

# **Digitalisierung und Programmierung**

Prof. Dr. Nicolas Meseth

25. Februar 2025

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>7</b>
Warum dieses Buch? . . . . .	7
Wen möchte ich wie ansprechen? . . . . .	7
Wie ist das Buch aufgebaut? . . . . .	8
Wie sollte man dieses Buch lesen? . . . . .	9
<b>Das LiFi-Projekt</b>	<b>10</b>
Worum geht es im LiFi-Projekt? . . . . .	10
Was sind die Ziele? . . . . .	10
Wie gehen wir vor? . . . . .	11
<b>Hard- und Software</b>	<b>12</b>
Welche Hardware benötigen wir? . . . . .	12
Wie baue ich die Hardware zusammen?	13
1. Schutzfolie auf den Befestigungsplatten entfernen . . . . .	13
2. Abstandshalter an beide Befestigungsplatten anbringen . . . . .	13
3. Master Brick befestigen . . . . .	13
4. Verbindungskabel einstecken . . . . .	13
5. Befestigungsplatten miteinander verbinden . . . . .	13
6. OLED-Anzeige montieren . . . . .	13
7. LED und Farbsensor montieren . . . . .	13
8. Peripheriegeräte mit Master Brick verbinden . . . . .	13
Welche Software brauchen wir? . . . . .	13
Brick Daemon . . . . .	14
Brick Viewer . . . . .	14
Visual Studio Code . . . . .	14
Python . . . . .	14
Git . . . . .	14
Übungsaufgaben . . . . .	14
<b>I. Probleme</b>	<b>15</b>
<b>1. Problemlösung</b>	<b>16</b>
Zusammenfassung . . . . .	16

1.1.	Welche Schritte führen zu einer Lösung ? . . . . .	16
1.2.	Warum sind Computer beim Lösen von Problemen nützlich? . . . . .	17
1.3.	Wie stellen wir Probleme für Computer dar? . . . . .	18
1.3.1.	Das Eingabe-Verarbeitung-Ausgabe-Modell . . . . .	19
1.3.2.	Die Lösung des Problems . . . . .	28
1.4.	Welche Strategien helfen bei der Lösung von Problemen? . . . . .	30
1.4.1.	Problemzerlegung ( <i>Problem Decomposition</i> ) . . . . .	30
1.4.2.	Teile und Herrsche ( <i>Divide and Conquer</i> ) . . . . .	32
1.4.3.	Verteile und Parallelisiere ( <i>Distribute and Parallelize</i> ) . . . . .	33
	Übungsaufgaben . . . . .	36
<b>2.</b>	<b>Algorithmen</b>	<b>38</b>
	Zusammenfassung . . . . .	38
2.1.	Was ist ein Algorithmus? . . . . .	38
2.1.1.	Herkunft des Begriffs . . . . .	38
2.1.2.	Algorithmen und Programme . . . . .	39
2.2.	Wie stellen wir Algorithmen dar? . . . . .	39
2.2.1.	Natürliche Sprache . . . . .	39
2.2.2.	Pseudocode . . . . .	40
2.2.3.	Flussdiagramme . . . . .	40
2.3.	Welche Arten von Algorithmen gibt es? . . . . .	42
2.3.1.	Mathematische Algorithmen . . . . .	43
2.3.2.	Suchalgorithmen . . . . .	49
2.3.3.	Sortieralgorithmen . . . . .	50
2.3.4.	Optimierungsalgorithmen . . . . .	51
2.3.5.	Graphenalgorithmen . . . . .	53
2.3.6.	Stochastische Algorithmen . . . . .	53
2.3.7.	Maschinelle Lernalgorithmen . . . . .	53
2.4.	Welche wichtigen algorithmischen Denkmuster gibt es? . . . . .	54
2.4.1.	Sequenzen . . . . .	54
2.4.2.	Verzweigungen . . . . .	54
2.4.3.	Iterationen . . . . .	54
2.4.4.	Kapselung . . . . .	54
2.4.5.	Rekursion . . . . .	55
2.5.	Was sind Herausforderungen bei der Formulierung von Algorithmen? . . . . .	55
2.5.1.	Haltekriterium . . . . .	55
2.5.2.	Endlosschleifen . . . . .	55
2.5.3.	Beurteilung des Ergebnisses . . . . .	56
2.5.4.	Erklärbarkeit des Ergebnisses . . . . .	56
2.6.	Gibt es bessere und schlechtere Algorithmen? . . . . .	56
2.6.1.	Komplexität . . . . .	56
2.6.2.	Verständlichkeit . . . . .	56
	Übungsaufgaben . . . . .	57

<b>II. Repräsentation</b>	<b>59</b>
<b>3. Informationen</b>	<b>60</b>
3.1. Information in der Informatik . . . . .	60
3.1.1. Zahlenraten . . . . .	61
3.1.2. Bit für Bit . . . . .	62
3.1.3. Unsicherheit . . . . .	65
3.1.4. Information . . . . .	67
3.1.5. Unwahrscheinliche Antworten . . . . .	68
3.1.6. Mehr als zwei Antworten . . . . .	69
3.2. Daten repräsentieren Information . . . . .	70
Übungsaufgaben . . . . .	70
<b>4. Bits</b>	<b>72</b>
4.1. Ist das Bit die kleinste Informationseinheit? . . . . .	72
4.2. Was ist ein Byte? . . . . .	72
Übungsaufgaben . . . . .	73
<b>5. Codesysteme</b>	<b>74</b>
5.1. ASCII-Code . . . . .	74
5.2. Verallgemeinerung von Codesystemen . . . . .	74
5.3. Unicode . . . . .	74
5.4. RGB-Code . . . . .	74
5.5. Code vs Codec . . . . .	74
5.6. Übungsaufgaben . . . . .	75
<b>6. Datenstrukturen</b>	<b>77</b>
6.1. Listen . . . . .	77
6.2. Mengen . . . . .	77
6.3. Graphen . . . . .	77
6.4. Bäume . . . . .	77
6.5. Warteschlangen . . . . .	77
<b>III. Verarbeitung</b>	<b>78</b>
<b>7. Analog vs. Digital</b>	<b>79</b>
7.1. Was ist der Unterschied zwischen der analogen und digitalen Welt? . . . . .	79
7.1.1. Endlich viele Möglichkeiten vs. Unendlichkeit . . . . .	79
7.1.2. Diskrete und kontinuierliche Werte . . . . .	79
<b>8. Speicher</b>	<b>80</b>
8.1. Substratunabhängigkeit . . . . .	80

<b>9. Logik und Arithmetik</b>	<b>81</b>
9.1. Schalter . . . . .	81
9.1.1. Relais, Vakuumröhren und Transistoren . . . . .	81
9.2. Logikgatter . . . . .	81
9.3. Binäre Addition . . . . .	81
9.4. Binäre Subtraktion . . . . .	81
9.5. Substratunabhängigkeit . . . . .	81
<b>10. Computer</b>	<b>82</b>
10.1. Komponenten eines Computers . . . . .	82
<b>IV. Kommunikation</b>	<b>83</b>
<b>11. Signale</b>	<b>84</b>
11.1. Was ist ein Signal? . . . . .	84
11.1.1. Der Kern ist die Veränderung . . . . .	84
11.1.2. Häufig elektrisch . . . . .	84
11.2. Wie können wir Signale erzeugen? . . . . .	85
11.2.1. Von digital zu analog . . . . .	85
11.2.2. Die LED . . . . .	85
11.3. Wie können wir Signale empfangen? . . . . .	85
11.3.1. Von analog zu digital . . . . .	85
11.3.2. Der Farbsensor . . . . .	85
11.4. Welche Bedeutung hat ein Signal? . . . . .	85
<b>12. Protokolle</b>	<b>86</b>
12.1. Peer-To-Peer . . . . .	86
12.2. Handshake . . . . .	86
12.3. TCP/IP & HTTPs . . . . .	86
<b>13. Verschlüsselung</b>	<b>87</b>
13.1. Verschlüsselung . . . . .	87
13.1.1. Symmetrisch . . . . .	87
13.1.2. Asymmetrisch . . . . .	87
13.2. Digitale Signaturen . . . . .	87
<b>14. Kompression</b>	<b>88</b>
14.1. Verlustfreie Kompression . . . . .	88
14.2. Verlustbehaftete Kompression . . . . .	88

<b>V. Programmierung</b>	<b>89</b>
<b>15. Willkommen in Python</b>	<b>91</b>
15.1. Unser erstes Programm . . . . .	91
15.2. Ein Programm ausführen . . . . .	92
<b>16. Variablen und Datentypen</b>	<b>93</b>
16.1. Wozu dienen Variablen? . . . . .	93
16.2. Konstanten . . . . .	93
16.3. Benennung von Variablen . . . . .	94
16.3.1. Regeln bei der Benennung von Variablen . . . . .	94
16.3.2. Konventionen bei der Benennung von Variablen . . . . .	95
16.4. Datentypen . . . . .	95
16.4.1. Zeichenketten ( <i>Strings</i> ) . . . . .	95
16.4.2. Numerische Werte ( <i>Integer</i> und <i>Float</i> ) . . . . .	96
16.4.3. Wahrheitswerte ( <i>Boolean</i> ) . . . . .	97
16.4.4. Komplexe Datentypen . . . . .	97
16.5. Variablen im Computer . . . . .	98
<b>17. Funktionen</b>	<b>99</b>
<b>18. Collections</b>	<b>100</b>
<b>19. Kontrollstrukturen</b>	<b>101</b>
<b>20. Schleifen</b>	<b>102</b>
<b>21. Fehlersuche- und Behandlung</b>	<b>103</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>104</b>

# Vorwort

## Warum dieses Buch?

Dieses Buch entstand aus der Erkenntnis, dass viele klassische Lehrbücher der Informatik für Anfänger oft zu technisch und abstrakt sind. In meiner langjährigen Lehrtätigkeit habe ich beobachtet, dass Studierende besonders dann erfolgreich lernen, wenn sie die Konzepte der Informatik in einem praktischen Kontext erleben können. Deshalb habe ich mich entschieden, einen praxisorientierten Ansatz zu wählen, der theoretische Grundlagen mit einem konkreten Projekt verbindet.

## Wen möchte ich wie ansprechen?

Ich richte dieses Buch an Menschen ohne Vorkenntnisse in den Bereichen Digitalisierung, Computertechnik oder Programmierung. Ich gehe nicht davon aus, dass die Leserinnen und Leser eine besondere Motivation mitbringen, sich mit diesen Themen zu beschäftigen. Wenn doch, umso besser. Diese beiden Annahmen – fehlende Vorkenntnisse und Motivation – treffen auf den Großteil meiner Studierenden zu, für die ich dieses Buch in erster Linie geschrieben habe.

Mein Ziel ist es, sowohl die Kenntnisse als auch die Begeisterung für die Informatik zu steigern – zumindest bei einigen, die dieses Buch zur Hand nehmen (müssen). Um dies zu erreichen, habe ich mich entschieden, einen anderen Weg einzuschlagen als klassische Informatik-Lehrbücher:

- Ich verwende bewusst eine **einfache Sprache**. Das heißt nicht, dass wir keine Fachbegriffe einführen werden. Wir erklären die Sachverhalte aber zunächst in einer für alle Studierenden verständlichen Sprache und führen Fachbegriffe schrittweise ein.
- Neben der Sprache knüpfe ich bei den Beispielen gezielt an bestehendes Wissen an. Ich verwende **Beispiele und Analogien aus dem Alltag**, um Ideen und Konzepte der Informatik zu veranschaulichen. Das mag nicht immer perfekt gelingen – aber wenn es gelingt, hilft es meiner Erfahrung nach dabei, neue Themen besser zu verstehen.
- Mein Fokus liegt auf dem **Verständnis** der Konzepte statt auf technischen Details. Ich verzichte bewusst auf zu viel Tiefe zugunsten eines zugänglichen Buches, das einen guten Überblick vermittelt und echtes Verständnis ermöglicht. Wer anschließend Lust auf mehr Tiefe hat, bekommt von mir in jedem Kapitel Leseempfehlungen an die Hand.

- Ich bin überzeugt, dass konkrete Projekte das Interesse und Verständnis am besten fördern. Dieses Buch verbindet das **LiFi-Projekt** mit den theoretischen Grundlagen der Informatik und führt Schritt für Schritt an algorithmisches Denken und Programmierung heran. Das Ergebnis ist ein fertiges Produkt, für das die Leserinnen und Leser alle erlernten Kenntnisse praktisch anwenden mussten – ganz nach dem Prinzip „Learning by Doing“.
- Mir ist bewusst, dass viele der jüngeren Generation das Lesen eines Buches als Herausforderung empfinden. Dennoch halte ich Bücher für unverzichtbar, um komplexe Themengebiete zu erschließen. Um den Leseprozess zu erleichtern, stelle ich ergänzende **Videos und Audioaufnahmen** bereit, die in den Kapiteln verlinkt und über QR-Codes zugänglich sind.

## Wie ist das Buch aufgebaut?

Dieses Buch befasst sich mit der Frage, wie wir Computer zum Lösen von Problemen einsetzen können. Das Schaubild in Abbildung 1 visualisiert die wichtigsten Themenblöcke.

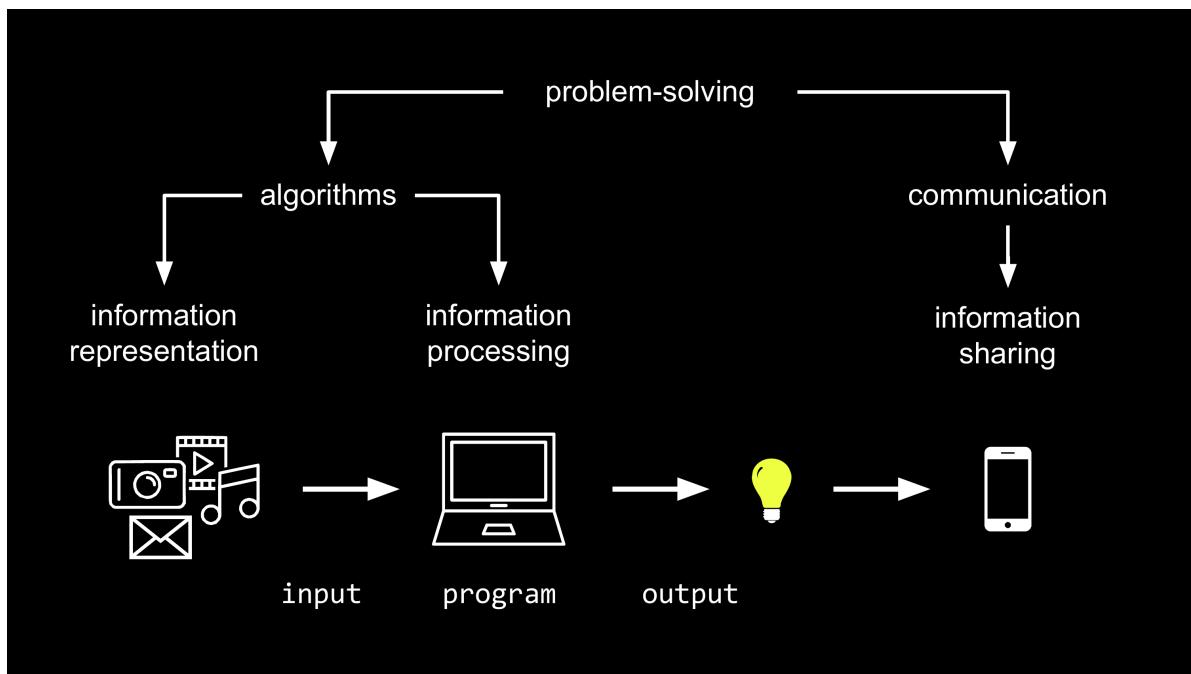


Abbildung 1.: Überblick über die Themenblöcke dieses Buches.

Ich orientiere mich übergeordnet an dem Thema des Problemlösens (*problem-solving*), das sich in zwei Bereiche gliedert:

1. **Algorithmen** (*algorithms*) bilden den Kern des Problemlösens und der Informatik. Sie beschreiben die notwendigen Schritte zur Lösung eines Problems.
2. **Kommunikation** (*communication*) umfasst das Teilen von Informationen in Computernetzwerken. Mit der weiten Verbreitung des Internets ist dieser Aspekt zentral für die moderne Computernutzung geworden. Lösungen, die ein Computer erzeugt, können heute unmittelbar über Netzwerke weltweit geteilt werden.

Im Bereich der Algorithmen beschäftigen wir uns zunächst damit, wie wir Probleme für Computer verständlich und lösbar beschreiben können. Eine zentrale Rolle spielt dabei die **Informationsrepräsentation** (*information representation*): Wie können wir Zahlen, Texte, Bilder, Videos, Audioaufnahmen und andere wichtige Inhalte so darstellen, dass ein Computer damit arbeiten kann?

Nachdem wir das verstanden haben, widmen wir uns der **Informationsverarbeitung** (*information processing*) – also der Frage, wie Eingabeinformationen so verarbeitet werden können, dass eine Lösung entsteht. Dies ist die Kernaufgabe der Algorithmen, und wir untersuchen, wie ein Algorithmus sowohl für Menschen als auch für Computer verständlich dargestellt werden kann. Dabei lernen wir die Programmiersprache Python kennen, die als moderne Programmiersprache Algorithmen in ausführbare **Programme** (*programs*) übersetzt. Anhand einfacher Beispiele wie der Addition zweier Zahlen verstehen wir zudem, wie die Ausführung von Programmierbefehlen im Rechner auf der Ebene der Bits funktioniert.

Bei der Kommunikation stellen wir uns die Frage, wie **das Teilen von Informationen** (*information sharing*) über unterschiedliche Medien wie Kabel, Luft oder Licht funktioniert. Wir lernen dabei etwas über das Senden und Empfangen von Signalen, über Protokolle – also Vereinbarungen zur Informationsübermittlung – sowie über die Frage, wie wir unsere Kommunikation effizient und gleichzeitig sicher gestalten können.

## Wie sollte man dieses Buch lesen?

Das Buch ist für eine lineare Lektüre von vorne nach hinten konzipiert. An der Hochschule Osnabrück behandeln wir in der zugehörigen Veranstaltung pro Woche ein Kapitel – gelegentlich auch zwei, abhängig von der Verteilung der Feiertage im Semester. Die Kapitel hängen zusammen und bauen teilweise aufeinander auf.

Wie beschrieben orientiert sich dieses Buch an der Durchführung eines Projekts – dem LiFi-Projekt. Das Projekt bildet den Ausgangspunkt jedes Kapitels, und für jedes Thema wird der praktische Bezug zum Projekt hergestellt. Was genau das LiFi-Projekt beinhaltet, schauen wir uns im nächsten Kapitel an.

# Das LiFi-Projekt

## Worum geht es im LiFi-Projekt?

[LiFi](#) ist eine Technologie, die die Übertragung von Informationen mithilfe von Licht ermöglicht. Sie nutzt das sichtbare Lichtspektrum, um ein Signal zu erzeugen, das von einem Fotodetektor empfangen werden kann, welcher das von einer LED ausgestrahlte Licht erfasst. Durch die Veränderung der Lichteigenschaften über die Zeit, wie etwa der Wellenlänge oder der Helligkeit, können wir Daten kodieren und übertragen. LiFi bietet großes Potenzial für den Einsatz in Umgebungen, in denen Hochfrequenzsignale Mikroorganismen oder andere empfindliche elektronische Geräte stören könnten. Darüber hinaus könnte LiFi im Gegensatz zu Bluetooth oder WiFi in Robotern eingesetzt werden, die unter Wasser arbeiten.

Deine Aufgabe als Teil eines interdisziplinären F&E-Teams in einem Hightech-Unternehmen ist die Entwicklung eines LiFi-Kommunikationsgeräts. Das Unternehmen entwickelt Roboter für Lebensmittel- und Landwirtschaftsanwendungen, und das Gerät soll in die nächste Robotergeneration integriert werden. Es besteht aus zwei Hauptkomponenten: [eine kleine LED](#), die mehr als 16 Millionen Farben des RGB-Farbsystems darstellen kann, und einen [Farbsensor](#), der die Intensität der RGB-Farbkanäle und die Lichthelligkeit misst. Ein sogenannter [Master Brick](#) – ein Minicomputer – steuert diese Komponenten und gewährleistet die reibungslose Kommunikation zwischen dem Roboter und seinen Peripheriegeräten.

## Was sind die Ziele?

Das LiFi-Projekt stellt ein typisches Ingenieursproblem dar: die Kombination von Hardware und Software zur Lösung eines Praxisproblems. Die zentralen inhaltlichen Fragen dieses Projekts lauten:

- Wie können physikalische Größen wie die Temperatur oder Licht gemessen und von einer analogen in eine digitale Form überführt werden?
- Wie können Algorithmen Entscheidungen auf Basis der digitalen Eingabedaten treffen?
- Wie können wir mit Lichtsignalen Informationen darstellen?
- Wie können wir mithilfe einer LED und eines Farbsensors Informationen übertragen?
- Welches Protokoll eignet sich am besten für die LED-basierte Datenübertragung?
- Wie verlässlich ist die Datenübertragung?
- Welche maximale Übertragungsdistanz ist mit Licht möglich?

