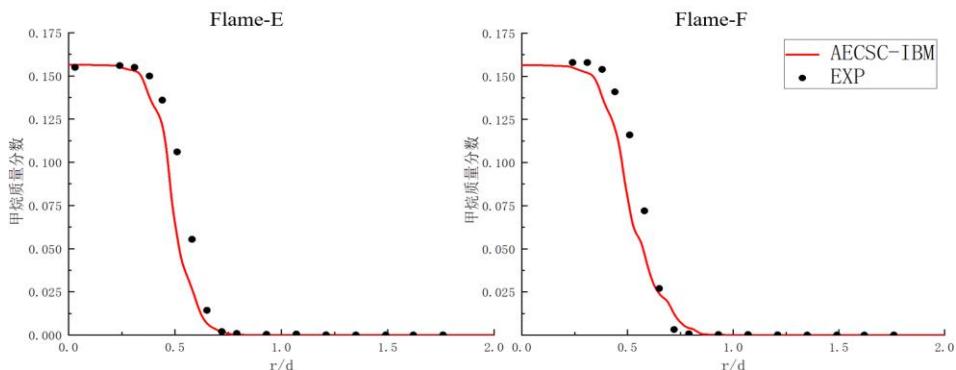
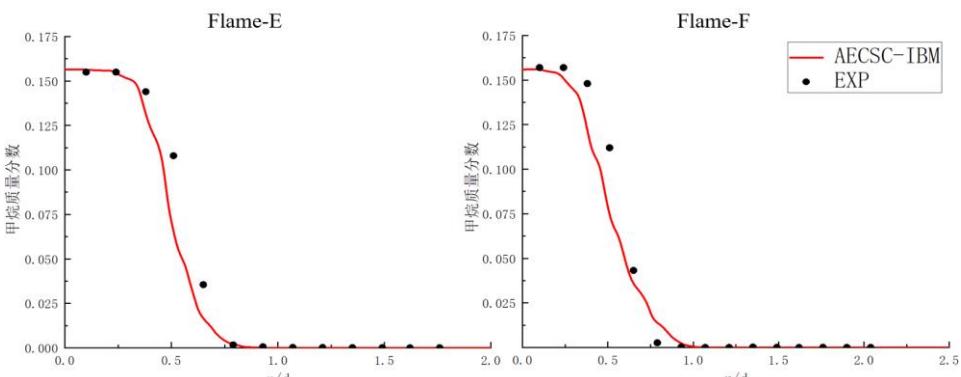
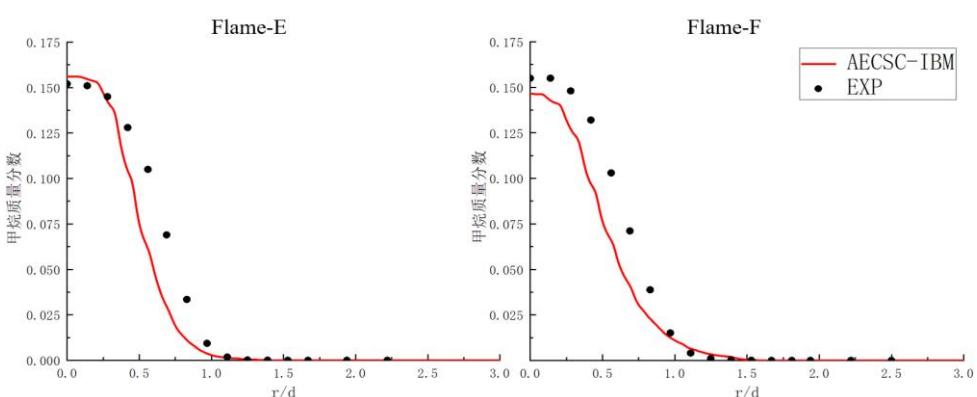


图 57 射流火焰时均温度沿径向的分布

(a)  $z/d=1$ 处时均甲烷质量分数分布(b)  $z/d=2$ 处时均甲烷质量分数分布(c)  $z/d=3$ 处时均甲烷质量分数分布(d)  $z/d=7.5$ 处时均甲烷质量分数分布

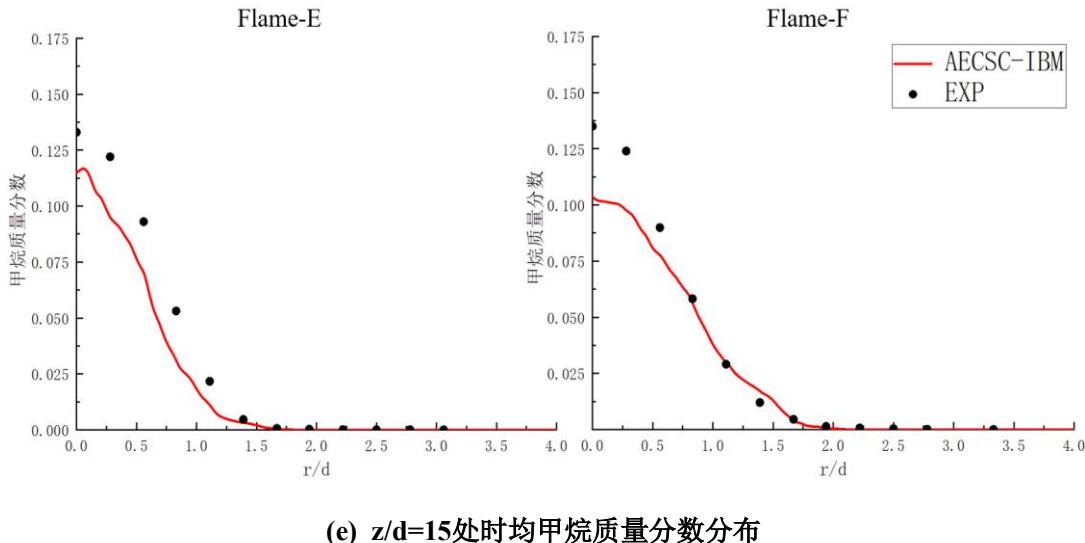
(e)  $z/d=15$  处时均甲烷质量分数分布

图 58 射流火焰时均甲烷质量分数沿径向的分布

表 4 和表 5 中分别列出了时均径向温度分布和时均径向甲烷质量分数分布的平均相对误差，考虑到甲烷质量分数在很多位置为零，表 4 中甲烷质量分数均方根分布的平均相对误差由式(3.1)计算得到，其中  $e_{Y_{CH_4}}$  表示时均甲烷质量分数  $Y_{CH_4}$  的平均相对误差， $Y_{CH_4}^{CAL}$ <sup>i</sup> 和  $Y_{CH_4}^{EXP}$ <sup>i</sup> 分别表示第  $i$  个测点位置的模拟值和实验数据，选取实验数据中最大的绝对值  $|Y_{CH_4}^{EXP}|_{max}$  作为参考值。

$$e_{Y_{CH_4}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{EXP}} \frac{|Y_{CH_4}^{CAL} - Y_{CH_4}^{EXP}|^i}{|Y_{CH_4}^{EXP}|_{max}}}{n_{EXP}} \quad (3.1)$$

表 4 各横截面的时均温度径向分布平均相对误差

算例	$z/d$	平均相对误差/%
Flame-E	1	13.30
Flame-E	2	11.51
Flame-E	3	12.77
Flame-E	45	22.38
Flame-E	60	13.79
Flame-E	75	14.37
Flame-F	1	19.57
Flame-F	2	21.23
Flame-F	3	18.60
Flame-F	45	7.16
Flame-F	60	8.61
Flame-F	75	9.91

**表 5 各横截面的时均甲烷质量分数径向分布平均相对误差**

算例	$z/d$	平均相对误差/%
Flame-E	1	4.98
Flame-E	2	4.43
Flame-E	3	3.84
Flame-E	7.5	6.40
Flame-E	15	6.43
Flame-F	1	4.44
Flame-F	2	5.14
Flame-F	3	3.93
Flame-F	7.5	4.96
Flame-F	15	9.25

Flame-E 的时均温度分布的平均相对误差在 11.51%~22.38%之间，均值为 14.69%；甲烷质量分数分布的平均相对误差在 3.84%~6.43%之间，均值为 5.22%。Flame-F 时均温度分布的平均相对误差在 7.16%~21.23%之间，均值为 14.18%；甲烷质量分数分布的平均相对误差在 3.93%~9.25%之间，均值为 5.54%。由此可知 AECSC-IBM 能准确地模拟射流火焰算例湍流燃烧的温度场和物质质量分数场。

### 3.4 本章小结

本章介绍了在 LES-TPDF 湍流燃烧模型的基础上结合 IBM 开发得到的 AECSC-IBM 软件，并分别采用射流火焰算例和圆柱绕流算例检验 AECSC-IBM 软件应用于较简单几何结构附近的流动模拟以及简单通道内湍流燃烧场模拟的精度。

模拟圆柱绕流得到的时均速度以及速度脉动场均与文献中的数据相近，平均阻力系数为 0.964596，St 数为 0.2344，最低流向相对速度为 -0.2614，平均回流长度为 1.44。采用涡量、Q 准则、Liutex-Ω 识别了模拟结果中的涡结构，圆柱两侧形成两列线涡，这两列涡在随主流向后运动时相互吸引，形成交替排列的充满涡的区域和无涡的区域。

模拟射流火焰得到 Flame-E 的时均温度分布的平均相对误差在 11.51%~22.38%之间，均值为 14.69%；甲烷质量分数分布的平均相对误差在 3.84%~6.43%之间，均值为 5.22%。Flame-F 时均温度分布的平均相对误差在 7.16%~21.23%之间，均值为 14.18%；甲烷质量分数分布的平均相对误差在 3.93%~9.25%之间，均值为 5.54%。

经射流火焰与圆柱绕流算例测试可知，修改后的 AECSC-IBM 对湍流燃烧模拟较为准确，可用于进一步的钝体火焰稳定器以及旋流燃烧室的两相湍流燃烧模拟。

## 第四章 燃烧室算例模拟

为了进一步测试 AECSC-IBM 应用于燃烧室数值模拟的可行性与模拟精度，由简至繁地分别对三角钝体火焰稳定器、实验室级的带双级旋流器的燃烧室以及某型号发动机全环形燃烧室的单头部模型进行模拟和研究。

### 4.1 三角钝体后方预混燃烧模拟

钝体火焰稳定器是加力燃烧室中常用的稳焰结构，本文采用 Giacomazzi<sup>[164]</sup>等实验中的三角钝体预混火焰初步测试本文算法以及 AECSC-IBM 软件应用于燃烧室模拟的可行性。

钝体预混火焰实验中的燃烧室几何结构如下图 59 所示，计算域背景网格的几何外形为长 0.0555 m、宽 0.012 m、高 0.008 m 的长方体，三棱柱钝体的后侧距进口 0.0055 m，进口为温度 288 K，速度为 17 m/s，当量比为 0.65 的空气与丙烷混合气。模拟中采用 64 分块的共 153.6 万网格，并对钝体附近加密，网格、并行分块及扫描几何体得到的网格标记如图 60 所示。

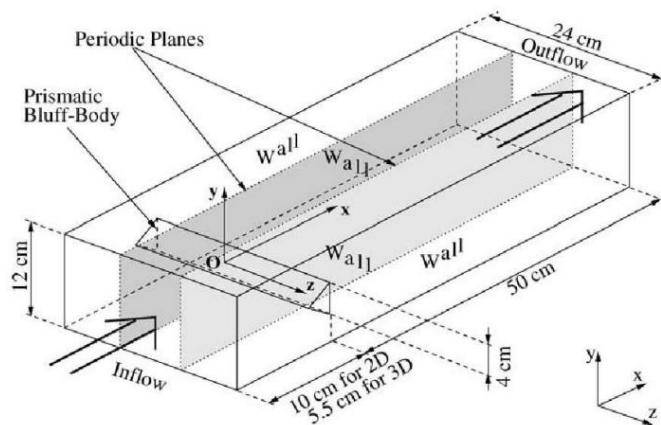


图 59 钝体后方预混燃烧室几何形状与尺寸<sup>[164]</sup>

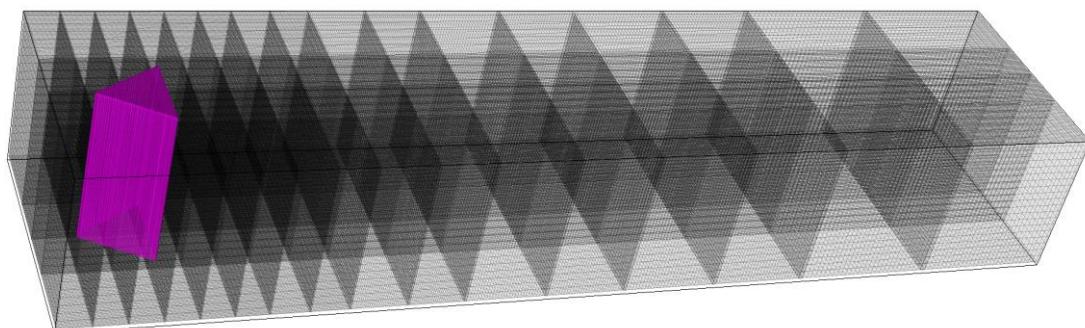


图 60 钝体算例三维网格与 IBM 标记

首先模拟冷态流动工况，为燃烧模拟提供初场。未点火状态中央截面速度矢量图如图 61 所示，在三角钝体后方形成卡门涡街。

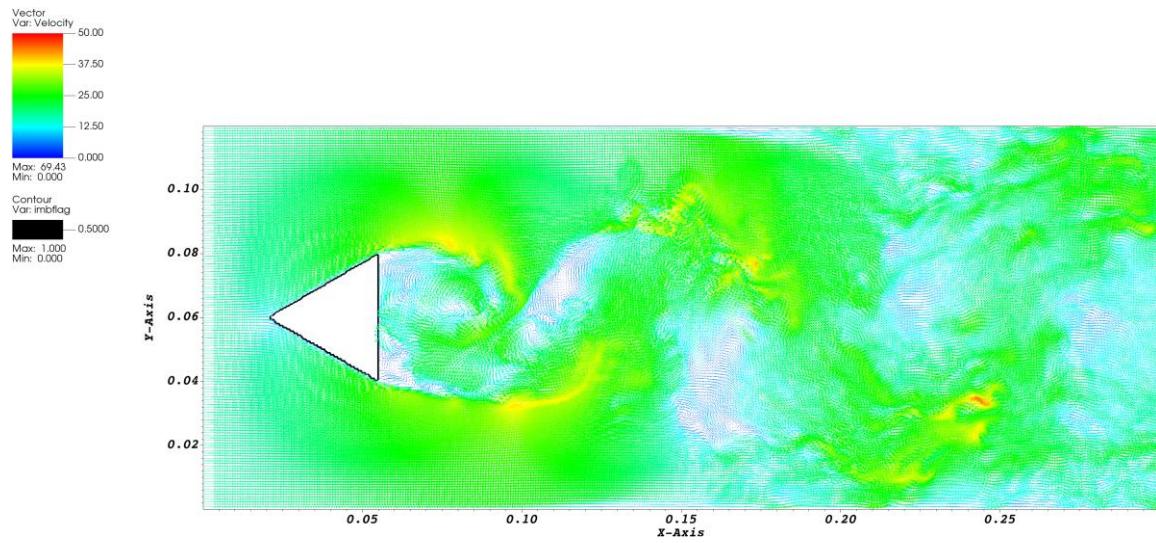


图 61 冷态工况中央截面的速度矢量分布

在钝体后方基于热沉积点火模型模拟电火花点燃混合气体，模拟一段时间燃烧流场后达到稳定，此时三维速度矢量分布与三维高温区温度等值面如图 62 所示。稳定燃烧状态的高温区分布非常规则，与层流火焰的形态相近，是燃烧放热导致钝体后方气体密度降低、雷诺数减小导致。

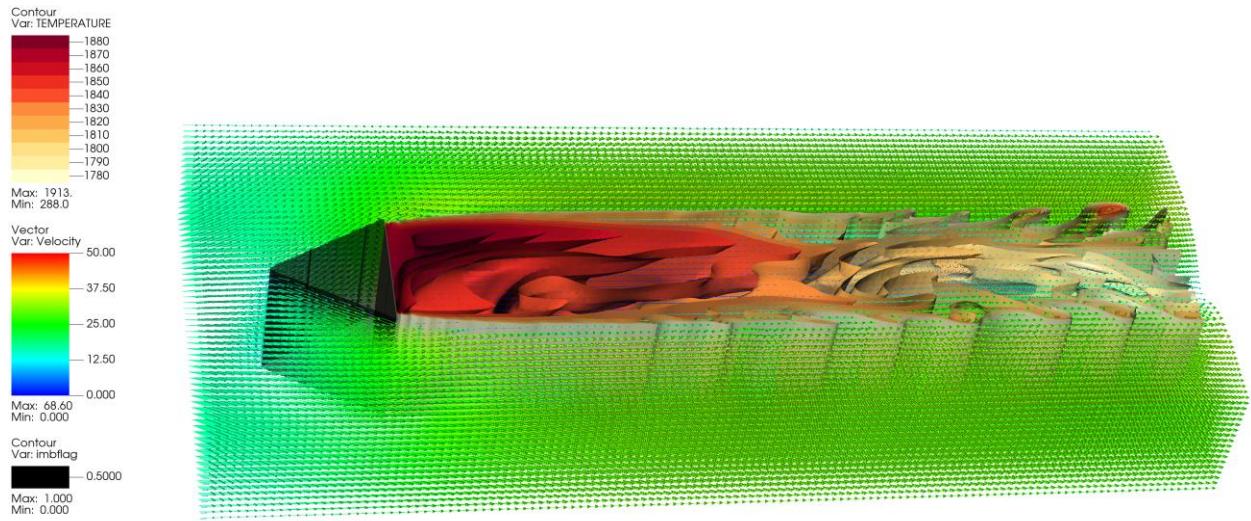


图 62 燃烧工况三维速度矢量和高温区温度等值面分布

中央截面的速度矢量分布如图 63 所示，相比冷态，燃烧工况中的流场较为稳定，不存在卡门涡街现象，表明在该三角钝体预混火焰中燃烧放热抑制了已燃高温区和未燃区域的掺混。

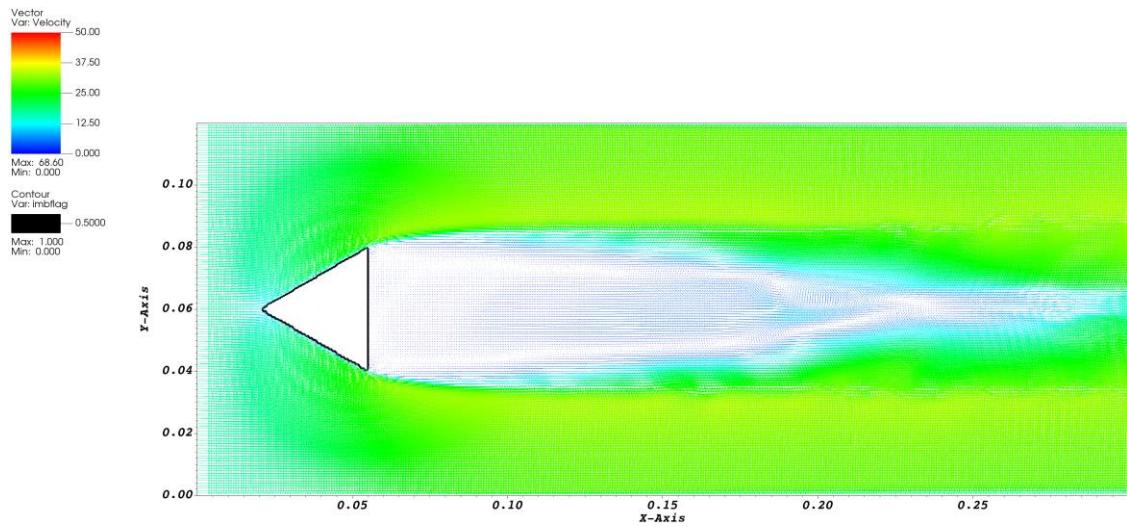
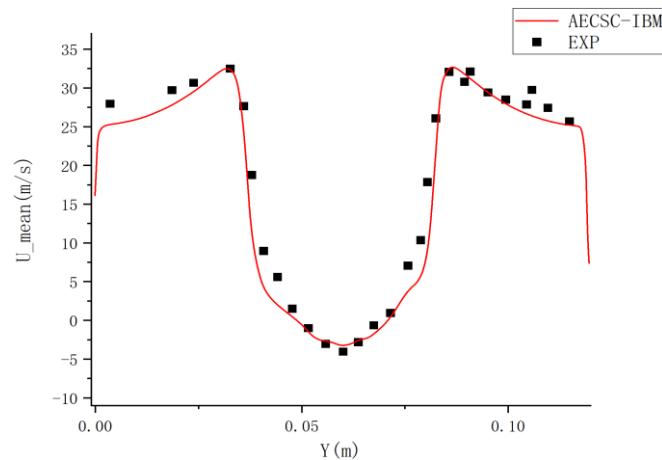
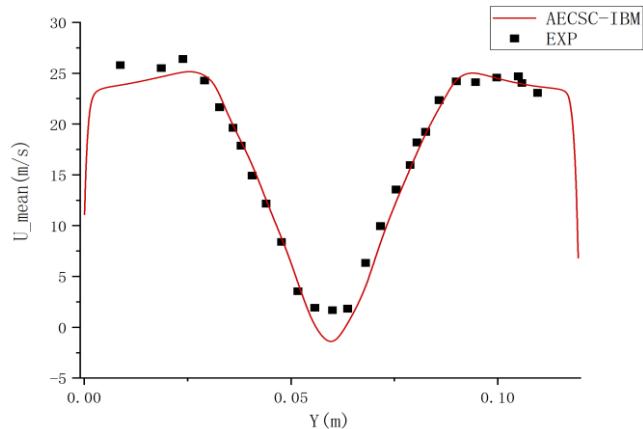


图 63 燃烧工况中央截面的速度矢量分布

图 64 中统计了三角钝体算例燃烧工况中钝体后方关键截面上的时均流向速度分布，并与实验数据对比。在  $X=0.015$ 、 $0.061$ 、 $0.150$  m 的三个截面上模拟得到的时均速度均与实验贴合较好。

(a) 流向位置  $X=0.015$  m(b) 流向位置  $X=0.061$  m

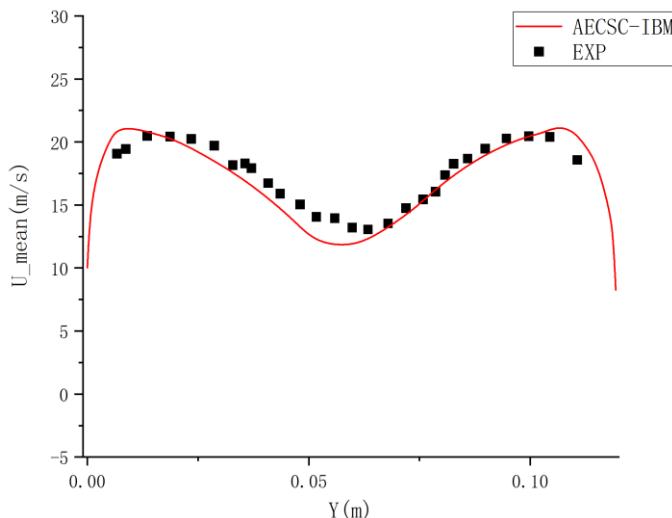
(c) 流向位置 $X=0.150\text{ m}$ 

图 64 钝体后方时均流向速度分布

统计钝体后方的时均速度分布，并与实验数据对比，得到流向位置0.015 m, 0.061 m和0.150 m处的时均速度分布相对误差分别为6.59%，3.53%和4.30%。

图 65 中展示了三角钝体预混燃烧算例中统计得到的时均温度场，高温区集中于钝体后方，且钝体后方高温区的温度约为1850 K。钝体后方的高温区边缘温度梯度较大，表明燃烧化学反应集中于钝体后方较薄的一层区域，且钝体后方的燃烧流场较为稳定。

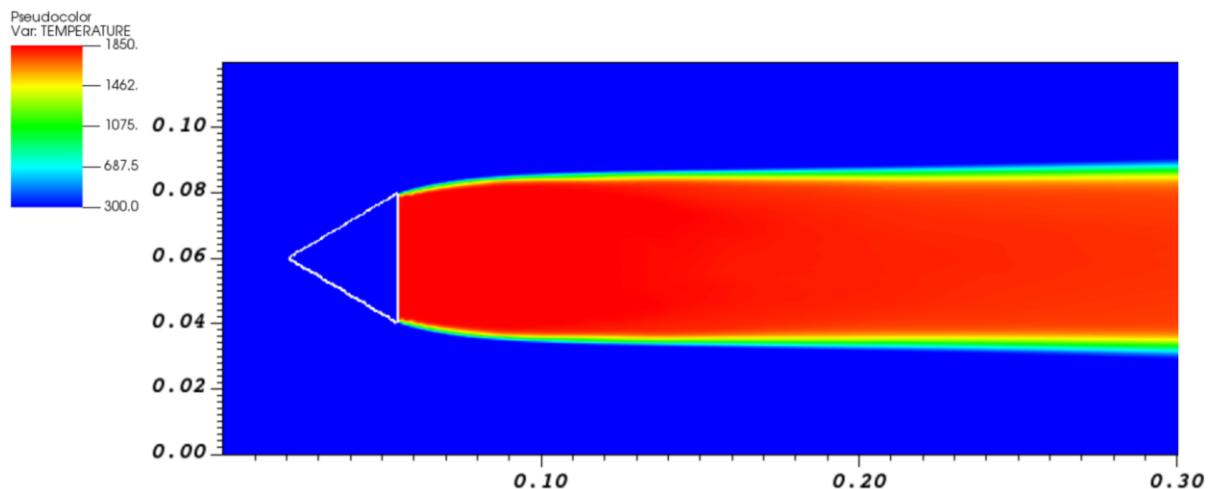


图 65 钝体预混火焰时均温度场

图 66 中统计了钝体后方关键截面的时均温度分布，并与实验数据对比。钝体后方燃烧场的最高温度以及温度的横向分布规律与实验一致，均为中间温度较高，两侧温度较低，高温区宽度略宽于三角钝体的边长。统计得到流向位置0.15 m钝体后方时均温度分布平均相对误差为16.93%。

