数值分析复习题一

一、判断题（共 10 分，每小题 2 分）

1. 数值分析在进行误差分析时只考虑截断误差。（　　）

2. 如果给定点集的多项式插值是唯一的，则其多项式表达式也是唯一的。（　　）

3. 数值求积公式总是稳定的。（　　）

4. 用中点公式计算导数时，步长越小，误差不一定越小。（　　）

5. 非线性方程求根的迭代法总是收敛的。（　　）

二、选择题（共 20 分，每小题 4 分）

6. 要使 $\sqrt{20}=4.47214\cdots$ 的近似值的相对误差小于 0.1 %，至少要取（　　）位有效数字。

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

7. 牛顿插值多项式的余项是（　　）。

A. $R_n(x)=\dfrac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}\omega_{n+1}(x)$

B. $R_n(x)=f[x_0,x_1,\cdots,x_n,x](x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)$

C. $R_n(x)=\dfrac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}$

D. $R_n(x)=f[x_0,x_1,\cdots,x_n](x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)$

8. 4 阶牛柯顿-特斯求积公式，至少具有（　　）次代数精度。

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

9. 用二分法求方程 $f(x)=0$ 在区间[a，b]上的根，若给定误差限 ε，则二分次数 $n\geq$（　　）。

A. $\dfrac{\ln(b-a)+\ln\varepsilon}{\ln 2}+1$　　B. $\dfrac{\ln(b-a)+\ln\varepsilon}{\ln 2}-1$

C. $\dfrac{\ln(b-a)-\ln\varepsilon}{\ln 2}+1$　　D. $\dfrac{\ln(b-a)-\ln\varepsilon}{\ln 2}-1$

10．求方程 $f(x)=0$ 根的单点割线法公式为（　　）。

A．$x_{k+1}=x_k-\dfrac{f(x_k)}{f'(x_k)}$　　B．$x_{k+1}=x_k-\dfrac{f(x_0)}{f(x_0)-f(x_{k+1})}(x_0-x_{k+1})$

C．$x_{k+1}=x_k-\dfrac{f(x_k)}{f(x_k)-f(x_0)}(x_k-x_0)$

D．$x_{k+1}=x_k-\dfrac{f(x_k)-f(x_0)}{f(x_k)}(x_k-x_0)$

三、填空题（共 20 分，每小题 4 分）

11．为了减少舍入误差的影响，应该将表达式 $\sqrt{2023}-\sqrt{2021}$ 改写成______________进行计算。

12．已知 $y=\sqrt{x}, x_0=4, x_1=9$，用线性插值求 $\sqrt{7}$ 的近似值等于___________。

13．已知 $f(1.0)=0.25, f(1.1)=0.28, f(1.2)=0.29$，用三点公式计算 $f'(1.0)\approx$__________。

14．用迭代公式取 $x_{k+1}=x_k^4+2x_k^2-3$ 求方程 $x^4+2x^2-x-3=0$ 在区间[1, 1.2]内的实根，该迭代公式_____________。（填收敛或发散）

15．设 x^* 是迭代函数 $\varphi(x)$ 的不动点，$\varphi'(x)$ 在 x^* 的某个邻域连续，当满足 $|\varphi'(x^*)|<$_____________ 时，迭代函数 $x=\varphi(x)$ 局部收敛。

四、计算题（共 30 分，每小题 10 分）

16．确定求积公式 $\int_0^1 f(x)dx\approx A_0f(0)+A_1f(1)+B_0f'(0)$ 中的待定参数 A_0,A_1,B_0，使其代数精度尽量高，并指明该求积公式所具有的代数精度。

17．用 $n=4$ 的复合梯形公式计算积分 $\int_1^2 \frac{1}{x}dx$，并估计误差。

18．用向前欧拉法解初值问题 $\begin{cases} y' = y - x^2 + 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$，取步长 $h=0.2$，从 $x=0$ 计算到 $x=0.6$。（小数点后保留 4 位数字）

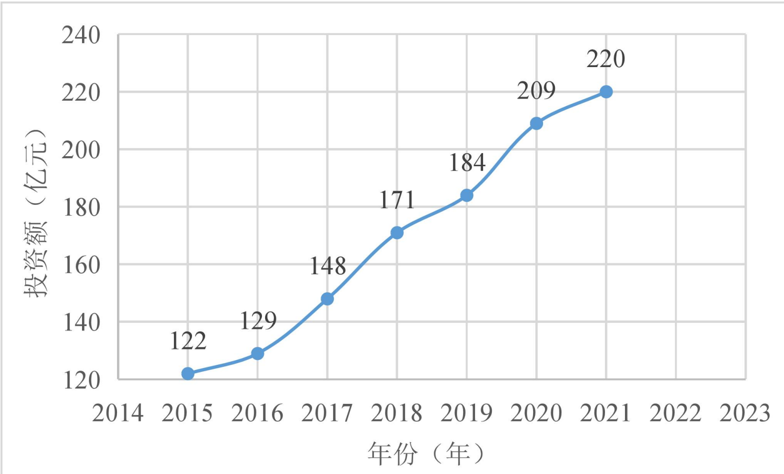
五、计算题（共 20 分，每小题 10 分）

19．在实际应用中，一般并不能确知自变量 x 和因变量 y 的方程，只能通过测量一些坐标点的值，然后通过数据插值的方法来求其他未知点的函数值.设已测量到不同 x 点的函数值如下表所示：

x	0	1	2	4
y	1	9	23	3

试求满足上述插值条件的 3 次拉格朗日多项式 $L_3(x)$和牛顿插值多项式 $N_3(x)$。

20．下图是某地区 2015 年至 2021 年环境基础设施投资额 y（单位：亿元）的折线图。



为了预测该地区 2023 年的环境基础设施投资额，建立了 y 与时间变量 t（单位：年）的线性模型：$y=a+bt$（时间变量的值依次为 1，2，…，7，即 2015 年对应的 $t=1$，2016 年对应的 $t=2$，其余类推）。试确定 y 的表达式，并预测 2023 年的环境基础设施投资额。