- Welche Umgebungsbedingungen sind für eine erfolgreiche Übertragung erforderlich?
- Wie lässt sich die Datenübertragung sicher gestalten?
- Welche Datenübertragungsrate können wir erreichen?
- Wie können wir möglichst effizient kommunizieren?

Eine wichtige Einschränkung besteht darin, dass wir all diese Fragen der uns bereitgestellten Hardware beantworten müssen: einer LED und einem Farbsensor.

Am Ende dieses Projekts wirst du nicht nur das Ingenieursproblem gelöst, sondern auch Antworten auf die genannten Fragen gefunden haben. Als zusätzlichen Bonus erwirbst du dabei tiefere Einblicke in die digitale Welt sowie grundlegende Programmierkenntnisse.

## Wie gehen wir vor?

Ein solch großes und komplexes Ingenieursproblem wie das LiFi-Projekt erfordert ein durchdachtes Vorgehen. Da es sich vornehmlich um ein Projekt zur Einführung in die digitale Welt handelt, gehen wir schrittweise vor und lernen bei jedem Schritt wichtige Grundlagen, die uns bei der Umsetzung helfen.

Zuerst widmen wir uns dem Basteln: Nach Anleitung setzen wir aus den bereitgestellten Hardware-Bauteilen den LiFi-Prototypen zusammen. Dieser bildet die Grundlage für unsere praktische Arbeit im Projekt. Während die Hardware nur einmalig zu Beginn aufgebaut werden muss, entwickeln wir die Software kontinuierlich über das gesamte Projekt hinweg weiter.

Um das Problem besser zu verstehen und in kleinere Teilprobleme zu zerlegen, betrachten wir in Kapitel 1 zunächst geeignete Techniken zur Problemlösung. Parallel dazu beginnen wir mit der Programmierung in Python – der Sprache, die wir für die Entwicklung der LiFi-Software nutzen werden. Diese Kenntnisse erweitern wir in jedem Kapitel, führen wichtige Konzepte der Programmierung ein und lernen, wie wir mit Python die Hardware des LiFi-Prototypen steuern können.

Das Buch ist in vier Teile gegliedert. Nach jedem Teil stellen wir eine neue Version unseres LiFi-Prototypen fertig. Die finale Version enthält dann alle notwendigen Funktionen, die zur Beantwortung der Fragestellungen erforderlich sind.

# Hard- und Software

## Welche Hardware benötigen wir?

Für den LiFi-Hardware-Prototyp benötigen wir folgende Komponenten:

- 1 x Master Brick 3.1
- 1 x RGB LED Bricklet 2.0
- 1 x Color Bricklet 2.0
- 1 x OLED 128x64 Bricklet 2.0
- 4 x Bricklet Cable 15 cm (7p-7p)
- 1 x USB-A to USB-C Cable 100 cm
- 2 x Mounting Plate 22x10
- 4 x Mounting Kit 12 mm

Bitte überprüfe vor dem Fortfahren mit den folgenden Anweisungen, ob dein LiFi-Kit alle Komponenten in den angegebenen Mengen enthält.



## **Wie baue ich die Hardware zusammen?**

- 1. Schutzfolie auf den Befestigungsplatten entfernen**
- 2. Abstandshalter an beide Befestigungsplatten anbringen**
- Befestigungsplatte 1**
- Befestigungsplatte 2**
- 3. Master Brick befestigen**
- 4. Verbindungskabel einstecken**
- 5. Befestigungsplatten miteinander verbinden**
- 6. OLED-Anzeige montieren**
- 7. LED und Farbsensor montieren**
- 8. Peripheriegeräte mit Master Brick verbinden**

## **Welche Software brauchen wir?**

Neben der Hardware benötigen wir für die Entwicklung des LiFi-Prototyps verschiedene Software-Komponenten. Die Software ist komplett Open-Source und dadurch kostenlos nutzbar. Alle Programme sind für Windows, Mac OS und Linux verfügbar. Hier zunächst die Übersicht, bevor wir jede Software im Detail vorstellen:

- [Brick Daemon](#) und [Brick Viewer](#)
- [Visual Studio Code](#)
- [Python](#)
- [Git](#)

**Brick Daemon**

**Brick Viewer**

**Visual Studio Code**

**Erweiterungen**

**Die Kommandozeile**

**Python**

**Virtuelle Python-Umgebungen**

**Externe Module installieren**

**Git**

**GitHub**

**Ein Repository klonen**

**Den lokalen Code aktualisieren**

## **Übungsaufgaben**

1. Verwendet den Brick Viewer und verbindet euch mit eurem Master Brick. Stellt sicher, dass die Verbindung funktioniert:
  - a. Öffnet den Tab für die RGB LED und erkundet die verfügbaren Funktionen.
  - b. Testet den Farbsensor, indem ihr seine Reaktionen unter verschiedenen Lichtverhältnissen beobachtet.
  - c. Ermittelt die eindeutige Identifikationsnummer (UID) für jeden eurer Sensoren im Brick Viewer.
2. Startet das Visual Studio Code und öffnet dort ein neues Terminalfenster:
  - a. Wechselt über die Kommandozeile in ein Verzeichnis eurer Wahl und klont das GitHub-Repository mit dem Beispielcode für dieses Buch mittels des `git`-Befehls.
  - b. Erstellt eine neue virtuelle Python-Umgebung im Ordner `.env` und aktiviert diese. Installiert die für den Beispielcode benötigen Python-Module `tinkerforge` und `pyyaml`.

# **Teil I.**

# **Probleme**

# 1. Problemlösung

## Zusammenfassung

Wir beginnen das Buch im ersten Kapitel, indem wir den wichtigsten Aspekt für die Nutzung von Computern genauer beleuchten – das Lösen von Problemen. Konkret suchen wir Antworten auf die folgenden Fragen:

- Welches Vorgehen eignet sich für die systematische Lösung von Problemen?
- Warum sind Computer besonders gut geeignet, um bestimmte Probleme zu lösen?
- Was ist das EVA-Modell und wie hilft es uns, Probleme für Computer darzustellen?
- Welche Problemlösungsstrategien können wir anwenden?

### 1.1. Welche Schritte führen zu einer Lösung ?

Pólya und Conway (2004) beschreiben in ihrem Aufsatz *How to Solve It* einen weit verbreiteten Ansatz zur Problemlösung. Dieser basiert auf vier Schritten, die als wiederkehrender Kreislauf angewendet werden können und sollten. Obwohl Pólya und Conway (2004) diesen Ansatz ursprünglich für mathematische Probleme entwickelten, lässt er sich auch auf andere Bereiche – insbesondere die Informatik – übertragen. Folgende Schritte beschreiben beide in ihrem Aufsatz:

1. Das Problem verstehen
2. Einen Plan zur Lösung erstellen
3. Den Plan umsetzen
4. Die Lösung reflektieren und verbessern

Während alle wichtig sind, konzentrieren wir uns in diesem Kapitel auf den ersten Schritt: das Problem zu verstehen. Bei der Lösung eines Problems mithilfe eines Computers müssen wir diesen Schritt in zwei Stufen unterteilen. Die erste Stufe beinhaltet eine gründliche Auseinandersetzung mit dem Problem in der realen Welt, um dessen Kern zu erfassen. Diese Grundvoraussetzung wird oft vernachlässigt. Erst wenn ein klares Verständnis des Problems vorhanden ist, können wir zur zweiten Stufe übergehen: der Übersetzung des Problems in ein Modell, das die computerrelevanten Aspekte des Problems erfasst und beschreibt. Wir führen dafür gleich das EVA-Modell ein Kapitel [1.3](#).

Der zweite Schritt im Ansatz von Pólya und Conway (2004) ist die Erstellung eines Plans für die Lösung des Problems. In der Informatik besteht dieser Plan aus einer Reihe von Anweisungen, die in einer bestimmten Reihenfolge ausgeführt werden müssen. Dies lässt sich gut mit einer Wegbeschreibung vergleichen: "Fahre 500 Meter geradeaus, biege an der Kreuzung links ab, fahre bis zum zweiten Kreisverkehr und nimm dort die zweite Ausfahrt. Nach 200 Metern findest du dein Ziel auf der linken Seite." Eine solche schrittweise Anleitung nennen wir in der Informatik Algorithmus – wir lernen dazu mehr in Kapitel 2.

Nachdem wir einen Plan zur Lösung des Problems erarbeitet und in geeigneter Form aufgeschrieben haben, müssen wir ihn im dritten Schritt umsetzen. In der Informatik bedeutet dies, den Lösungsweg einem Computer beizubringen. Dies erreichen wir durch das Schreiben eines Programms in einer Programmiersprache wie etwa Python. Das Programmieren zu erlernen ist eines der Ziele dieses Buches, und wir kommen darauf in vielen Kapiteln zurück.

Es wäre überraschend, wenn wir an unserer Lösung keine Verbesserungsmöglichkeiten finden würden. Dies gilt besonders für die Informatik und unsere entwickelten Programme. Häufig entdecken wir Fehler, die wir beheben müssen, oder stoßen auf Sonderfälle des Problems, die wir im ersten Entwurf nicht bedacht haben. Da Informatiker meist Programme für andere Menschen entwickeln, erhalten wir von den Nutzern wertvolles Feedback mit konkreten Verbesserungsvorschlägen. Die Reflexion und Verbesserung unserer Lösung ist der letzte Schritt im Ansatz von Pólya und Conway (2004). Wie die Pfeile in Abbildung 1.1 zeigen, führt dieser letzte Schritt uns oft zurück zum ersten Schritt. Dadurch gewinnen wir ein tieferes Verständnis des Problems, was wiederum Änderungen am Plan und der Umsetzung erfordert. Gerade in der Softwareentwicklung ist man eigentlich nie wirklich fertig.

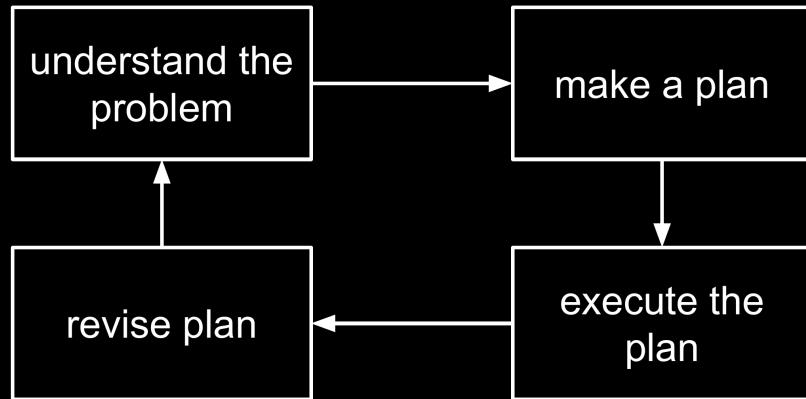
Bevor wir uns mit dem oben genannten EVA-Modell beschäftigen, das uns hilft, Probleme adäquat für Computer zu beschreiben, wollen wir einen kurzen Blick auf eine andere Frage werfen: Warum überhaupt Computer zur Problemlösung?

## 1.2. Warum sind Computer beim Lösen von Problemen nützlich?

Der wichtigste Grund für die Nutzung von Computern ist das Lösen von Problemen. Ob wir eine Route mit Google Maps planen, Online-Bestellungen bei DHL verfolgen oder eine KI wie ChatGPT um eine Empfehlung bitten – überall lösen Computer Probleme. Warum? Weil Computer zwei Eigenschaften besitzen, die für viele Probleme und deren Lösung vorteilhaft sind:

1. Computer machen keine Fehler. Wenn wir einem Computer einen Lösungsweg beibringen, wendet er ihn fehlerfrei auf neue Probleme an.
2. Computer sind unglaublich schnell. Ob einfache Schritte, komplexe Berechnungen oder die Verarbeitung großer Datenmengen – Computer lösen Probleme in einem Bruchteil der Zeit, die wir Menschen benötigen würden.

## Polya's approach to problem-solving



%%problem\_solving\_polya%%

Abbildung 1.1.: Der Ansatz von Polya zum Lösen von Problemen.

Diese beiden Eigenschaften ermöglichen es uns, mit Computern besonders solche Probleme effizient zu lösen, die wiederkehrend und in großer Zahl auftreten. Wir sprechen dann von **Automatisierung**.

In diesem Kapitel lernen wir, wie Computer Probleme strukturieren und lösen. Um den Begriff des Problems besser zu verstehen und seine Bedeutung im Kontext von Computern einzugrenzen, führen wir zunächst ein einfaches Modell ein.

### 1.3. Wie stellen wir Probleme für Computer dar?

Das LiFi-Projekt stellt eine komplexe Herausforderung dar. Beim Lesen der Ziele und Fragestellungen des [LiFi-Projekts](#) kann man sich überfordert fühlen. Die zentrale Frage lautet: Wie nähern wir uns dieser Aufgabe systematisch an?

Ein bewährter Ansatz für komplexe Situationen ist die Vereinfachung. Auch wenn wir das Problem selbst nicht vereinfachen können, können wir es durch eine strukturierte Herangehensweise besser verstehen und handhabbarer machen. Die Verwendung von Modellen ist dafür ein geeigneter Weg.

Modelle zielen darauf ab, die wesentlichen Aspekte der realen Welt hervorzuheben und unwichtige Details auszublenden. Da dies zunächst abstrakt klingen mag, werden wir es anhand

eines Modells veranschaulichen, das uns durch das gesamte Buch begleiten wird: das Eingabe-Verarbeitung-Ausgabe-Modell, kurz EVA-Modell.

### 1.3.1. Das Eingabe-Verarbeitung-Ausgabe-Modell

Das Eingabe-Verarbeitung-Ausgabe-Modell (EVA-Modell, s. Abbildung 1.2) ist ein wichtiges Modell in der Informatik. Es erklärt die Arbeitsweise von Computern auf vereinfachte Weise und beinhaltet nur die nötigsten Elemente. Konkret zeigt das Modell, wie Computer Probleme lösen und welche drei Elemente wir dabei betrachten müssen: Computer benötigen (1) **Eingabedaten**, die sie durch einen definierten (2) **Verarbeitungsprozess** in gewünschte (3) **Ausgabedaten** umwandeln.

Das EVA-Modell beschreibt ein Problem und dessen Lösung durch drei Komponenten: die Eingabe (*Input*), die der Computer erhält, die Verarbeitung (*Computation*), die er mit diesen Daten durchführt, und die Ausgabe (*Output*), die er als Ergebnis liefert. Wenn wir diese drei Komponenten beschreiben können, haben wir die für den Computer relevanten Aspekte des Problems erfasst – alles andere ist unwichtig.

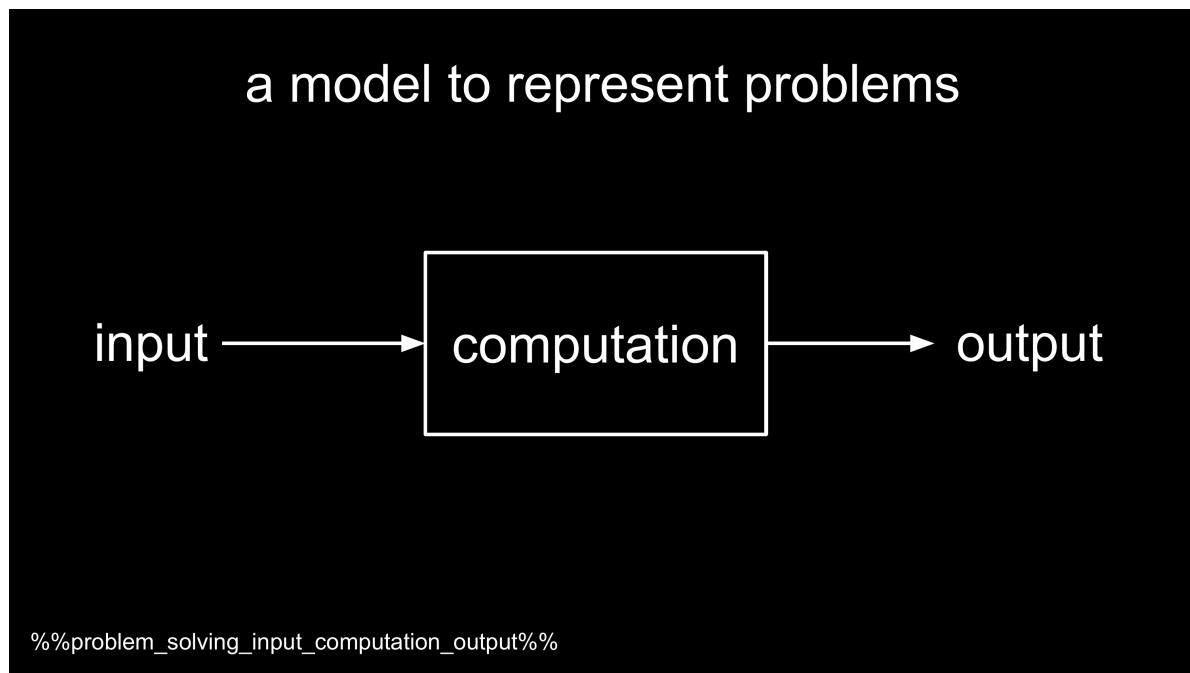
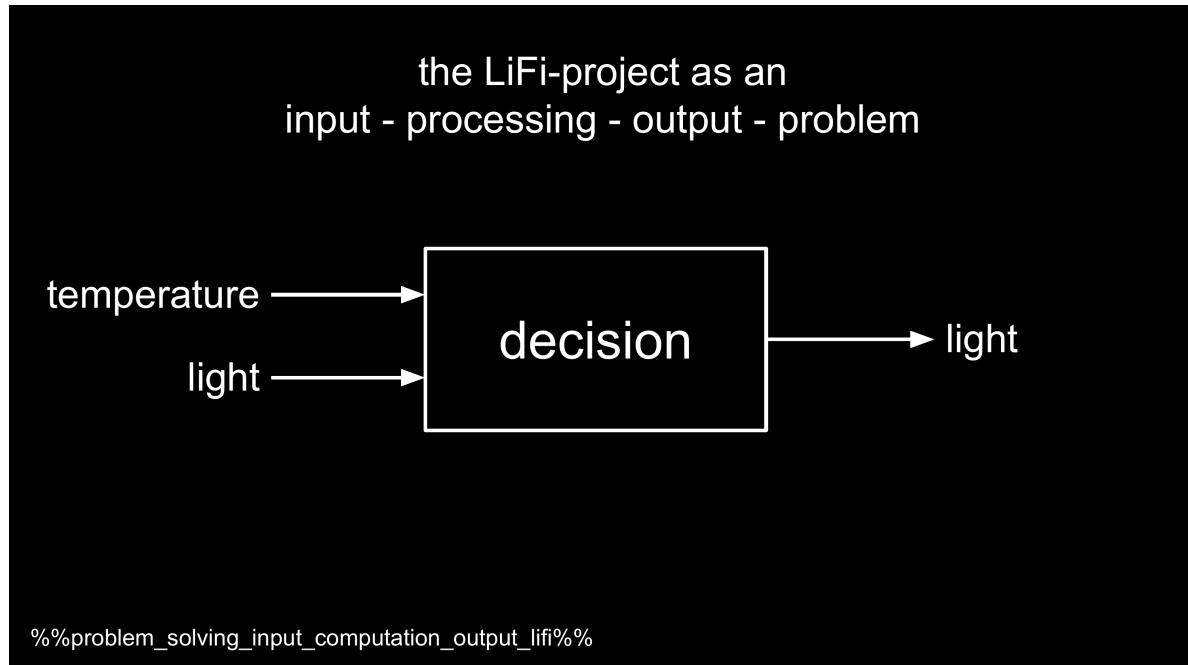


Abbildung 1.2.: Das EVA-Modell besteht aus der Eingabe, der Berechnung und der Ausgabe.