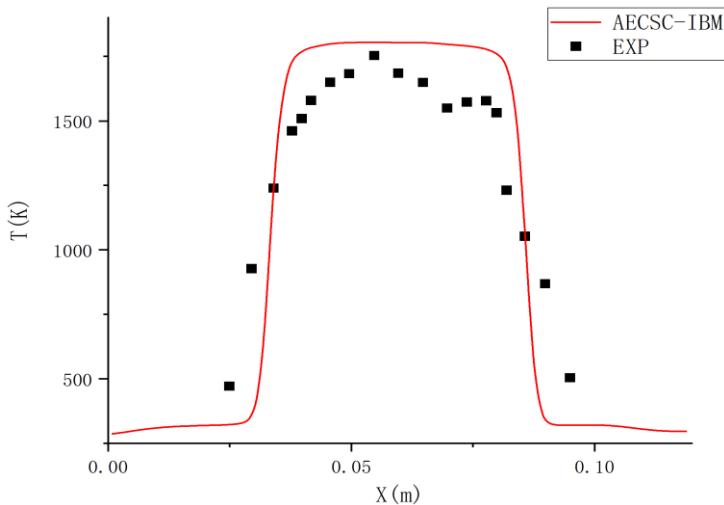


图 66 流向位置0.15 m的时均温度分布

相比与实验测量得到的温度分布，模拟得到的结果在火焰边缘温度梯度过大，且高温区集中分布于在三角钝体后方横向位置0.025~0.075 m之间。一方面，模拟中进口速度为均匀的17 m/s，不存在进口湍流，相对于实际情况对燃烧流场的扰动较小，影响了高温燃气和低温气体的掺混；另一方面模拟中采用了烷烃通用四步机理<sup>[170]</sup>导致燃烧反应释热过快，燃烧反应区较薄，因此高温区边界的温度梯度高于实际情况。

## 4.2 双旋流燃烧室两相燃烧模拟

真实燃气轮机燃烧室通常流道结构复杂，实验测量和数值模拟都较为困难。因此，通常建立实验室规模的模型燃烧室替代真实燃烧室作为研究对象，为数值模拟程序提供实验检验数据并为工程中燃烧室性能模拟提供测量值参考。旋流器是燃气轮机燃烧室中最为关键的结构之一，本文选取 Meier 等<sup>[165]</sup>设计的带双级旋流器的模型燃烧室(GTMC)作为模拟对象，采用曲线坐标系下的浸没边界方法结合 LES-TPDF 湍流燃烧模型分别模拟其冷态流动工况和喷雾燃烧工况。不同于工程中实际应用的燃烧室，GTMC 燃烧室结构简单，对其划分贴体结构网格是可实现的，本文将基于曲线坐标系浸没边界方法开发得到的 AECSC-IBM 软件模拟得到的数据与实验数据，以及曾家等<sup>[2]</sup>利用基于贴体结构网格的 AECSC 2.0 软件及商业软件 FLUENT 的模拟结果进行对比，以检验本方法应用于燃烧室数值模拟的准确性。

旋流器能够形成中心回流区，卷吸高温燃气，使燃烧反应保持稳定，并为燃烧室头部提供适量空气，其结构设计对燃烧室气动热力性能有重要影响。GTMC 是具有双级旋

流器的模型燃烧室，其结构如图 67 所示，长度为 264 mm，燃烧室内垂直于旋流器轴线的截面为边长 102 mm 的正方形。进口空气分为两部分经中心旋流器和外旋流器进入燃烧室。煤油燃料经燃油管道和垂直槽道进入燃烧室，液滴速度与旋流器轴线方向夹角 31°。中心旋流器、外旋流器以及燃油通道的几何结构如图 68 所示。

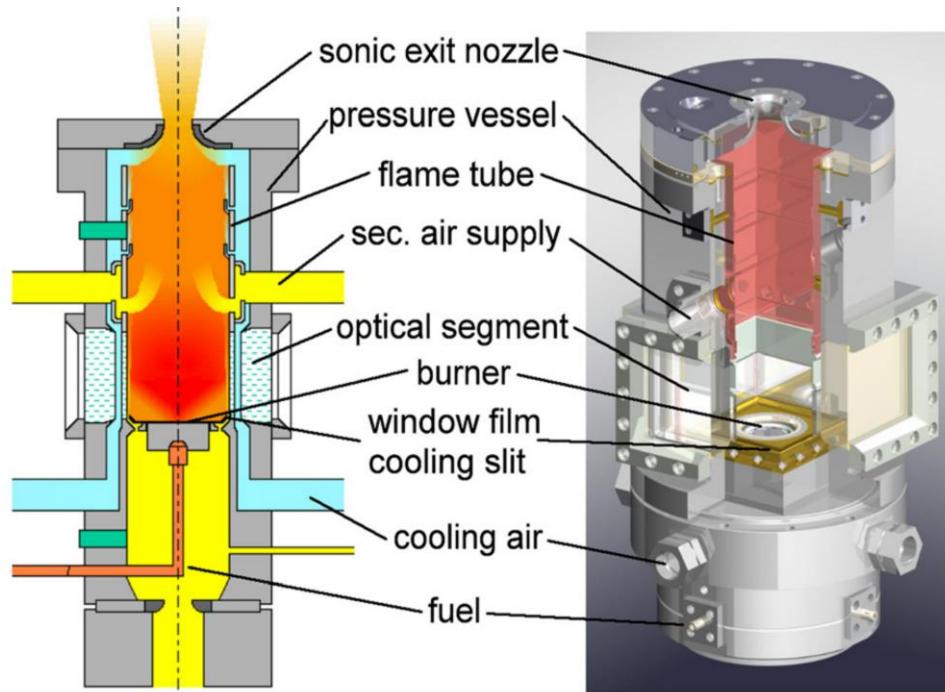


图 67 GTMC 几何结构示意图<sup>[165]</sup>

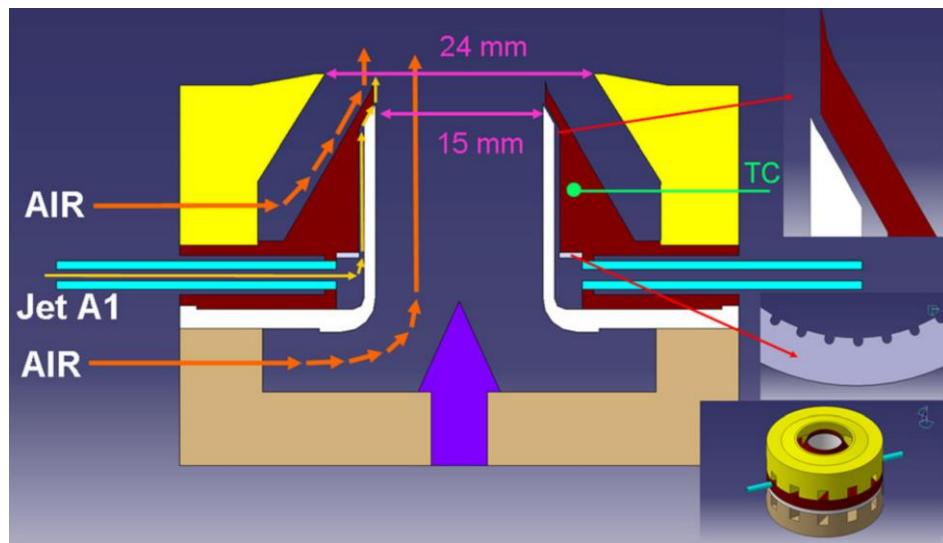


图 68 旋流器与燃油通道几何结构示意图<sup>[165]</sup>

采用 349 万网格模拟 GTMC 燃烧室的流场，以检验 AECSC-IBM 软件对双旋流燃烧室内湍流流动求解的准确性。温度 295 K，压强 0.4 MPa 的空气以 82 g/s 的流量从内外

两个进口以1:1.65的比例<sup>[2]</sup>进入内外旋流器。参考贴体网格模拟时的网格尺度，并在背景网格中利用曲线坐标系对旋流器附近局部加密，扫描燃烧室几何模型并生成浸没边界网格标记。计算双旋流燃烧室算例时采用的几何模型、背景网格与扫描得到的浸没边界网格标记如图 69 所示。对比双旋流燃烧室的几何模型和图中被标记为红色的壁面的三维网格标记，可知几何扫描算法准确地映射了包括双级旋流器在内的燃烧室几何结构

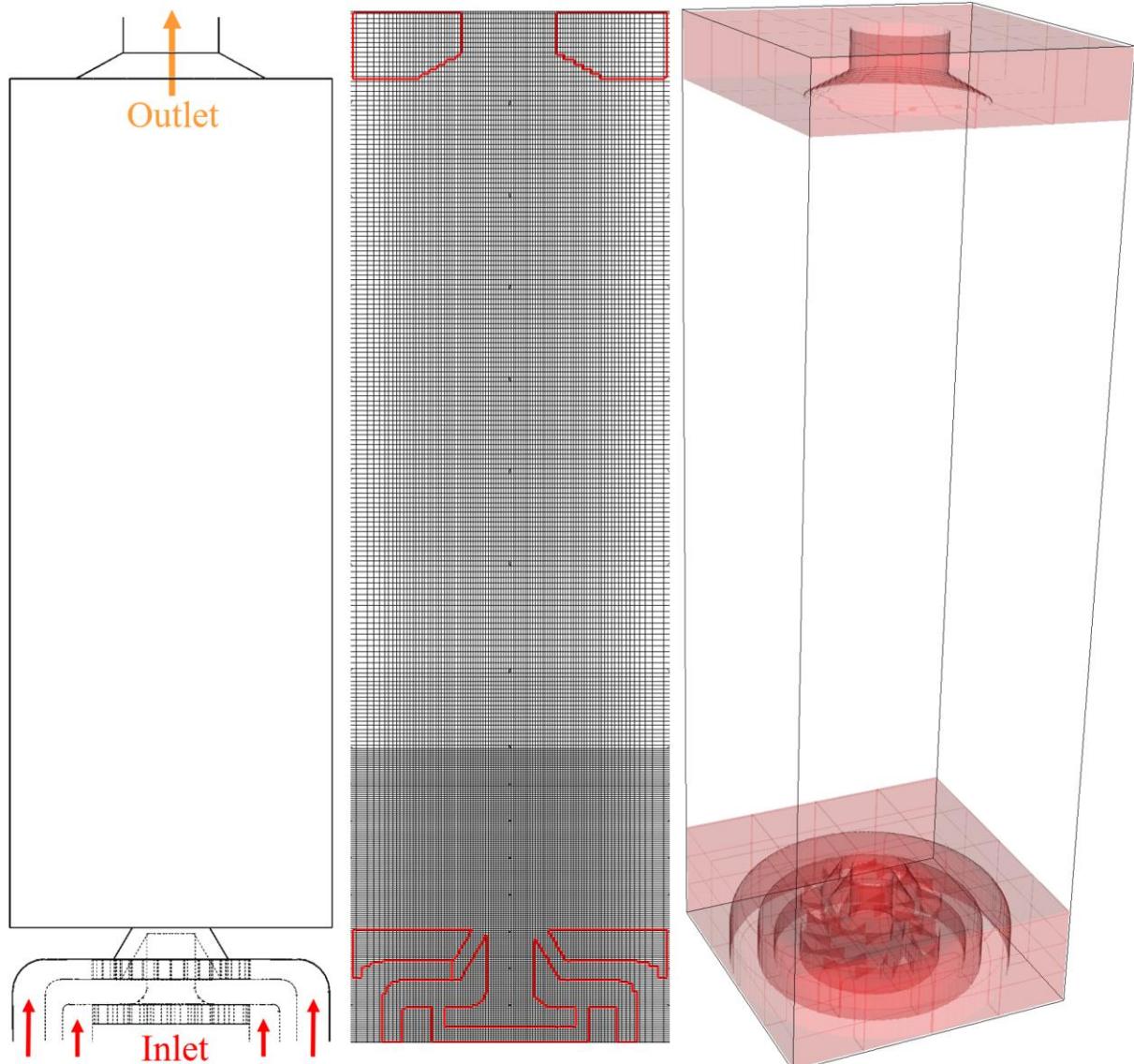


图 69 模拟 GTMC 所采用的几何模型、网格与 IBM 标记

采用大涡模拟结合浸没边界方法，并采用64核并行求解得到冷态流场，其三维速度矢量在 GTMC 几何模型中的分布如图 70 所示，图中用半透明的灰色表示 GTMC 燃烧室算例中流体域标记与固体域标记的交界面。

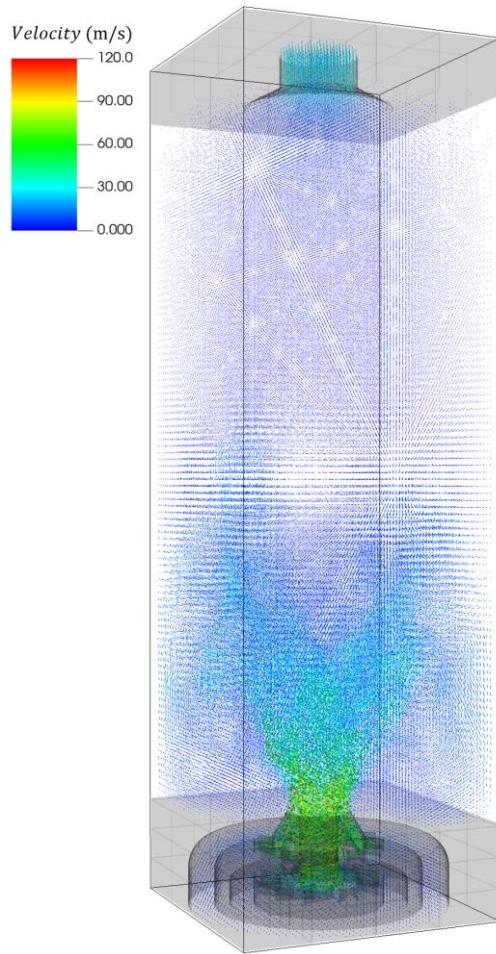


图 70 GTMC 冷态工况三维速度矢量分布

图 71 中对比了基于本方法的 AECSC-IBM 软件模拟得到的旋流器出口轴向速度时均分布及采用相同数量贴体网格的 AECSC 及 FLUENT 软件模拟结果<sup>[2]</sup>，图中用虚线标记了回流区大致形状，本浸没边界方法模拟的双旋流燃烧室回流区形状接近 FLUENT 软件模拟结果，而 AECSC 模拟得到的回流区则更宽。

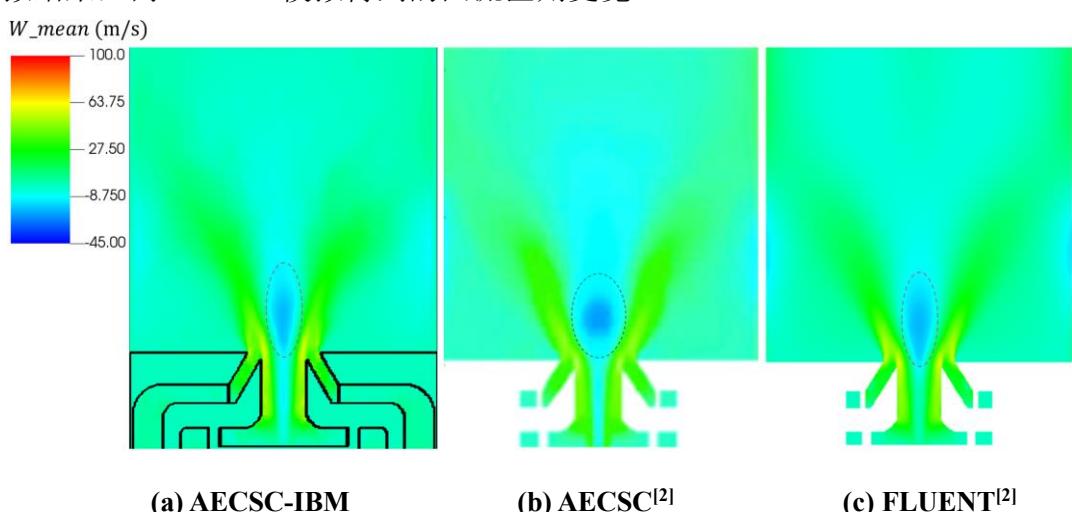


图 71 GTMC 冷态工况时均轴向速度云图

如图 72 所示，流线图中直观反映出了燃烧室内流动情况，在旋流器后方形成两个回流区，一个为涡破碎形成的内回流区(Inner recirculation zone, IRZ)，另一个为靠近燃烧室壁面的边角处形成的外回流区(Outer recirculation zone, ORZ)。

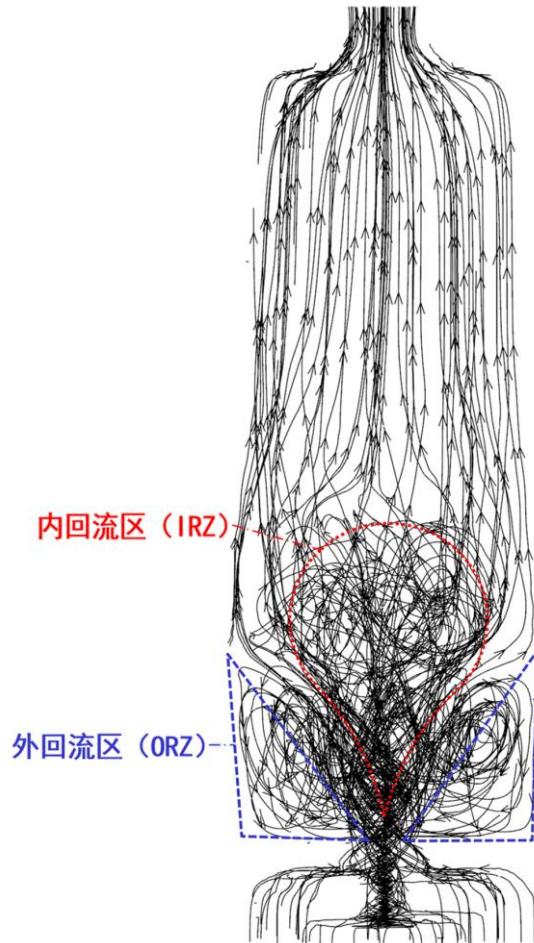


图 72 GTMC 冷态工况三维流线图投影

图 73、图 74 和图 75 分别为 GTMC 燃烧室旋流器出口后方时间平均的轴向速度分布、径向速度分布和切向速度分布对比图，将 AECSC-IBM 的求解得到的速度分布与 AECSC 2.0、FLUENT 采用贴体结构网格的模拟结果以及实验数据对比，横坐标X代表径向测点与旋流器轴线的距离，纵坐标Z代表在轴向上与旋流器出口平面之间的距离， $U_{mean}$ 、 $V_{mean}$ 、 $W_{mean}$ 分别代表时间平均速度的径向、切向、轴向分量。三种软件模拟结果均与实验值接近。在最靠近旋流器出口位置（高度为 2 mm）存在两对轴向速度峰值，分别由内旋流器和外旋流器形成。由实验数据可知，靠近轴线的一对峰值相对更高。FLUENT 模拟结果中远离轴线的峰值相对更强，而 AECSC-IBM 软件模拟的两个峰值与实验相符，表明 AECSC-IBM 能更准确地模拟双级旋流器出口附近的流场。

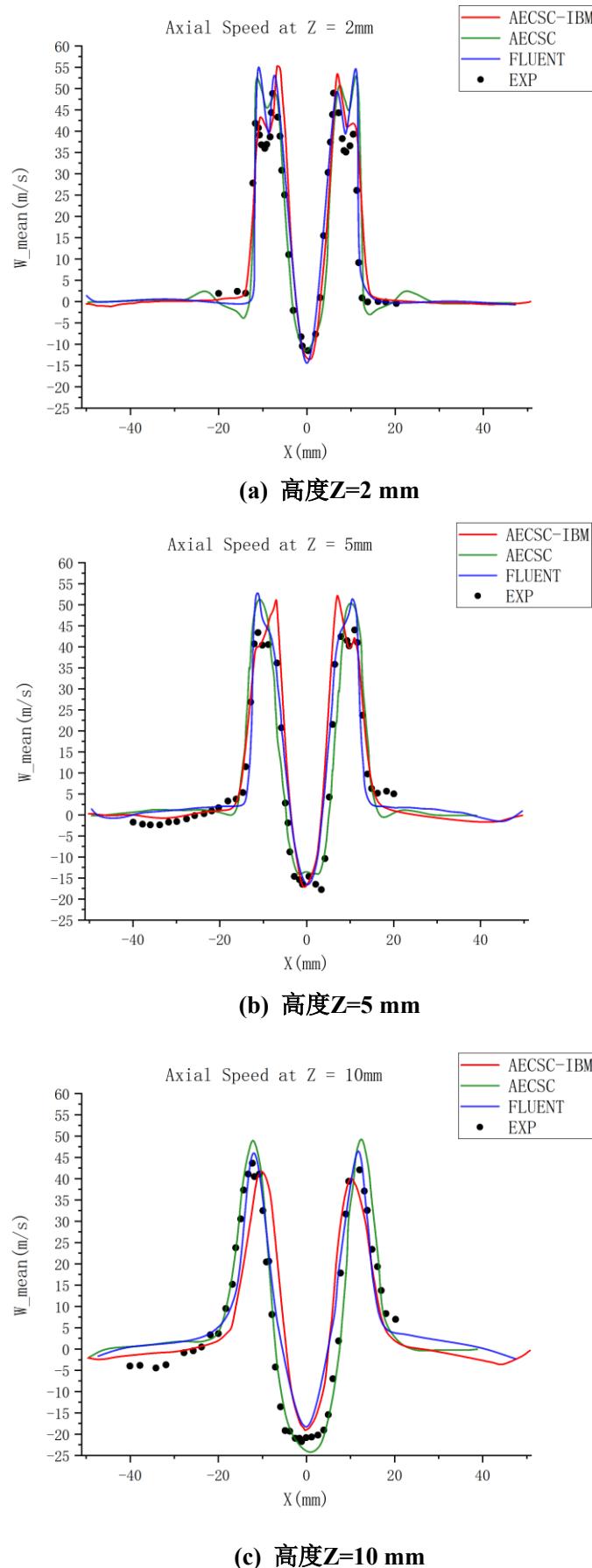


图 73 GTMC 冷态算例时均轴向速度分布

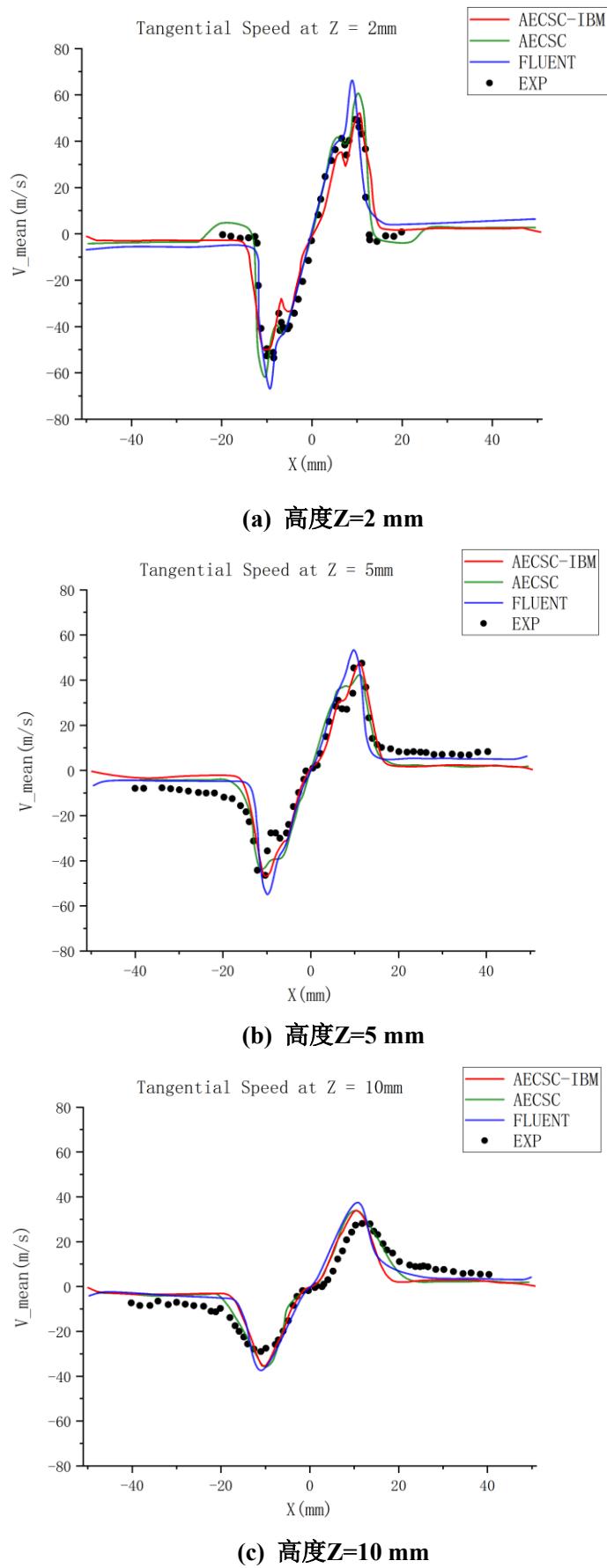
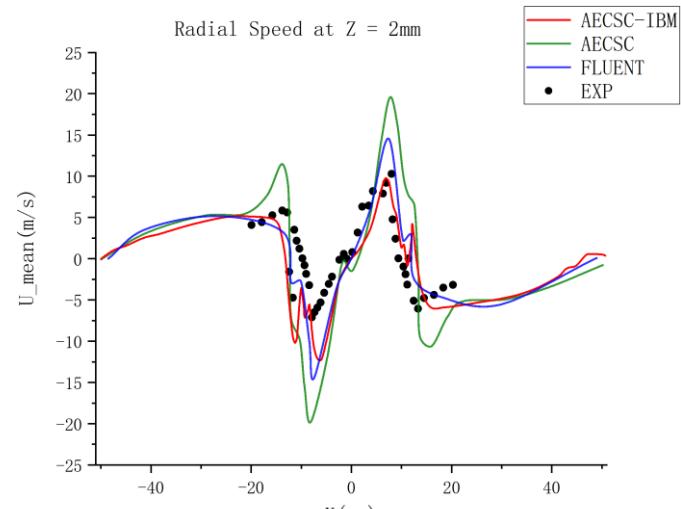
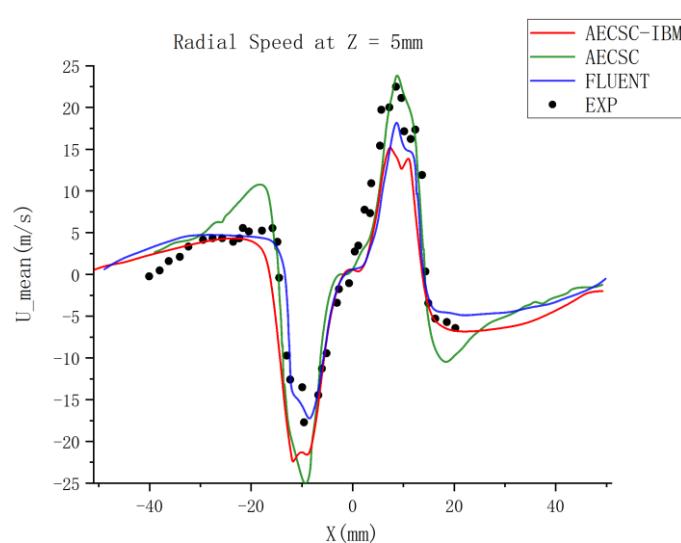


