Entwerfe ein linearphasiges TP-Filter mit folgenden Parametern:

f_s = 100kHz
f_g = 25kHz
N = 10
DC-Gain = 1
Fensterung: Hanning w(n)=0,5 + 0,5.cos((n.π)/(M+1))   -M <= n <= M

a) Zeichne den Wunschamplitudengang
b) Berechne die Filterkoeffizienten ohne Fensterung
c) Führe eine DC-Gain Korrektur durch
d) Zeichne das Bodediagramm (20.log(|A(Ω)|)
e) Zeige, dass das Filter eine konstante Gruppenlaufzeit aufweist
f) Berechne das Filter mit Fensterung und DC-Gain Korrektur
g) Zeichne das Bodediagramm (20.log(|A(Ω)|)
h) Zeichne das Blockschaltbild

Lösung

a) A(Ω) = 1 für -π/4 <= Ω <= π/4   ... 2π periodisch

10 Filterkoeff.

$N := 10$

$$\frac{f_s}{f_g} = \frac{1}{4}$$

$$a(n) := \frac{2}{\pi}\left(\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(n\cdot\Omega)\, d\Omega\right)$$

$$a(0) = \frac{2}{\pi} \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{4}} \underbrace{\cos(0.\Omega)}_{1}\, d\Omega}$$

$a(0) = 0.5$ $a(1) = 0.45$ $a(2) = 0.318$
$a(3) = 0.15$ $a(4) = 0$ $a(5) = -0.09$

$$\frac{2}{\pi} \cdot \frac{\pi}{4} = 0{,}5$$

Taschenrechner

b) Filterkoeffizienten

$b_0 := a(5)$ $b_1 := a(4)$ $b_2 := a(3)$ $b_3 := a(2)$ $b_4 := a(1)$ $b_5 := a(0)$
$b_6 := a(1)$ $b_7 := a(2)$ $b_8 := a(3)$ $b_9 := a(4)$ $b_{10} := a(5)$

c) DC-Gain Korrektur

$$GainCorr := \sum_{n=0}^{N} b_n \qquad GainCorr = 2.157$$

Verstärkung

Sämtl. Koeff. addieren

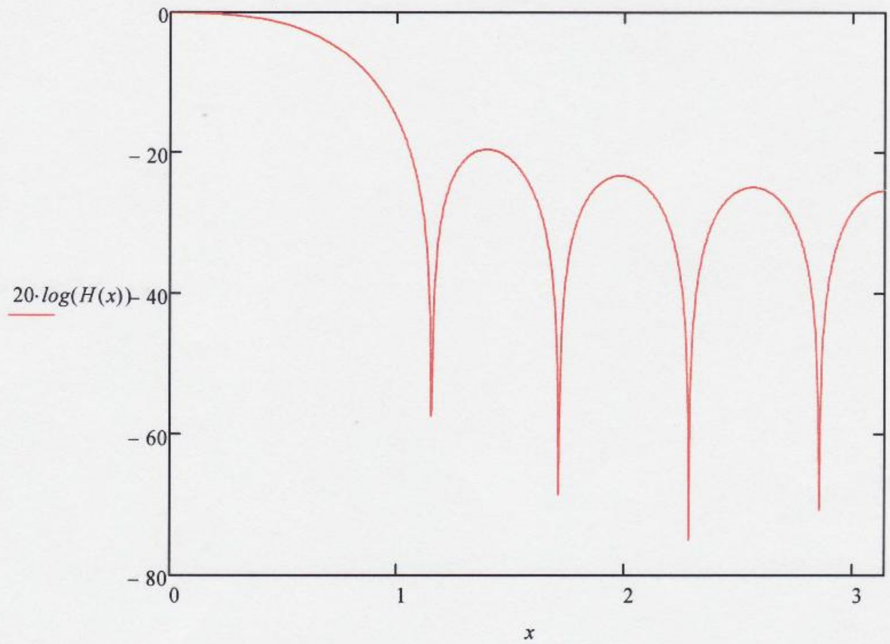
$$b_0 = \frac{a(5)}{2{,}157}, \quad b_1 = \frac{a(4)}{2{,}157}, \quad \ldots\ldots \quad b_{10} = \frac{a(5)}{2{,}157}$$

$$A(\Omega) := \sum_{n=0}^{N} \left[\left(\frac{b_n}{GainCorr} \right) \cdot (cos(n \cdot \Omega) + j \cdot sin(n \cdot \Omega)) \right]$$

$$H(\Omega) := \sqrt{(Re(A(\Omega)))^2 + (Im(A(\Omega)))^2}$$ Betragsfrequenzgang

$$Phi(\Omega) := atan\left(\frac{Im(A(\Omega))}{Re(A(\Omega))} \right)$$ Phasengang