Wenden wir das EVA-Modell auf das LiFi-Projekt an. Das LiFi-Gerät soll verschiedene Daten erfassen: Lichtsignale von einem anderen LiFi-Gerät und die Temperatur des eigenen Sensors. Basierend auf diesen Daten trifft es eine Entscheidung. Anschließend kommuniziert es diese

Entscheidung zusammen mit den erfassten Temperaturdaten über Lichtsignale an das nächste Gerät. Zwar ist jeder dieser Teilschritte für sich genommen komplex und erfordert eine eigene Lösung. Dennoch können wir das EVA-Modell nutzen, um das LiFi-Projekt als Ganzes darzustellen, indem wir von den Details der einzelnen Schritte abstrahieren:



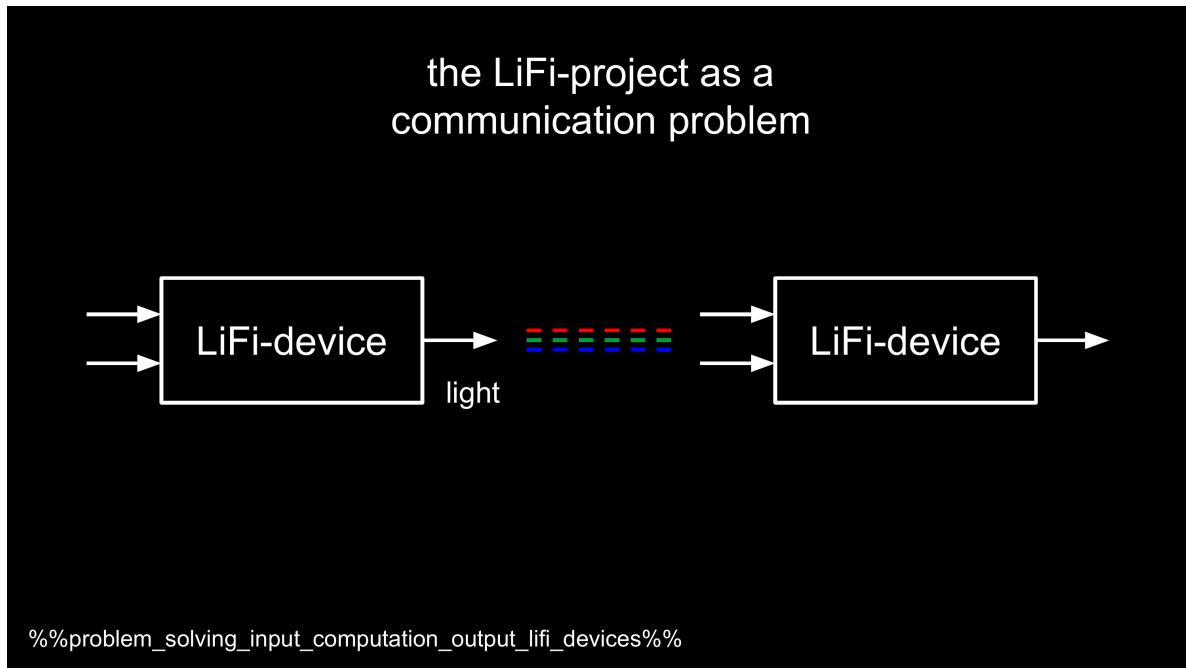
Was haben wir nun dadurch gewonnen, dass wir das EVA-Modell angewendet haben? Wir können uns nun auf die einzelnen Elemente konzentrieren und diese getrennt voneinander betrachten. Damit zerlegen wir das große, überfordernde Problem in kleinere Teile und machen es dadurch besser beherrschbar.

Bei den Eingaben müssen wir uns fragen, wie diese konkret aussehen und erfasst werden. Dabei geht es vor allem darum, in welcher Form die Eingaben dem Computer vorliegen müssen, damit er sie verarbeiten kann. Wie werden Lichtsignale im Computer dargestellt? Wie wird die physikalische Größe der Umgebungstemperatur in eine computerverständliche Form umgewandelt, und wie sieht diese aus? Es geht also um die **Repräsentation von Informationen**.

Sobald wir die Darstellung der Eingaben geklärt haben, können wir diese als Grundlage für die Verarbeitung nutzen. Wie muss ein Programm aussehen, das auf Basis der Eingabedaten die richtige Entscheidung trifft? Welche Schritte sind notwendig? Welche Prüfungen muss das Programm durchführen? Bei diesem Schritt geht es folglich um die **Verarbeitung von Informationen**.

Schließlich müssen wir die Form der Ausgabe festlegen. Wie soll das Verarbeitungsergebnis konkret aussehen? Da wir für die Kommunikation wieder Lichtsignale verwenden, geht es auch bei der Ausgabe um die **Repräsentation von Informationen**.

Wir können die Perspektive auf eine geräteübergreifende LiFi-Sicht erweitern. Dann kommt neben der Repräsentation von Informationen ein weiterer Aspekt hinzu: Die **Kommunikation von Informationen**. Wie übertragen wir die Informationen vom ersten LiFi-Gerät zum nächsten?



Vielleicht ist dir aufgefallen, dass die Struktur des gesamten Buches an den gerade identifizierten, übergeordneten Problemstellungen ausgerichtet ist. Wir befinden uns gerade im [ersten Teil](#) und sprechen darüber, wie wir Probleme im Computer darstellen. Im [zweiten Teil des Buches](#) lernen wir, wie Computer ganz unterschiedliche Informationen repräsentieren können, damit sie für die Lösung des Problems verwendet werden können. Im [dritten Teil](#) beschäftigen wir uns damit, wie Computer Informationen verarbeiten. Der [vierte und letzte Teil](#) führt uns in wichtige Konzepte der Kommunikation mittels Computern und Netzwerken ein.

#### 1.3.1.1. Beispiel: Taschenrechner

Am Beispiel eines Taschenrechners lässt sich das EVA-Modell gut darstellen. Wir können uns bildlich vorstellen, wie ein Mensch die Eingabe tätigt und danach das Ergebnis abliest. Es

ist wichtig zu verstehen, dass Eingabe und Ausgabe sehr unterschiedliche Formen annehmen können und keinesfalls nur über eine Tastatur erfolgen müssen.

Das Beispiel des Taschenrechners wird in Abbildung 1.3 anhand einer einfachen Addition zweier Zahlen konkreter verdeutlicht. Als Eingabe werden zwei Zahlen benötigt, die Berechnung erfolgt durch eine Addition, dargestellt durch das Plussymbol. Die Ausgabe ist das Ergebnis – die Summe.

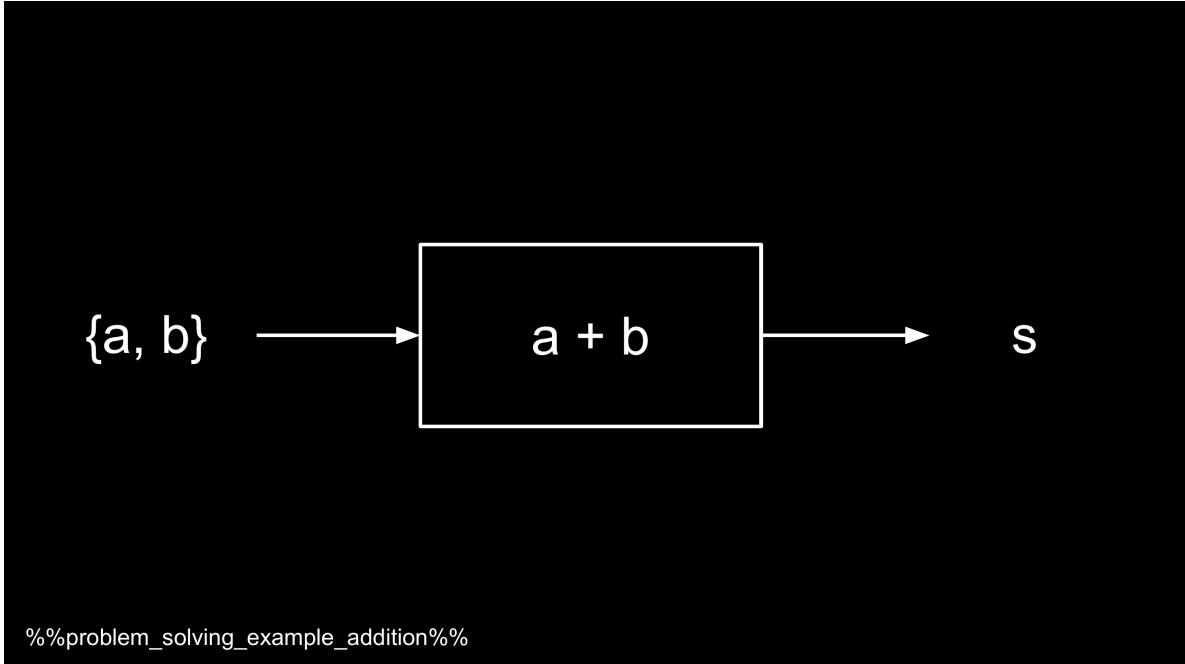


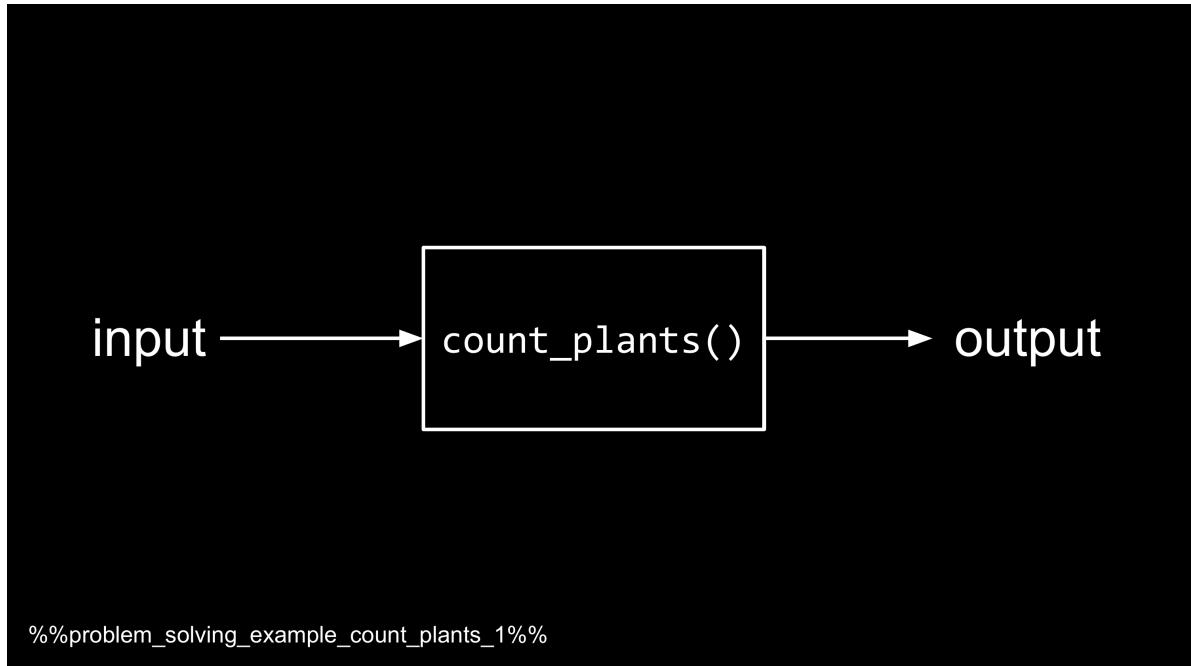
Abbildung 1.3.: Das EVA-Modell für die Addition zweier Zahlen.

Dieses einfache Beispiel zeigt, dass wir verstehen müssen, wie Computer die drei Bestandteile des EVA-Modells umsetzen. Beim Taschenrechner sind Ein- und Ausgabe jeweils Zahlen. Diese Daten speichert der Computer in seinem Arbeitsspeicher. Dabei ist wichtig zu wissen, dass Computer auf der untersten Ebene ausschließlich Nullen und Einsen speichern. Wir müssen also verstehen, wie Computer Zahlen mithilfe dieser Binärzahlen darstellen können.

Was passiert bei der Berechnung in der Mitte des Modells? Eine Addition mag uns einfach erscheinen, doch auch hier müssen wir beachten, dass Computer mit Binärzahlen arbeiten. Es stellt sich also die Frage: Wie funktioniert eine Addition, wenn die Zahlen als Folge von Nullen und Einsen dargestellt sind? Auf die beiden Fragen zur **Repräsentation und der Verarbeitung von Informationen** im binären System werden wir im Laufe des Buches Antworten bekommen.

### 1.3.1.2. Beispiel: Pflanzen zählen

Betrachten wir ein weiteres Beispiel: Stell dir vor, du möchtest einen Computer nutzen, um Maispflanzen auf einer Dronenaufnahme eines Ackers zu zählen. Diese Aufgabe ist für Menschen zwar einfach zu verstehen, wäre aber sehr zeitaufwändig auszuführen. Moderne Algorithmen ermöglichen es Computern, Objekte auf Bildern präzise zu lokalisieren und zu zählen. Nehmen wir an, wir haben für dieses Problem bereits eine Lösung entwickelt und ein Programm namens `count_plants` erstellt. Nun stellt sich die Frage: Wie sehen die Eingabe und die Ausgabe für dieses Problem aus? Was benötigt das Programm von uns, und was liefert es als Ergebnis?



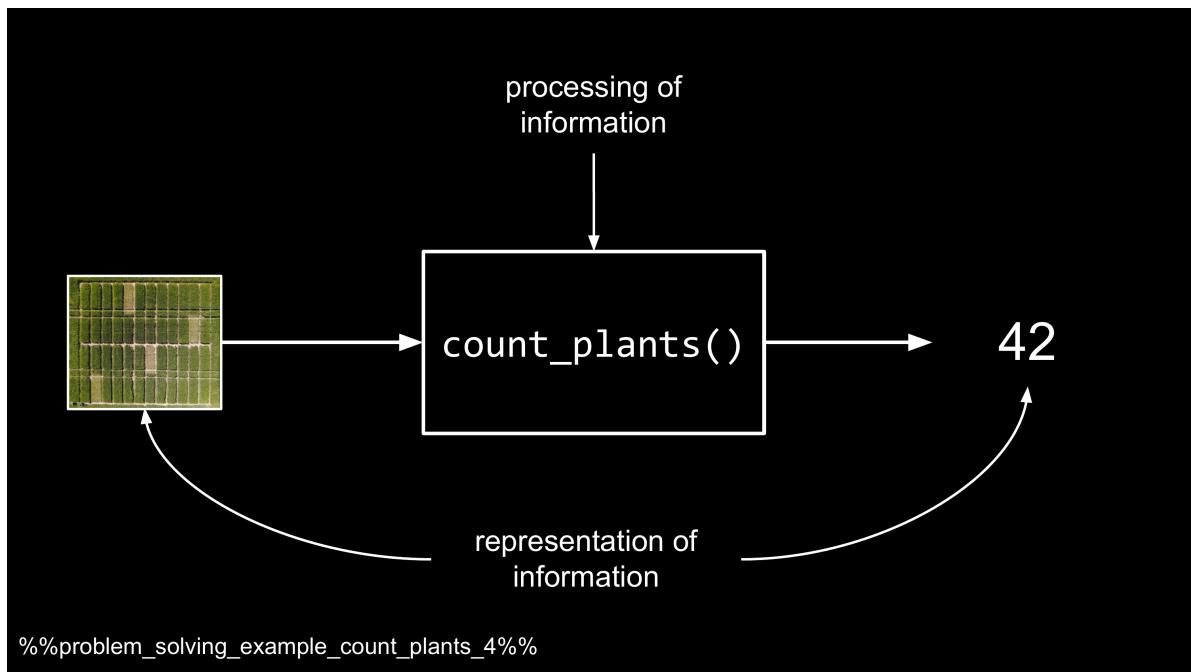
Die erwartete **Ausgabe** lässt sich einfach beschreiben: Das Ergebnis der Zählung ist eine ganze Zahl. Die **Eingabe** für dieses Problem ist - anders als beim Taschenrechner - kein Tastendruck, sondern ein Bild. Damit der Computer das Bild verarbeiten kann, muss es dem Computer in digitaler Form bereitgestellt werden. Was das genau bedeutet, lernen wir in einem späteren Kapitel. Hier genügt es uns zu verstehen, *dass* wir das Bild digital abbilden müssen.



42

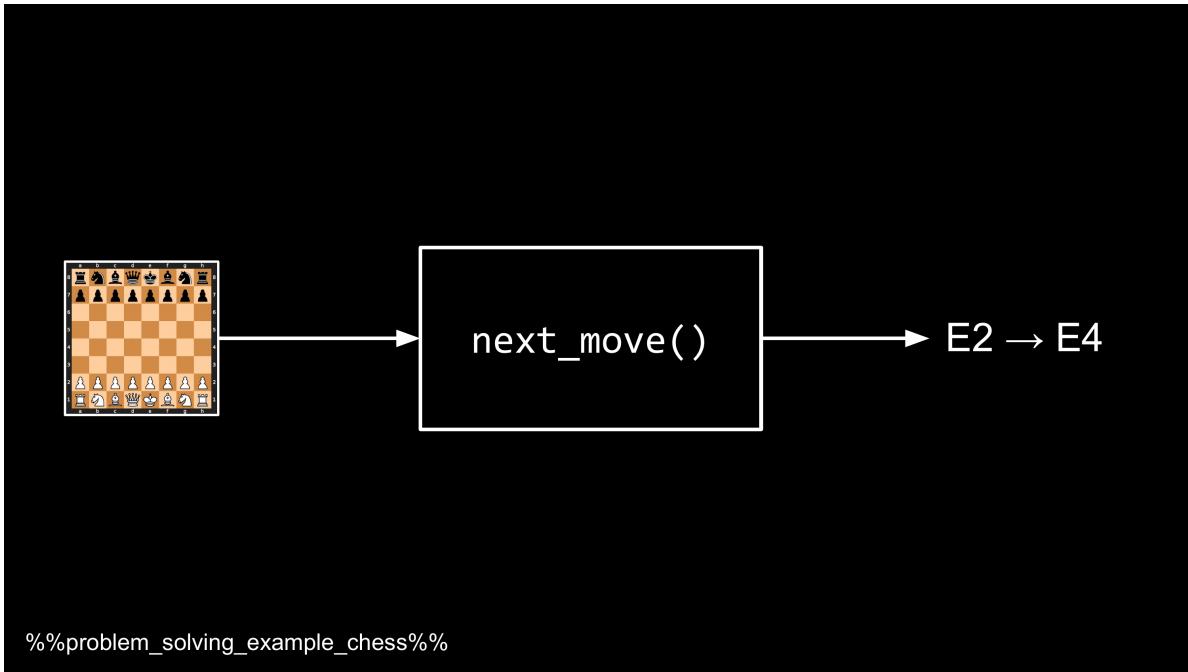
```
%%problem_solving_example_count_plants_3%%
```

Wie gelangt das Bild in den Computer? Dies ist im Modell nicht näher definiert und für die Problembeschreibung auch nicht wesentlich. Das Bild muss lediglich irgendwie in den Arbeitsspeicher des Programms `count_plants` gelangen. Dies kann auf verschiedene Arten geschehen: Es kann von der Festplatte gelesen werden, über eine drahtlose Verbindung wie Bluetooth direkt übertragen und verarbeitet werden, oder das Programm `count_plants` läuft direkt auf der Drohne und greift unmittelbar auf deren Kamera zu. Die technische Umsetzung ist für unser Modell zunächst irrelevant. In einem späteren Kapitel werden wir uns damit befassen, wie Informationen genau übertragen und gespeichert werden. Genauso werden wir lernen, wie die benötigten Informationen für die Ein- und Ausgabe eines Programms in digitaler Form dargestellt werden können.



### 1.3.1.3. Beispiel: Schach spielen

Ein weiteres Beispiel zur Verdeutlichung des EVA-Modells ist das Schachspiel. Das Problem lässt sich einfach beschreiben: Der Computer soll auf Grundlage einer bestehenden Spiel situation den bestmöglichen nächsten Zug vorschlagen. Dieser Zug soll die Gewinnchancen maximieren.



Betrachten wir zunächst die Eingabe für dieses Problem: Wir können dem Computer nicht einfach ein physisches Schachbrett zeigen, sondern müssen überlegen, wie sich ein Schachbrett und die Position der Figuren in digitaler Form darstellen lassen. Dabei kann es durchaus mehrere Möglichkeiten geben, die uns ans Ziel führen.

Ein Schachbrett lässt sich etwa als Liste von 64 Feldern darstellen, die von oben links nach unten rechts durchnummieriert sind. Für jedes Feld speichern wir, ob es leer ist oder welche Figur darauf steht. Die Figuren werden durch Buchstaben dargestellt – zum Beispiel “R” für den Turm (Englisch: Rook) oder “N” für den Springer (Englisch: Knight). Für die Farben Schwarz und Weiß verwenden wir einfach 0 und 1. Diese Darstellungsform reduziert unser Problem auf Listen, Zahlen und Buchstaben in digitaler Form. Für Computer ist das eine leicht zu verarbeitende Struktur, wie wir später noch sehen werden. Ein Beispiel für eine solche Kodierung zeigt Abbildung 1.4.

Die Ausgabe, also der nächste Zug, lässt sich ebenfalls durch Zahlen und Buchstaben darstellen. Eine weit verbreitete Notation gibt zunächst die Koordinate des Ausgangsfelds an, von dem eine Figur gezogen werden soll, gefolgt von der Koordinate des Zielfelds. Ein Beispiel wäre der Zug von “E2 nach E4”. Statt “E2” und “E4” könnten wir ebenso die entsprechende Zahl zwischen 1 und 64 aus unserer Liste verwenden, um mit dem obigen Schema konsistent zu bleiben. Der Zug hieße dann “53 nach 37”.