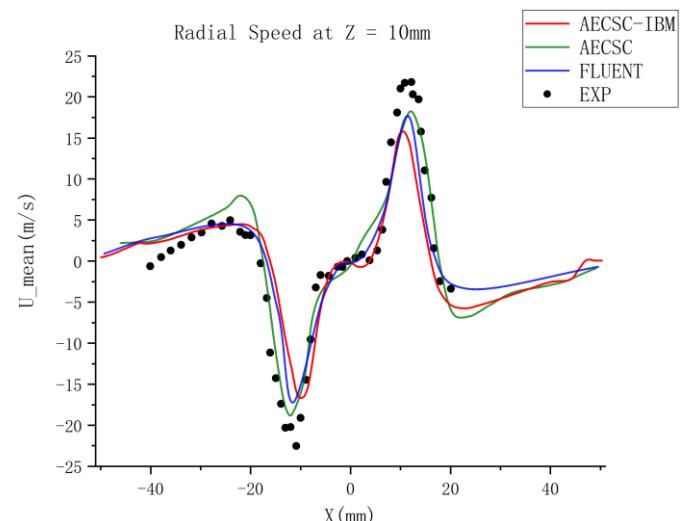
图 74 GTMC 冷态算例时均切向速度分布



(a) 高度Z=2 mm



(b) 高度Z=5 mm



(c) 高度Z=10 mm

图 75 GTMC 冷态算例时均径向速度分布

采用式(4.1)中的方法计算平均相对误差, 以径向为例,  $e_U$ 表示径向速度分量 $U$ 的平均相对误差,  $U_{\text{CAL}}^i$ 和 $U_{\text{EXP}}^i$ 分别表示第*i*个测点位置的模拟值和实验数据,  $n_{\text{EXP}}$ 表示实验测点个数, 选取实验数据中最大的绝对值 $|U_{\text{EXP}}|_{\max}$ 作为参考值。得到双旋流燃烧室时均速度分布的平均相对误差如表 6 所示。

$$e_U = \frac{\sum_{i=1}^{n_{\text{EXP}}} \frac{|U_{\text{CAL}}^i - U_{\text{EXP}}^i|}{|U_{\text{EXP}}|_{\max}}}{n_{\text{EXP}}} \quad (4.1)$$

表 6 GTMC 算例时均速度分布的平均相对误差

高度 (mm)	速度方向	本方法		
		AECSC-IBM	AECSC <sup>[2]</sup>	FLUENT <sup>[2]</sup>
2	轴向	13.8%	15.4%	15.1%
5	轴向	12.0%	11.7%	11.4%
10	轴向	21.2%	9.7%	15.8%
2	切向	15.4%	14.2%	11.2%
5	切向	11.6%	9.9%	11.2%
10	切向	18.0%	19.2%	14.3%
2	径向	36.6%	75.3%	34.5%
5	径向	16.9%	15.3%	11.9%
10	径向	18.0%	14.3%	10.2%

由速度分量对比图以及平均相对误差表可知, 基于本曲线坐标系浸没边界方法模拟得到的速度场与实验值接近, 时均速度的误差与采用贴体网格的 AECSC 和 FLUENT 模拟结果的误差相差不大。

靠近旋流器出口位置的轴向速度分布与实验数据之间的误差大小反应了数值方法对旋流器附近流场的解析能力。高度2 mm测点平面的位置距离旋流器出口最近, 该平面的模拟误差最能反应算法对旋流器内部流动状态的解析能力。基础研究中常采用的贴体结构网格模拟旋流燃烧, 对于结构较复杂的旋流燃烧室模拟, 往往先通过实验测量旋流器出口附近的时均速度分布, 再将该截面的数据作为入口边界条件应用于旋流燃烧模拟, 从而避免对旋流器内部复杂流道的网格划分工作。

如图 76 所示, 从高度2 mm处实验值的轴向速度分布中可发现, 在X轴正负方向分

别存在两个速度轴向速度峰值，在切向速度和径向速度分布图的对应位置上也存在相邻的两对峰值。在结合旋流器模型，这两个峰值分别由内旋流器与外旋流器形成，曲线坐标系浸没边界方法模拟得到的轴向速度中，靠近轴线（ $X=0$ ）的峰值略高于远离轴线的轴向速度峰值，这与实验结果相符，而其他两种软件用贴体网格得到的结果与之相反。

由表 7 中的相对误差可知，在高度 2 mm 处轴向速度的峰值和谷值位置，采用贴体结构网格的 AECSC 和 FLUENT 软件模拟得到的峰值处时均轴向速度均方根误差分别为 14.3% 和 16.7%，而采用本浸没边界方法模拟得到的均方根误差为 6.6%。本方法在靠近旋流器出口的测点位置轴向速度精度优于贴体网格，可能是因为该截面前方的旋流器通道结构复杂，采用贴体网格模拟时旋流器内网格质量低。而在其他截面本方法的精度略差于贴体网格，与本浸没边界方法在流固边界位置的插值处理方法有关。

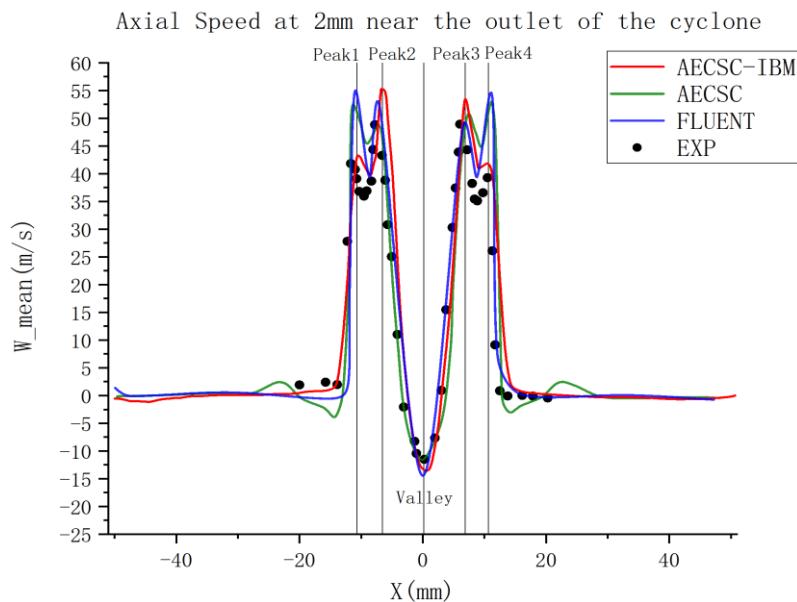


图 76 旋流器出口 2 mm 截面时均径向速度对比

表 7 旋流器出口 2 mm 截面时均轴向速度与实验数据的误差

位置	本方法		贴体结构网格	
	AECSC-IBM	AECSC	FLUENT	
峰值 1	0.8%	21.7%	27.9%	
峰值 2	12.6%	2.7%	6.2%	
谷值	3.0%	0.3%	3.9%	
峰值 3	13.5%	11.0%	10.4%	
峰值 4	5.1%	20.5%	22.4%	

双旋流燃烧室算例的冷态工况测试表明本方法结合 LES 能够准确模拟复杂结构内湍流流动现象，在此基础上，应用本方法结合 LES-TPDF 湍流燃烧模型对双旋流燃烧室的喷雾燃烧工况进行模拟。在该燃烧室热态实验中，采用航空煤油 Jet-A 作为燃料，燃料流量为 3 g/s，进口空气压强 0.4 MPa，温度为 550 K，流量为 60 g/s，由于实验未提供喷雾液滴粒子详细数据，这里参考采用贴体网格模拟本算例时假定的粒子数据<sup>[2]</sup>，其中煤油液滴粒子的初速度为 50 m/s，温度为 380 K，Sauter 平均直径（Sauter mean diameter, SMD）为 15。两相湍流燃烧的瞬态温度场与煤油质量分数等值线的实验照片和模拟结果分别如图 77 和图 78 所示，时间平均温度场实验照片和模拟结果分别如图 79 和图 80 所示。

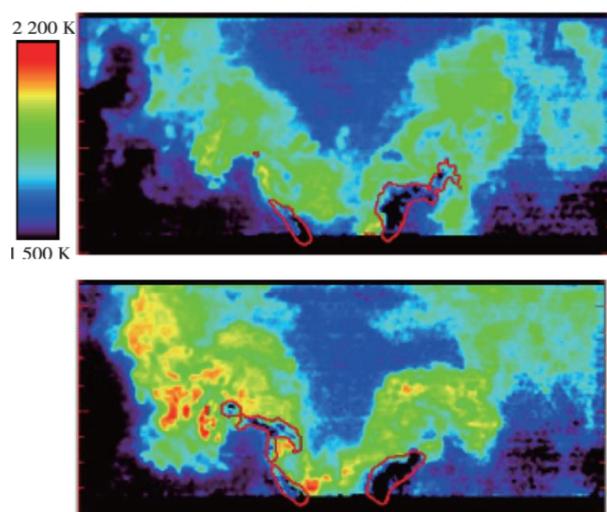


图 77 瞬态温度云图与煤油浓度等值线实验照片<sup>[165]</sup>

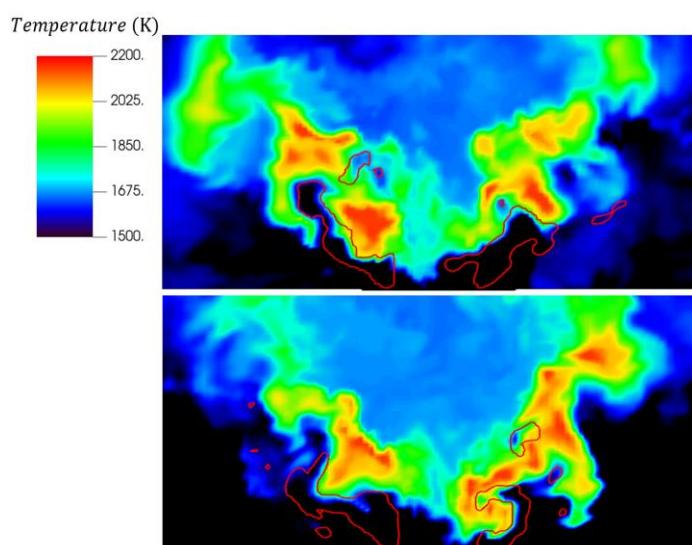


图 78 瞬态温度云图与煤油浓度等值线模拟结果

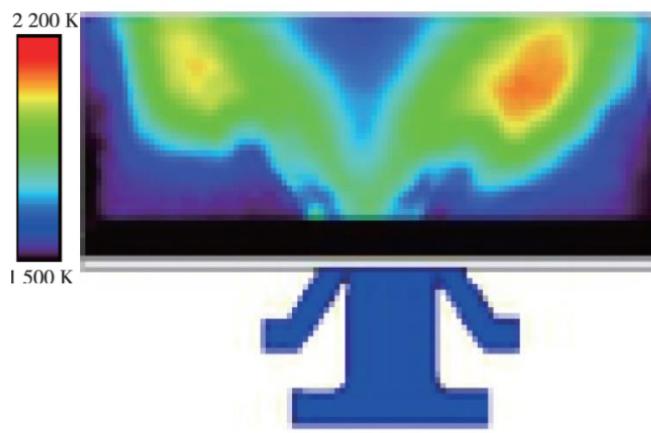
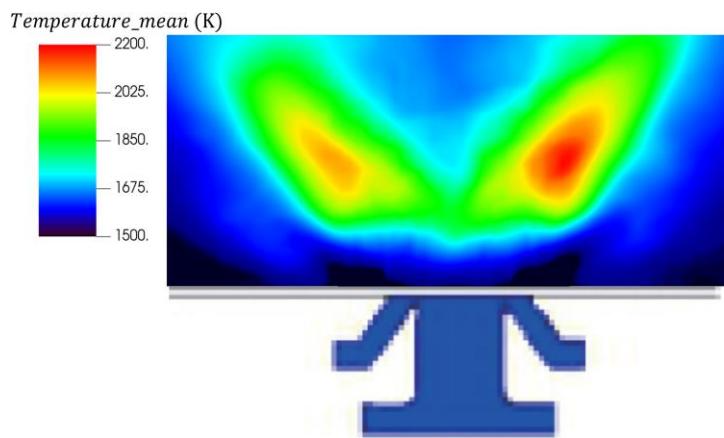
图 79 时均温度云图实验照片<sup>[165]</sup>

图 80 时均温度云图模拟结果

温度云图可反映出湍流流动、液滴蒸发以及化学反应之间的相互作用。在瞬态温度云图中旋流器出口附近，由于煤油液滴蒸发吸热，形成靠近燃油喷嘴的低温区。液滴蒸发后在回流区边缘附近进行较强烈的燃烧反应，并在喷雾锥面后侧形成高温区。在时均温度云图中，由于液滴最初从喷嘴喷出时 SMD 较大，蒸发出气相煤油较少，燃烧反应放热较少，结合蒸发的吸热作用导致温度较低。之后液滴粒子在与湍流流动相互作用下破碎和蒸发，燃烧反应增强，在时均温度云图实验照片中可看到耳垂形的高温区。在模拟结果中，温度分布与实验照片相似，模拟中液滴蒸发较快，耳垂形高温区相比实验提前，更靠近旋流器出口。

对双旋流燃烧室的冷态流动模拟和两相湍流燃烧模拟表明，本方法能够处理复杂几何结构，应用本方法的 AECSC-IBM 软件能够精确地模拟包含旋流器等复杂结构的燃烧室中的湍流流动及燃烧化学反应。与采用贴体网格相比，浸没边界结合利用曲线

坐标系进行局部加密的方法在含旋流器等复杂结构的燃烧室模拟中大幅降低了网格生成工作量，并且能保证旋流器等结构所在位置的合适的网格密度和高的网格质量。

### 4.3 复杂结构单头部燃烧室模拟

真实航空发动机燃烧室流道结构复杂，存在大量重要的小尺度结构。贴体结构网格的拓扑结构使其应用于复杂结构燃烧室模拟中比较困难。IBM 采用背景网格标记方法，能够大幅减小燃烧室高质量网格划分的难度和工作量，并适合应用于大规模高效并行的燃烧室模拟。浸没边界方法一般基于笛卡尔坐标系背景网格，固体模型和流体计算域均位于计算域内，通过设置流固标记区分，并采用相同形式的算法求解。因此应用浸没边界方法模拟燃烧流场时需要计算原本无需求解的固体域网格点的信息。对于外部流动问题或简单几何中的内流模拟，位于固体区域的网格点较少，浪费的计算资源可忽略。对于流道复杂的多连通域中的湍流燃烧模拟，位于固体区域的点往往占总网格数的很大一部分，若不采取局部加密或优化计算域等措施，应用浸没边界方法求解此类问题时会造成严重的计算资源浪费。部分学者对此提出了解决方案，Anupindi 等<sup>[16]</sup>采用大量小体积的分块按照流体区域形状覆盖几何模型，此方法增加了分块难度，并且经 Delorme 等<sup>[167]</sup>的测试，其网格利用率提升不大。Zelicourt 等<sup>[168]</sup>重设流体网格点索引，但重设后在拓扑上与非结构网格相同，需要重新设计算法并失去了结构网格拓扑清晰的优点。Zhu 等<sup>[169]</sup>采用开源软件按图形分块并行，在分块后计算效率得到一定程度的提升，但需要重新设计并行框架。

本文模拟直流燃烧室时在曲线坐标系下的结构网格中应用前文所述的隐式 IBM 实现 Neumann 边界条件。模拟时以流体域外轮廓为基础生成曲线坐标系结构网格，并对旋流器等关键位置进行局部加密，再经坐标变换后求解。这种方法在提高网格点利用率的同时保留了浸没边界法网格划分简单、拓扑清晰等优点。

本文选取具有 18 个相同头部的某型号全环形燃烧室，取其 1/18 的区域（单头部燃烧室）如图 81（图中对旋流器部分进行了局部高斯模糊处理）所示，并模拟其中的两相湍流燃烧。本文选取的航空燃气轮机全环形燃烧室几何结构复杂，旋流器与火焰筒等部件上存在大量小尺度结构，且流道形状不规则，对于复杂结构内部湍流及燃烧数值模拟具有一定代表性。

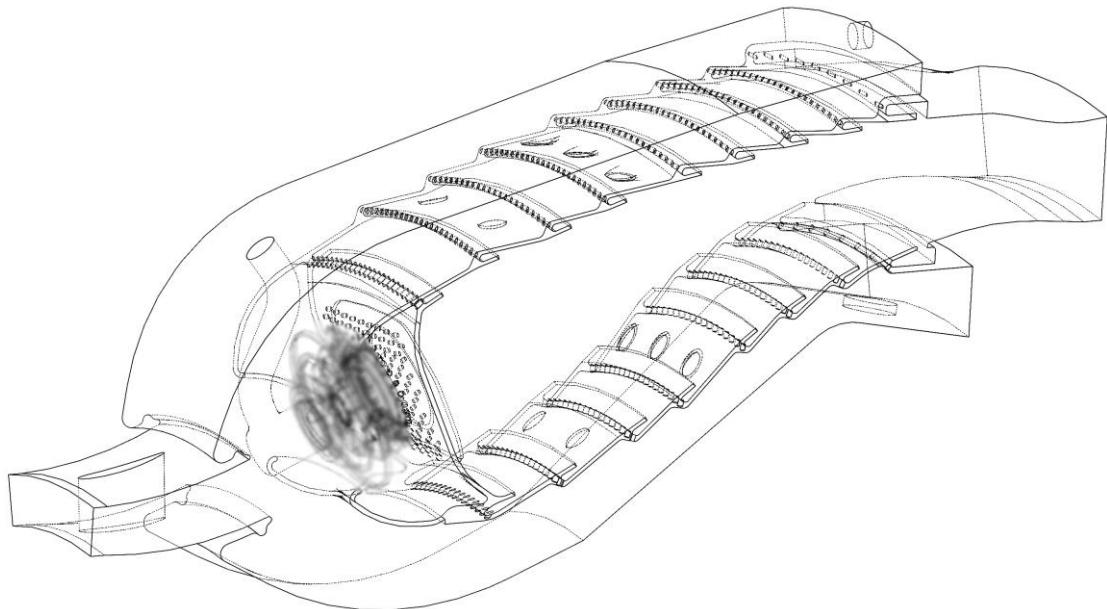


图 81 某型航空燃气轮机燃烧室单头部模型<sup>[122]</sup>

采用几何建模软件将燃烧室几何模型转换为如图 82 所示的三角面网格格式 (STL) 后, AECSC-IBM 结合计算域背景网格扫描生成 IBM 网格标记。

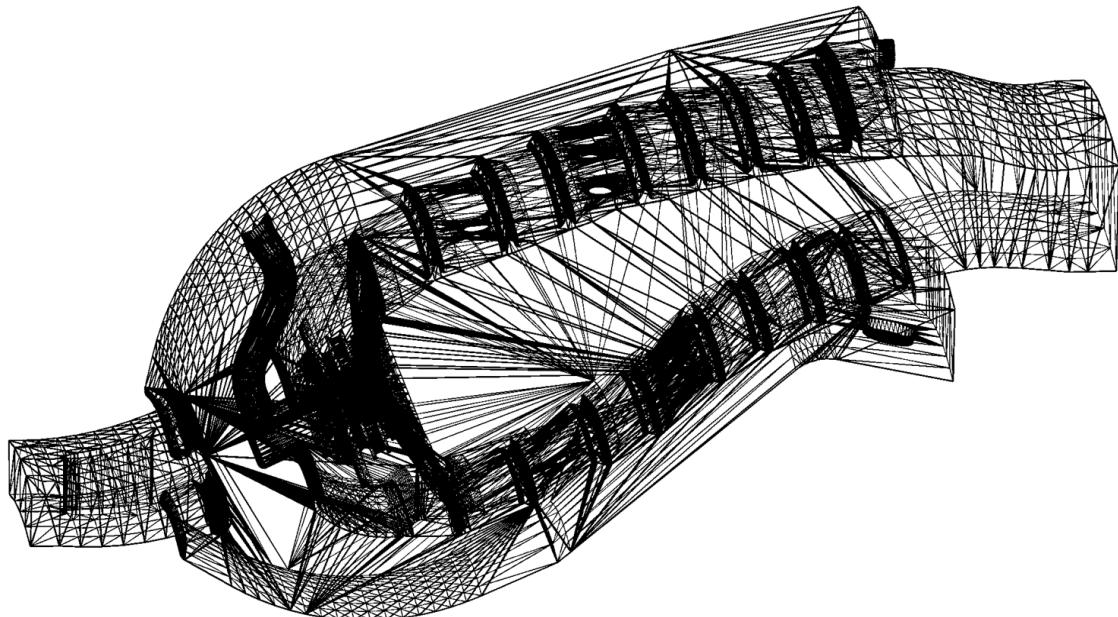


图 82 单头部燃烧室的三角面网格

本算例中, 经压气机压缩过的空气密度为  $3.955 \text{ kg/m}^3$ , 压强为  $790216.58 \text{ Pa}$ , 温度为  $696.01 \text{ K}$ , 以  $121.07 \text{ m/s}$  的速度沿 X 轴的正方向流入扩压器。为了测试本曲线坐标系中的浸没边界方法相比采用笛卡尔坐标系的浸没边界方法在求解复杂几何内流问题时的优势, 本文首先基于这两种方法进行冷态流动模拟。为了保证网格分辨率足够, 设置笛卡

尔坐标系中的全场网格尺度为均匀的0.5 mm<sup>[122]</sup>。对于曲线坐标系中的背景网格，将全场网格尺度限制在不大于0.5 mm。在以上条件下划分得到两种坐标系下的背景网格，其中笛卡尔坐标系下网格总数为5425万，曲线坐标系下网格总数为4637万。在背景网格基础上扫描燃烧室几何生成网格标记，如图83和图84所示。