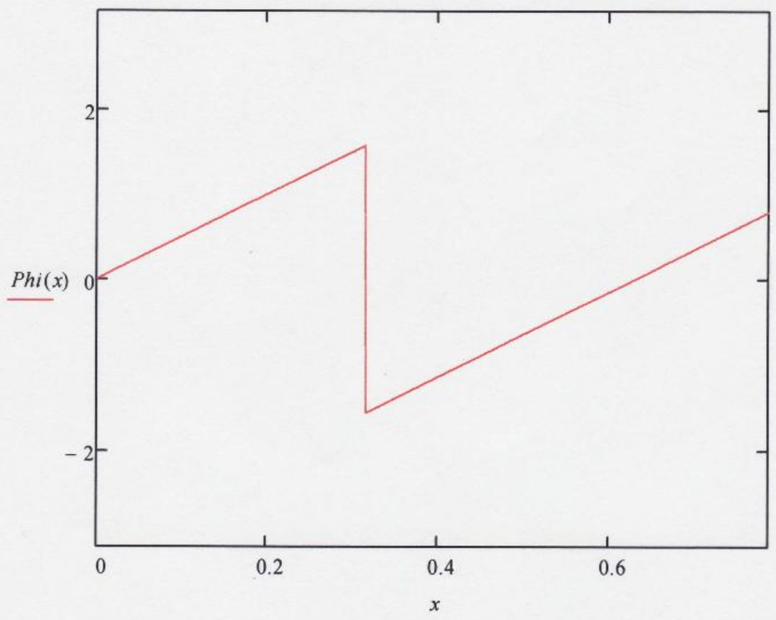
d) Bode Diagramm



$$20 \cdot log\left(H\left(\frac{1}{4} \cdot \pi \right) \right) = -6.239$$

$$20 \cdot log\left(H\left(\frac{1}{2} \cdot \pi \right) \right) = -23.967$$

e) linearphasig, konstante Gruppenlaufzeit



$$Phi\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.785$$

f) Mit Fensterung

$$a(n) := \frac{2}{\pi}\left(\int_0^{\frac{\pi}{4}} cos(n\cdot\Omega)\, d\Omega\right)$$

n = 0 . . . 5

$$w(n) := 0.5 + 0.5\cdot cos\left[n\cdot\frac{\pi}{\left(\frac{N}{2}\right)+1}\right]$$

Hanning − Fenster

w(0) = 1 n = 0 N = 10

$$a(n) := a(n)\cdot w(n)$$

$a(0) = 0.5$ $a(1) = 0.42$ $a(2) = 0.239$

$a(3) = 0.075$ $a(4) = 0$ $a(5) = -6.031\times 10^{-3}$

$b_0 := a(5)$ $b_1 := a(4)$ $b_2 := a(3)$ $b_3 := a(2)$ $b_4 := a(1)$ $b_5 := a(0)$

$b_6 := a(1)$ $b_7 := a(2)$ $b_8 := a(3)$ $b_9 := a(4)$ $b_{10} := a(5)$

$$GainCorr := \sum_{n=0}^{N} b_n \qquad GainCorr = 1.955$$

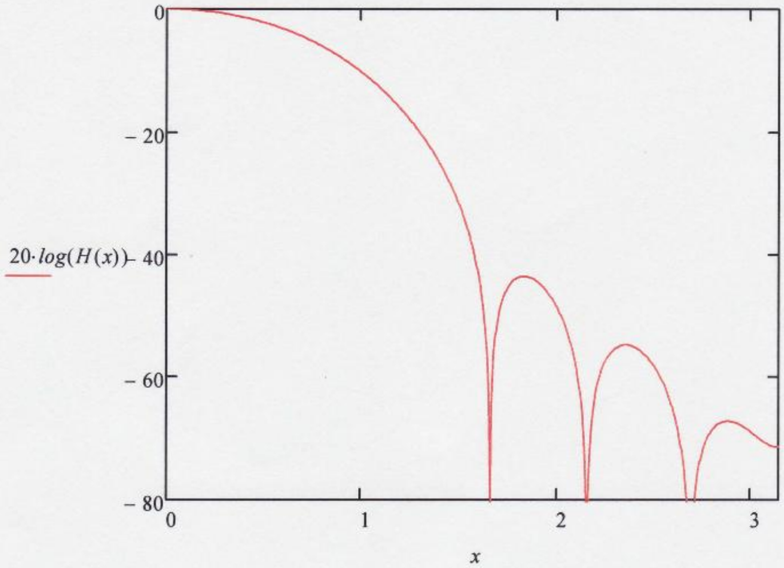
$$A(\Omega) := \sum_{n=0}^{N}\left[\left(\frac{b_n}{GainCorr}\right)(cos(n\cdot\Omega) + j\cdot sin(n\cdot\Omega))\right]$$

⇒ gefensterte Koeffizienten

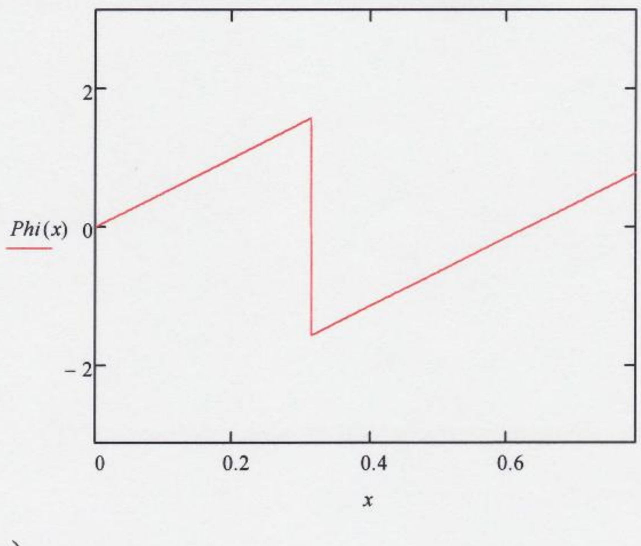
$$H(\Omega) := \sqrt{(Re(A(\Omega)))^2 + (Im(A(\Omega)))^2}$$

$$Phi(\Omega) := atan\left(\frac{Im(A(\Omega))}{Re(A(\Omega))}\right)$$

g) Bode-Diagramm



$$20 \cdot log\left(H\left(\frac{1}{4} \cdot \pi\right)\right) = -5.856 \qquad 20 \cdot log\left(H\left(\frac{1}{2} \cdot \pi\right)\right) = -38.768$$



$$Phi\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.785$$