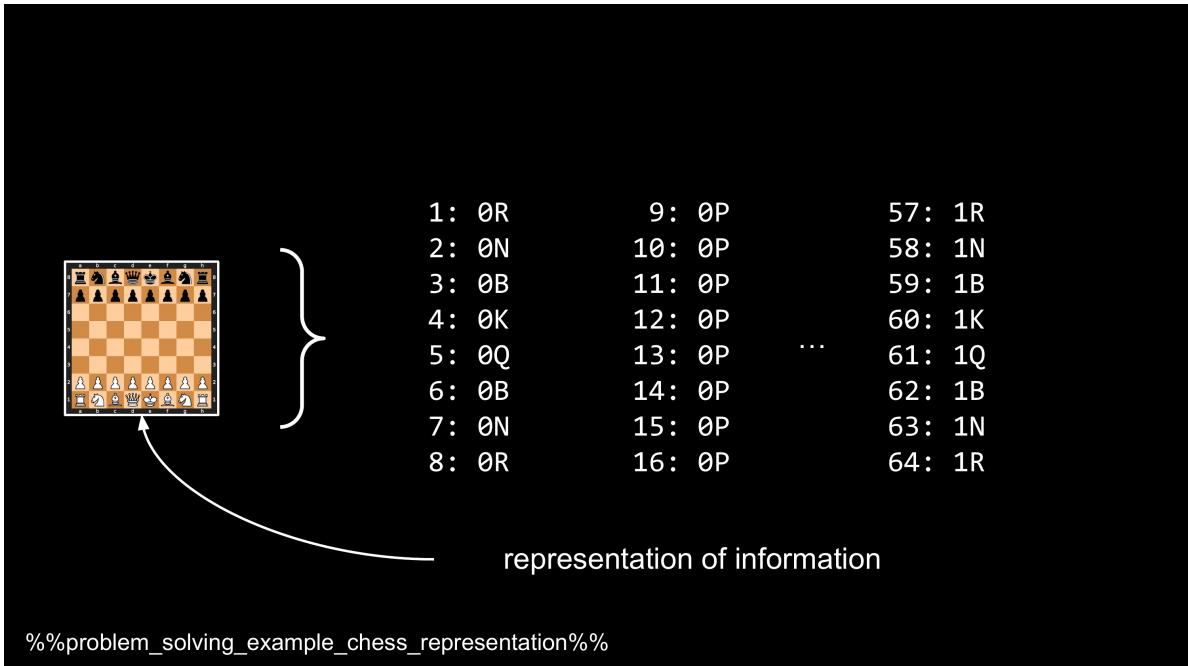


Abbildung 1.4.: Beispiel für die Darstellung von Schachfiguren als Zahlen und Buchstaben.

#### 1.3.1.4. Beispiel: Mit Computern chatten

Als drittes Beispiel betrachten wir die Verwendung von Chatprogrammen wie ChatGPT. Seit seiner Veröffentlichung im November 2022 hat es die Welt stark verändert und einen regelrechten KI-Hype ausgelöst. Ein großes Sprachmodell wie GPT-4, das hinter dem heutigen ChatGPT steckt, ist eine komplexe Software, die wir in diesem Buch nicht vollständig ergründen können. Das Schöne an Modellen wie dem EVA-Modell ist jedoch, dass sie komplexe Sachverhalte vereinfachen können – so auch bei Sprachmodellen. Das Problem, das Sprachmodelle lösen, lässt sich wie alle Probleme in unserem EVA-Modell einfach darstellen.

Dabei betrachten wir das Sprachmodell – oder ChatGPT – als Blackbox, ohne die internen Prozesse genauer zu definieren. Für unser Modell genügt es zu verstehen, dass wir eine Eingabe in Form einer Nachricht an ChatGPT benötigen und als Ausgabe eine Antwort erhalten. Auch hier stellt sich die Frage, wie wir beides digital repräsentieren können, damit ChatGPT damit arbeiten kann.

Klassischerweise bestehen sowohl Eingabe als auch Ausgabe einfach aus Texten – allerdings beherrschen moderne Sprachmodelle auch andere Eingabeformen wie Bilder oder gesprochene Sprache über ein Mikrofon. Wir sprechen dann von multimodalen KI-Modellen. Bei Bildern stehen wir vor demselben Repräsentationsproblem wie bei unserer Drohnenaufnahme. Bei der Sprache stellt sich neben der Repräsentation von Audioinhalten die Frage, wie wir gesprochene

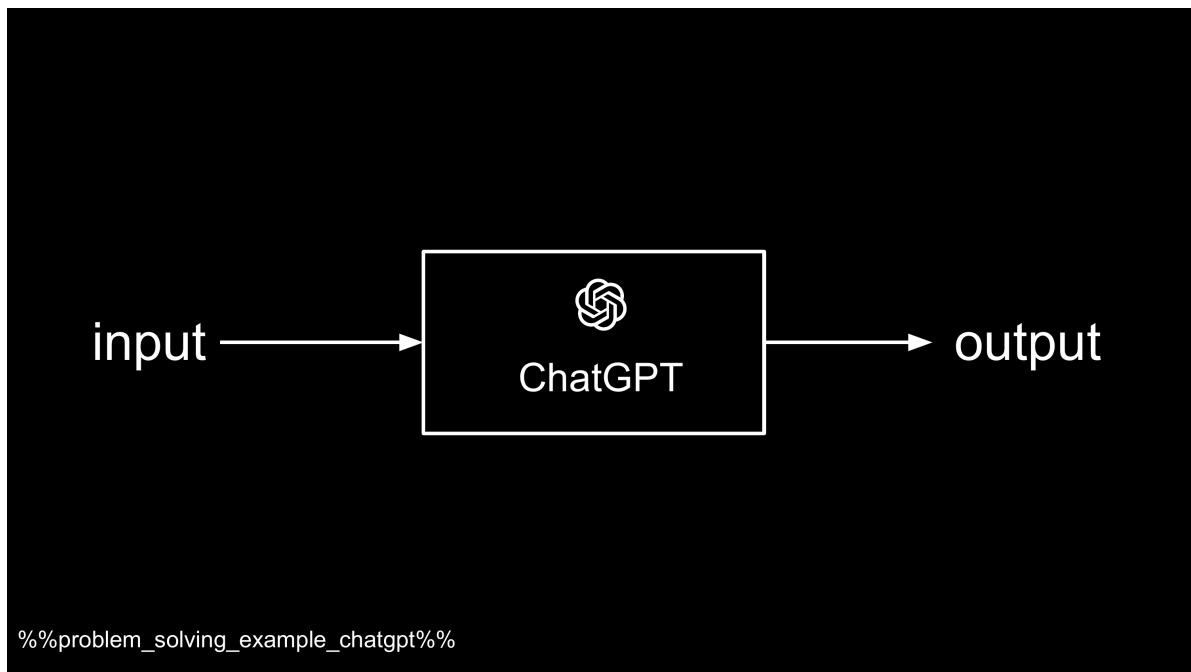


Abbildung 1.5.: ChatGPT im EVA-Modell.

Worte überhaupt in eine digitale Form überführen können. Auch dazu erfahren wir im späteren Verlauf des Buches mehr.

### 1.3.2. Die Lösung des Problems

Anhand des EVA-Modells wird deutlich, dass wir dem Computer Informationen in Form von digitalen Daten bereitstellen müssen, mit denen er arbeiten kann. Was aber genau soll er damit machen? Hier kommt der mittlere Kasten des Modells ins Spiel – die eigentliche Lösung des Problems.

## a model to represent problems



%%problem\_solving\_input\_solution\_output%%

In der Informatik nennen wir die Beschreibung zur Lösung eines Problems einen **Algorithmus**. Ein Algorithmus ist eine Schritt-für-Schritt-Anleitung zur Problemlösung und ist zunächst unabhängig von Computern. Das bedeutet, wir können die Lösung eines Problems ohne Bezug zu einem Computer beschreiben und nennen das einen Algorithmus.

Stellt euch dazu zum Beispiel eine IKEA-Aufbauanleitung vor. Sie beschreibt in sequenziellen Schritten, was zu tun ist, um das fertige Möbelstück zu bekommen. Die Eingabe besteht aus den mitgelieferten Teilen, Schrauben und dem benötigten Werkzeug für den Zusammenbau. Die Ausgabe ist das fertige Regal (oder ein anderes Möbelstück) – und das alles ganz ohne Computer.

Oder nehmt das Kochrezept eure Lieblingsessens. Auch ein Kochrezept ist ein Algorithmus: Die Eingabe besteht aus den Zutaten und Küchenutensilien, die Verarbeitung erfolgt durch die Schritt-für-Schritt-Anleitung, und die Ausgabe ist das fertige Gericht. Wie bei der IKEA-Anleitung ist der Algorithmus unabhängig von einem Computer – er beschreibt lediglich die Lösung des Problems “Wie koche ich dieses Gericht?”.

Zu Beginn des Kapitels haben wir festgestellt, dass Computer aufgrund ihrer Geschwindigkeit und Fehlerfreiheit besonders gut zur Problemlösung geeignet sind – insbesondere bei häufig wiederkehrenden Problemen. Die beiden genannten Beispiele, das IKEA-Regal und das Kochrezept, eignen sich allerdings nicht für eine direkte Umsetzung durch Computer. Der Grund liegt in den analogen Eingaben (Baumaterial, Kochzutaten) und Ausgaben (Möbelstück, fertige Mahlzeit). Diese kann ein Computer nicht unmittelbar verarbeiten. Dafür wären Roboter nötig, die mit der physischen Welt interagieren können. Eine solche Automatisierung lohnt sich

heute nur bei Aufgaben, die sehr häufig auftreten und ansonsten mit hohen Kosten verbunden sind – wie etwa in der Automobilindustrie, wo computergesteuerte Roboter in der Produktion zum Einsatz kommen.

Nehmen wir an, dass Haushaltsroboter in Zukunft erschwinglich werden und uns beim Kochen unseres Lieblingsgerichts helfen können. Wie vermitteln wir dann dem Roboter – im Grunde ein Computer mit Armen und Beinen – den Algorithmus für unser Rezept? Die Lösung liegt in der Programmierung: Wir erstellen ein **Programm** in einer computerverständlichen Sprache. Dieses Programm wandelt die Anweisungen aus unserem Kochbuch in Befehle um, die der Computer verstehen und ausführen kann. Genau genommen besteht ein Programm ebenfalls nur aus Informationen, und wir müssen herausfinden, wie wir diese Informationen digital darstellen können. Die Lösung besteht in der Verwendung einer **Programmiersprache** wie Python, die wir später kennenlernen werden.

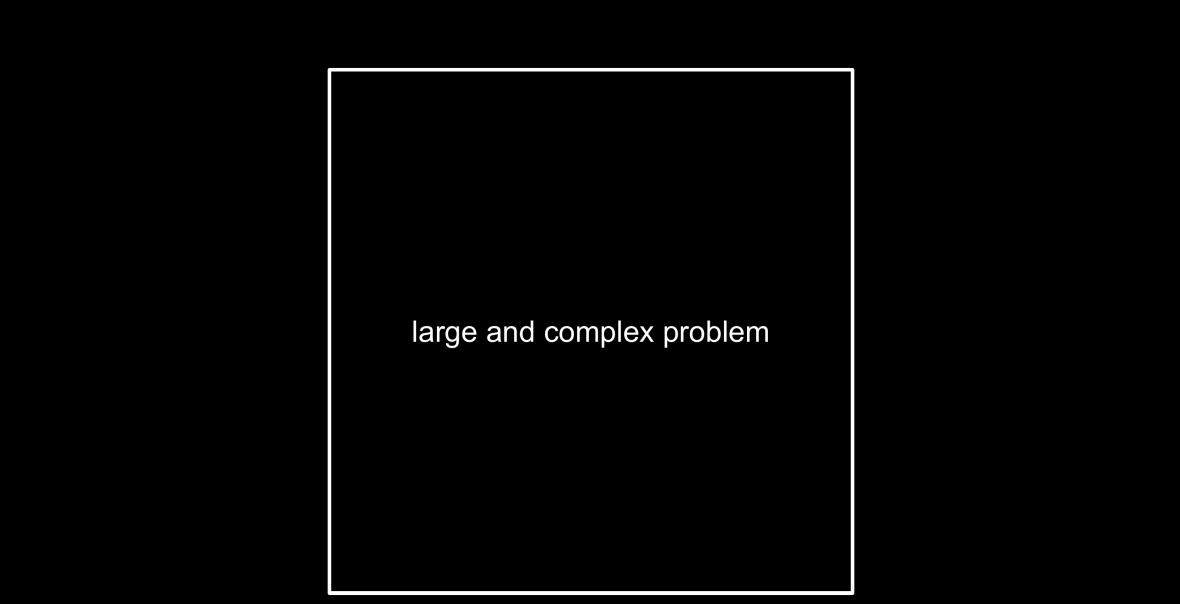
## 1.4. Welche Strategien helfen bei der Lösung von Problemen?

Die konkrete Lösung und der zugehörige Algorithmus sehen für jedes Problem unterschiedlich aus. Das Erkennen von Pflanzen folgt einer anderen Logik als die Entscheidung, welche Schachfigur als nächstes gezogen werden soll. Dennoch gibt es universelle Lösungsstrategien, die auf viele Probleme anwendbar sind, um sie möglichst effizient zu lösen. Im Folgenden betrachten wir drei dieser Strategien.

### 1.4.1. Problemzerlegung (*Problem Decomposition*)

Eine universelle Strategie zur Lösung komplexer Probleme ist die Zerlegung in kleinere Schritte oder Teilprobleme. Jedes dieser Teilprobleme ist unterschiedlich und erfordert einen spezifischen Lösungsansatz. Nehmen wir als Beispiel das Zählen von Pflanzen auf einer Drohnenaufnahme. Dieses komplexe Problem lässt sich, ausgehend von der Eingabe – dem digitalen Bild – in drei Teilprobleme zerlegen:

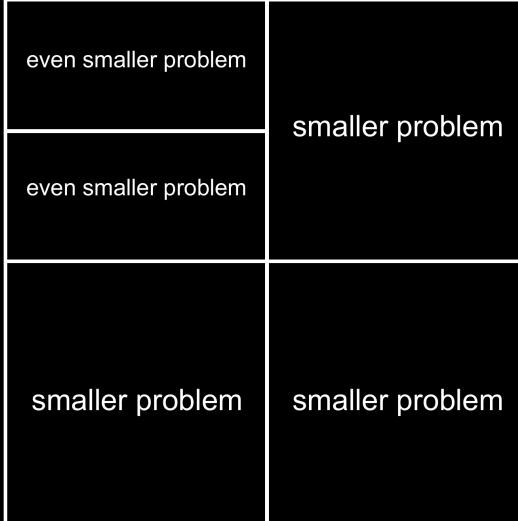
1. Pflanzen auf dem Bild lokalisieren
2. Lokalisierte Pflanzen klassifizieren: Maispflanze oder nicht?
3. Identifizierte Maispflanzen zählen



large and complex problem

```
%%problem_solving_large_complex_problem%%
```

Jedes dieser Teilprobleme erfordert einen eigenen Algorithmus. Dabei ist es möglich, die Teilprobleme noch weiter zu zerlegen, um sie besser bearbeiten zu können.



```
%%problem_solving_even_smaller_problems%%
```

Die Identifizierung sinnvoller Teilprobleme erfordert ein ausgeprägtes analytisches Denkvermögen. Dies ist besonders wichtig im Umgang mit Computern. Wie wir beim Erlernen der Programmierung sehen werden, ist die Zerlegung eines Problems in kleine, lösbare Schritte der Schlüssel zur Beherrschung seiner Komplexität.

#### 1.4.2. Teile und Herrsche (*Divide and Conquer*)

Die “Teile und Herrsche”-Strategie ist ein Ansatz zur Lösung komplexer Probleme, bei dem wir das Hauptproblem schrittweise in immer kleinere Teilprobleme zerlegen, bis diese einfach zu lösen sind. Dabei gehen wir rekursiv vor: Wir teilen das ursprüngliche Problem in kleinere Teile, diese kleineren Probleme wiederum in noch kleinere Teile und so weiter. Die Rekursion endet, wenn die Probleme so klein sind, dass sie sich nicht weiter aufteilen lassen und die Lösung direkt ersichtlich ist.

Anders als bei der Problemzerlegung sind die Teilprobleme beim Divide and Conquer-Ansatz dadurch gleichartig und stellen nur kleinere Instanzen des ursprünglichen Problems dar. Die einzelnen Lösungen für jedes Teilproblem werden dann schrittweise wieder zusammengeführt, um die Gesamtlösung zu erhalten. Ein klassisches Beispiel ist die Sortierung einer langen Liste von Zahlen: Wir teilen die Liste immer wieder in der Mitte, bis nur noch einzelne Zahlen übrig sind, und fügen diese dann in sortierter Reihenfolge wieder zusammen.

Ein anderes Beispiel ist die binäre Suche in einer sortierten Liste. Hier betrachten wir das Element in der Mitte der Liste und vergleichen es mit dem gesuchten Element. Da die Liste sortiert ist, können wir entscheiden, in welchem Teil der Liste wir weitersuchen müssen. Im zweiten Schritt suchen wir nur in diesem Teil weiter und haben damit das Problem halbiert. Die Natur des Problems bleibt dabei gleich, und wir können erneut genauso verfahren – so lange, bis wir nur noch ein Element übrig haben, das entweder das gesuchte Element ist oder nicht.

```

binary search           67 != 41
                        ↓
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,
43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

```

%%problem\_solving\_67\_prime\_number\_binary\_search\_2%%

#### 1.4.3. Verteile und Parallelisiere (*Distribute and Parallelize*)

Manche Probleme lassen sich effizienter lösen, wenn mehrere Personen gleichzeitig daran arbeiten. Anstatt eine einzelne Person mit der gesamten Aufgabe zu betrauen, verteilen wir die Arbeit auf mehrere Schultern und arbeiten parallel an der Lösung. Allerdings eignet sich nicht jedes Problem für diesen Ansatz.

Ein gutes Beispiel ist das Aufräumen eines Zimmers: Eine einzelne Person müsste nacheinander verschiedene Bereiche aufräumen, während mehrere Personen gleichzeitig unterschiedliche Ecken des Raums in Angriff nehmen können. Je größer das Zimmer, desto mehr Personen werden benötigt, um es in der gleichen Zeit aufzuräumen. Ein Gegenbeispiel, bei dem diese Strategie nicht funktioniert, ist das Lösen einer mathematischen Gleichung. Hier müssen die einzelnen Rechenschritte aufeinander aufbauen, weshalb das Problem nicht gleichzeitig an mehrere Personen übergeben werden kann, die unabhängig daran arbeiten.

Die Strategie des Verteilens und Parallelisierens – im Englischen *Distribute and Parallelize* – funktioniert nach einem klaren Prinzip: Wir zerlegen ein großes Problem in Teile, die unabhängig voneinander gelöst werden können. Diese Teile weisen wir dann verschiedenen Ressourcen zu – zum Beispiel mehreren Personen oder Computern. Jede Ressource arbeitet an ihrem Teilproblem und erzeugt ein eigenes Ergebnis. Dabei gehen wir davon aus, dass sich alle Teilergebnisse am Ende zu einer Gesamtlösung zusammenfügen lassen. Ähnlich wie beim Divide and Conquer-Ansatz sind die Teilprobleme meist gleichartig.

Um dieses Konzept greifbar zu machen, schauen wir uns ein konkretes Beispiel an, das wir mit dem EVA-Modell analysieren: das Zählen aller Wörter in einem Buch.

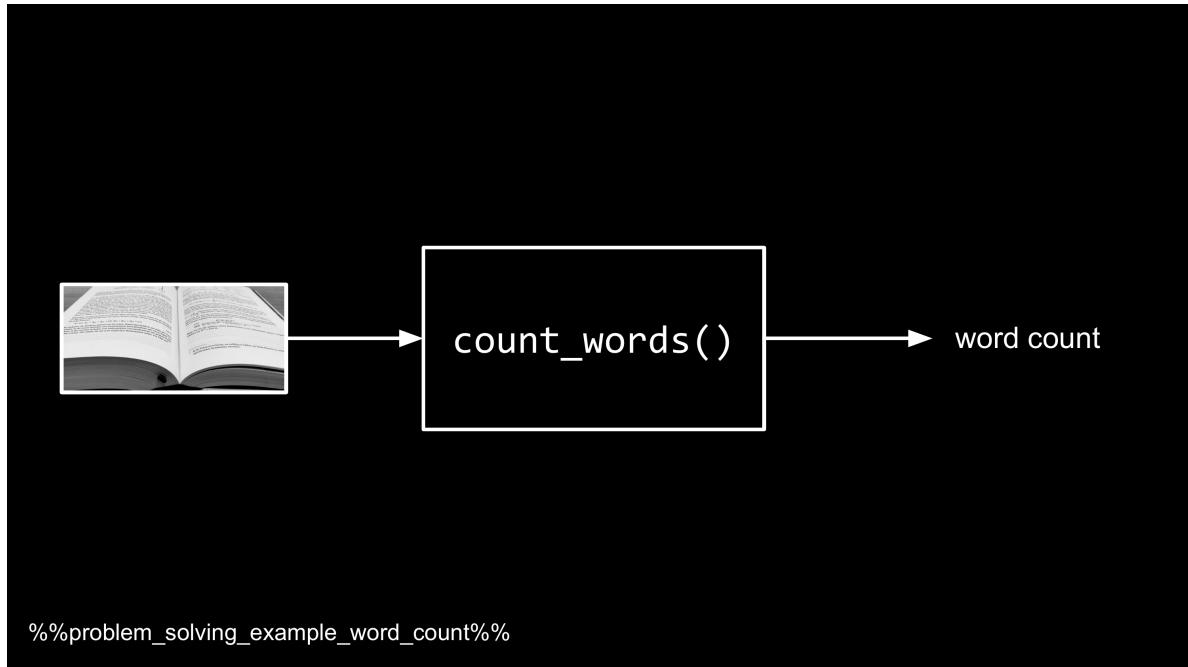


Abbildung 1.6.: Das Wörterzählen-Problem im EVA-Modell

Je nach Umfang des Buches kann dies eine mühsame Aufgabe sein, besonders für Menschen. Ein Computer bewältigt ein einzelnes Buch dank seiner hohen Verarbeitungsgeschwindigkeit problemlos. Allerdings lässt sich das Problem beliebig erweitern – etwa wenn wir statt eines Buches alle Texte im Internet oder sämtliche Wikipedia-Artikel analysieren möchten. In solchen Fällen wird die Aufgabe auch für Computer aufwendig und zeitintensiv. Eine Lösung besteht darin, mehrere Computer parallel einzusetzen.