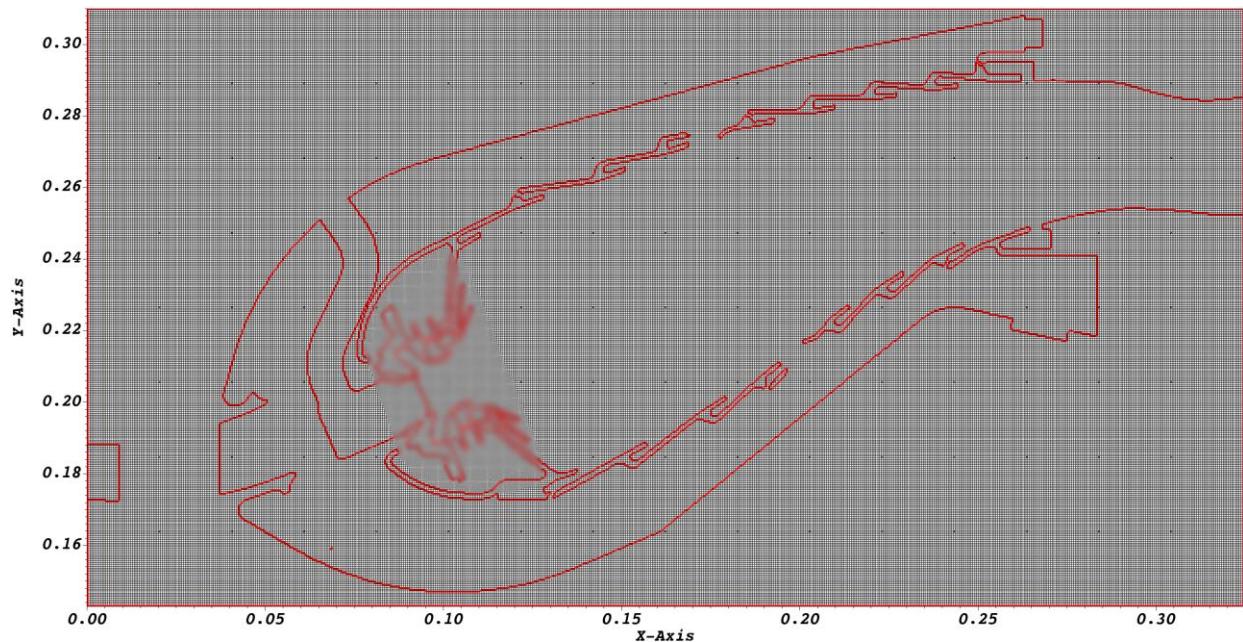


图83 笛卡尔坐标系下中央截面背景网格及网格标记图

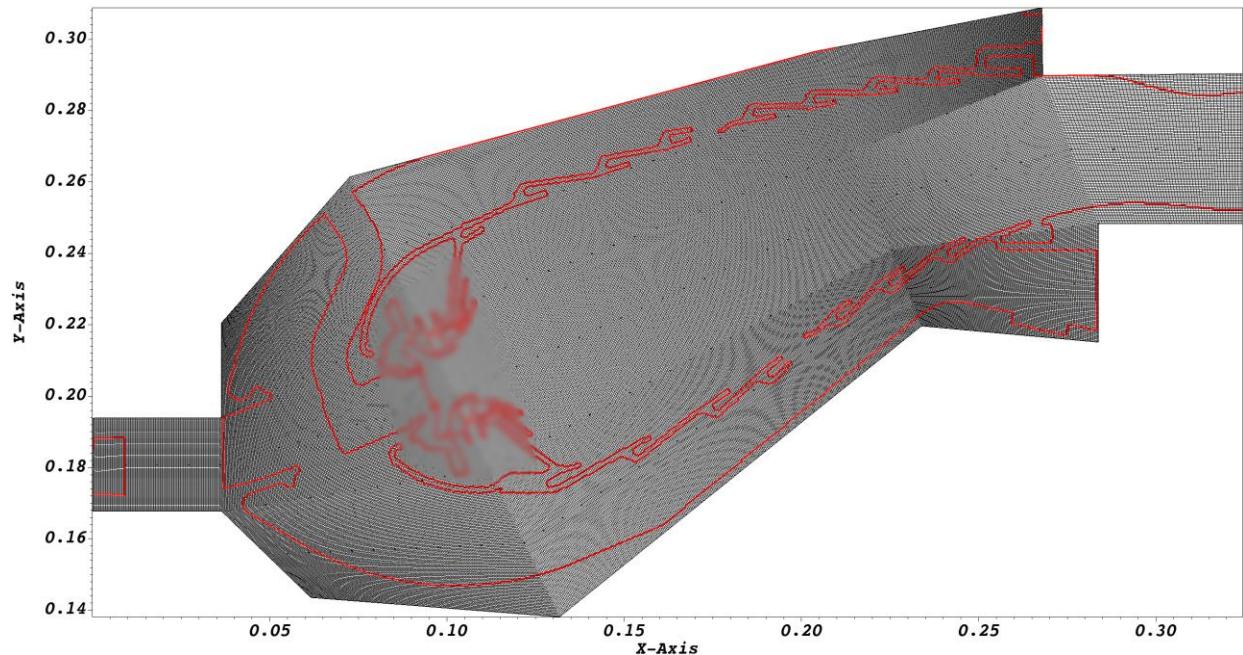


图84 曲线坐标系下中央截面背景网格及网格标记图

图85和图86分别为笛卡尔坐标系网格和曲线坐标系网格中的浸没边界网格标记，二者均准确映射了单头部燃烧室几何模型。

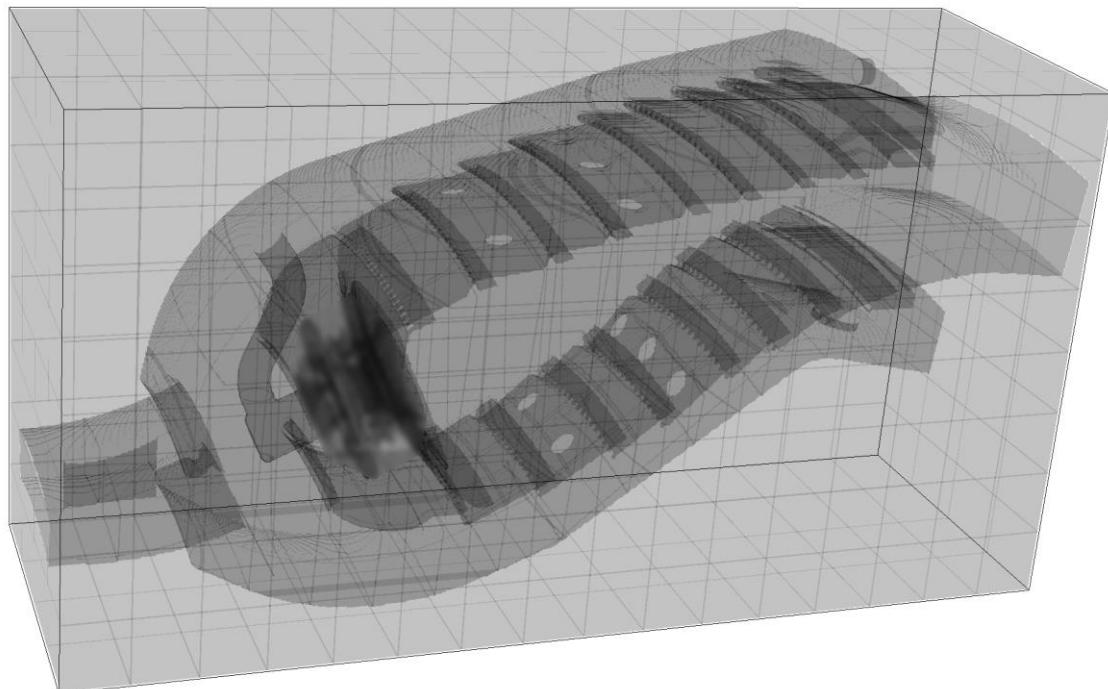


图 85 笛卡尔坐标系中三维浸没边界网格标记

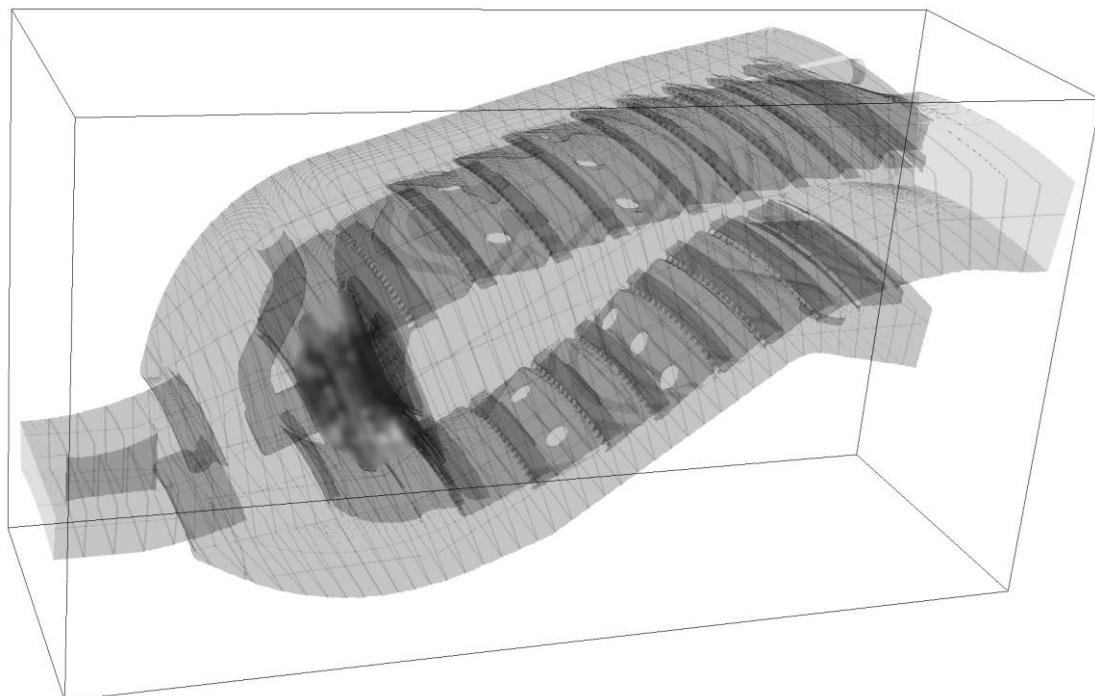


图 86 曲线坐标系中三维浸没边界网格标记

图 87 和图 88 中分别展示了笛卡尔坐标系网格与曲线坐标系网格的并行分块情况中央截面示意图，其中燃烧室曲线外侧区域被标记为无需求解的固体域。在笛卡尔坐标系背景网格中，38.3%的并行分块内完全为固体域，此外还有大量固体域占比很高的分块，提高了并行计算负载均衡的难度，造成了计算资源浪费。

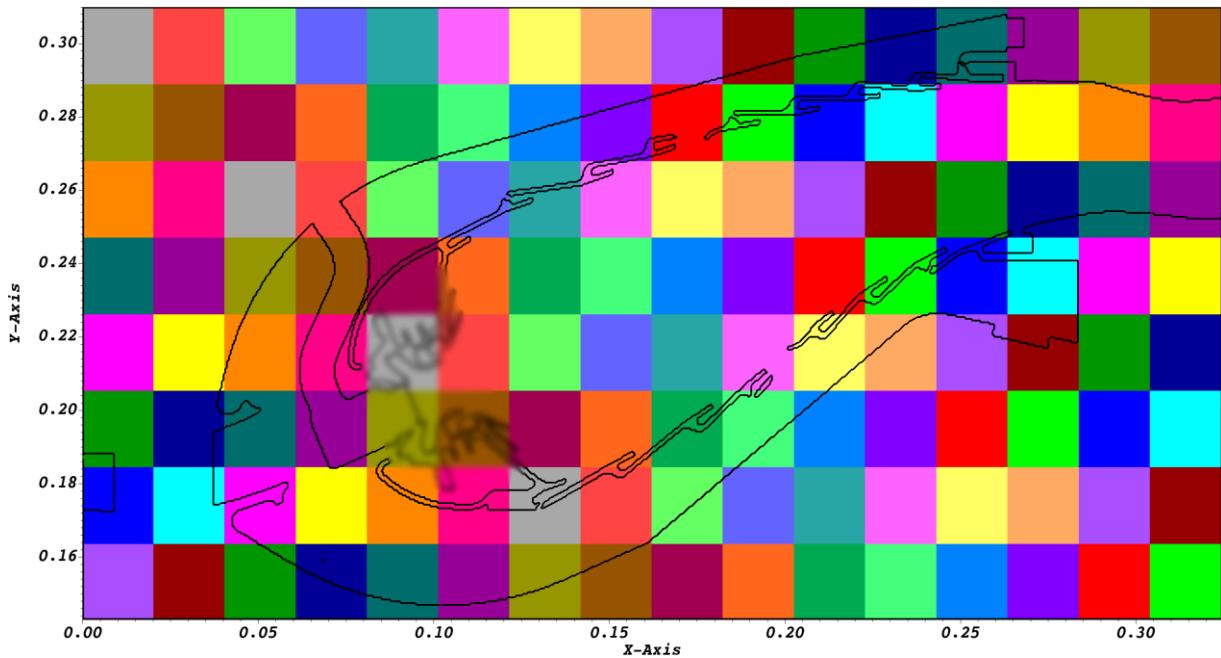


图 87 笛卡尔坐标系中央截面网格标记与并行分块

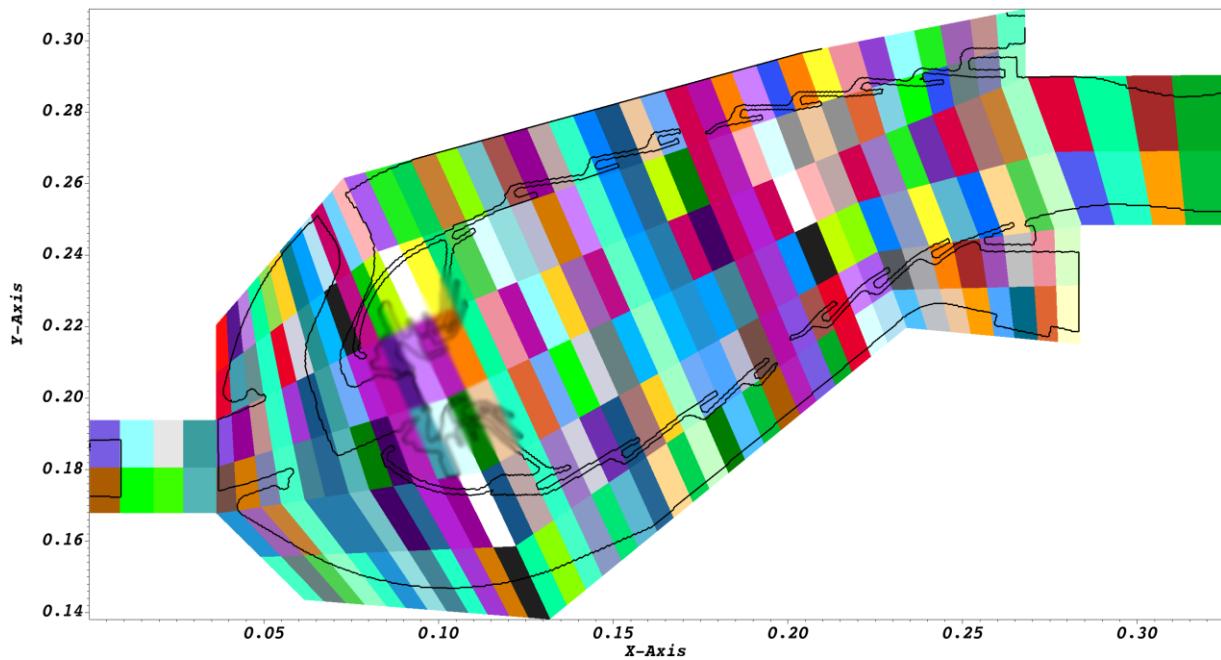


图 88 曲线坐标系中央截面网格标记与并行分块

求解时,采用对应于网格分块的512个CPU,利用MPI框架并行计算。如表8所示,采用笛卡尔网格时,每千步约需6.6小时,采用曲线坐标系时,每千步约需2.8小时。可发现采用曲线坐标系浸没边界方法求解时总网格数为采用笛卡尔坐标系的84.8%,而求解时间则大幅缩短为采用笛卡尔坐标系时的42.9%,这可能与单个CPU承载网格数过多时并行效率下降等因素有关。

表 8 笛卡尔坐标系与曲线坐标系算例的网格与并行数据

网格与并行数据	笛卡尔坐标系	曲线坐标系
网格尺度 $\Delta$	$\Delta=0.5 \text{ mm}$	$\Delta\leq0.5 \text{ mm}$
网格总数	$5.425\times10^7$	$4.637\times10^7$
并行分块	512	512
每千步模拟平均时间	6.6 h	2.8 h

采用本曲线坐标系中的浸没边界方法能够大幅节约复杂结构内湍流流动模拟所需的计算资源。基于该方法模拟真实燃气轮机燃烧室中的湍流燃烧现象，以检验其精度并探索其应用于工程中的可行性。

在本文模拟的燃烧室中，初始温度400 K的燃油经半径3 mm的喷咀以0.0077 kg/s的流量和39.5的SMD值沿与旋流器轴线夹角60°的方向呈锥形喷出，并采用热沉积模型模拟电火花点火。用C<sub>12</sub>H<sub>23</sub>作为航空煤油 RP3 的替代组分并采用四步机理<sup>[170]</sup>模拟其燃烧反应，点火并计算一段时间后，得到充分发展的湍流燃烧场。图 89 和图 90 分别展示了计算所得流场的中央截面速度矢量图以及三维流线图。由于该燃烧室的单头部模型的中央截面上未显示出主燃孔，中央截面的高流速区域主要为掺混孔附近以及燃烧室出口附近。

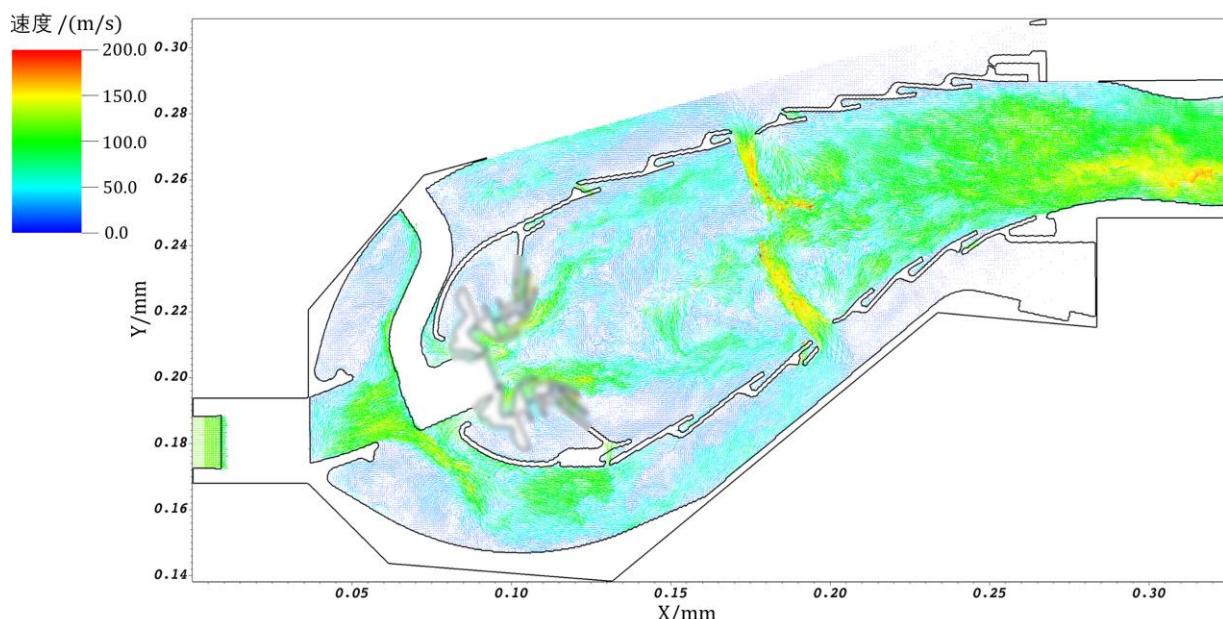


图 89 中央截面速度矢量图

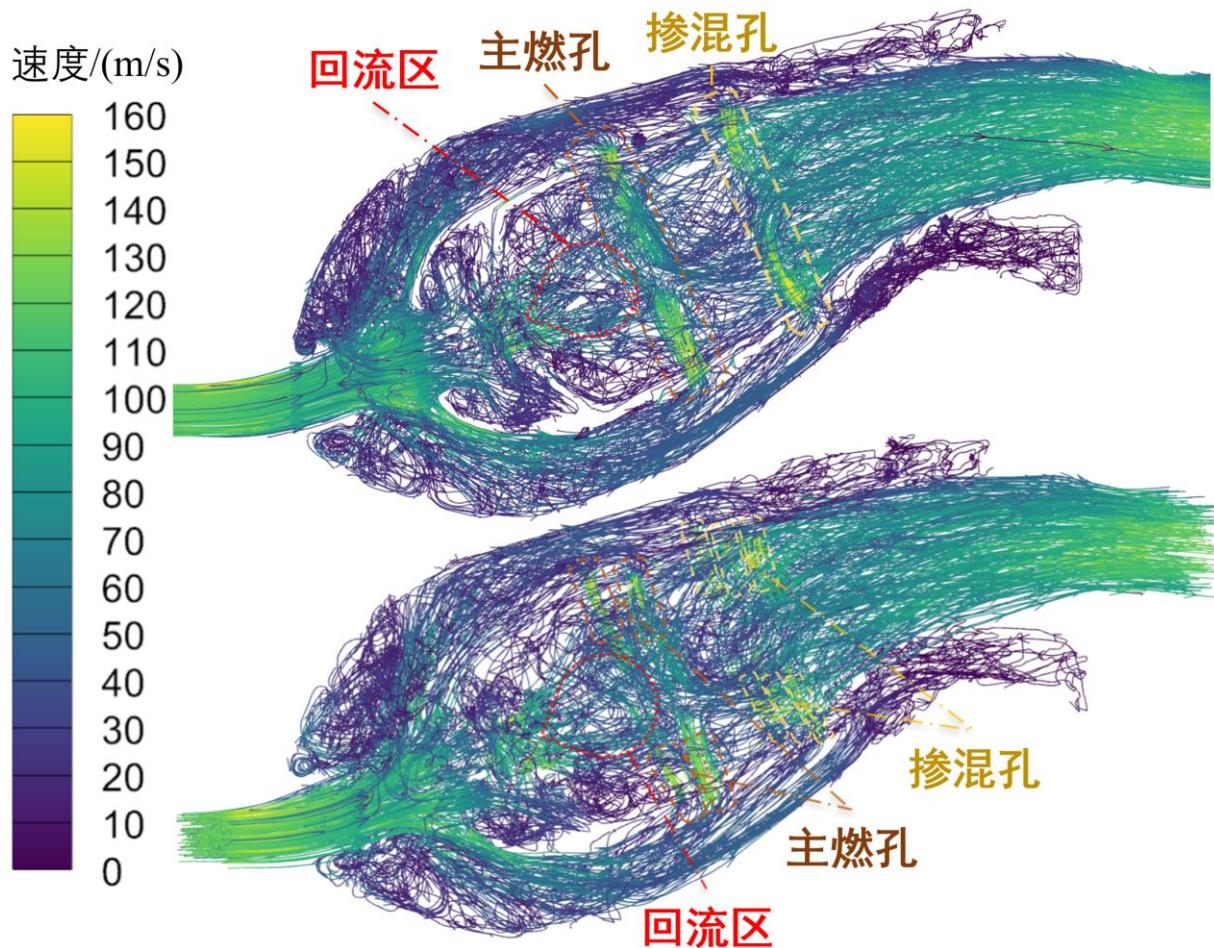


图 90 单头部燃烧室三维流线投影

流线图中，气流主要经旋流器、主燃孔和掺混孔进入燃烧室，高速旋流在火焰筒头部形成的低压回流区如图 91 所示。本文单头部燃烧室中采用斜切径向双级旋流器，一级斜切孔旋流器主要用于气动雾化，图中的回流区主要由流经二级径向旋流器的气流形成。

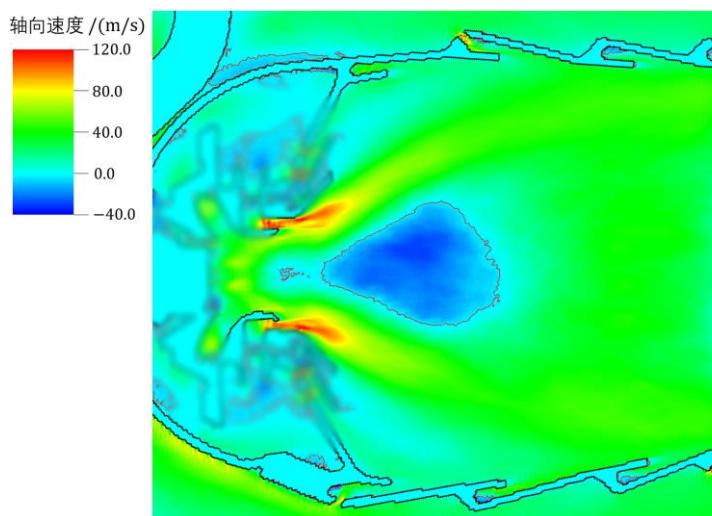


图 91 旋流器轴向时均速度与回流区

单头部燃烧室湍流燃烧模拟得到瞬态温度场的中央剖面三维图如图 92 所示。喷嘴后方燃油液滴蒸发吸热，形成低温区。蒸发后的气相燃油质量分数分布如图 93 所示，气相煤油在火焰筒前部发生燃烧反应并剧烈放热，形成高温区。在火焰筒壁存在大量收腰台阶气膜孔，由气膜孔进入的低温空气冷却火焰筒壁面，防止其过热。

航空发动机主燃烧室中的气膜孔尺度小、数量多且功能重要，但模拟难度较高。Wang 等<sup>[17]</sup>采用源项法模化气膜孔气流。AECSC-IBM 可以直接标记气膜孔、冷却孔和掺混孔网格，在燃烧室模拟中能够动态求解得到流经小孔的气体流量。

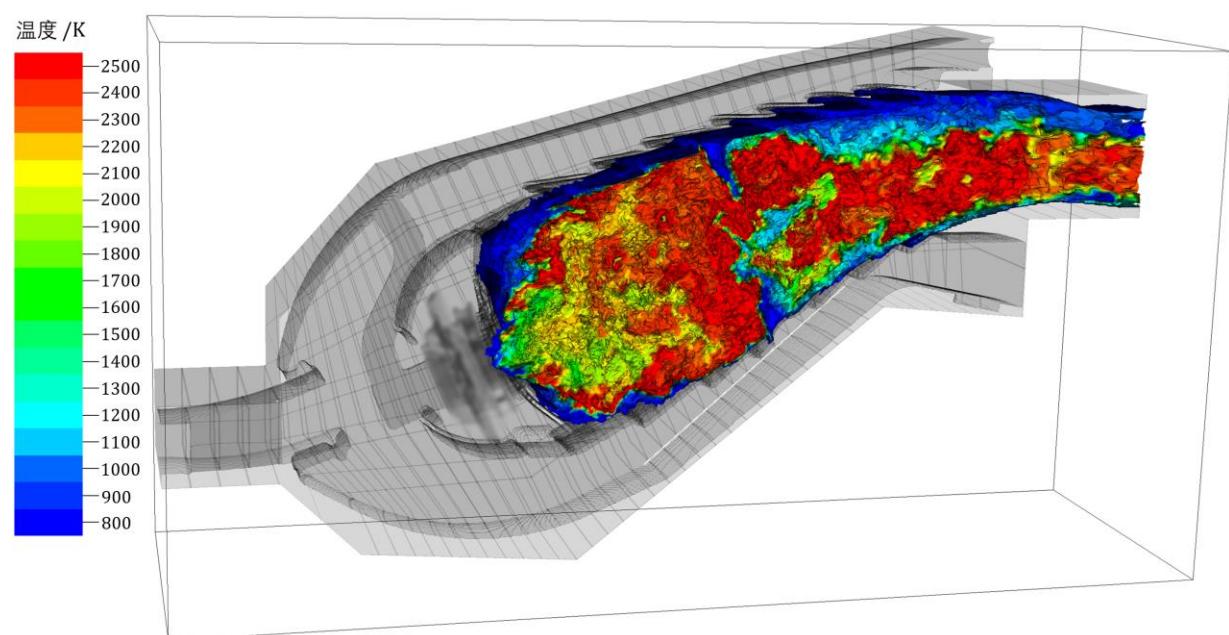


图 92 单头部燃烧室中央剖面三维瞬态温度分布

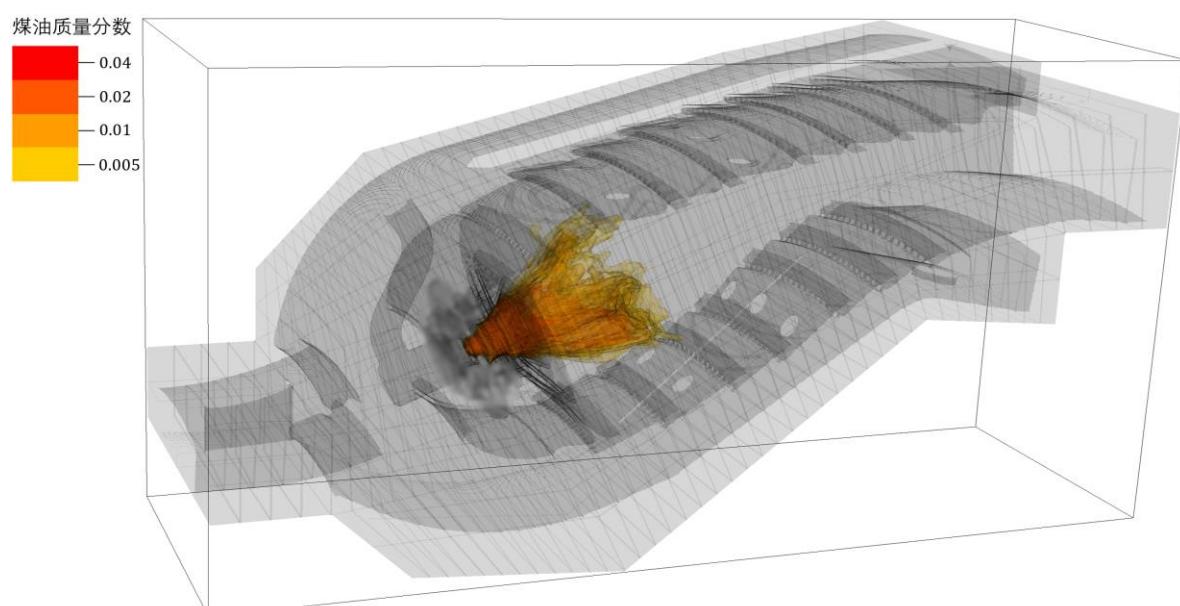


图 93 三维时均煤油质量分数分布

中央剖面的三维时均温度图如图 94 所示，中央剖面上煤油喷出的位置蒸发吸热温度偏低，火焰筒壁以及掺混孔附近由于气流的冷却和掺混温度较低，而主燃区温度较高

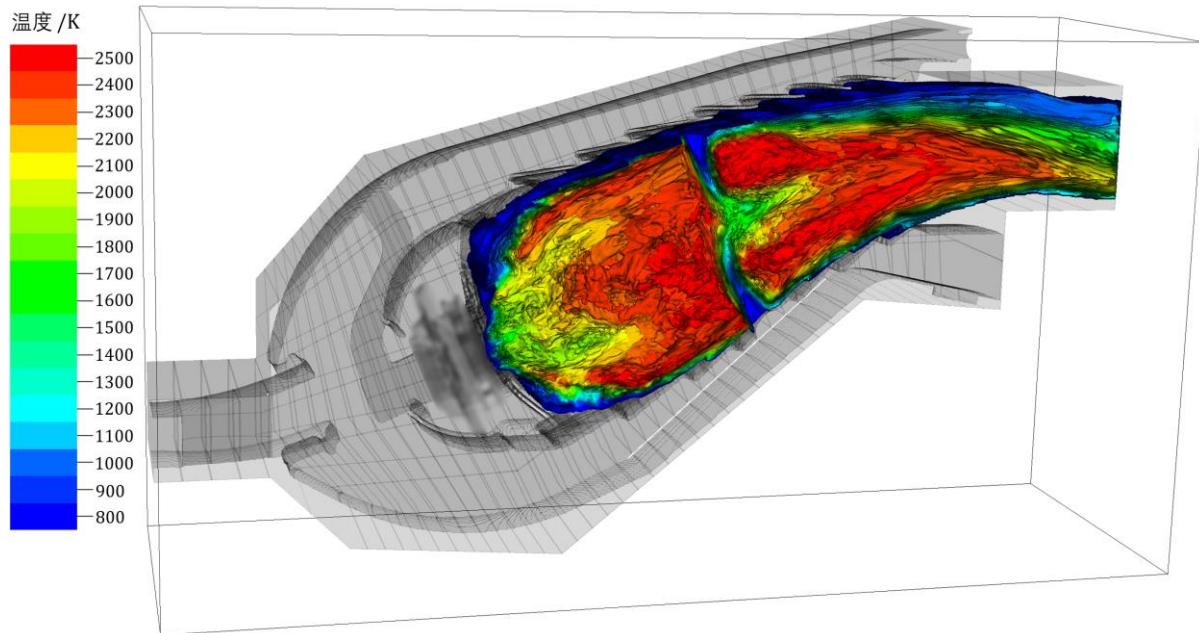


图 94 中央剖面三维时均温度分布

图 95 中展示了时均燃烧场中的高温区形状，航空煤油在火焰筒前部反应放热产生的高温区被经冷却孔和掺混孔进入的空气冷却，沿流向逐渐收窄，呈水滴型，显示出冷却气流的掺混作用。

