

# Entwurf eines digitalen Tiefpassfilters

Ausgehend von einem analogen Bessel-Tiefpass-Filter dritter Ordnung, bestehend aus einem Tiefpass erster und einem Tiefpass zweiter Ordnung, ist mit der Methode der bilinearen

Transformation ein digitales Filter zu entwerfen („prewarping“ mit  $w_c = \tan \frac{p \cdot f_g}{f_s}$ ).

Anschließend sind die Frequenzabhängigkeit der Übertragungsfunktion und die Sprungantwort zu ermitteln.

Abtastfrequenz: 500kHz

Grenzfrequenz: 50kHz

(a) Geben Sie die Übertragungsfunktionen der analogen Filter an

(b) Zeichnen Sie die Struktur des digitalen Filters und geben Sie die für die Filterkoeffizienten ermittelten Werte an !

(c) Stellen Sie die Frequenzabhängigkeit der Übertragungsfunktion (nur Absolutbetrag) im linearen Maßstab dar ( $0 < f < 0.5f_s$ ) und geben Sie Werte für die Übertragungsfunktion (Absolutbetrag) bei den Frequenzen  $f = 0.1f_s$ ,  $f = 0.2f_s$  und  $f = 0.3f_s$  an !

**Hinweis:**  $z = e^{j \cdot 2\pi \cdot F}$   $F = \frac{f}{f_s}$

(d) Stellen Sie die Sprungantwort dar (mindestens 5 Abtastwerte sind zu berechnen)!

## Filtertabelle:

$n$	$i$	$a_i$	$b_i$	$f_{gi}/f_g$	$Q_i$
<b>Bessel-Filter</b>					
1	1	1,0000	0,0000	1,000	–
2	1	1,3617	0,6180	1,000	0,58
3	1	0,7560	0,0000	1,323	–
	2	0,9996	0,4772	1,414	0,69
4	1	1,3397	0,4889	0,978	0,52
	2	0,7743	0,3890	1,797	0,81
5	1	0,6656	0,0000	1,502	–
	2	1,1402	0,4128	1,184	0,56
	3	0,6216	0,3245	2,138	0,92

Lösungen:

Bessel-Filter 3.Ordnung: TP1  $\Rightarrow a_1 = 0,756$  TP2  $\Rightarrow a_2 = 0,9996, b_2 = 0,4772$

TP 1.Ordnung:  $H_1(z) = \frac{1}{3,33} * \frac{1+z^{-1}}{1-0,4z^{-1}}$

TP 2.Ordnung:  $H_2(z) = \frac{1}{8,6} * \frac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{1-0,82z^{-1}+0,28z^{-2}}$

$H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z)$

$H(f) = H_1(f) \cdot H_2(f)$

$f = 0,1f_s \Rightarrow |H(f)| = 0,7$

$f = 0,2f_s \Rightarrow |H(f)| = 0,2$

$f = 0,3f_s \Rightarrow |H(f)| = 0,03$

$y(k): y(0) = 0$

$y(1) = 0,036$

$y(2) = 0,19$

$y(3) = 0,46$

$y(4) = 0,74$

$y(5) = 0,93$