In Abbildung 1.7 sehen wir beispielhaft die Verteilung der Buchseiten auf vier Studenten. Jeder erhält einen gleichen Anteil, wodurch sich die Bearbeitungszeit im Optimalfall auf ein Viertel reduziert. Bei Computern können wir analog vorgehen und mehrere Rechner gleichzeitig mit Teilen der Seiten betrauen. Diese Rechner werden in einem Netzwerk verbunden und von einem zentralen Computer gesteuert, der die Teilergebnisse am Ende zusammenführt. Ein solches System nennen wir Rechencluster, bestehend aus Arbeitern – den *Worker Nodes* – sowie einer Steuereinheit, die in solchen Systemen als *Driver* oder *Name Node* bezeichnet wird.

Durch die Verteilung und parallele Ausführung kann das EVA-Modell wie in Abbildung 1.8 angepasst und detaillierter dargestellt werden. Statt eines einzelnen Prozesses `count_words` laufen nun  $n$  parallele Prozesse, die jeweils einen Teil des Buches durchsuchen. Die Aufteilung

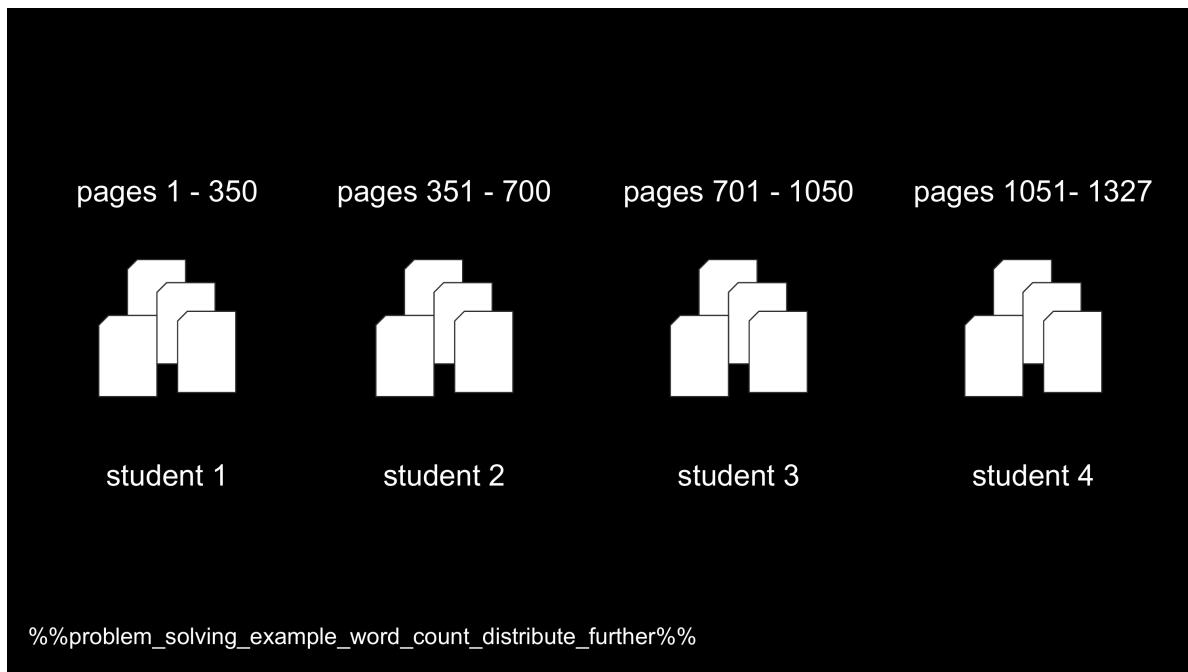


Abbildung 1.7.: Verteiltes Wörterzählen

erfolgt zu Beginn durch den `split`-Prozess, während das Zusammenführen der Teilergebnisse – in diesem Fall das Addieren der Teilsummen – durch den `merge`-Schritt erfolgt.

In diesem Kapitel haben wir uns mit dem EVA-Modell auseinandergesetzt - einem fundamentalen Konzept für die computergestützte Problemlösung. Dieses Modell bietet uns einen strukturierten Rahmen, der aus drei wesentlichen Komponenten besteht:

- **Eingabe (E):** Die zu verarbeitenden Daten oder Informationen
- **Verarbeitung (V):** Der Kern der Problemlösung durch Algorithmen
- **Ausgabe (A):** Das Ergebnis der Verarbeitung in nutzbarer Form

Die Verarbeitung als zentrales Element des Modells ist dabei der Ort, an dem die eigentliche Problemlösung stattfindet. Hier kommen Algorithmen zum Einsatz - präzise Handlungsanweisungen, die Schritt für Schritt zur Lösung führen. Die genaue Natur dieser Algorithmen, ihre charakteristischen Eigenschaften und wie wir sie entwickeln können, werden wir im nächsten Kapitel detailliert betrachten.

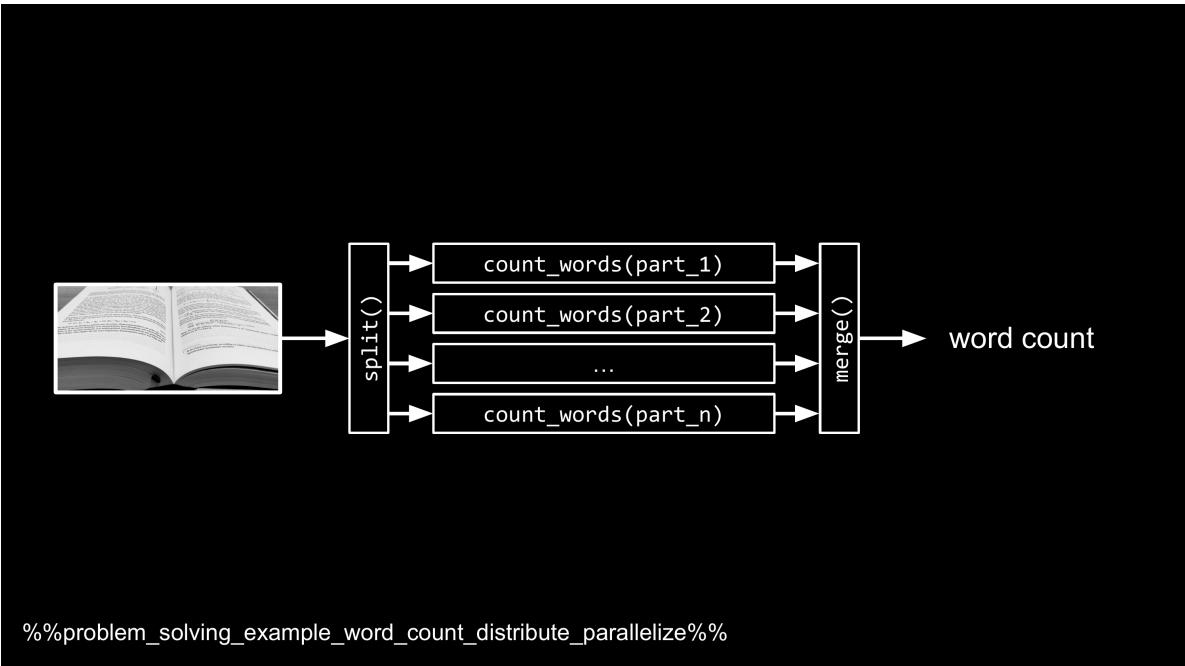


Abbildung 1.8.: Das parallelisierte Wörterzählen im EVA-Modell

## Übungsaufgaben

1. Formuliert drei weitere Probleme nach dem vorgestellten EVA-Modell zur Problemlösung mit digitalen Computern. Beschreibt für jedes Problem die Eingabe, die Lösung und die Ausgabe.
2. Welche Herausforderungen entstehen, wenn wir ein Problem aus der analogen Welt mit einem Computer lösen möchten?
3. Überlegt für jedes der folgenden Probleme, wie ihr es in sinnvolle Teilprobleme im Sinne der Problemzerlegungsstrategie aufteilen könntet:
  - a. Die Prüfung im Fach Wirtschaftsinformatik erfolgreich bestehen
  - b. Ein Haus bauen
  - c. Einen Marathon laufen
  - d. Eine Weltreise planen
  - e. Eine Party organisieren
4. Analysiert die folgenden Probleme und untersucht, welche sich davon in Teilprobleme zerlegen lassen, die parallel gelöst werden können:
  - a. Literaturrecherche für eure Abschlussarbeit
  - b. Repräsentative Befragung zur Bundestagswahl
  - c. Ein Haus bauen

- d. Mais ernten
  - e. Eine Hochzeit planen
5. Erläutere die Vor- und Nachteile der linearen Suche in einer beliebigen Liste. Wie schätzt du die Effizienz dieser Methode ein?
  6. Erkläre den *Divide and Conquer*-Ansatz mit deinen eigenen Worten! Welche Voraussetzung muss ein Problem erfüllen, damit es mit diesem Ansatz lösbar ist?

# 2. Algorithmen

## Zusammenfassung

Algorithmen sind ein fundamentales Konzept der Informatik und der digitalen Problemlösung. In diesem Kapitel befassen wir uns mit den grundlegenden Aspekten von Algorithmen und beantworten dabei zentrale Fragen:

- Was ist ein Algorithmus und wie grenzt er sich von einem Computerprogramm ab?
- Wie könne wir Algorithmen darstellen?
- Welche verschiedenen Arten von Algorithmen existieren und durch welche Beispiele lassen sie sich veranschaulichen?
- Wie können wir Algorithmen systematisch und präzise formulieren?
- Welche Herausforderungen begegnen uns beim Entwurf von Algorithmen?
- Nach welchen Kriterien bewerten wir die Effizienz und Eignung verschiedener Algorithmen für spezifische Problemstellungen?

### 2.1. Was ist ein Algorithmus?

#### 2.1.1. Herkunft des Begriffs

Der Begriff “Algorithmus” stammt vom Namen des persischen Mathematikers Muhammad al-Khwarizmi, der um das Jahr 780 n. Chr. geboren wurde. Al-Khwarizmi war ein bedeutender Gelehrter am Hofe des Kalifen al-Mamun und verfasste dort Schriften, die den Gebrauch der indischen Zahlzeichen erklärten. Diese Schriften wurden im 12. Jahrhundert ins Lateinische übersetzt, wobei der Titel “Algoritmi de numero Indorum” verwendet wurde. Im Laufe der Zeit wurde der Name al-Khwarizmi zur Bezeichnung für die von ihm beschriebenen Rechenverfahren und entwickelte sich schließlich zum modernen Begriff “Algorithmus”.

Heute bezeichnet ein **Algorithmus** eine präzise Abfolge von Anweisungen, die ein bestimmtes Problem lösen oder eine Aufgabe erfüllen sollen. Im Alltag begegnen uns Algorithmen ständig, oft, ohne dass wir es merken: beim Kochen, bei der Wegbeschreibung oder beim Aufbau eines IKEA-Regals.

### **2.1.2. Algorithmen und Programme**

Ein wichtiger Aspekt von Algorithmen ist ihre Universalität: Sie sind nicht an Computer gebunden. Ein Algorithmus ist im Kern eine strukturierte Anleitung zur Problemlösung, unabhängig davon, wer oder was diese Anleitung ausführt. Diese Flexibilität zeigt sich besonders deutlich in unserem Alltag, wo wir ständig algorithmische Anleitungen befolgen - sei es beim Aufbau eines Möbelstücks oder beim Kochen nach einem Rezept. Bei diesen Tätigkeiten führen wir Menschen die algorithmischen Schritte aus, ganz ohne Beteiligung eines Computers:

- Kochen: Ein Rezept ist ein Algorithmus für die Zubereitung eines Gerichts.
- Wegbeschreibung: Eine Schritt-für-Schritt-Anleitung, um von Punkt A nach Punkt B zu gelangen.
- Bastelanleitung: Die Anweisungen, um ein Modellflugzeug zusammenzubauen.

Viele Algorithmen können von Computern ausgeführt werden. Dafür ist jedoch eine Übersetzung in eine maschinenverständliche Form notwendig. Diese Übersetzung erfolgt durch das Programmieren, wobei wir den Algorithmus in einer Programmiersprache formulieren. Um die Beziehung zwischen Algorithmen und Computerprogrammen besser zu verstehen, ist es hilfreich, drei zentrale Begriffe zu unterscheiden:

- **Algorithmus:** Die abstrakte Beschreibung einer Lösungsmethode in Form einer präzisen, endlichen Sequenz von individuellen Anweisungen. Ein Algorithmus ist unabhängig von der konkreten Umsetzung und kann sowohl von Menschen als auch von Maschinen ausgeführt werden.
- **Programm:** Die konkrete Implementation eines oder mehrerer Algorithmen in einer Programmiersprache. Das Programm übersetzt die abstrakten Anweisungen des Algorithmus in eine Form, die ein Computer verstehen und ausführen kann.
- **Prozess:** Die tatsächliche Ausführung eines Programms durch einen Computer. Dabei werden die programmierten Anweisungen Schritt für Schritt abgearbeitet, um das gewünschte Ergebnis zu erzielen.

Im Folgenden konzentrieren wir uns zunächst auf das Konzept des Algorithmus an sich. Die praktische Implementierung in Form von Programmen werden wir später am Beispiel der Programmiersprache Python kennenlernen. Um Algorithmen jedoch bereits jetzt systematisch beschreiben und analysieren zu können, benötigen wir geeignete Darstellungsformen und Notationen.

## **2.2. Wie stellen wir Algorithmen dar?**

### **2.2.1. Natürliche Sprache**

Die natürliche Sprache bietet eine intuitive Möglichkeit, Algorithmen zu beschreiben. Ein klassisches Beispiel hierfür sind Kochrezepte, die als informelle algorithmische Beschreibungen

verstanden werden können. Diese Art der Darstellung folgt keinen festgelegten Regeln - jeder Autor kann die Anweisungen nach eigenem Ermessen formulieren. Entscheidend ist dabei nur, dass andere Menschen die Beschreibung *lesen* und *verstehen* können.

Für die professionelle Informatik ist diese informelle Darstellungsform jedoch nur bedingt geeignet. Während handschriftliche oder natürlichsprachliche Notizen für erste Entwürfe und Skizzen durchaus nützlich sein können, erfordern die präzise Dokumentation und der fachliche Austausch über Algorithmen eine formellere Notation.

Die natürliche Sprache weist für die präzise Beschreibung von Algorithmen zwei wesentliche Nachteile auf. Erstens ist sie mehrdeutig: Wörter und Sätze können je nach Kontext und Formulierung unterschiedlich interpretiert werden. Zweitens ist sie oft unnötig ausführlich, was die klare und effiziente Kommunikation von Algorithmen erschwert. Um diese Herausforderungen zu bewältigen, haben sich in der Informatik zwei formellere und präzisere Darstellungsformen durchgesetzt: Pseudocode und Flussdiagramme.

### 2.2.2. Pseudocode

Pseudocode ist eine strukturierte, programmiersprachenähnliche Notation zur Beschreibung von Algorithmen. Er kombiniert Elemente der natürlichen Sprache mit grundlegenden Programmierkonzepten wie Schleifen, Bedingungen und Funktionen. Der Vorteil des Pseudocodes liegt in seiner Präzision und Klarheit, ohne dabei an die strengen syntaktischen Regeln einer echten Programmiersprache gebunden zu sein.

Ein wichtiges Merkmal des Pseudocodes ist seine Flexibilität: Er kann je nach Bedarf formeller oder informeller gestaltet werden, solange die grundlegende Logik und Struktur des Algorithmus klar erkennbar bleiben. Dabei werden häufig standardisierte Schlüsselwörter wie "IF", "THEN", "WHILE" oder "REPEAT" verwendet, die die algorithmische Struktur verdeutlichen.

### 2.2.3. Flussdiagramme

Flussdiagramme bieten eine visuelle Darstellung von Algorithmen durch standardisierte grafische Symbole und Verbindungslien. Diese Notation ist besonders hilfreich, um den Ablauf eines Algorithmus und die logischen Verzweigungen auf einen Blick zu erfassen. Abbildung 2.2 zeigt die wichtigsten Elemente eines Flussdiagramms: Start- und Endpunkte, Ein- und Ausgaben (Parallelogramm), Anweisungen (Rechteck), Entscheidungen (Rauten), Wiederholungen (Sechseck).

Dazu kommen Verbindungspfeile, die den Kontrollfluss anzeigen. Diese sind im Beispiel in Abbildung 2.3 zu sehen.

```

READ a, b

REPEAT

    IF a < b THEN
        a = b
        b = a

    a = a - b

UNTIL a = 0 OR b = 0

RETURN the variable that is not 0

```

`%%algorithms_pseudocode_example%%`

Abbildung 2.1.: Der Euklid'sche Algorithmus als Pseudocode.

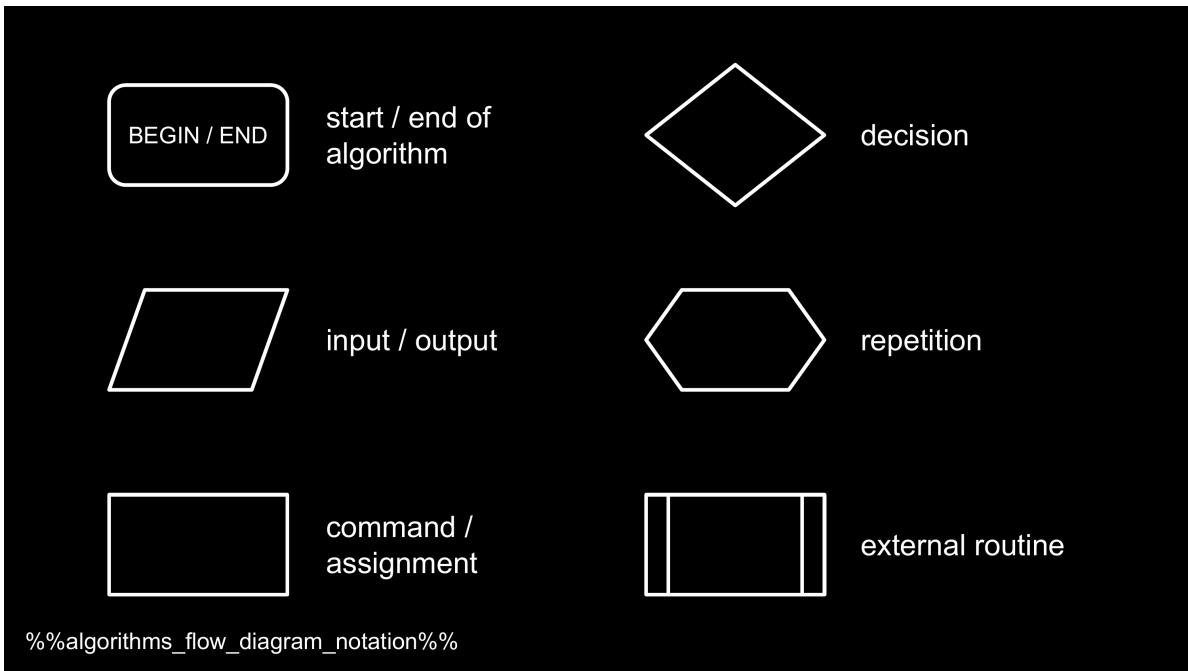


Abbildung 2.2.: Die Notationselemente des Flussdiagramms.

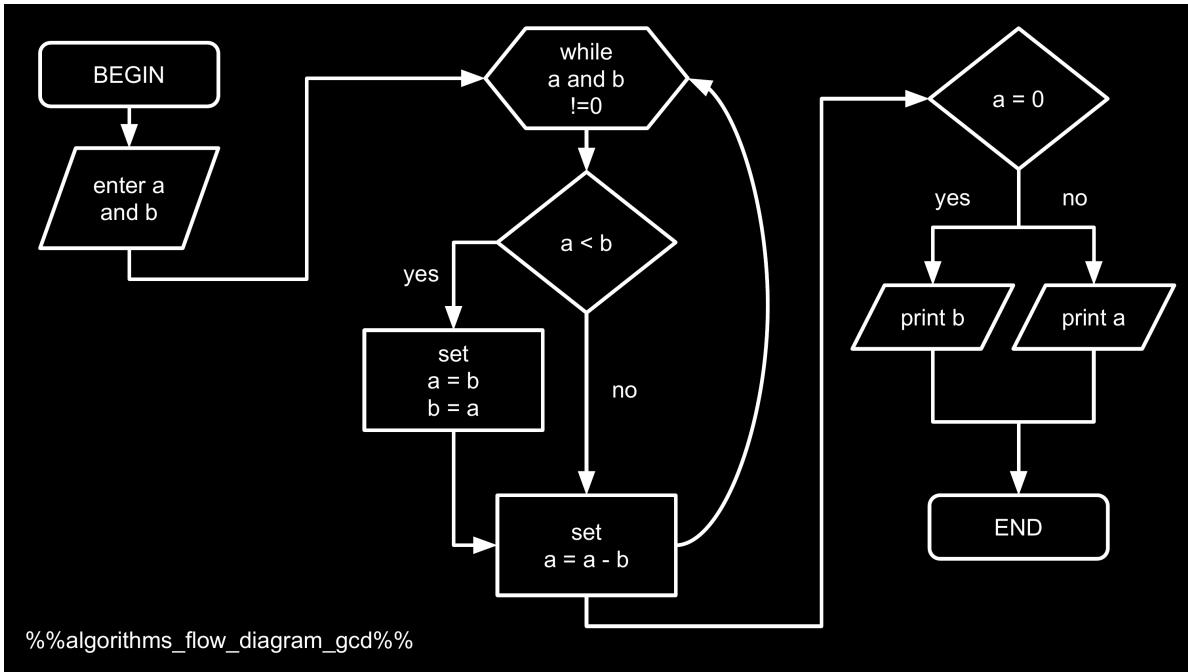


Abbildung 2.3.: Der Euklid'sche Algorithmus als Flussdiagramm.