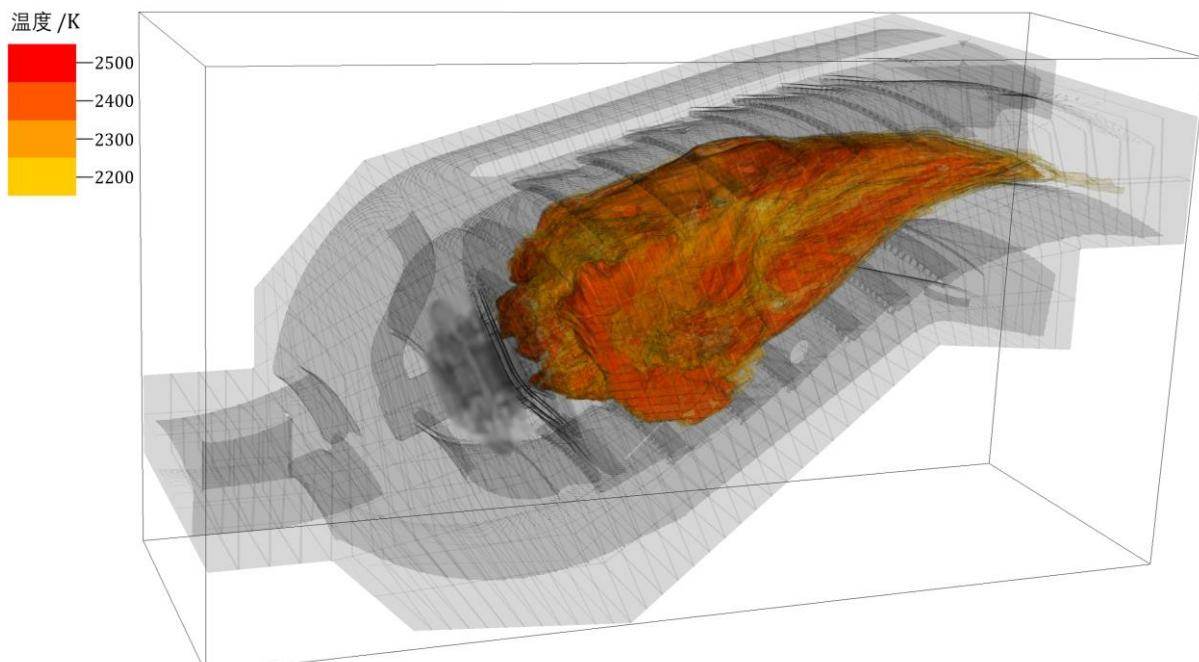


图 95 三维高温区分布

在时均温度场的基础上，对燃烧室出口温度作周向平均，形成沿径向的温度分布曲线，并于实验得到的数据对比，如图 96 所示。其中红色曲线为利用本曲线坐标系下的浸没边界方法结合 LES-TPDF 湍流燃烧模型得到的出口温度分布，黑色圆点表示实验中六个测点测量得到的温度。由图可知利用本方法模拟得到的出口径向温度分布与实验值基本一致，呈倒“C”形，计算可得均方根误差（RMSE）为 11.66%。

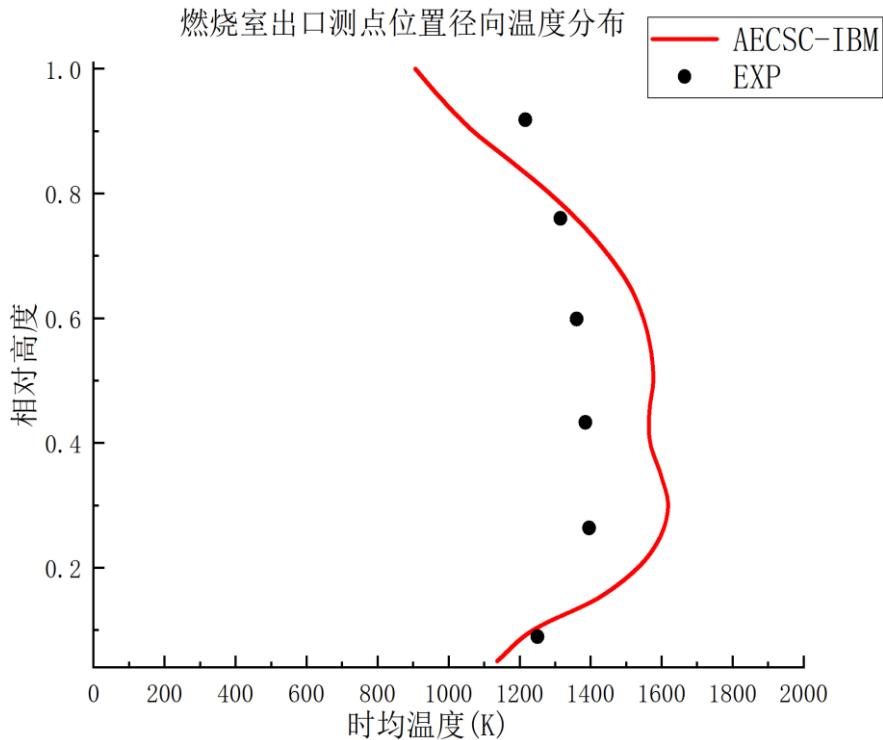


图 96 燃烧室出口测点位置径向温度分布

#### 4.4 本章小结

本章中针对航空发动机中常见的钝体火焰稳定器和旋流燃烧室的高保真模拟需求，基于前文所述算法与 AECSC-IBM 软件，实现了三角钝体火焰稳定器、实验室规模的带双级旋流器的模型燃烧室以及某型号真实环形燃烧室单头部模型的燃烧流场模拟。

三角钝体预混火焰模拟中得到了与实验一致的速度场，流向位置 0.015 m, 0.061 m 和 0.150 m 处的时均速度分布相对误差分别为 6.59%, 3.53% 和 4.30%。相比与实验测量得到的温度分布，流向位置 0.15 m 钝体后方时均温度分布平均相对误差为 16.93%，模拟得到的结果在火焰边缘温度梯度较大，高温区集中分布于在三角钝体后方横向位置 0.025~0.075 m 之间。分析其原因，一方面，模拟中进口速度为均匀的 17 m/s，进口不存

在湍流脉动，相对于实际情况对燃烧流场的扰动较小，影响了高温燃气和低温气体的掺混；另一方面模拟中采用了烷烃通用四步机理，该机理中含有 7 种组分和 4 步燃烧化学反应，较为简单，燃烧反应释热较快、反应区较小，可能导致高温区边界的温度梯度略高于实际情况。

在双旋流燃烧室模拟中，模拟得到的速度场与燃烧场与实验贴合较好，模拟精度较高。AECSC-IBM 模拟得到的速度场中时均轴向、径向、切向速度平均相对误差分别为 15.7%、23.8%、15.0%。在最靠近旋流器出口截面（高度 2 mm）轴向速度的峰值和谷值位置，采用浸没边界方法模拟得到的均方根误差为 6.6%，优于采用同规模贴体结构网格的自研软件 AECSC（误差 14.3%）和商业软件 FLUENT（误差 16.7%）在该位置的模拟结果，这可能与贴体网格在旋流器附近网格质量有关，AECSC 和 FLUENT 在该双旋流燃烧室时，需要在流道结构较为复杂的双级旋流器内划分贴体结构网格，而划分得到的贴体结构网格难以在旋流器内保持高的网格质量。

在单头部燃烧室两相湍流燃烧模拟中，AECSC-IBM 能够精确识别和标记复杂燃烧室的几何结构，大幅减少网格划分难度和工作量，保证全场网格的高质量并且容易应用于大规模并行。本文模拟直流燃烧室时在曲线坐标系下的结构网格中应用了前文所述的隐式 IBM 实现 Neumann 边界条件，模拟时以流体域外轮廓为基础生成曲线坐标系结构网格作为背景网格，并对旋流器等关键位置进行局部加密，再经坐标变换后求解。在提高网格点利用率的同时保留了浸没边界法网格划分简单、拓扑清晰等优点。采用 512 核并行模拟得到了详细的三维非定常湍流燃烧场，统计得到火焰筒尾部测点截面时均径向温度分布均方根误差为 11.66%。该真实航空燃气轮机环形燃烧室的单头部模型内部几何结构复杂，且湍流与燃烧反应存在强烈非线性的相互作用，浸没边界网格对复杂边界及其附近流动的解析，煤油液滴的破碎蒸发的求解，煤油燃料组分及化学反应机理的简化等因素都可造成数值模拟时的误差。

采用本曲线坐标系浸没边界方法结合 LES-TPDF 湍流燃烧模型模拟几何结构复杂的真实燃烧室时，能够精确分辨燃烧室细节结构并高效求解得到三维湍流燃烧场，因此 AECSC-IBM 软件能够准确高效地模拟燃烧室内的湍流燃烧，并且几何适应能力强，适合应用于结构复杂的真实航空发动机燃烧室的两相湍流燃烧高保真模拟，模拟结果可为实际工程中燃烧室的设计提供参考。

## 结论

为实现复杂结构航空发动机燃烧室的高保真、高效两相湍流燃烧模拟，本文提出一种适用于燃烧室内湍流燃烧数值模拟的曲线坐标系下的隐式 IBM，利用曲线坐标系和坐标变换减少固体网格点占比并实现网格局部加密，在其基础上发展了一种可达到二阶精度的通过边界网格局部重构求解离散方程组系数阵的 IBM。并且实现了高速并行 IBM 网格标记生成模块的设计，以及基于 IBM 和 LES-TPDF 模型的航空发动机燃烧室模拟软件的开发。采用圆柱绕流、射流火焰算例测试新的方法和软件，并将其应用于钝体火焰稳定器、双旋流燃烧室和复杂结构单头部燃烧室的模拟。研究中开发的新算法和新软件使得在基础研究中发展的高精度两相湍流燃烧模型及相关算法具备了应用于工程中复杂结构燃烧室的高保真数值模拟的能力，尝试搭建了基础研究与工程应用间的“桥梁”，完成了既定的研究目标。

本文中首先推导了由光线追踪中常用的 Möller-Trumbore 算法发展而来的 IBM 网格标记高速并行生成算法，并且梳理和推导了基于 LES-TPDF 湍流燃烧模型的相关算法，并通过隐式地向离散方程中添加彻体力源项、处理随机输运方程中的随机项，将曲线坐标系下的 IBM 与 LES-TPDF 模型结合。为提高边界附近的精度，进一步探索和推导了针对于离散控制方程组，将边界网格局部重构为贴体网格，从而将包含精确壁面位置和边界法向量的边界条件施加于离散形式控制方程组的系数矩阵上，最后反变换得到需要求解的线性方程组的新方法，分析其原理并通过算例模拟探究其可行性。为了实现复杂结构燃烧室内的两相燃烧模拟，求解雾化后燃油液滴在壁面附近的反弹、黏附等运动状态，基于与网格标记生成相似的方法发展了非贴体网格粒子追踪算法。

本文将适用于航空发动机燃烧室模拟的浸没边界方法与大涡模拟-概率密度函数输运方程湍流燃烧模型结合，开发了 AECSC-IBM 软件，并首先从简单流道内的湍流燃烧求解和较复杂壁面附近的流动求解方面，对该软件作以下基础检验：

1、AECSC-IBM 软件中的浸没边界方法用于模化控制方程组的边界条件，为测试边界网格局部重构求解系数阵的浸没边界方法在模化边界条件时的精度，基于该软件模拟了雷诺数为 3900 的三维圆柱绕流。模拟得到的时均速度以及脉动速度均与文献中的实验数据及模拟结果相近，平均阻力系数为 0.964596，St 数为 0.2344，最低流向相对速度为 -0.2614，平均回流长度为 1.44，与实验数据和其他文献中的模拟结果相近。因此 AECSC-IBM 及本文中的浸没边界方法能够准确模拟圆柱绕流中的流动场。

2、本文通过模拟射流火焰该软件求解简单流道中湍流燃烧场的准确性。Flame-E 的时均温度分布的平均相对误差在 11.51%~22.38% 之间，均值为 14.69%；甲烷质量分数分布的平均相对误差在 3.84%~6.43% 之间，均值为 5.22%。Flame-F 时均温度分布的平均相对误差在 7.16%~21.23% 之间，均值为 14.18%；甲烷质量分数分布的平均相对误差在 3.93%~9.25% 之间，均值为 5.54%。因此 AECSC-IBM 能准确地求解湍流射流燃烧的温度场和物质质量分数场。

为了进一步测试 AECSC-IBM 软件应用于燃烧室模拟的可行性，模拟了以下算例：

1、首先模拟了雷诺数较低的三角钝体后方的预混燃烧，相比实验测量得到的速度场，模拟得到流向位置 0.015 m, 0.061 m 和 0.150 m 处的时均速度分布的相对误差分别为 6.59%, 3.53% 和 4.30%。相比与实验测量得到的温度分布，模拟得到的流向位置 0.15 m 钝体后方时均温度分布的平均相对误差为 16.93%，模拟得到的结果在火焰边缘温度梯度较大，高温区集中分布于在三角钝体后方横向位置 0.025~0.075 m 之间。一方面，模拟中进口速度为均匀的 17 m/s，不存在进口湍流，相对于实际情况对燃烧流场的扰动较小，影响了高温燃气和低温气体的掺混；另一方面模拟中采用的烷烃通用四步机理模拟丙烷燃烧反应时释热较快，燃烧反应区较薄，因此高温区边界的温度梯度略高于实际情况。该算例模拟结果表明了对反应机理和进口湍流的进一步研究的重要性，也初步检验了 AECSC-IBM 应用于钝体火焰稳定器模拟的模拟精度。

2、在双旋流燃烧室模拟中，模拟得到的速度场与温度场与实验贴合较好，模拟精度较高。AECSC-IBM 模拟得到的速度场中时均轴向、径向、切向速度平均误差分别为 15.7%、23.8%、15.0%，与同规模采用贴体结构网格的自研软件 AECSC 和商业软件 FLUENT 精度相近，模拟得到与实验照片相近的耳垂形高温区。该算例的模拟结果表明 AECSC-IBM 能够准确求解旋流燃烧室中的两相燃烧流场。

3、在单头部燃烧室两相湍流燃烧模拟中，AECSC-IBM 能够精确认识和标记复杂燃烧室的几何结构，大幅减少网格划分难度和工作量，保证全场网格的高质量并且容易应用于大规模并行。采用 512 核并行模拟得到了详细的三维非定常湍流燃烧场，统计得到火焰筒尾部测点截面时均径向温度分布均方根误差为 11.66%。AECSC-IBM 软件能够准确模拟燃烧室内的湍流燃烧，并且几何适应能力强，能够大幅降低复杂结构内网格生成难度和工作量，适合应用于结构复杂的真实航空发动机燃烧室中的两相湍流燃烧高保真模拟。

综上所述，本文提出的应用于多连通域内湍流燃烧数值模拟的曲线坐标系隐式浸没

边界方法和边界网格局部重构求解系数阵的浸没边界方法以及在其基础上结合 LES-TPDF 湍流燃烧模型所开发的 AECSC-IBM 软件能够准确模拟燃烧室内的湍流燃烧，并且几何适应能力强，适合应用于真实航空发动机燃烧室等结构复杂的多连通域中的两相湍流燃烧高保真、高效模拟，能够作为真实燃烧室研究和设计的软件工具（小幅修改燃烧室几何模型、不改变燃烧室外形轮廓时不必对算例设置和网格进行任何修改），为航空发动机燃烧室精细化设计提供两相湍流燃烧场数据参考。

对于后续研究，有以下几点展望：

1、AECSC-IBM 是用于研究复杂几何构型燃烧室内湍流燃烧现象的工具，目前已初步应用于某型号直流燃烧室、WP11 折流燃烧室以及某型号加力燃烧室等真实的、几何复杂的燃烧室模拟，本文仅介绍了该软件在直流燃烧室中的初步应用。作为一个软件工具，应当在更多复杂几何的燃烧室中应用实践、测试改进，并应用于针对真实燃烧室非稳态两相反应流场的深入研究。

2、通过网格实现的控制方程组离散、边界条件的设置是 AECSC 中两相燃烧模拟的基础。本研究中通过自动扫描几何和模化边界条件将这一基础发展到可高效、高精度地应用于任意复杂几何。在此基础上，可结合各类两相湍流燃烧的模型和算法，实现各类问题的不同精度速度的模拟。另外，AECSC-IBM 中实际上的对固体域也划分了三维网格，而当前的 AECSC-IBM 还不包含壁面温度计算等需要在固体域上求解方程的功能。因此未来可针对固体域设置和求解相应的控制方程，实现燃烧室三维壁温求解乃至燃烧室壁面应力求解和变工况下的变形模拟，因为 IBM 方法已广泛应用于流固耦合问题、运动壁面问题的求解。

3、针对边界任一网格，根据真实壁面信息变换和处理离散方程系数阵，隐式地添加边界条件，并利用曲线坐标系和坐标变换减少固体域的占比以提高效率，这种方法是浸没边界类方法中的新方法，具有适用于复杂几何燃烧室模拟、计算效率高、精度与贴体网格算法相近的优点。该方法中用于在网格附近插值的算法决定其与贴体网格相差精度的大小，边界附近网格中标量呈线性分布的假设可能会引起误差，在燃烧模拟常用的有限体积法中误差较小，因此适用于燃烧室等对边界附近模拟精度较不敏感的情况（AECSC-IBM 中可达二阶精度，与采用贴体网格和有限体积法的 AECSC 2.0 或 FLUENT 等软件精度相近），目前该方法不建议用于与叶轮机等结构中流动的高精度模拟，但可通过修改完善插值方法优化这一浸没边界方法。

## 参考文献

- [1] Jones W P, Marquis A J, Wang F. Large eddy simulation of a premixed propane turbulent bluff body flame using the Eulerian stochastic field method[J]. Fuel, 2015, 140: 514-525
- [2] 曾家, 金捷, 张晟, 等. 基于 LES-PDF 方法的双旋流模型燃烧室数值模拟[J]. 气体物理, 2019, 4(5): 52-64
- [3] Wang F, Liu R, Dou L, et al. A dual time-scale model for micro-mixing and its application in LES-TPDF simulations of turbulent nonpremixed flames[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2019, 32(4): 875-887
- [4] 金捷, 刘邓欢. 航空发动机燃烧室湍流两相燃烧模型发展现状[J]. 南京航空航天大学学报, 2016, 3: 303-309
- [5] 阎超, 于剑, 徐晶磊, 等. CFD 模拟方法的发展成就与展望[J]. 力学进展, 2011, 41(5): 562-589
- [6] Mohammadi M, Nassab S A G, Application of the Immersed Boundary Method in Solution of Radiative Heat Transfer Problems[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2021, 260: 107467
- [7] Peskin C S. Flow patterns around heart valves: a numerical method[J]. Journal of Computational Physics, 1972, 10(2): 252-271
- [8] Mittal R, Iaccarino G. Immersed boundary methods[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2005, 37: 239-261
- [9] Kang S K, Hassan Y A. A comparative study of direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann methods for stationary complex boundaries[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2011, 66(9): 1132-1158
- [10] Seo J H, Mittal R. A sharp-interface immersed boundary method with improved mass conservation and reduced spurious pressure oscillations[J]. Journal of Computational Physics, 2011, 230(19): 7347-7363
- [11] Ji C, Munjiza A, Williams J. A novel iterative direct-forcing immersed boundary method and its finite volume applications[J]. Journal of Computational Physics, 2012, 231(4):

797-821

- [12] Liu C, Hu C. An efficient immersed boundary treatment for complex moving object[J]. Journal of Computational Physics, 2014, 274: 654-680
- [13] Kumar M, Roy S, Ali MS. An efficient immersed boundary algorithm for simulation of flows in curved and moving geometries[J]. Computers and Fluids, 2016, 129: 159-178
- [14] Boukharfane R, Ribeiro F H E, Bouali Z, et al. A combined ghost-point-forcing/direct-forcing immersed boundary method (IBM) for compressible flow simulations[J]. Computers and Fluids, 2018, 162: 91-112
- [15] Ren W, Shu C, Wu J, et al. Boundary condition-enforced immersed boundary method for thermal flow problems with Dirichlet temperature conition and its applications[J]. Computers and Fluids, 2012, 57: 40-51
- [16] Ren W, Shu C, Yang W. An efficient immersed boundary method for thermal flow problems with heat flux boundary conditions[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2013, 64: 694-705
- [17] Seta T. Implicit temperature-correction-based immersed-boundary thermal lattice Boltzmann method for the simulation of natural convection[J]. Physical Review E, 2013, 87(6): 063304
- [18] Mark A, Svenning E, Edelvik F. An immersed boundary method for simulation of flow with heat transfer[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2013, 56(1-2): 424-435
- [19] Xia J, Luo K, Fan J. A ghost-cell based high-order immersed boundary method for interphase heat transfer simulation[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2014, 75: 302-312
- [20] Luo K, Zhuang Z, Fan J, et al. A ghost-cell immersed boundary method for simulations of heat transfer in compressible flows under different boundary conditions[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2016, 92: 708-717
- [21] Wang Y, Shu C, Yang LM. Boundary condition-enforced immersed boundary-lattice Boltzmann flux solver for thermal flows with Neumann boundary conditions[J]. Journal

- of Computational Physics, 2016, 306: 237-252
- [22] Eshghinejadfar A, Thévenin D. Numerical simulation of heat transfer in particulate flows using a thermal immersed boundary lattice Boltzmann method[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2016, 60: 31-46
- [23] Suzuki K, Kawasaki T, Furumachi N, et al. A thermal immersed boundary–lattice Boltzmann method for moving-boundary flows with Dirichlet and Neumann conditions[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2018, 121: 1099-1117
- [24] Nezhad J R, Mirbozorgi S A. An immersed boundary-lattice Boltzmann method to simulate chaotic micro mixers with baffles[J]. Computers and Fluids, 2018, 167: 206-214
- [25] Wang X, Gong X, Sugiyama K, et al. An immersed boundary method for mass transfer through porous bio membranes under large deformations[J]. Journal of Computational Physics, 2020, 413: 109444
- [26] Cheng Y, Zhang H. Immersed boundary method and lattice Boltzmann method coupled FSI simulation of mitral leaflet flow[J]. Computers and Fluids, 2010, 39(5): 871-881
- [27] Krüger T, Varnik F, Raabe D. Efficient and accurate simulations of deformable particles immersed in a fluid using a combined immersed boundary lattice Boltzmann finite element method[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2011, 61(12): 3485-3505
- [28] Tian F-B, Luo H, Zhu L, et al. An efficient immersed boundary-lattice Boltzmann method for the hydrodynamic interaction of elastic filaments[J]. Journal of Computational Physics, 2012, 30(19): 7266-7283
- [29] Vadala-Roth B, Acharya S, Patankar N A, et al. Stabilization approaches for the hyper elastic immersed boundary method for problems of large-deformation incompressible elasticity[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020, 365: 112978
- [30] Sotiropoulos F, Yang X. Immersed boundary methods for simulating fluid-structure interaction[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2014, 65: 1-21
- [31] Zhang Y, Pan G, Zhang Y, et al. A relaxed multi-direct-forcing immersed boundary-

- cascaded lattice Boltzmann method accelerated on GPU[J]. Computer Physics Communications, 2020, 248: 106980
- [32] Shao J Y, Shu C, Chew Y T. Development of an immersed boundary-phase field-lattice Boltzmann method for Neumann boundary condition to study contact line dynamics[J]. Journal of Computational Physics, 2013, 234: 8-32
- [33] Liu H R, Ding H. A diffuse-interface immersed-boundary method for two-dimensional simulation of flows with moving contact lines on curved substrates[J]. Journal of Computational Physics, 2015, 294: 484-502
- [34] Sun X, Sakai M. Numerical simulation of two-phase flows in complex geometries by using the volume-of-fluid/immersed-boundary method[J]. Chemical Engineering Science, 2016, 139: 221-240
- [35] Blais B, Lassaigne M, Goniva C, Fradette L, Bertrand F. A semi-implicit immersed boundary method and its application to viscous mixing[J]. Computers & Chemical Engineering, 2016, 85: 136-146
- [36] Wang L, Currao G M D, Han F, et al. An immersed boundary method for fluid–structure interaction with compressible multiphase flows[J]. Journal of Computational Physics, 2017, 346: 131-151
- [37] Lee J, Kim J, Choi H, et al. Sources of spurious force oscillations from an immersed boundary method for moving-body problems[J]. Journal of Computational Physics, 2011, 230(7): 2677-2695
- [38] Breugem W P. A second-order accurate immersed boundary method for fully resolved simulations of particle-laden flows[J]. Journal of Computational Physics, 2012, 231(13): 4469-4498
- [39] Eshghinejadfar A, Abdelsamie A, Janiga G, et al. Direct-forcing immersed boundary lattice Boltzmann simulation of particle/fluid interactions for spherical and non-spherical particles[J]. Particuology, 2016, 25: 93-103
- [40] Sun D K, Wang Y, Dong A P, et al. A three-dimensional quantitative study on the hydrodynamic focusing of particles with the immersed boundary-lattice Boltzmann