## 2.3. Welche Arten von Algorithmen gibt es?

Algorithmen können nach ihrer Funktion und ihrem Anwendungsbereich in verschiedene Kategorien eingeteilt werden. Jede Kategorie repräsentiert einen spezifischen Problemlösungsansatz:

- **Mathematische Algorithmen:** Berechnen oder approximieren Werte
- **Suchalgorithmen:** Finden bestimmte Elemente in einer Datenmenge
- **Sortieralgorithmen:** Ordnen Daten nach bestimmten Kriterien
- **Optimierungsalgorithmen:** Finden die bestmögliche Lösung für ein Problem
- **Graphenalgorithmen:** Arbeiten mit vernetzten Strukturen
- **Stochastische Algorithmen:** Verwenden Zufallselemente, um ein Problem zu lösen
- **Maschinelle Lernalgorithmen:** Erkennen Muster und treffen Vorhersagen

Diese Kategorien sind weder vollständig noch strikt voneinander getrennt. Viele Algorithmen lassen sich mehreren Kategorien zuordnen. Ein anschauliches Beispiel hierfür ist der **Dijkstra-Algorithmus**, der die kürzeste Route zwischen zwei Punkten findet. Er ist sowohl ein Graphenalgorithmus, da er auf vernetzten Strukturen arbeitet, als auch ein Optimierungsalgorithmus, da er die optimale (kürzeste) Route ermittelt.

Im folgenden beleuchten wir ein oder mehr Beispiele für jeder der genannten Klassen.

## 2.3.1. Mathematische Algorithmen

### 2.3.1.1. Größter gemeinsamer Teiler (GGT)

Der Algorithmus zur Berechnung des größten gemeinsamen Teilers (GGT) ist ein klassisches Beispiel für einen eleganten mathematischen Algorithmus. Er wurde vom griechischen Mathematiker Euklid um 300 v. Chr. in seinem Werk “Die Elemente” beschrieben und demonstriert eindrucksvoll die zeitlose Natur algorithmischen Denkens.

```
Identify the larger number. If a < b, swap numbers so  
that a > b  
  
Subtract b from a and replace a with the result  
  
Repeat until one of the numbers becomes 0  
  
Return the number that is not zero
```

```
%%algorithms_euclidean_textual%%
```

Abbildung 2.4.: Vorgehen des Algorithmus nach Euklid.

Das Verfahren basiert auf einem einfachen, aber genialen Prinzip: Der GGT zweier Zahlen ist identisch mit dem GGT der kleineren Zahl und der Differenz beider Zahlen (Abbildung 2.4). Zum Beispiel haben die Zahlen 48 und 18 den gleichen GGT wie 18 und 30 (48-18). Durch wiederholtes Anwenden dieser Regel wird der GGT systematisch ermittelt. Die Eleganz dieses Verfahrens liegt in seiner Einfachheit und mathematischen Präzision - Eigenschaften, die auch heute noch moderne Algorithmen auszeichnen.

Abbildung 2.5 zeigt die Schritte des Euklidschen Algorithmus für das obige Zahlenbeispiel.

### 2.3.1.2. Babylonisches Wurzelziehen

Das Babylonische Verfahren zur Berechnung der Quadratwurzel ist ein weiteres Beispiel für einen mathematischen Algorithmus. Während der Euklid'sche Algorithmus exakte Ergebnis-

```

Loop 1:
a = 18, b = 48 → swap → a = 48, b = 18
a = 48 - 18 = 30

Loop 2:
a = 30, b = 18 → no swap
a = 30 - 18 = 12

Loop 3:
a = 12, b = 18 → swap → a = 18, b = 12
a = 18 - 12 = 6

Loop 4:
a = 6, b = 12 → swap → a = 12, b = 6
a = 12 - 6 = 6

Loop 5:
a = 6, b = 6 → no swap
a = 6 - 6 = 0

return b = 6
%%algorithms_euclidean_example%%

```

Abbildung 2.5.: Beispiel für die Anwendung des Algorithmus nach Euklid.

se liefert, zeigt das Babylonische Verfahren eine andere wichtige Eigenschaft mathematischer Algorithmen: **die schrittweise Annäherung an einen Zielwert**. Der Algorithmus *approximiert* die Quadratwurzel durch wiederholte Verfeinerung der Schätzung und *konvergiert* dabei gegen den tatsächlichen Wert. Diese Methode demonstriert, wie auch ohne exakte Berechnung präzise Ergebnisse erzielt werden können.

Ein anschauliches Beispiel für das Babylonische Verfahren ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Der Algorithmus berechnet die Quadratwurzel einer Eingabezahl durch geometrische Annäherung: Wenn wir die Eingabezahl  $x$  als Flächeninhalt eines Rechtecks interpretieren, suchen wir die Seitenlängen eines Quadrats mit der gleichen Fläche.

Das Verfahren nähert sich diesem Wert schrittweise an, indem es die Seitenlängen  $A$  und  $B$  eines Rechtecks iterativ anpasst. Nehmen wir an, wir wollen die Quadratwurzel aus  $x = 16$  ziehen. Zu Beginn setzen wir  $A = 1$  und berechnen  $B$  so, dass das Produkt der Seitenlängen die gesuchte Fläche ergibt:  $B = \frac{x}{A} = 16$ . Dieser Ausgangszustand ist in Abbildung 2.6 dargestellt.

Nach der Festlegung der Startwerte beginnt der eigentliche iterative Prozess der Annäherung. In jedem Durchlauf werden die Werte für  $A$  und  $B$  nach spezifischen Formeln neu berechnet, wodurch sie sich schrittweise einander annähern:

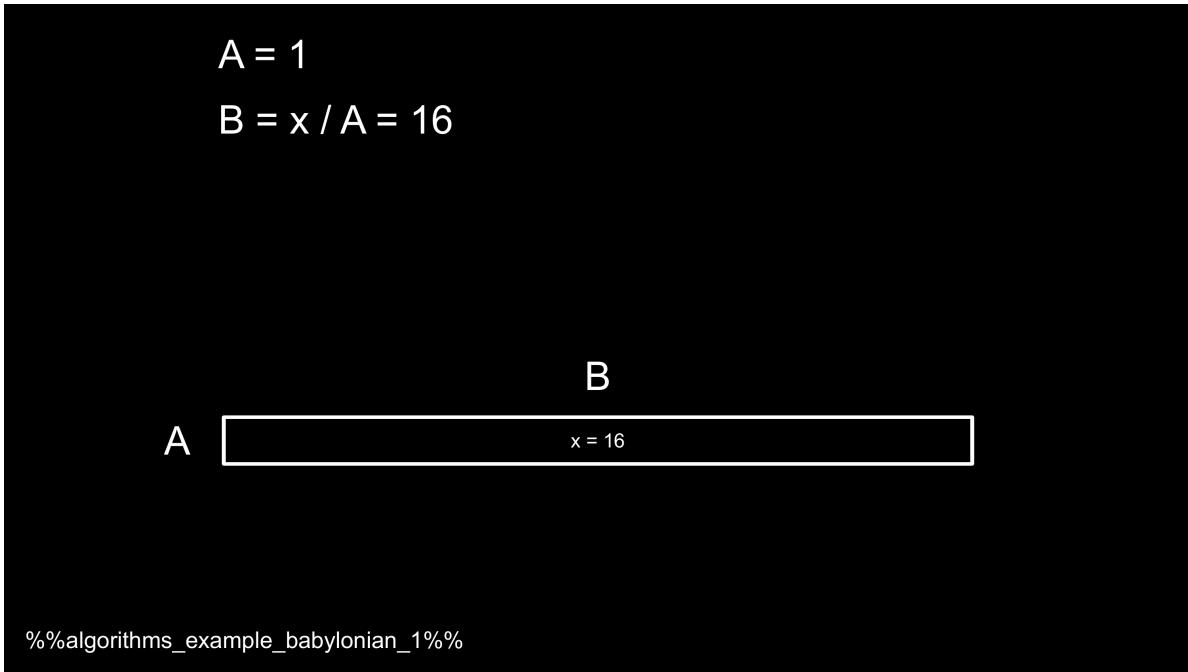


Abbildung 2.6.: Ausgangszustand im Babylonischen Wurzelziehen.

$$A = \frac{A + B}{2}$$

Und damit die Gesamtfläche der gesuchten Zahl  $x$  entspricht, setzen wir  $B$  wie folgt:

$$B = \frac{x}{A}$$

Wenden wir diese Formeln auf unsere Ausgangswerte an, ergibt sich für den zweiten Iterationsschritt das in Abbildung 2.7 visualisierte Rechteck. Hier berechnen wir zunächst die neue Länge  $A$ :

$$A = \frac{1 + 16}{2} = 8.5$$

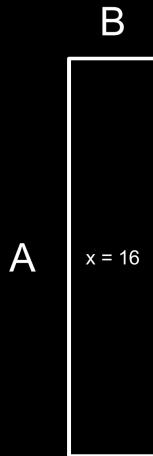
Und daraus folgt für  $B$ :

$$B = \frac{16}{8.5} \approx 1.88$$

Verglichen mit dem Ausgangszustand haben sich die Werte  $A$  und  $B$  bereits angenähert, aber sie weichen noch deutlich voneinander ab. Um eine bessere Approximation zu erreichen, führen

$$A = (A + B) / 2 = 17 / 2 = 8.5$$

$$B = x / A = 16 / 8.5 \approx 1.88$$



`%%algorithms_example_babylonian_2%%`

Abbildung 2.7.: Zustand des Babylonischen Verfahrens nach dem ersten Schritt.

wir eine weitere Iteration durch und berechnen die neuen Werte für  $A$  und  $B$  nach dem etablierten Schema:

$$A = \frac{8.5 + 1.88}{2} \approx 5.19$$

Und für die andere Kante:

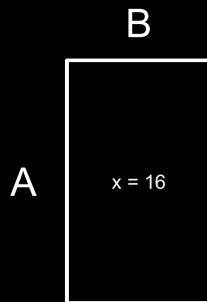
$$B = \frac{16}{5.19} \approx 3.08$$

Die Werte haben sich weiter angenähert. Da wir wissen, dass beide Kanten am Ende die Länge 4 haben sollen, ist eine weitere Iteration erforderlich. Nach der dritten Berechnung, wie in Abbildung 2.9 dargestellt, nähern sich beide Kanten bereits sehr präzise dem Zielwert von 4 an.

Nach einer weiteren Iteration konvergiert der Algorithmus zum gesuchten Wert: Beide Seiten  $A$  und  $B$  erreichen durch Rundung den Wert 4. Damit haben wir das gesuchte Quadrat erfolgreich konstruiert, und der Algorithmus kann beendet werden.

$$A = (A + B) / 2 \approx 10.38 / 2 \approx 5.19$$

$$B = x / A \approx 16 / 5.19 \approx 3.08$$

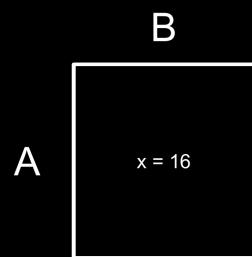


```
%%algorithms_example_babylonian_3%%
```

Abbildung 2.8.: Zustand des Babylonischen Verfahrens nach dem zweiten Schritt.

$$A = (A + B) / 2 \approx 8.27 / 2 \approx 4.14$$

$$B = x / A \approx 16 / 4.14 \approx 3.86$$

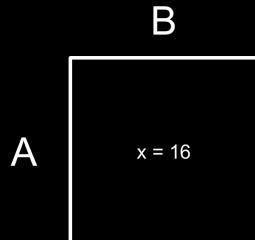


```
%%algorithms_example_babylonian_4%%
```

Abbildung 2.9.: Zustand des Babylonischen Verfahrens nach dem dritten Schritt.

$$A = (A + B) / 2 = 8 / 2 = \mathbf{4}$$

$$B = x / A = 16 / 4 = \mathbf{4}$$



```
%%algorithms_example_babylonian_5%%
```

In diesem Beispiel konvergiert der Algorithmus bereits nach wenigen Iterationen zum korrekten Ergebnis. Die Geschwindigkeit der Konvergenz hängt jedoch von zwei wesentlichen Faktoren ab:

1. Der Eingabezahl, aus der die Wurzel gezogen werden soll
2. Der Wahl der Startwerte für  $A$  und  $B$

Je nach Konstellation dieser Faktoren kann die Annäherung deutlich mehr Iterationen benötigen. Zudem erreichen die beiden Seiten in vielen Fällen keine exakte Gleichheit, sondern nähern sich lediglich bis auf eine beliebig kleine Differenz an. Dies wirft eine wichtige praktische Frage auf: Wann ist die Approximation der Quadratwurzel präzise genug, um den Algorithmus zu beenden? Dazu später in Kapitel 2.5.1 mehr.

Ein pragmatisches Abbruchkriterium für das Babylonische Verfahren ist das Erreichen einer vordefinierten Genauigkeit. Nach jedem Iterationsschritt wird die Differenz zwischen den Werten  $A$  und  $B$  berechnet. Ist diese Differenz kleiner als ein festgelegter Schwellenwert, wird der Algorithmus beendet. Der vollständige Ablauf des Verfahrens ist in Abbildung 2.10 dargestellt.

Das Flussdiagramm beginnt auf der linken Seite mit einer Eingabeprüfung: Die Zahl  $x$  wird eingelesen und auf Positivität getestet, da die Quadratwurzel aus negativen Zahlen nicht definiert ist. Eine Verzweigung überprüft die Bedingung  $x > 0$  und leitet den Algorithmus entsprechend weiter. Bei positiver Eingabe werden die Startwerte für  $A$  und  $B$  initialisiert. Anschließend beginnt eine WHILE-Schleife, die solange durchlaufen wird, bis die Differenz zwischen  $A$  und  $B$

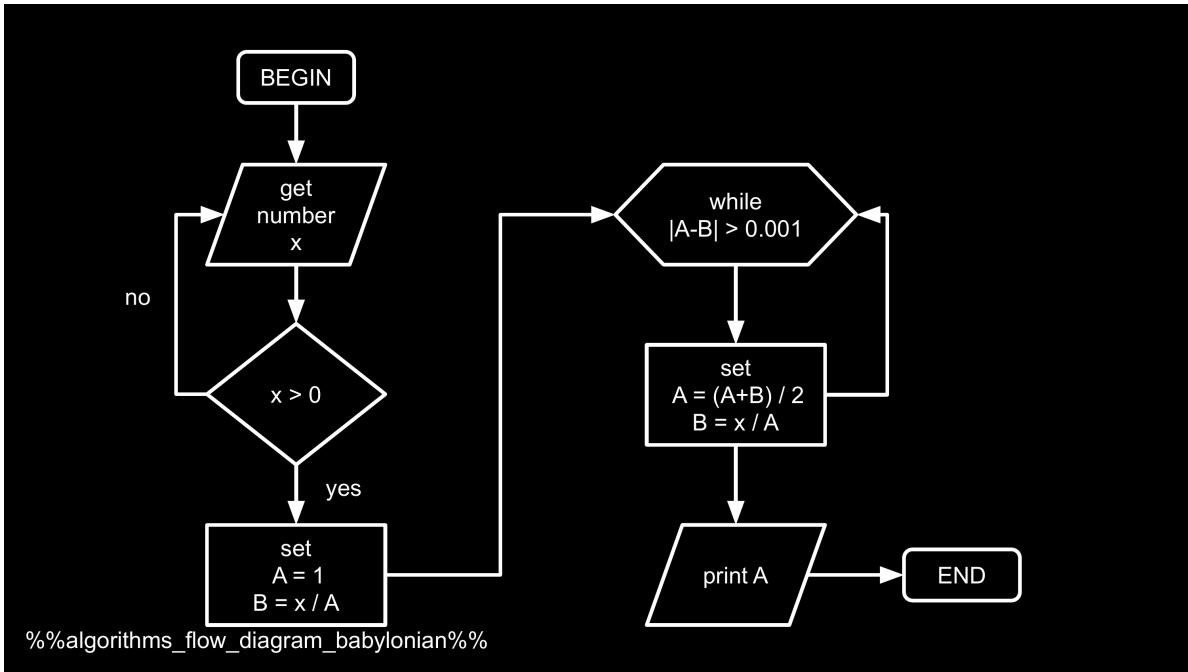


Abbildung 2.10.: Das Babylonische Verfahren als Flussdiagramm.

einen definierten Schwellenwert unterschreitet. Nach erfolgreicher Konvergenz wird der finale Wert von  $A$  als Ergebnis ausgegeben.

Eine weitere wichtige Frage bei der Entwicklung von Algorithmen betrifft deren Terminierung: Wir müssen nicht nur festlegen, wann ein Algorithmus beendet werden soll, sondern auch sicherstellen, dass er überhaupt ein Ende erreicht. Am Beispiel des Babylonischen Verfahrens lässt sich dies gut veranschaulichen: Die entscheidende Frage ist, ob die Werte  $A$  und  $B$  tatsächlich konvergieren, also sich einander systematisch annähern.

In diesem Fall können wir die Frage positiv beantworten. Die Berechnungsformel, die in jedem Schritt den neuen Wert für  $A$  als Durchschnitt aus  $A$  und  $B$  bestimmt, garantiert eine stetige Annäherung der beiden Werte. Diese mathematische Eigenschaft sichert die Terminierung des Algorithmus. Bei anderen Algorithmen muss die Terminierung jedoch sorgfältig analysiert werden, um unendliche Ausführungen zu vermeiden. Mehr dazu in Kapitel 2.5.2.

### 2.3.2. Suchalgorithmen

Nach der Betrachtung mathematischer Algorithmen wenden wir uns nun den Suchalgorithmen zu - einer fundamentalen Kategorie von Algorithmen, die ein essentielles Element der Informatikausbildung darstellt. Diese Algorithmen bilden die Grundlage für effiziente Datenzugriffe und sind damit von großer praktischer Bedeutung.

### **2.3.2.1. Lineare Suche**

Die lineare Suche ist der einfachste Suchalgorithmus und folgt einem intuitiven Ansatz: Sie durchläuft eine Liste sequentiell von Anfang bis Ende, bis das gesuchte Element gefunden wird. Obwohl dieser Algorithmus konzeptionell sehr einfach ist, hat er den Nachteil einer relativ hohen Laufzeit, da im schlechtesten Fall die gesamte Liste durchsucht werden muss. Dennoch ist die lineare Suche für unsortierte Listen oder kleine Datenmengen eine praktikable Lösung.

### **2.3.2.2. Binäre Suche**

Die binäre Suche ist ein hocheffizienter Algorithmus, der auf dem “Teile und Herrsche”-Prinzip (Divide & Conquer) basiert. Eine wichtige Voraussetzung für ihre Anwendung ist, dass die zu durchsuchende Liste sortiert vorliegt. Der Algorithmus arbeitet systematisch, indem er in jedem Schritt die Liste in der Mitte teilt und anhand eines Vergleichs entscheidet, ob sich das gesuchte Element im linken oder rechten Teilbereich befindet. Durch diese Halbierung des Suchbereichs in jedem Schritt erreicht die binäre Suche eine bemerkenswerte Effizienz.

Diese Strategie, die wir bereits im vorigen Kapitel 1.4.2 als *Divide-and-Conquer*-Ansatz kennengelernt haben, ermöglicht es der binären Suche, selbst in großen Datensätzen ein gesuchtes Element mit minimaler Anzahl von Vergleichsoperationen zu finden.

### **2.3.2.3. Suche in Bäumen**

Die Suche in Baumstrukturen stellt eine weitere wichtige Variante der Suchalgorithmen dar. Binäre Suchbäume ermöglichen durch ihre hierarchische Struktur eine besonders effiziente Suche, da in jedem Knoten eine binäre Entscheidung getroffen wird, die den Suchbereich systematisch einschränkt. Diese Baumstrukturen kombinieren die Vorteile der binären Suche mit einer dynamischen Datenorganisation, die Einfüge- und Löschoperationen effizient unterstützt.

## **2.3.3. Sortieralgorithmen**

Sortieralgorithmen bilden eine weitere fundamentale Kategorie von Algorithmen, die sich mit der systematischen Anordnung von Datenelementen in einer bestimmten Reihenfolge befassen. Die Bedeutung dieser Algorithmen liegt nicht nur in ihrer direkten Anwendung zur Sortierung von Daten, sondern auch in ihrer Rolle als Grundlage für effizientere Such- und Analyseverfahren. Im Folgenden betrachten wir drei klassische Sortieralgorithmen, die sich in ihrer Herangehensweise und Effizienz deutlich unterscheiden.

### **2.3.3.1. Bubblesort**

Bubblesort ist ein einfacher Sortieralgorithmus, der paarweise benachbarte Elemente vergleicht und bei Bedarf vertauscht. Dieser Prozess wird solange wiederholt, bis keine Vertauschungen mehr notwendig sind und die Liste sortiert ist. Obwohl Bubblesort aufgrund seiner einfachen Implementierung und Verständlichkeit oft zu Lehrzwecken verwendet wird, ist er für große Datenmengen wegen seiner quadratischen Laufzeitkomplexität wenig effizient.

### **2.3.3.2. Selectionsort**

Selectionsort ist ein weiterer elementarer Sortieralgorithmus, der die Liste schrittweise sortiert, indem er wiederholt das kleinste Element im unsortierten Teil der Liste findet und es an die korrekte Position im sortierten Teil verschiebt. Ähnlich wie Bubblesort ist auch dieser Algorithmus konzeptionell einfach zu verstehen, weist jedoch ebenfalls eine quadratische Laufzeitkomplexität auf. Der Vorteil gegenüber Bubblesort liegt in der geringeren Anzahl tatsächlicher Vertauschungsoperationen, da Elemente nur dann verschoben werden, wenn sie tatsächlich an ihre finale Position gebracht werden.

### **2.3.3.3. Mergesort**

Mergesort ist ein effizienter Sortieralgorithmus, der auf dem Divide-and-Conquer-Prinzip basiert. Er teilt die zu sortierende Liste rekursiv in kleinere Teilsequenzen, bis diese nur noch ein Element enthalten, und führt diese dann schrittweise in sortierter Reihenfolge wieder zusammen. Im Gegensatz zu Bubblesort und Selectionsort erreicht Mergesort durch seine rekursive Strategie eine deutlich bessere Laufzeitkomplexität, was ihn besonders für große Datenmengen attraktiv macht.

## **2.3.4. Optimierungsalgorithmen**

Optimierungsalgorithmen sind eine wichtige Klasse von Algorithmen, die darauf abzielen, die bestmögliche Lösung für ein gegebenes Problem zu finden. Diese Algorithmen sind besonders relevant in praktischen Anwendungen, wo optimale oder nahezu optimale Lösungen für komplexe Probleme gefunden werden müssen. Typische Beispiele finden sich in der Logistik, der Produktionsplanung oder der Ressourcenallokation. Die verschiedenen Ansätze zur Optimierung unterscheiden sich dabei hauptsächlich in ihrer Herangehensweise und Effizienz.

#### **2.3.4.1. Brute-Force**

Der Brute-Force-Ansatz ist die einfachste, aber auch rechenintensivste Methode der Optimierung. Dabei werden systematisch alle möglichen Lösungen durchprobiert, um die beste zu finden. Obwohl dieser Ansatz für kleine Probleme praktikabel sein kann, wird er bei wachsender Problemgröße schnell ineffizient, da die Anzahl der zu prüfenden Kombinationen exponentiell steigt.

#### **2.3.4.2. Random-Sampling**

Random-Sampling ist ein stochastischer Optimierungsansatz, der zufällig ausgewählte Lösungen aus dem Suchraum evaluiert. Im Gegensatz zur erschöpfenden Suche des Brute-Force-Verfahrens werden hier nur Stichproben untersucht, was den Rechenaufwand deutlich reduziert. Dieser Ansatz eignet sich besonders für große Suchräume, in denen eine vollständige Enumeration nicht praktikabel ist, kann aber nicht garantieren, das globale Optimum zu finden.

#### **2.3.4.3. Evolutionäre Algorithmen**

Evolutionäre Algorithmen sind Optimierungsverfahren, die auf den Prinzipien der biologischen Evolution basieren. Sie operieren mit einer Population von Lösungskandidaten und verbessern diese durch drei zentrale Mechanismen: Mutation (zufällige Veränderungen), Rekombination (Kombination erfolgreicher Lösungen) und Selektion (Auswahl der besten Varianten). Der iterative Prozess aus Variation und Auswahl führt schrittweise zu besseren Lösungen.

Diese Algorithmen sind besonders effektiv bei komplexen Optimierungsproblemen, für die keine exakten Lösungsmethoden existieren oder diese zu rechenintensiv wären. Da die Mutation der Lösungskandidaten auf Zufallsprozessen basiert, gehören evolutionäre Algorithmen zur Klasse der stochastischen Verfahren.

#### **2.3.4.4. Bayes'sche Optimierung**

Die Bayes'sche Optimierung ist ein effizienter Ansatz zur Optimierung von komplexen Funktionen, der auf dem Bayes'schen Theorem basiert. Anders als klassische Optimierungsverfahren nutzt dieser Algorithmus probabilistische Modelle, um die Zielfunktion zu approximieren und vielversprechende Bereiche des Suchraums zu identifizieren. Besonders nützlich ist dieser Ansatz bei rechenintensiven Problemen, bei denen jede Auswertung der Zielfunktion zeit- oder kostenaufwendig ist.

## **2.3.5. Graphenalgorithmen**

### **2.3.5.1. Dijkstra-Algorithmus**

Der Dijkstra-Algorithmus, entwickelt 1956 von Edsger W. Dijkstra, ist ein fundamentaler Algorithmus zur Berechnung kürzester Pfade in gewichteten Graphen. Seine Funktionsweise basiert auf dem Prinzip der schrittweisen Optimierung: Ausgehend von einem Startknoten berechnet er systematisch die kürzesten Wege zu allen anderen Knoten im Graphen. Aufgrund seiner Effizienz und Zuverlässigkeit findet der Algorithmus heute breite praktische Anwendung, insbesondere in der Routenplanung, Netzwerkanalyse und Logistik.

### **2.3.5.2. Das Traveling Salesman-Problem**

Das Traveling Salesman-Problem (TSP) gehört zu den bekanntesten Optimierungsproblemen der Graphentheorie. Die Aufgabenstellung ist dabei einfach zu verstehen: Ein Handelsreisender muss eine Route planen, die alle vorgegebenen Städte genau einmal besucht und am Ende zum Ausgangspunkt zurückführt. Das Ziel ist es, die kürzeste mögliche Route zu finden. Trotz dieser scheinbar einfachen Formulierung ist das TSP ein NP-schweres Problem - das bedeutet, dass bisher kein Algorithmus gefunden wurde, der für große Städtemengen in angemessener Zeit die optimale Lösung garantiert berechnen kann.

## **2.3.6. Stochastische Algorithmen**

### **2.3.6.1. Annäherung der Kreiszahl $\pi$**

Die Monte-Carlo-Methode ist ein anschauliches Beispiel für stochastische Algorithmen. Sie nutzt Zufallszahlen zur Annäherung mathematischer Werte, wie etwa der Kreiszahl  $\pi$ . Das Verfahren platziert dabei zufällig Punkte in einem Quadrat mit einbeschriebenem Kreis. Das Verhältnis der Punkte innerhalb des Kreises zur Gesamtanzahl der Punkte ermöglicht eine Approximation von  $\pi$ . Ein wichtiges Merkmal dieser stochastischen Methode ist, dass die Genauigkeit der Berechnung mit der Anzahl der generierten Punkte steigt.

## **2.3.7. Maschinelle Lernalgorithmen**

Maschinelles Lernen hat sich in den letzten Jahren zu einem der wichtigsten Bereiche der Algorithmenentwicklung entwickelt. Diese Algorithmenklasse bildet die technische Grundlage für viele praktische Anwendungen der Künstlichen Intelligenz (KI). Maschinelle Lernalgorithmen zeichnen sich dadurch aus, dass sie aus vorhandenen Daten Muster erkennen und auf dieser Basis Vorhersagen oder Entscheidungen treffen können.

## **2.4. Welche wichtigen algorithmischen Denkmuster gibt es?**

### **2.4.1. Sequenzen**

Die Sequenz ist das grundlegendste Muster in der Algorithmik. Sie beschreibt eine geordnete Abfolge von Anweisungen, die nacheinander ausgeführt werden. Wie bei einer Wegbeschreibung folgt dabei ein Schritt dem anderen in einer festgelegten Reihenfolge. Die korrekte und vollständige Ausführung aller Schritte ist entscheidend - das Auslassen oder Vertauschen von Anweisungen führt in der Regel nicht zum gewünschten Ergebnis.

Sowohl Menschen als auch Computer verarbeiten Anweisungen standardmäßig sequentiell - also Schritt für Schritt von oben nach unten. Diese intuitive Vorgehensweise bildet die Grundlage für das Verständnis von Algorithmen. Allerdings können Algorithmen auch komplexere Strukturen enthalten, die von diesem linearen Ablaufmuster abweichen und alternative Ausführungswege ermöglichen.

### **2.4.2. Verzweigungen**

Verzweigungen stellen eine grundlegende Form der nicht-linearen Ausführung eines Algorithmus dar. Sie ermöglichen es, dass der Algorithmus basierend auf bestimmten Bedingungen unterschiedliche Ausführungswege einschlägt. Eine Verzweigung führt also je nach erfüllter oder nicht erfüllter Bedingung zu verschiedenen Anweisungsfolgen. Ein alltägliches Beispiel findet sich in Kochrezepten: "Wenn der Teig zu flüssig ist, füge mehr Mehl hinzu". Die Anweisung, mehr Mehl hinzuzufügen, wird nur dann ausgeführt, wenn die Bedingung "Teig ist zu flüssig" zutrifft. Ist der Teig bereits von idealer Konsistenz, wird diese Anweisung übersprungen.

### **2.4.3. Iterationen**

Ein Beispiel für ein iteratives, schrittweise Vorgehen ist das Babylonische Wurzelziehen aus Kapitel [2.3.1.2](#).

### **2.4.4. Kapselung**

Kapselung beschreibt das Prinzip, komplexe Algorithmen in kleinere, überschaubare Einheiten zu zerlegen. Diese Modularisierung erhöht nicht nur die Lesbarkeit und Wartbarkeit des Algorithmus, sondern ermöglicht auch die Wiederverwendung von Teilfunktionen in anderen Kontexten. Ein klassisches Beispiel ist die Auslagerung häufig benötigter Berechnungen in separate Funktionen, die dann an verschiedenen Stellen aufgerufen werden können.

#### **2.4.5. Rekursion**

Rekursion ist ein mächtiges algorithmisches Konzept, bei dem sich ein Algorithmus selbst aufruft, um ein Problem zu lösen. Dieses Prinzip eignet sich besonders gut für Probleme, die sich in kleinere, gleichartige Teilprobleme zerlegen lassen. Ein klassisches Beispiel ist die Berechnung der Fakultät einer Zahl, bei der sich die Lösung aus der Multiplikation mit der Fakultät der nächstkleineren Zahl ergibt. Aber auch die binäre Suche kann rekursiv implementiert werden, indem der Algorithmus den zu durchsuchenden Bereich in der Mitte teilt und sich selbst mit der relevanten Hälfte aufruft. Diese rekursive Struktur macht den Algorithmus nicht nur elegant, sondern auch besonders effizient.

### **2.5. Was sind Herausforderungen bei der Formulierung von Algorithmen?**

#### **2.5.1. Haltekriterium**

Ein wichtiges Kriterium bei der Formulierung von Algorithmen ist die Bestimmung eines geeigneten Haltekriteriums. Das Haltekriterium definiert die Bedingung, unter der ein Algorithmus seine Ausführung beendet und ein Ergebnis zurückliefert. Beim Babylonischen Wurzelziehen beispielsweise ist das Haltekriterium erreicht, wenn die Differenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Näherungswerten einen bestimmten Schwellenwert unterschreitet.

Die Bestimmung eines geeigneten Haltekriteriums stellt für manche Algorithmen eine besondere Herausforderung dar. Dies zeigt sich besonders deutlich bei Optimierungsalgorithmen, wo die Frage nach dem optimalen Zeitpunkt für die Beendigung des Algorithmus nicht trivial ist. Da das theoretische Optimum in der Regel unbekannt ist, lässt sich schwer einschätzen, wie nah die aktuelle Lösung bereits am bestmöglichen Ergebnis liegt. Eine pragmatische Lösung für dieses Problem besteht in der Festlegung eines Optimierungsbudgets, das die maximale Anzahl der Durchläufe definiert, die der Algorithmus ausführen darf.

#### **2.5.2. Endlosschleifen**

Endlosschleifen stellen eine kritische Herausforderung bei der Entwicklung von Algorithmen dar. Sie entstehen, wenn ein Algorithmus das definierte Haltekriterium nie erreicht und stattdessen kontinuierlich dieselben Anweisungen wiederholt. Ein typisches Beispiel ist eine While-Schleife, deren Bedingung permanent wahr bleibt - der Algorithmus verbleibt dann in einem unendlichen Ausführungszyklus. Ohne geeignete Fehlerbehandlung führt dies meist zu einem Programmabsturz, da Systemressourcen wie Arbeitsspeicher oder Prozessorzeit erschöpft werden.

### **2.5.3. Beurteilung des Ergebnisses**

Die Beurteilung der Qualität eines algorithmischen Ergebnisses ist nicht immer eindeutig und hängt stark vom jeweiligen Anwendungsfall ab. Bei numerischen Berechnungen lässt sich die Genauigkeit oft durch den Vergleich mit bekannten Referenzwerten oder theoretischen Grenzen bestimmen. Bei Optimierungsproblemen hingegen ist die Bewertung komplexer, da das theoretische Optimum häufig unbekannt ist und die Qualität der Lösung von verschiedenen, teils konkurrierenden Kriterien abhängt.

### **2.5.4. Erklärbarkeit des Ergebnisses**

Die Erklärbarkeit algorithmischer Entscheidungen spielt eine zentrale Rolle in der modernen Informatik, besonders in kritischen Bereichen wie der Medizin oder Rechtsprechung. Dabei stellt die mangelnde Transparenz komplexer Algorithmen eine fundamentale Herausforderung dar: Der Prozess von der Eingabe bis zur Entscheidungsfindung ist oft nicht direkt nachvollziehbar. Dieses Problem manifestiert sich besonders deutlich bei Deep Learning Modellen, deren mehrschichtige Strukturen und komplexe Berechnungen eine intuitive Interpretation der Entscheidungswege erschweren. Die Entwicklung von Methoden zur besseren Erklärbarkeit dieser "Black Box"-Systeme ist daher ein aktives Forschungsfeld, das darauf abzielt, die Akzeptanz und Vertrauenswürdigkeit algorithmischer Entscheidungen zu erhöhen.

## **2.6. Gibt es bessere und schlechtere Algorithmen?**

### **2.6.1. Komplexität**

Die Komplexität eines Algorithmus beschreibt, wie sich sein Ressourcenbedarf (meist Zeit und Speicher) in Abhängigkeit von der Eingabegröße entwickelt. Diese mathematische Charakterisierung ermöglicht einen objektiven Vergleich verschiedener algorithmischer Lösungen für dasselbe Problem. Besonders wichtig ist dabei die asymptotische Komplexität, die das Verhalten des Algorithmus für große Eingabemengen beschreibt.

### **2.6.2. Verständlichkeit**

Die Verständlichkeit eines Algorithmus ist ein weiteres wichtiges Qualitätsmerkmal. Ein gut strukturierter und dokumentierter Algorithmus erleichtert nicht nur die Wartung und Weiterentwicklung, sondern reduziert auch die Wahrscheinlichkeit von Fehlern bei der Implementierung. Dabei spielt die Wahl aussagekräftiger Bezeichner und eine klare Dokumentation der einzelnen Schritte eine zentrale Rolle.

## Übungsaufgaben

1. Woher stammt der Begriff “Algorithmus”?
2. Definiere, was ein Algorithmus ist, und gib drei Beispiele für Algorithmen aus dem Alltag, die keinen direkten Bezug zu Computern haben.
3. Beobachte eine Woche lang Algorithmen in deinem Alltag (z.B. Navigationssysteme, Empfehlungssysteme, Suchmaschinen). Dokumentiere deren Eingaben, Verarbeitung und Ausgaben.
4. Welche grundlegenden Ansätze zur Klassifizierung von Algorithmen gibt es?
5. Erläutere, was mit der Komplexität eines Algorithmus gemeint ist. Warum ist die Komplexität eines Algorithmus wichtig? Wie wird sie angegeben?
6. Welche Komplexitätsklassen kennst du? Bringe sie in eine Reihenfolge von der geringsten zur höchsten Komplexität.
7. Vergleiche die Laufzeitkomplexität von linearer und binärer Suche anhand eines konkreten Beispiels mit einer Million sortierten Zahlen!
8. Berechne den größten gemeinsamen Teiler der Zahlen 56 und 98 mithilfe des euklidischen Algorithmus! Dokumentiere jeden Schritt!
9. Wir haben exemplarisch für einen Algorithmus die babylonische Methode zur Approximation einer Quadratwurzel kennengelernt. Beantworte die nachfolgenden Fragen in diesem Kontext:
  - a. Berechne die Quadratwurzel von 25 mit der babylonischen Methode und dokumentiere jeden Schritt! Wähle einen sinnvollen Startwert!
  - b. Vergleiche die Ergebnisse der babylonischen Methode nach 3, 5 und 7 Iterationen mit dem exakten Wert der Quadratwurzel.
  - c. Erkläre die Funktionsweise des babylonischen Algorithmus zur Berechnung der Quadratwurzel. Verwende dazu visuelle Hilfsmittel. Warum konvergiert der Algorithmus gegen den exakten Wert der Quadratwurzel?
10. Erläutere die Monte-Carlo-Methode zur Schätzung von  $\pi$  und erkläre, wie man mithilfe von Zufallszahlen eine Annäherung an  $\pi$  erreichen kann.
11. Erkläre den Unterschied zwischen einem stochastischen und einem deterministischen Algorithmus anhand eines selbst gewählten Beispiels.
12. Finde weitere Probleme, die sich durch Monte-Carlo-Simulationen lösen lassen. Weshalb sind manche dieser Probleme mit anderen Methoden nicht lösbar?
13. Du hast zwei Sanduhren: Eine läuft 4 Minuten, die andere 7 Minuten. Wie kannst du damit genau 9 Minuten messen? Entwickle einen präzisen Algorithmus für das Problem!

14. Du hast drei Gefäße mit 3, 5 und 8 Litern Fassungsvermögen. Das 8-Liter-Gefäß ist voll, die anderen sind leer. Entwickle einen Algorithmus, um genau 4 Liter abzumessen!
15. Entwickle einen Algorithmus, der prüft ob eine eingegebene Zahl eine Primzahl ist. Stelle den Algorithmus als Flussdiagramm dar!
16. Recherchiere einen Fall, bei dem ein algorithmisches System zu problematischen Entscheidungen geführt hat. Analysiere die Ursachen und schlage Möglichkeiten zur Verbesserung!
17. Diskutiert die ethischen Implikationen von nicht-erklärbaren algorithmischen Entscheidungen in kritischen Bereichen wie Medizin oder Rechtsprechung! In welchen Bereichen könnte eine fehlende Erklärbarkeit noch kritisch sein?

# **Teil II.**

# **Repräsentation**

## 3. Informationen

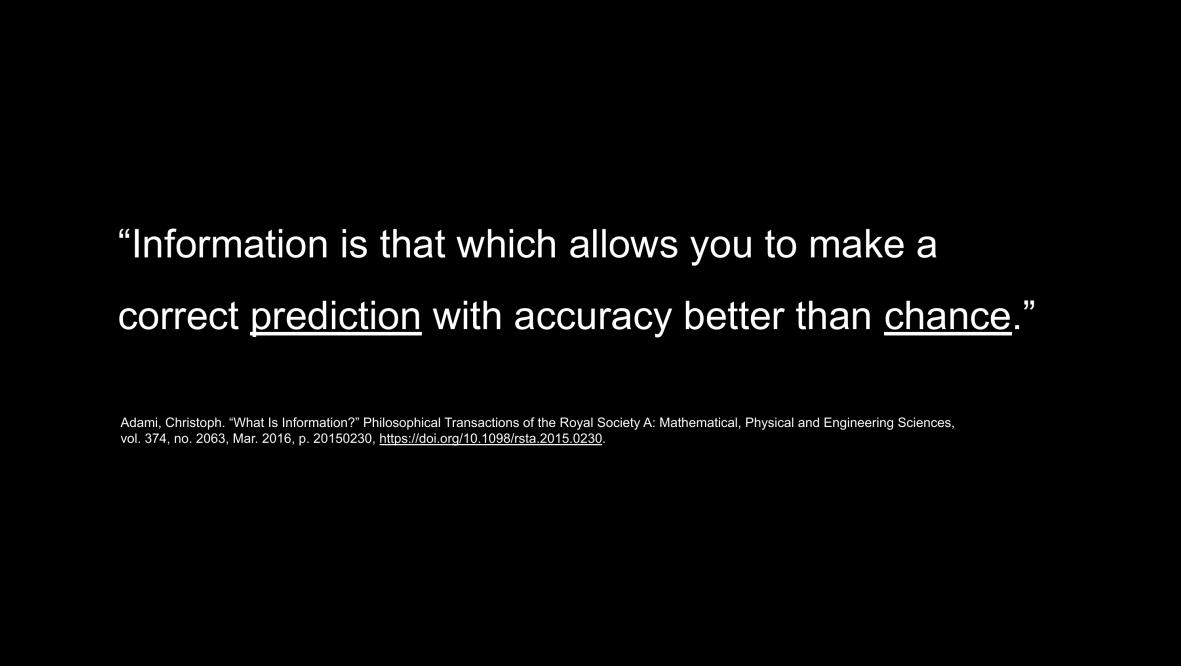


Zu diesem Kapitel gibt es ein Video auf YouTube. Scanne einfach den QR-Code oder klicke in der digitalen Version des Buches auf den QR-Code.