- method[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2016, 94: 306-315
- [41] Yusof J M. Combined Immersed Boundaries/B-Spline Methods for Simulations of Flows in Complex Geometries[R]. Center for Turbulence Research Annual Research Briefs, NASA Ames/Stanford University, 1997
- [42] Fedkiw R, Aslam T B, Merriman S, et al. A non-oscillatory Eulerian approach to interfaces in multimaterial flows (the ghost fluid method)[J]. Journal of Computational Physics, 1999, 152, 457-492
- [43] Sekhar M P D, Gianluca L. Rans Solvers with Adaptive Structured Boundary Non-conforming Grids[R]. Center for Turbulence Research Annual Research Briefs, 2001: 353-366
- [44] Fadlun E, Verzicco R, Orlandi P, et al. Combined immersed finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations[J]. Journal of Computational Physics, 2000, 161: 35-60
- [45] Verzicco R, Mohd-Yusof J, Orlandi P, et al. LES in complex geometries using boundary body forces[J]. AIAA Journal, 2000, 38: 427-433
- [46] Goldstein D, Handler R, Sirovich L. Modeling a No-Slip Flow Boundary with an External Force Field[J]. Journal of Computational Physics, 1993, 105(2): 354-366
- [47] Goldstein D, Handler R, Sirovich L. Direct Numerical Simulation of Turbulent Flow Over a Modeled Riblet Covered Surface[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1995, 301: 333-376
- [48] Roma A M, Pesketh C S, Berger M J. An adaptive version of the immersed boundary method[J]. Journal of Computational Physics, 2000, 153: 509-534
- [49] Ruffin S M, Sekhar S. A normal ray refinement technique for Cartesian-grid based Navier–Stokes solvers[J]. International Journal of Computational Fluid Dynamics, 2012, 26(4): 231-246
- [50] Marshall D D, Ruffin S M. A New Inviscid Wall Boundary Condition Treatment for Embedded Boundary Cartesian Grid Schemes[C]. Aiaa Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 2013: 19

- [51] DeZeeuw D, Powell K G. An Adaptively Refined Cartesian Mesh Solver for the Euler Equations[J]. Journal of Computational Physics, 1993, 104(1): 56-68
- [52] DeZeeuw D. A Quadtree-Based Adaptively-Refined Cartesian-Grid Algorithm For Solution Of The Euler Equations[D]. Michigan: University of Michigan, 1993
- [53] Aftosmis M J, Berger M J , Melton J E . Robust and efficient Cartesian mesh generation for component-based geometry[J]. AIAA Journal, 1998, 36: 952-960
- [54] Melton J, Berger M, Aftosmis M, et al. 3D applications of a Cartesian grid Euler method[C]. 33rd aerospace sciences meeting and exhibit. 1995: 853
- [55] Kirkpatrick M P, Armfield S W , Kent J H . A representation of curved boundaries for the solution of the Navier-Stokes equations on a staggered three-dimensional Cartesian grid[J]. Journal of Computational Physics, 2003, 184(1): 1-36
- [56] Mondal P, Munikrishna N , Balakrishnan N. Cartesian-Like Grids Using a Novel Grid-Stitching Algorithm for Viscous Flow Computations[J]. Journal of Aircraft, 2007, 44(5): 1598-1609
- [57] Pande S, Panayiotis P, Ivo B. A Cut-Cell Finite Element Method for Poisson's Equation on Arbitrary Planar Domains[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2021(383): 113875
- [58] Liu B. A Nitsche Stabilized Finite Element Method: Application for Heat and Mass Transfer and Fluid–Structure Interaction[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2021(386): 114101
- [59] Delanaye M, Aftosmis M, Berger M, et al. Automatic hybrid-Cartesian grid generation for high-Reynolds number flows around complex geometries[C]. 37th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 1999: 777
- [60] Wang Z J. A Quadtree-based adaptive Cartesian/Quad grid flow solver for Navier-Stokes equations[J]. Computers & fluids, 1998, 27(4): 529-549
- [61] Nagaram M, Liou M S. A Cartesian based body-fitted adaptive grid method for compressible viscous flows[C]. 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition. 2009

- [62] Charlton E F. An octree solution to conservation laws over arbitrary regions (OSCAR) with applications to aircraft aerodynamics[M]. University of Michigan, 1997
- [63] Karman L, Jr S. SPLITFLOW-A 3D unstructured Cartesian/prismatic grid CFD code for complex geometries[C]. 33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 1995: 343
- [64] Tseng Y H, Ferziger J, A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry[J]. Journal of Computational Physics. 2003, 192: 593-623
- [65] Chertock A K A, Coco A, Russo G. A second-order finite-difference method for compressible fluids in domains with moving boundaries[J]. Journal of Computational Physics. 2018, 23: 230-263
- [66] Picot J, Glockner S. Reduction of the Discretization Stencil of Direct Forcing Immersed Boundary Methods on Rectangular Cells: The Ghost Node Shifting Method[J]. Journal of Computational Physics, 2018, 364: 18-48
- [67] Chi C, Abdelsamie A, Thevenin D. A Directional Ghost-Cell Immersed Boundary Method for Incompressible Flows[J]. Journal of Computational Physics, 2020, 404: 109122
- [68] Zhang X H, Gu X C, Ma N. A Ghost-Cell Immersed Boundary Method on Preventing Spurious Oscillations for Incompressible Flows with a Momentum Interpolation Method[J]. Computers & Fluids, 2021, 220: 104871
- [69] Jost A M D, Glockner S. Direct Forcing Immersed Boundary Methods: Improvements to the Ghost-Cell Method[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 438: 110371
- [70] Choung H, Saravanan V, Lee S, et al. Nonlinear Weighting Process in Ghost-Cell Immersed Boundary Methods for Compressible Flow[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 433: 110198
- [71] Clain S, Lopes D, Pereira R M S. Very High-Order Cartesian-Grid Finite Difference Method on Arbitrary Geometries[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 434: 110217
- [72] Qu Y, Shi R, Batra R C. An Immersed Boundary Formulation for Simulating High-Speed Compressible Viscous Flows with Moving Solids[J]. Journal of Computational Physics,

2018, 354: 672-691

- [73] Kim W, Lee I, Choi H. A Weak-Coupling Immersed Boundary Method for Fluid–Structure Interaction with Low Density Ratio of Solid to Fluid[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 359: 296-311
- [74] Patel J K, Natarajan G. Diffuse Interface Immersed Boundary Method for Multi-Fluid Flows with Arbitrarily Moving Rigid Bodies[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 360: 202-228
- [75] Maxian O, Kassen A T, Strychalski W. A Continuous Energy-Based Immersed Boundary Method for Elastic Shells[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 371: 333-362
- [76] Main A, Scovazzi G. The Shifted Boundary Method for Embedded Domain Computations. Part I: Poisson and Stokes Problems[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 372: 972-995
- [77] Main A, Scovazzi G. The Shifted Boundary Method for Embedded Domain Computations. Part II: Linear Advection–Diffusion and Incompressible Navier–Stokes Equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 372: 996-1026
- [78] Casquero H, Zhang Y J, Bona C C, et al. Non-Body-Fitted Fluid–Structure Interaction: Divergence-Conforming B-Splines, Fully-Implicit Dynamics, and Variational Formulation[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 374: 625-653
- [79] Hosseini S, Fasel H F. An Efficient, High-Order Method for Solving Poisson Equation for Immersed Boundaries: Combination of Compact Difference and Multiscale Multigrid Methods[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 374: 912-940
- [80] Spandan V, Lohse D, De T M D, et al. A Fast Moving Least Squares Approximation with Adaptive Lagrangian Mesh Refinement for Large Scale Immersed Boundary Simulations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 375: 228-239
- [81] Xu L, Tian F B, Young J, et al. A Novel Geometry-Adaptive Cartesian Grid Based Immersed Boundary–Lattice Boltzmann Method for Fluid–Structure Interactions at Moderate and High Reynolds Numbers[J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 375: 22-56

- [82] Luo K, Wang Z, Tan J, et al. An Improved Direct-Forcing Immersed Boundary Method with Inward Retraction of Lagrangian Points for Simulation of Particle-Laden Flows[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 376: 210-227
- [83] Abdol A M H, Evrard F, Van Wachem B. An Immersed Boundary Method for Incompressible Flows in Complex Domains[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 378: 770-795
- [84] Wang S, Vanella M, Balaras E. A Hydrodynamic Stress Model for Simulating Turbulence/Particle Interactions with Immersed Boundary Methods[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 382: 240-263
- [85] Zhu C, Seo J H, Mittal R. A Graph-Partitioned Sharp-Interface Immersed Boundary Solver for Efficient Solution of Internal Flows[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 386: 37-46
- [86] Obeidat A, Bordas S P A. An Implicit Boundary Approach for Viscous Compressible High Reynolds Flows Using a Hybrid Remeshed Particle Hydrodynamics Method[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 391: 347-364
- [87] Marques A N, Nave J C, Rosales R R. Imposing Jump Conditions on Nonconforming Interfaces for the Correction Function Method: A Least Squares Approach[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 397: 108869
- [88] Jain S S, Kamrin K, Mani A. A Conservative and Non-Dissipative Eulerian Formulation for the Simulation of Soft Solids in Fluids[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 399: 108922
- [89] Nestola M G C, Becsek B, Zolfaghari H, et al. An Immersed Boundary Method for Fluid-Structure Interaction Based on Variational Transfer[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 398: 108884
- [90] Nouveau L, Ricchiuto M, Scovazzi G. High-Order Gradients with the Shifted Boundary Method: An Embedded Enriched Mixed Formulation for Elliptic PDEs[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 398: 108898
- [91] Han D, Liu G R, Abdallah S. An Eulerian-Lagrangian-Lagrangian Method for Solving

- Fluid-Structure Interaction Problems with Bulk Solids[J]. Journal of Computational Physics, 2020, 405: 109164
- [92] Kwon C, Tartakovsky D M. Modified Immersed Boundary Method for Flows over Randomly Rough Surfaces[J]. Journal of Computational Physics, 2020, 406: 109195
- [93] Puelz C, Griffith B E. A Sharp Interface Method for an Immersed Viscoelastic Solid[J]. Journal of Computational Physics, 2020, 409: 109217
- [94] Amiri F A, Le G, Chen Q, et al. Accuracy Improvement for Immersed Boundary Method Using Lagrangian Velocity Interpolation[J]. Journal of Computational Physics, 2020, 423: 109800
- [95] Bridel-Bertomeu T. Immersed Boundary Conditions for Hypersonic Flows Using ENO-like Least-Square Reconstruction[J]. Computers & Fluids, 2021, 215: 104794
- [96] Zhou K, Balachandar S. An Analysis of the Spatio-Temporal Resolution of the Immersed Boundary Method with Direct Forcing[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 424: 109862
- [97] Wang Q, Zhang Z, Wang L. New Immersed Finite Volume Element Method for Elliptic Interface Problems with Non-Homogeneous Jump Conditions[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 427: 110075
- [98] Cai S G, Degrigny J, Boussuge J F, et al. Coupling of Turbulence Wall Models and Immersed Boundaries on Cartesian Grids[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 429: 109995
- [99] Egan R, Guittet A, Temprano-Coleto F, et al. Direct Numerical Simulation of Incompressible Flows on Parallel Octree Grids[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 428: 110084
- [100] Lin T Y, Hsieh H Y, Tsai H C. A Target-Fixed Immersed-Boundary Formulation for Rigid Bodies Interacting with Fluid Flow[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 429: 110003
- [101] Liu R K S, Ng K C, Sheu T W H. A Volume of Solid Implicit Forcing Immersed Boundary Method for Solving Incompressible Navier-Stokes Equations in Complex

- Domain[J]. Computers & Fluids, 2021, 218: 104856
- [102] Ma M, Huang W X, Xu C X, et al. A Hybrid Immersed Boundary/Wall-Model Approach for Large-Eddy Simulation of High-Reynolds-Number Turbulent Flows[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2021, 88: 108769
- [103] Rezghi A, Zhang J. A Counter-Extrapolation Approach for the Boundary Velocity Calculation in Immersed Boundary Simulations[J]. International Journal of Computational Fluid Dynamics, 2021, 35(4): 248-268
- [104] Onishi K, Tsubokura M. Topology-Free Immersed Boundary Method for Incompressible Turbulence Flows: An Aerodynamic Simulation for “Dirty” CAD Geometry[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2021, 378: 113734
- [105] Su G, Pan T, Zheng M, et al. A Well-Defined Grid Line-Based Immersed Boundary Method for Efficient and Accurate Simulations of Incompressible Flow[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2021, 89: 99-115
- [106] Constant B, Peron S, Beaugendre H, et al. An Improved Immersed Boundary Method for Turbulent Flow Simulations on Cartesian Grids[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 435: 110240
- [107] Boustani J, Barad M F, Kiris C C, et al. An Immersed Boundary Fluid–Structure Interaction Method for Thin, Highly Compliant Shell Structures[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 438: 110369
- [108] Qadeer S, Griffith B E. The Smooth Forcing Extension Method: A High-Order Technique for Solving Elliptic Equations on Complex Domains[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 439: 110390
- [109] He Y, Zhang X, Zhang T, et al. A Wavelet Immersed Boundary Method for Two-Variable Coupled Fluid-Structure Interactions[J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 405: 126243
- [110] Thari A, Pasquariello V, Aage N, et al. Adaptive Reduced-Order Modeling for Non-Linear Fluid–Structure Interaction[J]. Computers & Fluids, 2021, 229: 105099

- [111] Bourantas G C, Lampropoulos D S, Zwick B F, et al. Immersed Boundary Finite Element Method for Blood Flow Simulation[J]. *Computers & Fluids*, 2021, 230: 105162
- [112] Cho H, Kanf M. Fully Implicit and Accurate Treatment of Jump Conditions for Two-Phase Incompressible Navier–Stokes Equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2021, 445: 110587
- [113] Giannenas A E, Laizet S. A Simple and Scalable Immersed Boundary Method for High-Fidelity Simulations of Fixed and Moving Objects on a Cartesian Mesh[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2021, 99: 606-627
- [114] Kasbaoui M H, Kulakarni T, Bisetti F. Direct Numerical Simulations of the Swirling von Kármán Flow Using a Semi-Implicit Moving Immersed Boundary Method[J]. *Computers & Fluids*, 2021, 230: 105132
- [115] Mohammadi M, Gandjalikhan N S A. Solution of Radiative-Convective Heat Transfer in Irregular Geometries Using Hybrid Lattice Boltzmann-Finite Volume and Immersed Boundary Method[J]. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2021, 128: 105595
- [116] Shankar V, Wright G B, Fogelson A L. An Efficient High-Order Meshless Method for Advection-Diffusion Equations on Time-Varying Irregular Domains[J]. *Journal of Computational Physics*, 2021, 445: 110633
- [117] Kubo S, Koguchi A, Yaji K, et al. Level Set-Based Topology Optimization for Two Dimensional Turbulent Flow Using an Immersed Boundary Method[J]. *Journal of Computational Physics*, 2021, 446: 110630
- [118] He S, Yang Z, Sotiropoulos F, et al. Numerical Simulation of Interaction between Multiphase Flows and Thin Flexible Structures[J]. *Journal of Computational Physics*, 2022, 448: 110691
- [119] Kou J, Joshi S, Hurtado-De-Mendoza A, et al. Immersed Boundary Method for High-Order Flux Reconstruction Based on Volume Penalization[J]. *Journal of Computational Physics*, 2022, 448: 110721
- [120] Solano M, Vargas M F. An Unfitted HDG Method for Oseen Equations[J]. *Journal of*

- Computational and Applied Mathematics, 2022, 399: 113721
- [121] Thirumalaisamy R, Patankar N A, Bhalla A P S. Handling Neumann and Robin Boundary Conditions in a Fictitious Domain Volume Penalization Framework[J]. Journal of Computational Physics, 2022, 448: 110726
- [122] 王方, 王煜栋, 姜胜利, 等. AECSC-JASMIN 湍流燃烧仿真软件研发和检验[J]. 航空学报, 2021, 42(12): 128-140
- [123] Germano M, Piomelli U, Moin P, et. al. A dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model[J]. Physics of Fluids, 1991, 3(7): 1780-1765
- [124] Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment[J]. Monthly weather review, 1963, 91(3): 99-164
- [125] Lilly D K. A proposed Modification of the Germano Subgrid-Scale Closure Method [J]. Physics of Fluids, 1992, 4(3): 633-635
- [126] Kim W W, Menon S, Mongia H C. Large-Eddy Simulation of a Gas Turbine Combustor Flow[J] Combustion Science and Technology, 1999, 143: 25-62
- [127] Fureby C. Towards Large Eddy Simulation of Flows in Complex Geometries. AIAA-96-2806, 1998
- [128] 王兵, 张会强, 王希麟, 等. 不同亚格子模式在后台阶湍流流动大涡模拟中的应用[J]. 工程热物理学报, 2003(01): 157-160
- [129] 俞建阳, 王若玉, 陈浮, 等. 不同亚格子模型的对比分析及其运用[J]. 工程热物理学报, 2016, 37(11): 2311-2318
- [130] 徐榕, 赵坚行, 王锁芳, 颜应文. 湍流燃烧模型在航空发动机喷雾燃烧中的应用[J]. 航空动力学报. 2014, 29(12): 2845-2853
- [131] 周力行, 两相燃烧的大涡模拟[J]. 中国科学: 技术科学. 2014, 44(1): 41-49
- [132] Lundgren T S. Model equation for nonhomogeneous turbulence[J]. Physics of Fluids (1958-1988), 1969, 12(3): 485-497
- [133] Dopazo C, O'Brien E E. Statistical treatment of non-isothermal chemical reactions in turbulence[J]. Combustion Science and Technology, 1976, 13(1-6): 99-122
- [134] Pope S B. The probability approach to the modelling of turbulent reacting flows[J].

Combustion and Flame, 1976, 27: 299-312

- [135] Möbus H, Gerlinger P, Brüggemann D. Scalar and joint scalar-velocity-frequency Monte Carlo PDF simulation of supersonic combustion[J]. Combustion and Flame, 2003, 132(1): 3-24
- [136] Givi P. Model-free simulations of turbulent reactive flows[J]. Progress in Energy and Combustion Science, 1989, 15(1): 1-107
- [137] Jones W P, Prasad V N. Large Eddy Simulation of the Sandia Flame Series (D-F) using the Eulerian stochastic field method[J]. Combustion and Flame, 2010, 157(9): 1621-1636
- [138] 林洪昌, 陈义良, 赵巍. 湍流射流扩散火焰中 NO<sub>x</sub> 排放量的数值模拟[J]. 工程热物理学报, 1997(01): 108-112
- [139] 陈义良, 斯蒂夫波柏. 湍流速度和耗散率联合几率密度函数的输运方程[J]. 应用数学和力学, 1989(01): 23-32
- [140] Pope S B. A Monte Carlo method for the PDF equations of turbulent reactive flow[J]. Combustion Science and Technology, 1981, 25: 159-174
- [141] Muradoglu M, Pope S B, Caughey D A. The hybrid method for the PDF equations of turbulent reactive flows: consistency conditions and correction algorithms[J]. Journal of Computational Physics, 2001, 172(2): 841-878
- [142] Jones W P, Navarro-Martinez S. Large eddy simulation of autoignition with a subgrid probability density function method[J]. Combustion and Flame, 2007, 150(3): 170-187
- [143] 王煜栋, 王方, 周佳伟, 等. AECSC-IBM 航空发动机燃烧室数值模拟软件研发与检验[J]. 航空动力学报, 2022, 37(10): 2310-2323
- [144] Lagre A, Dutre P. An efficient ray-quadrilateral intersection test[J]. Journal of Graphics Tools, 2005, 10(4): 23-32
- [145] Kuo K K. Principles of Combustion(2nd Edition)[M]. New York: Wiley, 2005
- [146] Poinsot T, Veynante. Theoretical and Numerical Combustion(2nd Edition)[M]. R T Edwards, 2005
- [147] Piomelli U, Liu J. Large-eddy simulation of rotating channel flows using a localized dynamic-model[J]. Physics of Fluids, 1995, 7(4): 839-848

- [148] Stokie J M, Wetton B R. Analysis of stiffness in the immersed fiber problem[J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 1995, 55: 1577-1591
- [149] Stokie J M, Wetton B R. Analysis of stiffness in the Immersed Boundary method and implications for time-stepping schemes[J]. Journal of Computational Physics, 1999, 154: 41-64
- [150] Duan Y, Xia Z, Ma L, et al. LES of the Sandia flame series D-F using the Eulerian stochastic field method coupled with tabulated chemistry[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2019, 33(1): 116-133
- [151] Schneider C, A Dreizler, J Janicka, E Hassel, Flow field measurements of stable and locally extinguishing hydrocarbon-fuelled jet flames [J]. Combustion and Flame, 2003, 135: 185-190
- [152] Barlow R S, Frank J H. Effects of turbulence on species mass fractions in methane/air jet flames[J]. Proceedings of the Combustion Institute, 1998, 27: 1087-1095
- [153] Parnaudeau P, Carlier J, Heitz D, et al. Experiment and numerical studies of the flow over a circular cylinder at Reynolds number 3900[J]. Physics of Fluid, 2008, 20(8): 085101
- [154] Ma X, Karamanos G S, Karniadakis G E. Dynamics and low-dimensionality of a turbulent near wake[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2000, 410: 29-65
- [155] Beaudan P B. Numerical experiments on the flow past a circular cylinder at sub-critical Reynolds number[M]. Stanford University, 1995
- [156] Kravchenko A G, Moin P. Numerical studies of flow over a circular cylinder at ReD=3900[J]. Physics of fluids, 2000, 12(2): 403-417
- [157] Ong L, Wallace J. The velocity field of the turbulent very near wake of a circular cylinder[J]. Experiments in fluids, 1996, 20(6): 441-453
- [158] Franke J, Frank W. Large eddy simulation of the flow past a circular cylinder at ReD=3900[J]. Journal of wind engineering and industrial aerodynamics, 2002, 90(10): 1191-1206
- [159] Helmholtz H. Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den

- Wirbelbewegungen entsprechen[J]. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1858, 55: 25-55
- [160] Robinson S K. Coherent motions in the turbulent boundary layer[J]. Annual review of fluid mechanics, 1991, 23(1): 601-639
- [161] Wang Y, Yang Y, Yang G, et al. DNS study on vortex and vorticity in late boundary layer transition[J]. Communications in Computational Physics, 2017, 22(2): 441-459
- [162] Hunt J C R, Wray A A, Moin P. Eddies, streams, and convergence zones in turbulent flows[J]. Studying turbulence using numerical simulation databases, 2. Proceedings of the 1988 summer program, 1988
- [163] 刘超群. Liutex-涡定义和第三代涡识别方法[J]. 空气动力学学报, 2020, 38(03): 413-431+478
- [164] Giacomazzi E, Battaglia V, Bruno C. The coupling of turbulence and chemistry in a premixed bluff-body flame as studied by LES[J]. Combustion and flame, 2004, 138(4): 320-335
- [165] Meier U, Heinze J, Freitag S, et al. Spray and flame structure of a generic injector at aeroengine conditions[J]. The Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2012, 134(3): 031503
- [166] Anupindi K, Delorme Y T, Shetty D A, et al. A novel multiblock immersed boundary method for large eddy simulation of complex arterial hemodynamics[J]. Journal of Computational Physics, 2013, 254: 200-218
- [167] Delorme Y T, Rodefeld M D, Frankel S H. Multiblock high order large eddy simulation of powered fontan hemodynamics: towards computational surgery[J]. Computers and Fluids, 2017, 143: 16-31
- [168] Zélicourt D, Ge L, Wang C, et al. Flow simulations in arbitrarily complex cardiovascular anatomies - an unstructured cartesian grid approach[J]. Computers and Fluids, 2009, 38: 1749-1762
- [169] Zhu C, Seo J H, Mittal R. A graph-partitioned sharp-interface immersed boundary solver for efficient solution of internal flows[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 386:

37-46

- [170] Kundu K P, Deur J M. A Simplified Reaction Mechanism for Calculation of Emissions in Hydrocar-bon (Jet-A) Combustion[R]. AIAA 93-2341, 1993
- [171] Wang J, Mao R, Tao W, et al. Numerical simulation of combustor effusion cooling flow based on source term method[R]. ASME Paper GT2019-90885, 2019

## 附录 A 折流燃烧室简化模型模拟

基于 AECSC-IBM 软件模拟和研究 WP11 发动机的折流燃烧室，其结构与内部流动情况如图 A.1 所示，经压气机压缩过的高压空气经轴向扩压器进入燃烧室，并分为三股流入火焰筒，参加燃烧反应和与燃气掺混，液相煤油由高速旋转的甩油盘进入主燃区。本文中所模拟该全环形燃烧室的 1/10 模型如图 A.2 所示。

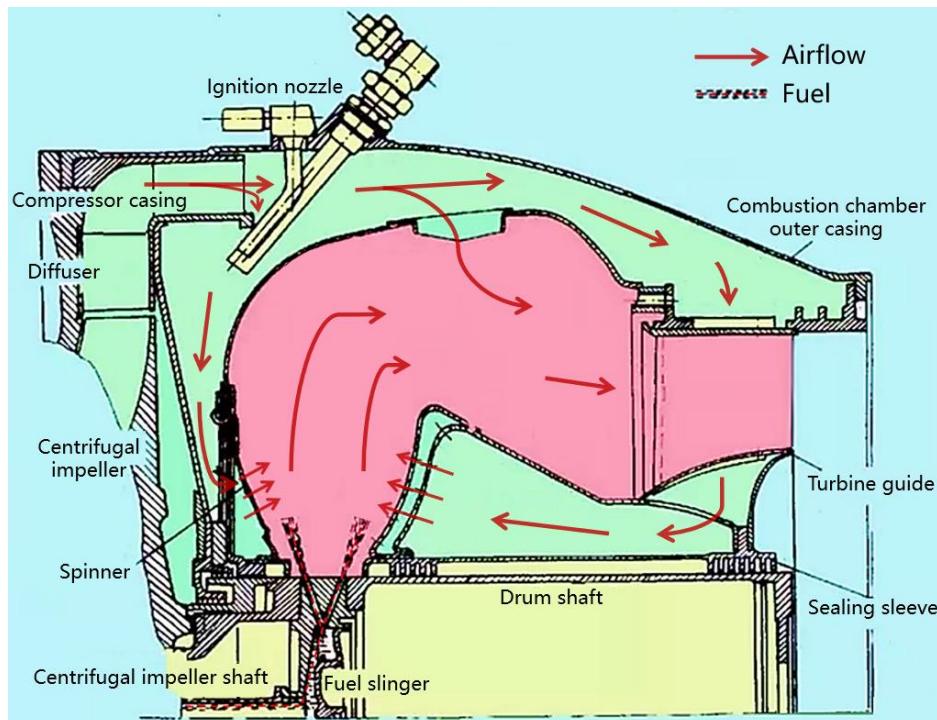


图 A.1 折流燃烧室几何与内部流动示意图

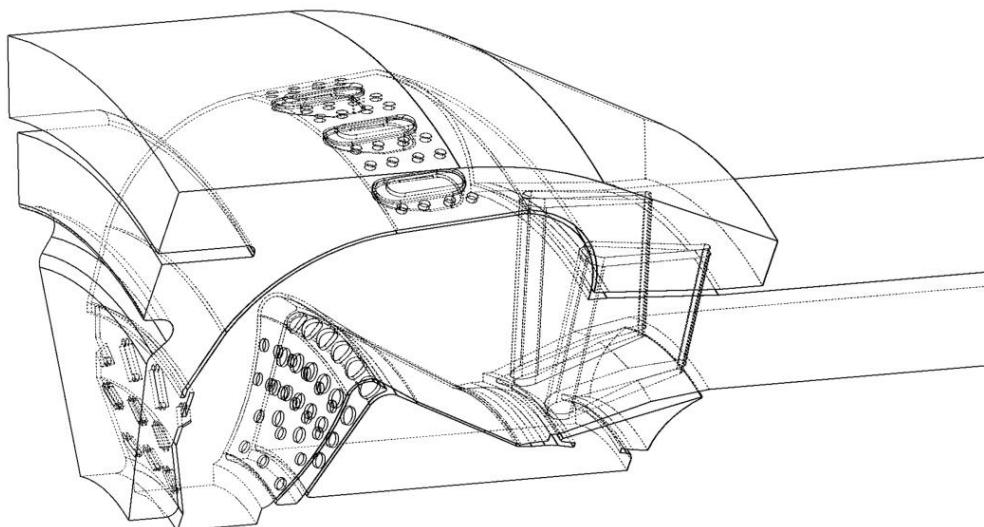


图 A.2 折流燃烧室的简化模型

折流燃烧室的 STL 模型如图 A.3 所示，实际为多个三角面组成的面网格。划分计算

域背景网格时，为了降低固体域在背景网格中的占比，采用外形与折流燃烧室计算域轮廓相近的曲线坐标系中的分块结构网格，如图 A.4 所示。

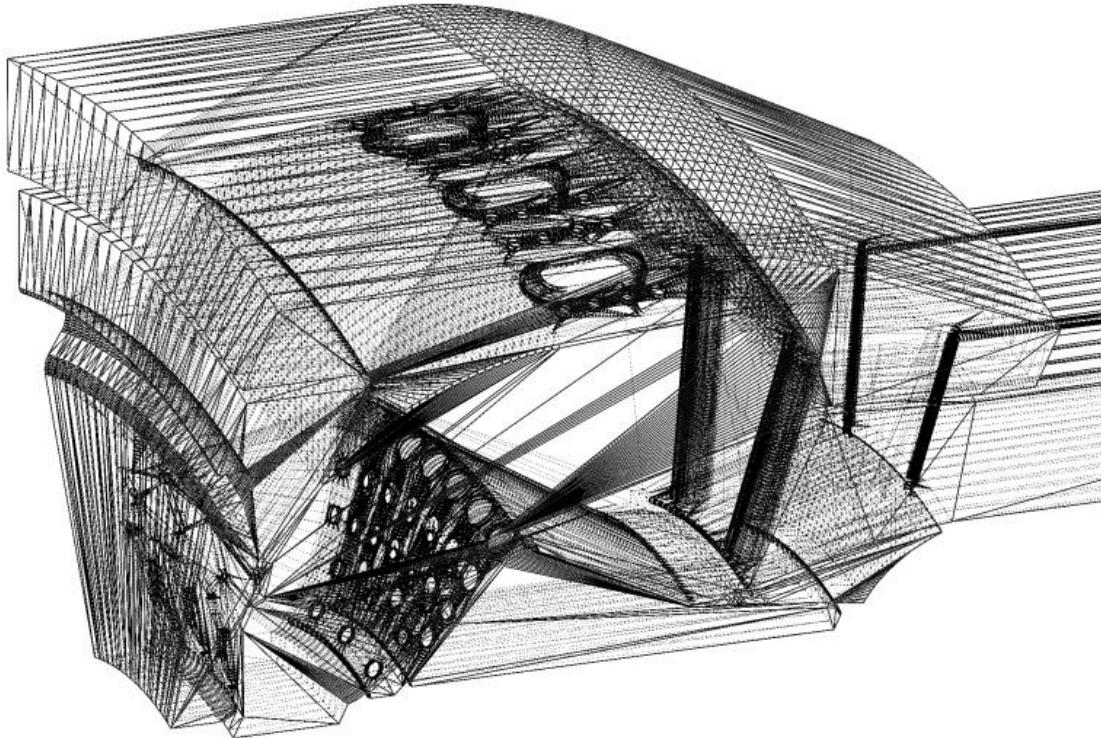


图 A.3 折流燃烧室的 STL 模型

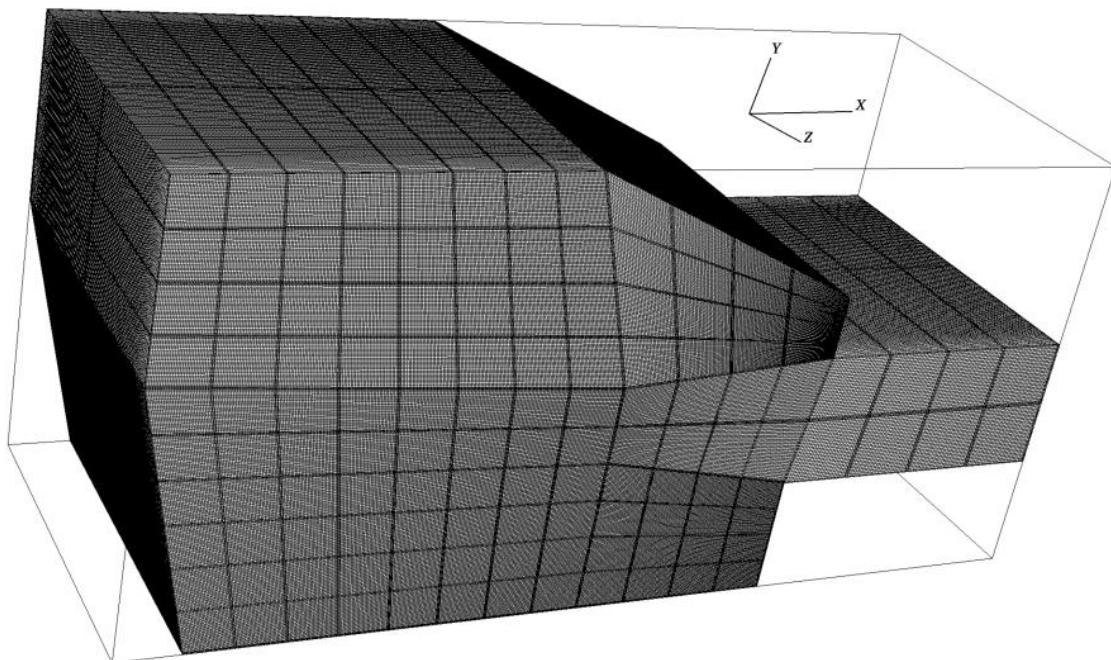


图 A.4 模拟折流燃烧室所用的背景网格

按以上方法生成的网格标记在 Z 轴中央截面上的分布如图 A.5 所示。其中流体计算域被标记为红色，而固体域被标记为蓝色。对于流体和固体网格标记边界的燃烧室几何壁面的三维示意图如图 A.6 所示，可知由网格标记表示的三维燃烧室模型与图 A.2 中

的燃烧室模型一致，因此本文中的扫描算法能够准确地将折流燃烧室几何模型映射为网格标记。

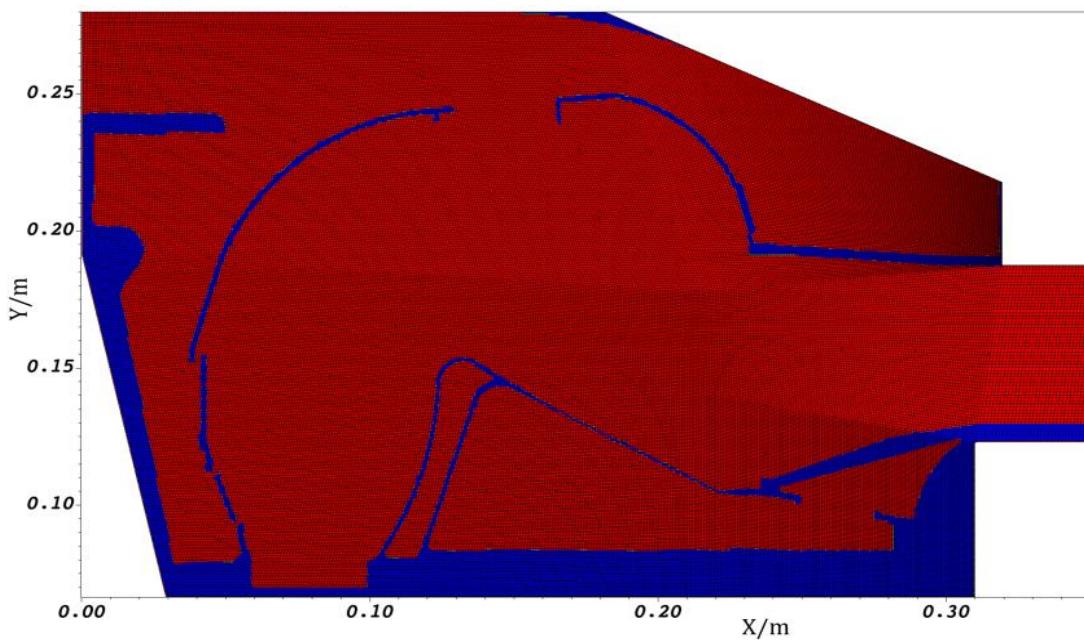


图 A.5 Z 轴中央截面网格标记

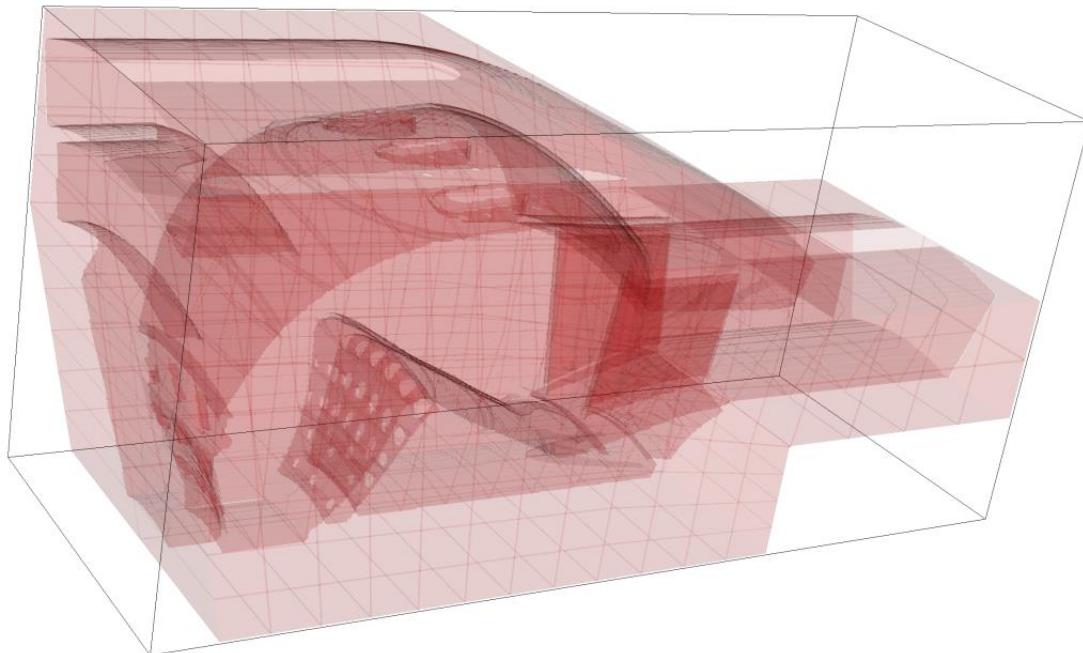


图 A.6 折流燃烧室壁面三维示意图

采用该折流燃烧室整机性能试验数据中巡航状态设计点（相对转速95%）工况中的燃烧室进口数据作为本文折流燃烧室算例模拟的进口条件。总温为493.6 K，总压为485822.5 Pa的空气以1.233 kg/s的质量流量经模型左上方的轴向扩压器流入折流燃烧室的1/10模型中。流场达到稳定后，三维速度矢量图如图 A.7 所示。

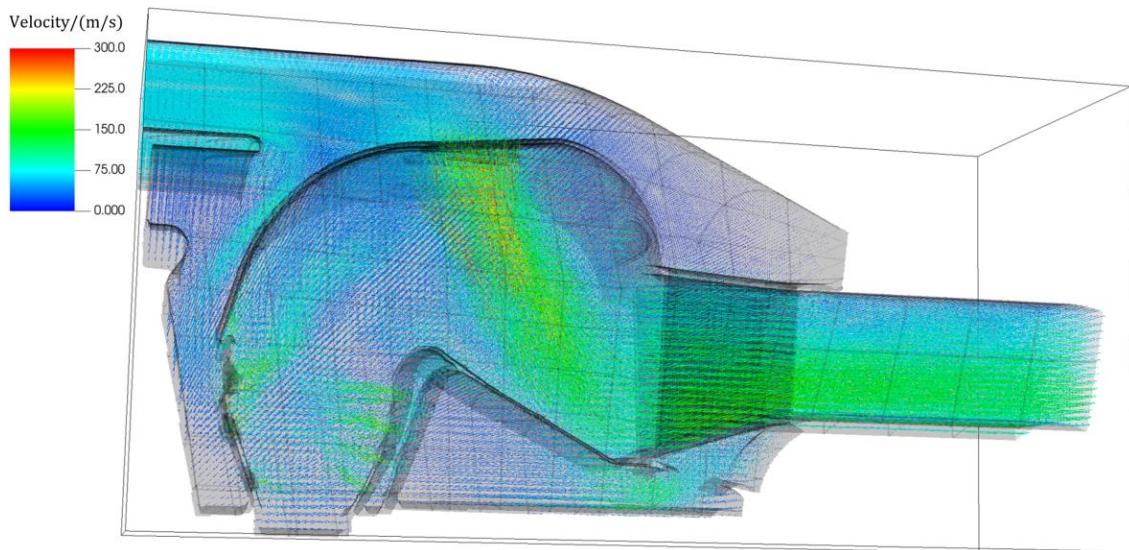


图 A.7 折流燃烧室三维速度矢量图

图 A.8 中展示了三维流线图向 X-Y 平面的二维投影，从图中可知空气经轴向扩压器流入燃烧室后，分为三股主要气流：第 1 股气流经过火焰筒外壳的进气斗进入火焰筒，在图中用蓝色箭头标记，这股气流的流量约占进口流量的 57.00%，用于与在主燃区燃烧后的高温燃气掺混；第 2 股气流首先沿火焰筒外壳向离心叶轮轴心方向流动，并经前进气锥进入火焰筒主燃区，图中用黄色箭头标记了其主要流动方向，这股气流约占进口气流量的 16.26%；第 3 股气流首先在燃烧室外套和火焰筒外壳之间大致沿轴向流动，然后沿径向通过空心的涡轮导向叶片流经火焰筒内壳与鼓筒轴之间的流道，最终进入主燃区，这股气流约占进口气流量的 26.74%。

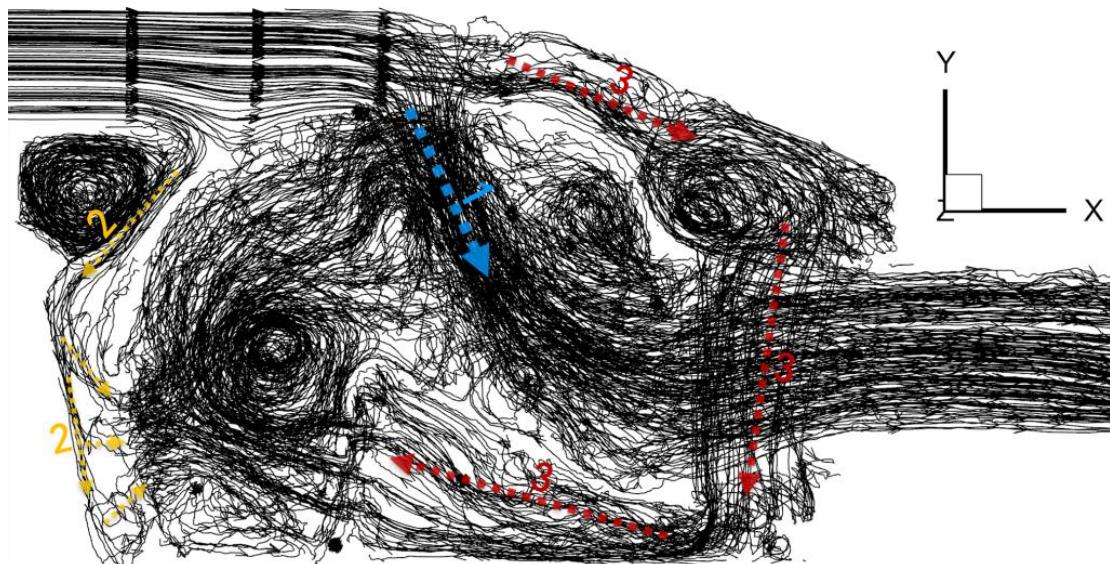


图 A.8 折流燃烧室三维流线图的投影

在采用折流燃烧室的发动机工作时，航空煤油经高速旋转的甩油盘雾化为煤油液滴

进入主燃区，煤油液滴蒸发后在主燃区与第 2 和第 3 股气流掺混并剧烈燃烧。图中可以发现第 2 和第 3 股气流在主燃区形成了稳定的涡结构，有利于增强气相煤油与空气的掺混和保持燃烧反应稳定进行。在主燃区反应后的高温燃气与进气斗中流入的第 1 股气流掺混，进行补燃并降低了燃气温度，掺混后的燃气经涡轮导向器流出燃烧室。

在图 A.2 中折流燃烧室模型的基础上大幅简化，仅保留火焰筒内部流道的简单结构，作为液滴粒子轨迹求解的计算域，如图 A.9 所示。

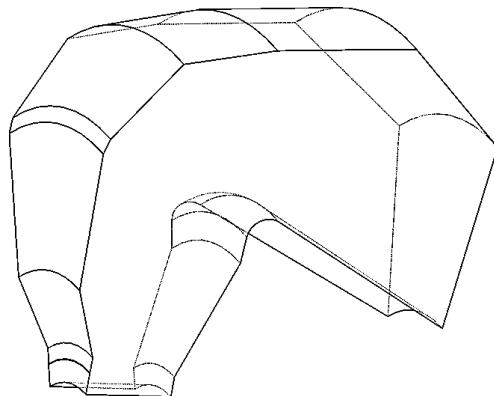


图 A.9 折流燃烧室三维流线图的投影

扫描简化火焰筒流道几何，获取边界处的法向量并生成用于求解粒子轨迹的网格标记。用于气相湍流燃烧模拟和粒子轨迹求解的网格标记如图 A.10 所示，其中灰色部分表示用欧拉法求解气相湍流燃烧时的燃烧室壁面，蓝色部分表示用拉格朗日法求解煤油液滴运动轨迹时的计算域。

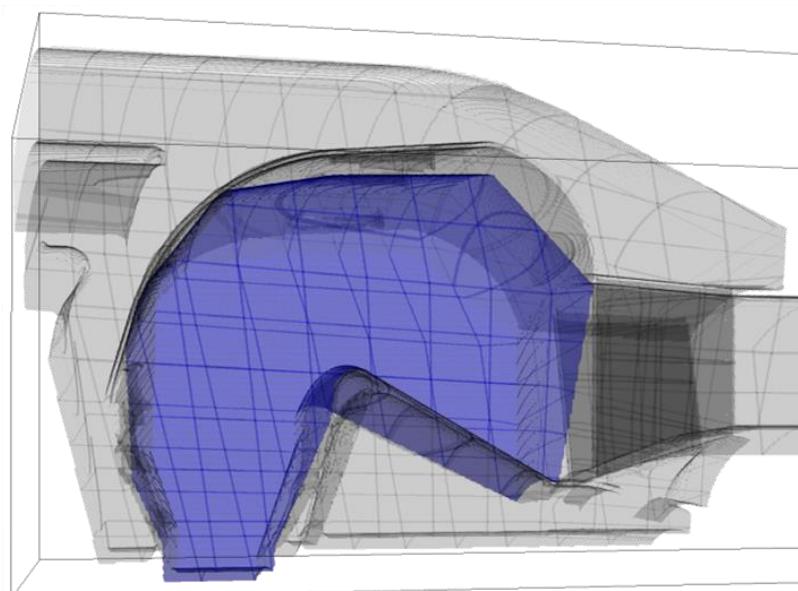


图 A.10 折流燃烧室的三维网格标记

首先根据两种网格标记求解得到无燃烧反应时的液滴粒子运动轨迹，如图 A.11 所示。煤油液滴从甩油盘边缘沿图中黄色箭头方向进入计算域，之后受到红色箭头 1 表示的来自前进气锥气流的作用下向燃烧室后方运动至靠近火焰筒内壳的位置，其后跟随用红色箭头 2 表示的从火焰筒内壳流入的气流运动并与红色箭头 3 所示的前进气锥气流相遇，沿主燃区涡结构的边缘向火焰筒外壳运动。部分粒子运动到靠近火焰筒外壳的液滴运动的计算域边界，并在反弹后随红色箭头 4 所示的进气斗进入的气流继续运动。

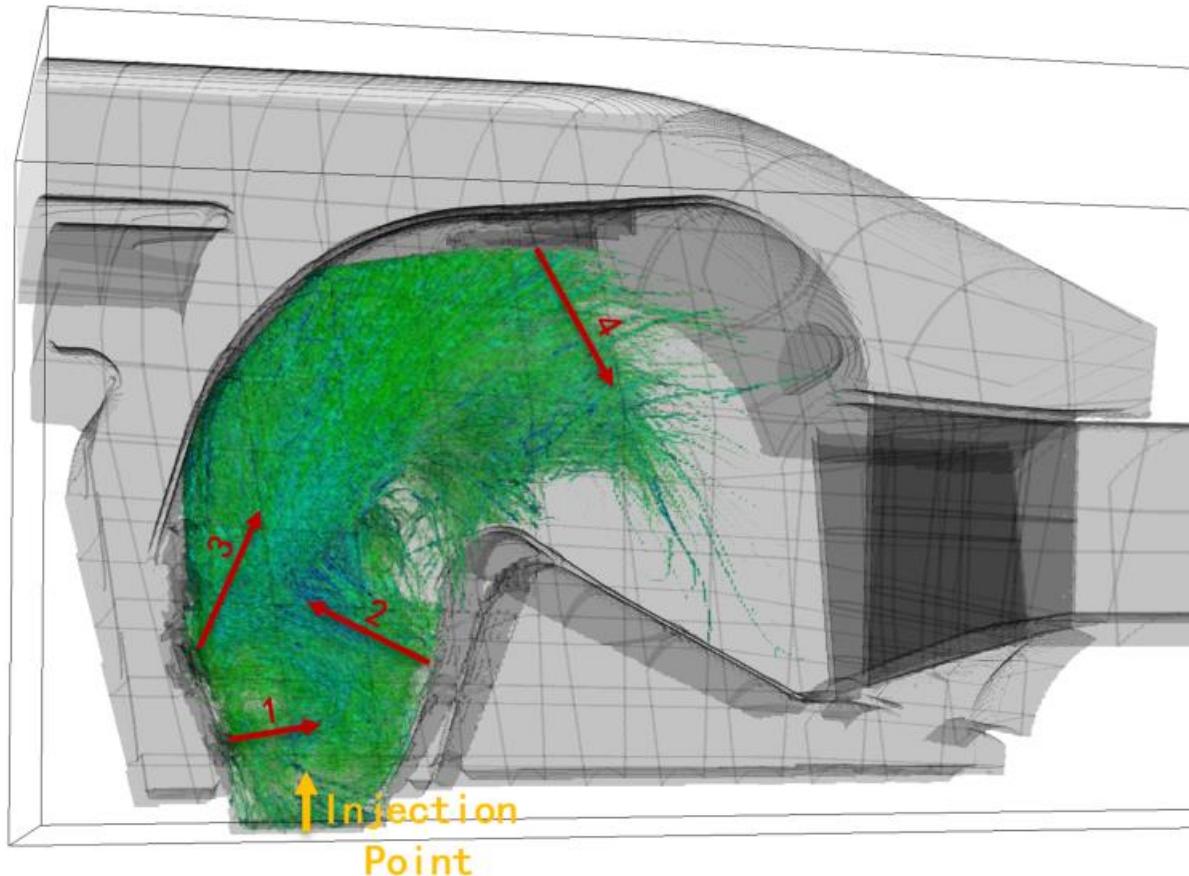


图 A.11 液滴粒子运动轨迹

对于本文中模拟的折流燃烧室 1/10 模型，其巡航状态设计点（相对转速 95%）工况的燃油流量为  $0.0195225 \text{ kg/s}$ 。采用  $\text{C}_{12}\text{H}_{23}$  作为航空煤油的替代组分，并基于烷烃通用四步反应机理模拟其燃烧化学反应。点火并计算一段时间后，得到充分发展的湍流燃烧场。

图 A.12 和图 A.13 分别为折流燃烧室中央剖面的瞬态温度分布和时均温度分布，主燃区除了由前进气锥和火焰筒内壁流入的两股冷气流产生的低温区外，燃油液滴运动轨迹上也存在蒸发吸热以及气相煤油分解引起的低温区。

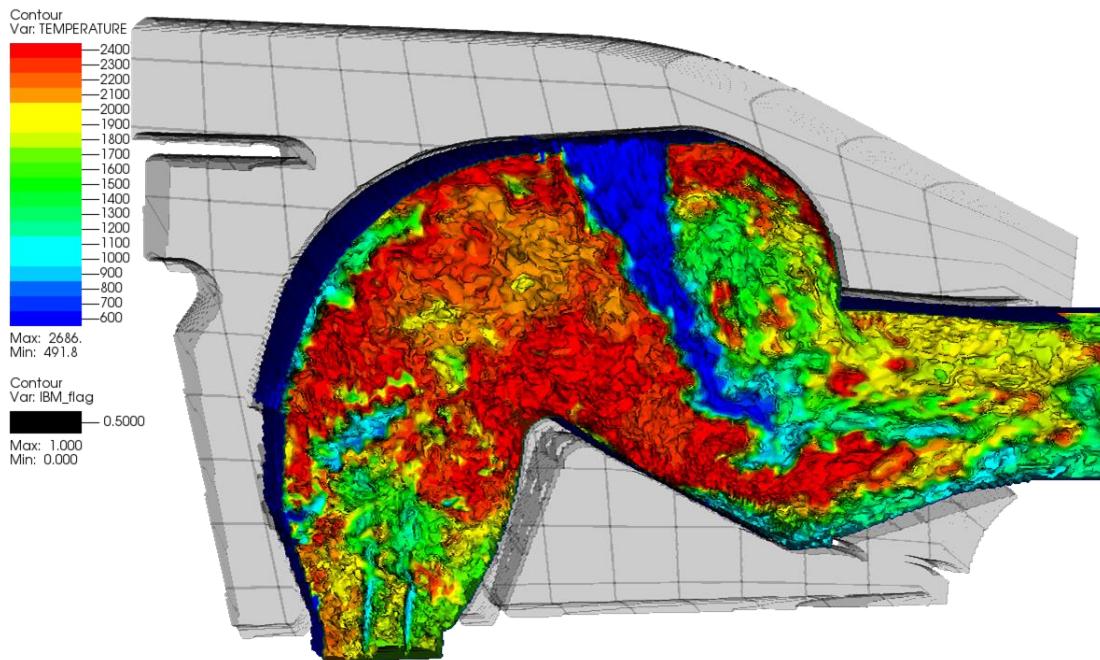


图 A.12 中央剖面瞬态温度分布

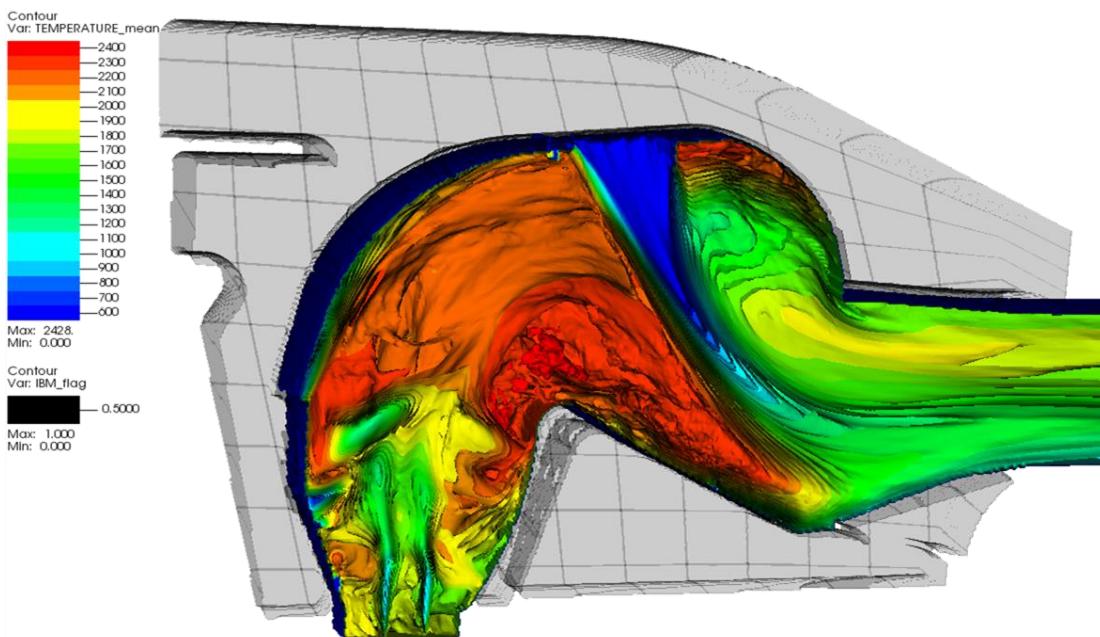


图 A.13 中央剖面时均温度分布

将涡轮导向器叶片前截面上的流体计算域的时均温度作周向平均，得到时均径向温度分布曲线，并与实验中的涡轮导向器叶片上测点测量得到数据对比，得到燃烧室出口径向温度分布曲线，如图 A.14 所示。在涡轮导向器叶片叶尖和叶根附近温度较低，而在叶片中部靠近叶尖的位置较高，呈倒“C”形状。模拟得到的温度分布规律与实验测量的结果一致，这种温度分布规律有利于延长热端部件的工作寿命，符合燃烧室设计的要求。

求。

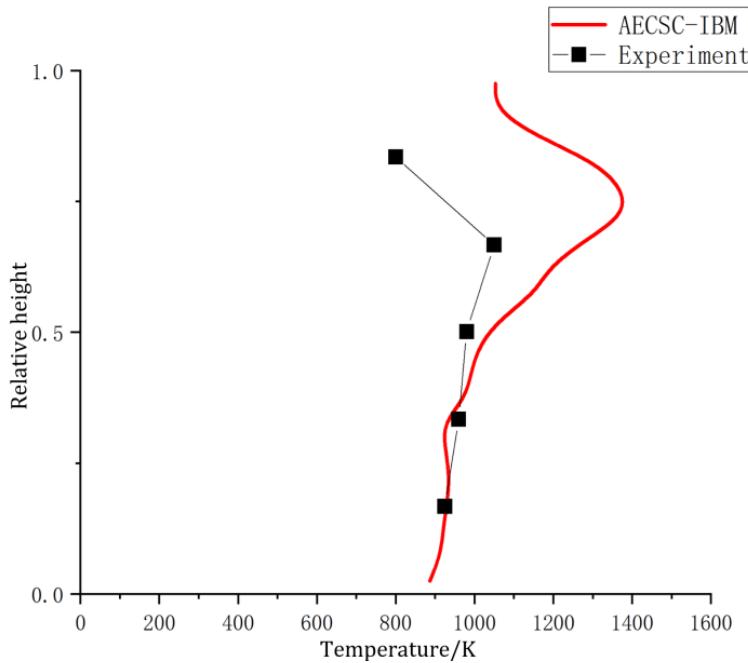


图 A.14 燃烧室出口时均温度径向分布

表 A.1 中在模拟得到的燃烧室出口时均温度径向分布曲线上对应于实验测点的位置取值，并将其与实验测量得到的燃烧室出口温度对比。模拟得到的出口温度总体偏高，在涡轮导向器叶根附近与实验值相差不大，而在叶尖附近误差偏高，最大相对误差为 69.51%，五个测点位置的平均相对误差为 17.95%。模拟得到的温度分布相对实验数据整体偏高，并且相对温度较高的高温段与实验相差较大，这可能是因为实验中的测点位于空心涡轮叶片上，测得的温度受到涡轮叶片温度的影响，而涡轮叶片中央通过的由上至下的冷气流对叶片高温段冷却效果明显。

表 A.1 折流燃烧室出口温度径向分布与实验的对比

相对高度	实验数据/K	模拟数据/K	相对误差
0.1650	924.4	928.9	0.48%
0.3325	959.7	929.5	3.14%
0.5000	980.0	1039.7	6.09%
0.6675	1049.6	1265.1	20.53%
0.8350	799.5	1275.4	59.51%

另外，采用四川大学李象远课题组提出的 31 组分 61 步反应的正十二烷框架机理

模拟该燃烧室的间接点火过程。模拟点火时从启动喷嘴处沿喷嘴轴线以 $3 \text{ g/s}$ 的燃油流量喷出航空煤油，并在点火电嘴附近设置总能量为 $2 \text{ J}$ ，持续时间为 $100 \mu\text{s}$ 的热沉积点火点。模拟点火过程得到的中央截面温度云图、释热率云图以及三维 OH 质量分数分布分别如图 A.15, A.16 和 A.17 所示。在 $0\sim12 \text{ ms}$ 的点火初期，火炬点火器产生的火舌呈两相射流燃烧的形式，其产生的一部分燃气在低速角回流区形成高温区，使得起动喷嘴喷出的煤油在点火电嘴点火结束后仍能够稳定燃烧。在点火后约 $12 \text{ ms}$ ，一部分高温气体经由前进气锥上方的进气缝率先进入火焰筒，火焰筒外继续发展的高温区由进气锥中部进入火焰筒。两股高温气体在点火后的约 $13 \text{ ms}$ 汇合并逐渐引燃甩油盘甩出的液滴蒸发后得到的气相煤油，最终在主燃区形成稳定燃烧的火焰。

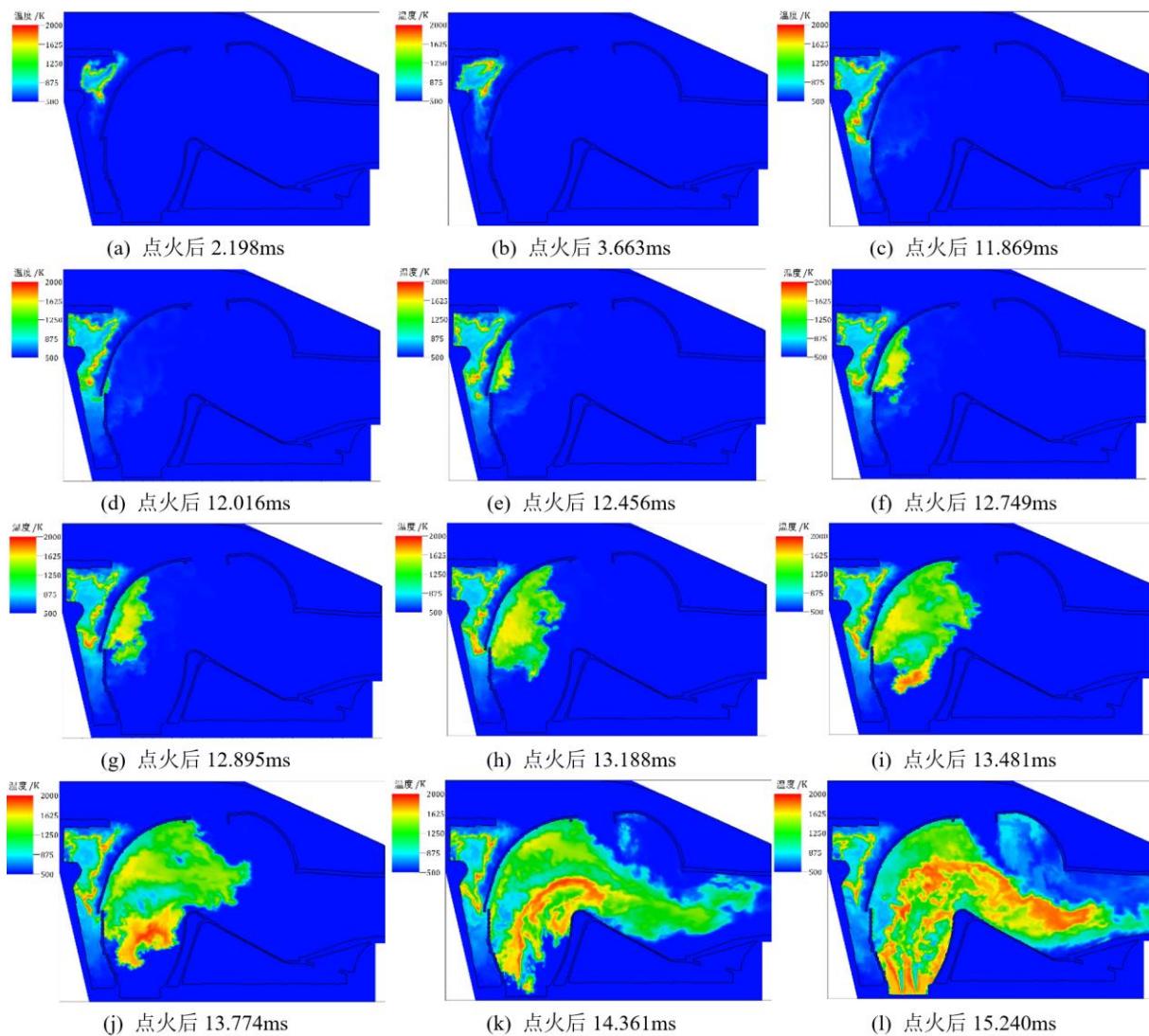


图 A.15 点火过程中央截面温度分布

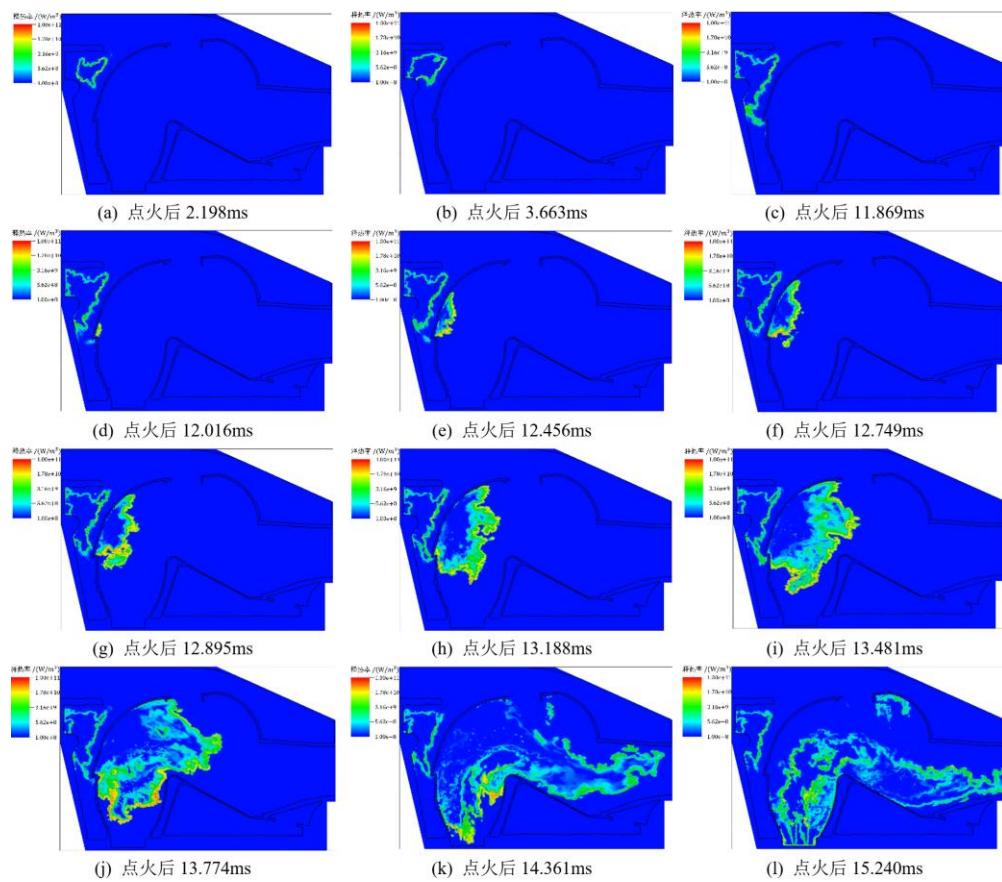


图 A.16 点火过程中央截面释热率分布

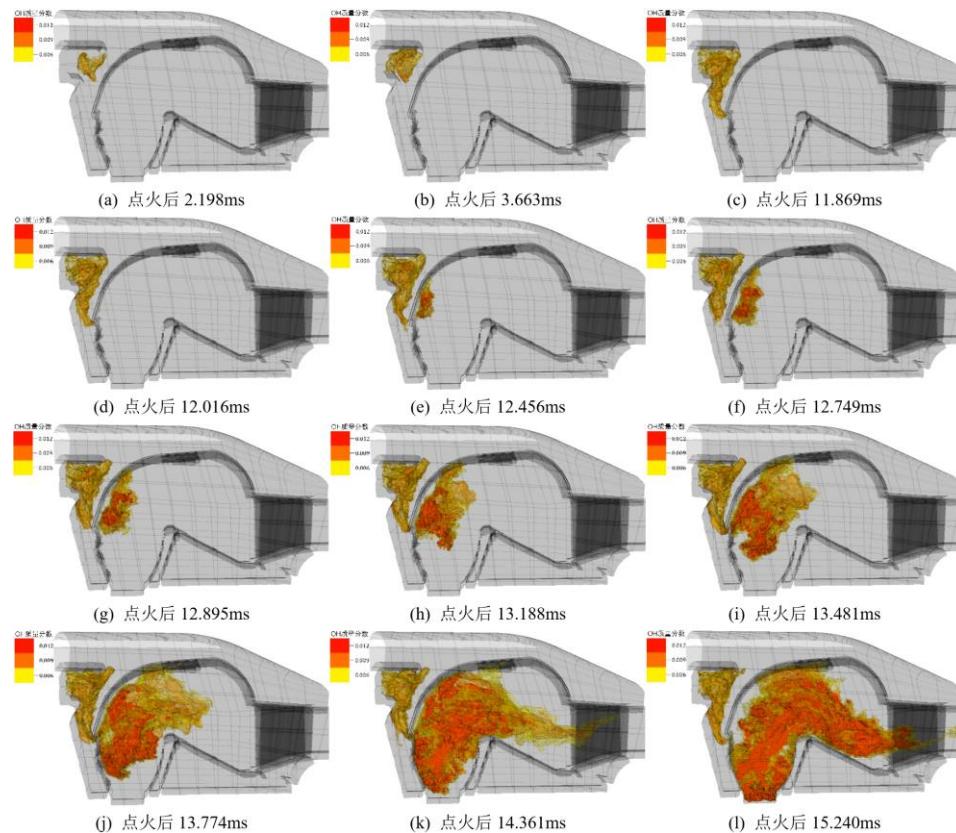


图 A.17 点火过程三维 OH 浓度分布

## 附录 B AECSC-IBM 源文件表

文件名	文件功能
add_fragment.F	液滴（粒子）破碎并赋予粒子属性
bc_move_i.F	沿 I 方向移动边界条件
bc_move_j.F	沿 J 方向移动边界条件
bc_move_k.F	沿 K 方向移动边界条件
bndry1.F	设置边界条件标量场
bndry2.F	六个方向的 boundary2 设置
bndry2dp.F	在对称边界上重设三方向质量流量并校正连续性
bndry3.F	六个方向的 boundary3 设置
bndry3crn.F	六个方向的 boundary_edge 设置
boffin_stop.F	终止程序，报错信息
boundary_edge.F	角落边界计算
boundary2.F	修正边界条件的常数矩阵
boundary3.F	更新进出口、对称面、壁面等边界类型设置
break_up.F	粒子的破碎（Claudio's 破碎模型）
cdf_spray.F	计算新粒子的累积分布函数
centre.F	在屏幕上居中显示信息
cgsol.F	共轭梯度法求解器
cgstab.F	稳定双共轭梯度法求解器
check_rate.F	检查质量流率
cmod.F	时间离散的中心差分格式
condif.F	计算变量集合系数矩阵
config_boffin.F90	主程序配置文件
config_spray.F90	喷雾配置文件
courant.F	Courant 和扩散数计算
courant_d.F90	喷雾条件下 Courant 和扩散数计算

d2pds.F	单方向压力平滑
denmod.F	检查组分改变量是否合理
diamgambling.F	根据分布随机生成粒子直径
dlubksb.F90	计算组分改变量
dludcmp.F90	计算组分改变量
enthalpy.F	计算焓值
ewt.F	计算变量的范数
ewt_pdf.F	计算 PDF 方程变量的范数
fdjac.F90	反应机理初始化
fieldpdf.F90	PDF 的随机场求解主程序
find.F	粒子数量校验（是否有挥发等数目变化）
finish.F	保存现有算例数据，例如瞬时解和统计平均
funcv_4.F90	烷烃 7 组分 4 步通用机理
funcv_c2h4.F	乙烯 22 组分反应机理
funcv_c2h5oh.F	乙醇 28 组分反应机理
funcv_c7h16.F	庚烷 22 组分反应机理
funcv_ch3oh.F	甲醇 18 组分反应机理
funcv_ch4.F	甲烷 19 组分 15 步反应机理
gama.F	计算涡流粘度
gamma_dyn.F	根据动态过程计算涡流粘度
gamma_phi.F	根据动态过程计算湍流 Pr 数
gammln.F90	计算 gamma 函数的值的自然对数
gasdev.F90	生成高斯分布随机数
geom.F	读取网格文件
gradient.F90	计算梯度
grid_quality.F	检查网格质量，输出质量参数(体积最大/最小值等)
gvctr.F	计算速度分量并且实现压力平滑
gvctr2.F	实现三个方向压力平滑

imb.F90	用于浸没边界方法实现的子程序定义
imb_aecsc.F	主程序
imb_mesh_y.cpp	几何体扫描算法静态库
imb_stat_data.F90	燃烧室测点数据统计和多喷点数据读写
inj_def.F	读取喷雾配置文件
inj_droplet.F	喷射粒子并赋予粒子属性
inprofile.F	边界条件配置文件
input.F90	读取输入文件
interpolate.F	变量在单元格内通量计算
janaf_input.F90	读取热力学文件
locate.F	网格点数据转化为计算点数据（中点）
locate_probe.F	读取测点分布文件
minmax.F	获取变量的最大值与最小值
mixer.F90	线性最小方差（LMSE）混合模型
mnewt.F	反应过程释放热
moment.F	计算统计矩
moments_spray.F	计算喷雾相关变量统计矩
move_position.F	计算出粒子的位置
normal.F	计算网格面法向量
openinflow.F	读取虚拟湍流配置文件
out_moments_spray.F	输出喷雾变量统计矩文件
outij.F	输出变量 ij 面的监视信息
output.F	输出变量监视信息
pbconf.F	初始化并行配置
pblead.F	分配计算 CPU
pbmaxl.F90	获取所有 domain 中变量的最大值
pbminl.F90	获取所有 domain 中变量的最小值
pbrdcf.F	临时数组的分配和交换

pbsrhl.F	domin 并行数据交换
pbsrsp.F	粒子在各个 domain 之间的交换
pdf_plot.F	计算探针位置并输出变量
poidev.F90	生成泊松分布随机数
press.F	压力校正公式的系数矩阵获取
ran.F90	生成均匀分布随机数
ran1.F90	产生随机数
random_diatomc.F	使用随机数
react_hc.F90	反应过程主循环
reactor.F	化学反应主程序
read_prof.F	将虚拟湍流赋予边界
remove.F	移除粒子
shuffle.F	打乱液滴顺序
snapshot_spray.F	输出喷雾的图像信息
sort.F	将存储在虚拟单元中的粒子排序
source.F	计算标量输运方程的源项
source_pdf.F90	计算 PDF 方程的源项
source_spray_pdf.F	喷雾过程以及产生的源项计算
souru.F	计算压力梯度改变后的速度分量
spray_pdf.F	喷雾主程序
start_dtim.F	初始化时间步长
start_init.F	初始化粘度、标量场
start_pdf.F	初始化概率密度函数方程
start_pdf_plots.F	开始针对 TIMECOP-AE 的探针测量
start_read.F	读取已有算例数据
start_spray.F	初始化喷雾过程
statistics.F	计算各个变量的统计量
step.F	推进时间步长

stochastic.F90	随机过程计算速度、压力和焓值
temperature.F	计算温度和密度
update.F	压力方程求解后速度场的更新
uround.F	设置计算为单精度舍入
usrfun.F90	根据燃料匹配反应机理
vaporization.F	粒子的蒸发过程 (Abramzon Sirignano 模型)
viscos.F90	根据温度和组分计算反应流中的分子粘度
vls.F	对于标量运输方程的对流项使用 TVD 离散
vtk.F	vtk 格式文件输出变量
wall.F	用对数法计算壁面应力 (Newton Raphson 法)
weight.F	三个矢量方向的 wt 计算
write_moments.F	输出 PDF 统计矩文件
write_pdf_file.F	输出 PDF 的 Restart 文件
wt.F	计算单个方向的加权值
zero.F	初始化所有的变量为零
module_arrays.F	基本计算数组的 module
module_chemistry.F90	化学反应相关数组的 module
module_digital_turbulence.F	虚拟湍流相关数组的 module
module_exchange.F	并行交互相关数组的 module
module_global.F	全局数组的 module
module_sgs_pdf.F	亚格子 PDF 相关数组的 module
module_spark.F	点火相关数组的 module
module_spray.F	喷雾相关数组的 module
module_vtk_plots.F	数据输出相关数组的 module
nrtype.F90	储存常数的 module
nr.F90	常用函数的 module
nrutil.F90	分布参数计算的 module
ran_state.F90	随机数生成的 module

## 攻读硕士学位期间取得的学术成果

- [1] Wang F, Wang YD, Gao X, Ye YL, Liu R, Gao H, Jin J. Exploration on non-axisymmetric flow phenomenon in a slinger injector[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2022, 67(3): 032011.
- [2] 王煜栋, 王方, 周佳伟, 金捷. AECSC-IBM 航空发动机燃烧室数值模拟软件研发与检验[J]. 航空动力学报, 2022, 37(10): 2310-2323.
- [3] 王煜栋, 王方, 金捷. 多连通域曲线坐标系浸没边界方法及其检验[J/OL]. 工程力学, 2022: 1-13. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2595.O3.20221024.1521.186.html>.
- [4] 王煜栋, 王方, 甘甜, 金捷. 基于曲线坐标系浸没边界方法的折流燃烧室模拟[J/OL]. 推进技术, 2022: 1-22. <https://doi.org/10.13675/j.cnki.tjs.2207026>.
- [5] 王方, 王煜栋, 姜胜利, 陈军, 唐军, 徐华胜, 李象远, 邢竟文, 高东硕, 金捷. AECSC-JASMIN 湍流燃烧仿真软件研发和检验[J]. 航空学报, 2021, 42(12): 128-140.
- [6] 王方, 甘甜, 王煜栋, 金捷. 航空发动机燃烧室数字孪生体系的关键技术研究[J/OL]. 航空动力学报, 2023: 1-16. <https://doi.org/10.13224/j.cnki.jasp.20220741>.
- [7] 王方, 韩宇轩, 窦力, 王煜栋, 金捷. 详细化学反应机理对预混丙烷钝体熄火模拟影响[J]. 推进技术, 2021, 42(10): 2295-2305.
- [8] 王煜栋, 王方, 金捷. 针对航空发动机燃烧室应用的 AECSC-IBM 软件测试与发展[C]. 中国化学会第 33 届学术年会, 2023.
- [9] 王方, 王煜栋, 金捷. LES-TPDF 耦合详细化学反应机理预测钝体熄火过程研究[C]. 中国化学会第 33 届学术年会, 2023.
- [10] 金捷, 王煜栋, 王方. 基于 LES-TPDF 的折流燃烧室热射流点火过程研究[C]. 中国化学会第 33 届学术年会, 2023.
- [11] 王煜栋, 王方, 甘甜, 金捷. WP11 发动机折流燃烧室间接点火过程模拟[C]. 中国航空学会第十届动力年会, 2022.
- [12] 王煜栋, 王方, 甘甜, 金捷. 基于 IBM 和 LES-TPDF 模型的折流燃烧室模拟[C]. 中国工程热物理学会燃烧学学术年会, 2022.
- [13] 王方, 王煜栋, 姜胜利, 陈军, 唐军, 金捷, 徐华胜. 基于 LES-TPDF 方法的 AECSC-Jasmin 数值模拟软件及其测试[C]. 中国化学会第 32 届学术年会, 2021.

- [14] 王方, 王煜栋, 姜胜利, 陈军, 唐军, 徐华胜, 李象远, 邢竞文, 高东硕, 金捷. AECSC-JASMIN 湍流燃烧软件算法及其检验[C]. 燃气涡轮发动机仿真技术发展论坛, 2020.
- [15] 软件著作权: 基于浸没边界方法的航空发动机燃烧室模拟软件 (软著登记号: 2021SR1674991), 发表日期: 2021 年 6 月 23 日, 著作权人: 北京航空航天大学(王方, 王煜栋, 金捷), 原始取得, 全部权利.

## 致谢

感谢本课题组的王方老师和金捷老师对本文工作全面具体的指导和大力支持，感谢北航动力学院仿真中心的其他各位老师对我的帮助。感谢李象远老师、姜胜利老师和他们所在的团队，与他们合作的项目为我提供了思路。感谢高东硕、邢竞文、窦力、沈硕、方存、韩宇轩等同学在我研究生初期对我的帮助，感谢蔡江涛、李典望、杨兴峰、宋旭光、张海涛、邵光耀、顾佳晟等同学对我的陪伴和帮助，感谢杨子峥、甘甜、周佳伟、杨岳鹏、张敏琦、李泽夏等同学对本研究中开发的软件的发展和应用。感谢董平同学对我的帮助和支持。感谢父母和其他亲戚朋友对我学业和生活的支持。期待与各位老师和朋友继续合作，继续深入学习和探索燃烧室中两相湍流燃烧的机理，为燃烧数值模拟的发展做出贡献。

敲鼓催镗，北航启程。七载求索，仿真有成。敬授良师，指路明畅。亲友相持，知己相随。燃烧模拟，机理揭阳。