### 3.1. Information in der Informatik

Hast du dich jemals gefragt, was eigentlich Information genau ist? Jeder hat eine intuitive Vorstellung davon, was wir mit Information meinen. Aber was ist die genaue Definition? Und wie ist der Begriff *Information* im Zusammenhang mit digitalen Computern gemeint?

Hier schon einmal eine Definition aus Adami (2016), die wir in diesem Kapitel anhand von einigen Beispielen genauer verstehen wollen.



“Information is that which allows you to make a correct prediction with accuracy better than chance.”

Adami, Christoph. “What Is Information?” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 374, no. 2063, Mar. 2016, p. 20150230, <https://doi.org/10.1098/rsta.2015.0230>.

Abbildung 3.1.: Definition des Informationsbegriffs laut Adami (2016).

### 3.1.1. Zahlenraten

Um der Information auf die Spur zu kommen beginnen wir mit einem Gedankenexperiment. Stell dir vor, wir spielen ein Zahlenratespiel. Ich denke an eine Zahl zwischen 1 und 16, und dein Ziel ist es, sie zu erraten. Der Haken ist, dass du nur einen Versuch hast, die richtige Zahl zu erraten, aber du kannst die Möglichkeiten vorher durch Fragen der Form “Ist die Zahl größer als X?” eingrenzen. Für jede Frage werde ich dir mit “ja” oder “nein” antworten und damit die verbleibenden Optionen reduzieren.

Mit jeder Antwort, die du erhältst, wächst dein Wissen über meine Zahl, was bedeutet, dass deine **Unsicherheit** bezüglich der gesuchten Zahl abnimmt. Du kannst einige mögliche Zahlen ausschließen, wenn du eine neue Antwort erhältst.

Wir halten zunächst fest, dass das Eingrenzen der verbleibenden Möglichkeiten die Unsicherheit reduziert. Wir untersuchen nun, wie diese Idee die Grundlage der Informationstheorie bildet. Durch die Reduzierung der Unsicherheit sammeln wir mit jedem Versuch mehr **Information**. Aber wie viel Information erhältst du mit jeder Antwort? Und wie können wir das messen?

guess the number am I thinking of!

what is the most efficient approach?



Abbildung 3.2.: Ich denke an eine Zahl zwischen 1 und 16. Deine Aufgabe ist es, die Zahl mit so wenig Fragen wie möglich zu erraten.

### 3.1.2. Bit für Bit

In der Informatik kann Information definiert werden als “das, was es ermöglicht, eine korrekte Vorhersage mit besserer Genauigkeit als der Zufall zu treffen” [CITE]. Einfacher ausgedrückt bedeutet dies, die Unsicherheit durch Eingrenzung der möglichen Optionen zu reduzieren.

Vor diesem Hintergrund wollen wir unser Zahlenratespiel noch einmal genauer betrachten. Wie oben beschrieben, versuchst du meine Zahl zu erraten, und jede Antwort, die du von mir erhältst, grenzt den Bereich der möglichen Zahlen ein. Diese Reduzierung der Unsicherheit kann mit einer Einheit namens **Bit** gemessen werden. Ein Bit, was für **binary digit** (Binärziffer) steht, ist die grundlegende Einheit der Information. Es zeigt eine Halbierung der Unsicherheit an. Einfacher ausgedrückt: Wenn eine neue Antwort nur noch halb so viele Optionen wie zuvor übrig lässt, liefert sie uns genau ein Bit an Information.

Allerdings werden nicht alle Fragen und deren Antworten genau ein Bit Information liefern. Wenn zum Beispiel deine erste Frage im Ratespiel lautet: “Ist deine Zahl größer als 12?” und die Antwort “nein” ist, bleiben die Zahlen 1 bis 12 übrig. Das bedeutet, du hast noch 12 Optionen von ursprünglich 16, was die Unsicherheit nicht halbiert. Es werden nur 4 statt der nötigen 8 Möglichkeiten entfernt. Lautet die Antwort dagegen “ja”, so kannst du insgesamt

12 Möglichkeiten streichen, was mehr als der Hälfte entspricht und der Informationsgehalt der Antwort wäre größer als ein Bit.

Um genau ein Bit Information zu erhalten, solltest du darauf abzielen, mit jeder Frage genau die Hälfte der möglichen Zahlen auszuschließen. Wenn du zum Beispiel fragst “Ist deine Zahl größer als 8?”, stellst du sicher, dass du - egal ob die Antwort “ja” oder “nein” ist - in beiden Fällen 8 mögliche Zahlen übrig behältst. Ist die Antwort “ja”, bleiben die Zahlen 9 bis 16 übrig. Ist die Antwort “nein”, bleiben die Zahlen 1 bis 8. In beiden Szenarien wird deine Unsicherheit um die Hälfte reduziert, also um ein Bit.

Indem du deine Fragen sorgfältig so wählst, dass sie die verbleibenden Optionen jedes Mal halbieren, reduzierst du deine Unsicherheit Bit für Bit und machst es dir leichter und schneller, die richtige Zahl zu finden.

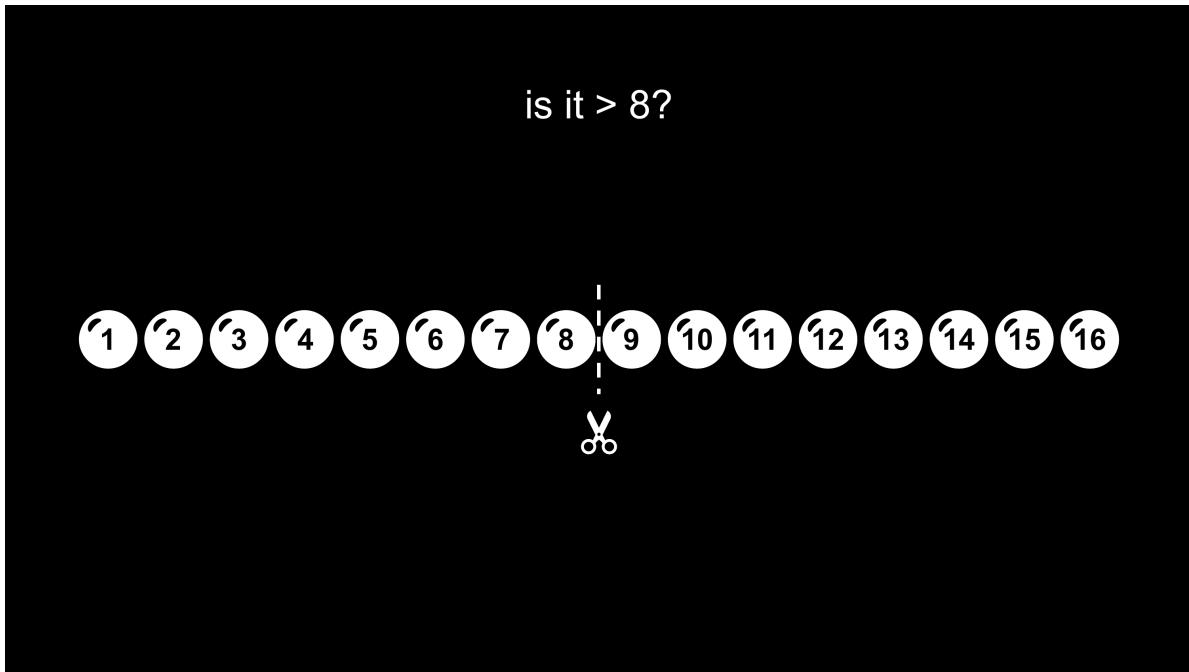


Abbildung 3.3.: Deine Fragen sollten die Anzahl der Möglichkeiten halbieren.

Angenommen, die Antwort auf deine erste Frage “Ist deine Zahl größer als 8?” war “nein”. Was sollte deine nächste Frage sein, um die Unsicherheit weiterhin effektiv zu reduzieren? Die beste Strategie ist es zu fragen: “Ist sie größer als 4?”. Diese Vorgehensweise stellt sicher, dass dir immer nur vier mögliche Zahlen bleiben: entweder 1 bis 4, wenn die Antwort “nein” ist, oder 5 bis 8, wenn die Antwort “ja” ist. Erneut halbiert dies die verbleibenden Optionen und liefert genau ein Bit an Information.

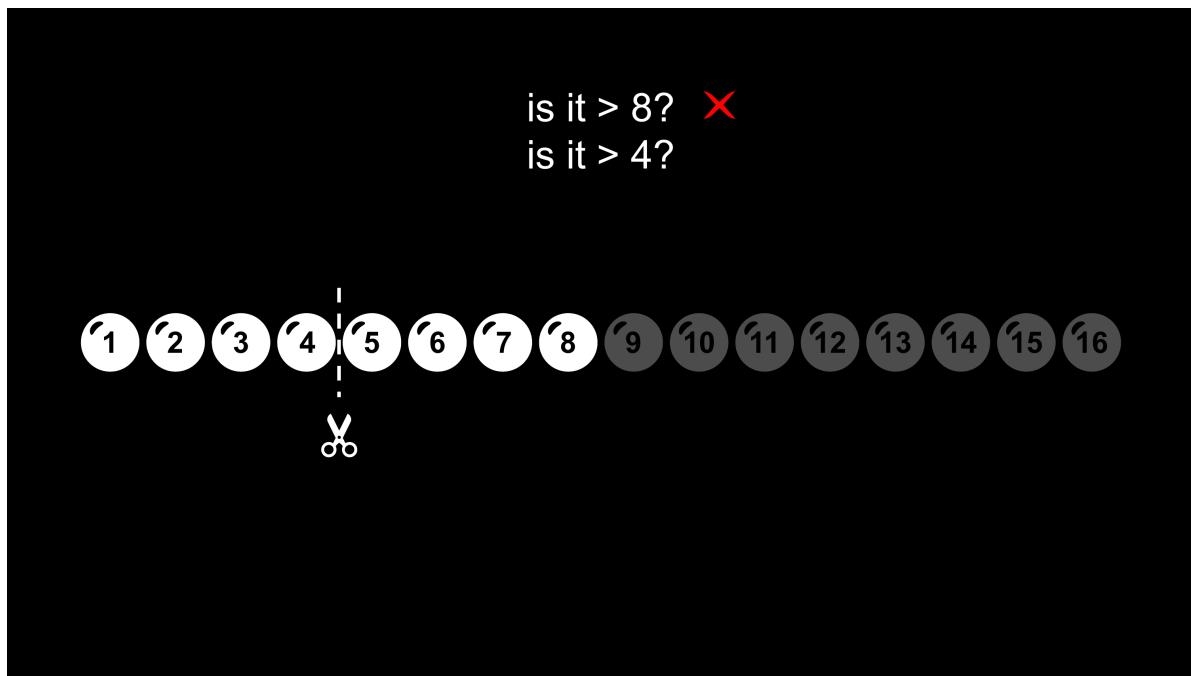


Abbildung 3.4.: Nach zwei Fragen bleiben noch 4 Möglichkeiten, wenn die Fragen gut gewählt wurden.

Lass uns mit dieser Methode fortfahren. Angenommen, deine zweite Frage “Ist sie größer als 4?” erhält ein “nein” als Antwort. Deine neue Auswahl an Zahlen ist auf 1, 2, 3 und 4 begrenzt. Um die Unsicherheit weiter zu reduzieren, wäre die nächste logische Frage: “Ist sie größer als 2?” Dies lässt dir entweder die Zahlen 1 und 2 oder 3 und 4, abhängig von der Antwort.

Indem du weiterhin Fragen stellst, die systematisch die verbleibenden Optionen halbieren, kannst du sehen, wie wir schrittweise die Unsicherheit Bit für Bit reduzieren. Schließlich wirst du nach nur vier Fragen die Zahl auf genau eine eingrenzen, da keine anderen Möglichkeiten mehr übrig sind. Das bedeutet, du hast die Unsicherheit auf null reduziert.

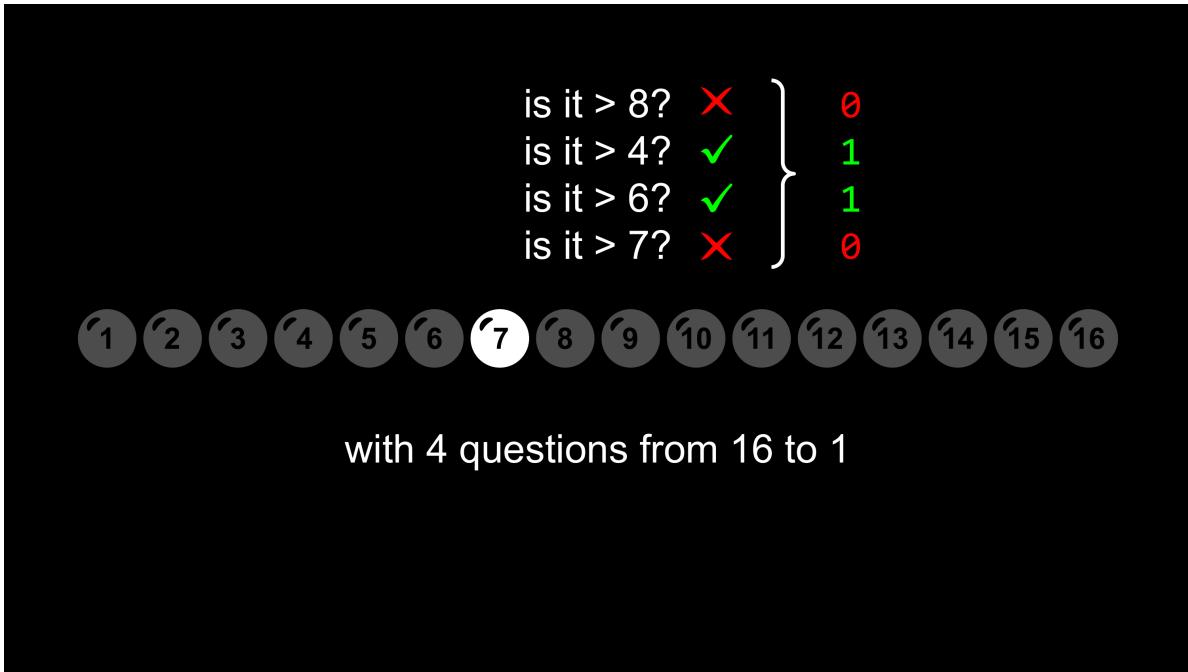


Abbildung 3.5.: Wir benötigen vier Ja/Nein-Fragen, um die Optionen von 16 auf eine einzige zu reduzieren.

### 3.1.3. Unsicherheit

Wir haben gerade gelernt, dass wir mit jeder Ja/Nein-Frage, die die Hälfte der Möglichkeiten eliminiert, ein Bit an Information gewinnen. Aber wie können wir dieses Konzept der Reduktion von Unsicherheit mathematisch quantifizieren? Wir gehen das Schritt für Schritt durch.

Stell dir vor, du bist am Anfang unseres Zahlenratespiels. Es gibt 16 mögliche Zahlen, an die ich denken könnte, daher ist deine Wahrscheinlichkeit, beim ersten Versuch die richtige Zahl zu erraten, ziemlich gering:

$$P_{correct} = \frac{1}{16}$$

Das entspricht einer Wahrscheinlichkeit von nur 0,0625 - definitiv nicht zu deinen Gunsten. Angenommen, du stellst eine Frage, die die Möglichkeiten auf die Hälfte reduziert. Jetzt verbessert sich deine Chance, richtig zu raten:

$$P_{correct} = \frac{1}{8}$$

Mit jeder weiteren Frage verdoppelt sich diese Wahrscheinlichkeit, während sich deine Unsicherheit halbiert. Ist Wahrscheinlichkeit die beste Methode, um Unsicherheit zu messen? Wenn wir möchten, dass unser Maß für Unsicherheit abnimmt, während wir mehr Informationen sammeln, ist es es sinnvoll, den Kehrwert der Wahrscheinlichkeit zu verwenden. Das entspräche der Anzahl an Möglichkeiten, die noch im Rennen sind.

Zu Beginn gibt es 16 Möglichkeiten, also begänne die Unsicherheit bei 16. Nach der ersten Frage fiele sie auf 8, dann auf 4, 2 und schließlich 1. Allerdings würde dieses Maß uns selbst dann, wenn nur noch eine Option übrig ist, eine gewisse Unsicherheit, nämlich 1, anzeigen, was nicht ganz unserem intuitiven Verständnis entspricht. Wenn wir sicher sind, dann sollte die Unsicherheit 0 sein.

Claude Shannon, der Vater der Informationstheorie, schlug einen anderen Ansatz vor. Er empfahl, die Unsicherheit mithilfe des Logarithmus zur Basis 2 der Anzahl der Möglichkeiten zu messen:

$$H = \log_2(N)$$

Diese Methode hat mehrere Vorteile. Erstens ist die Unsicherheit gleich null, wenn es nur eine mögliche Antwort gibt ( $N=1$ ), was mit unserer Intuition übereinstimmt:

$$\log_2(1) = 0$$

Ein weiterer Vorteil ist die Einfachheit der Berechnungen, besonders wenn es um mehrere unabhängige Unsicherheiten geht. Nehmen wir an, das Spiel ändert sich: Jetzt denke ich an zwei unabhängige Zahlen zwischen 1 und 16. Bevor du irgendwelche Fragen stellst, beträgt deine Unsicherheit für jede Zahl:

$$\log_2(16) = 4 \text{ bits}$$

Die Gesamtunsicherheit für beide Zahlen ist einfach die Summe ihrer individuellen Unsicherheiten:

$$\log_2(16) + \log_2(16) = 8 \text{ bits}$$

Wenn wir stattdessen Wahrscheinlichkeiten verwenden, müssten wir die Chancen multiplizieren, um die Wahrscheinlichkeit zu finden, beide Zahlen korrekt zu erraten:

$$P_{\text{correct},\text{correct}} = \frac{1}{16} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{256}$$

Mit beiden Zahlen gibt es 256 Möglichkeiten. Mit Shannons Methode erhalten wir das gleiche Ergebnis:

$$\log_2(256) = 8 \text{ bits}$$

Wie du siehst, vereinfacht die Verwendung von Logarithmen unsere Berechnungen, besonders wenn es um mehrere Quellen der Unsicherheit geht. Diese Klarheit und Einfachheit sind der Grund, warum Shannons Ansatz fundamental für die Informationstheorie geworden ist.

### 3.1.4. Information

Um den Begriff *Information* aus dem Begriff der *Unsicherheit* herzuleiten, betrachten wir zwei Zustände: Die ursprüngliche Unsicherheit vor einer Frage, die wir als  $H_0$  bezeichnen, und die reduzierte Unsicherheit nach der Antwort, die wir  $H_1$  nennen. Die Menge an Information  $I$ , die wir durch die Antwort gewinnen, entspricht der Differenz dieser beiden Unsicherheiten:

$$I = H_0 - H_1$$

Information ist also die Reduzierung von Unsicherheit. Mit der obigen Formel können wir die Information  $I$  präzise quantifizieren. Dies ermöglicht uns zu berechnen, wie viel Information wir durch jede Frage gewinnen. Betrachten wir ein konkretes Beispiel aus unserem Zahlenratespiel: Angenommen, deine erste Frage ist “Ist deine Zahl größer als 12?” und die Antwort lautet “nein”. Dann bleiben die Zahlen 1 bis 12 als Möglichkeiten übrig. Die gewonnene Information berechnet sich wie folgt:

$$I = \log_2(16) - \log_2(12) \approx 4 - 3.585 \approx 0.415 \text{ bits}$$

In diesem Fall lieferte die Antwort etwa 0,415 Bits an Information – also weniger als ein Bit. Das ist folgerichtig, da die Antwort weniger als die Hälfte der Möglichkeiten eliminiert hat.

Wie sähe es aus, wenn die Antwort “ja” gewesen wäre? In diesem Fall blieben nur die Zahlen 13, 14, 15 und 16 übrig, also vier mögliche Optionen:

$$I = \log_2(16) - \log_2(4) = 4 - 2 = 2 \text{ bits}$$

Diese Antwort lieferte mehr als ein Bit, nämlich 2 Bits. Wie lässt sich dieser Unterschied erklären?

### 3.1.5. Unwahrscheinliche Antworten

Die Menge an Information hängt von der Wahrscheinlichkeit der jeweiligen Antwort ab. Bei einer Frage, die die Möglichkeiten halbiert, hat jede Antwort “Ja” oder “Nein” auf die Frage “Ist die Zahl größer als X?” eine Wahrscheinlichkeit von genau 50%. Diese gleichmäßige Verteilung vereinfacht die Berechnung und liefert genau ein Bit an Information.

Bei der Frage “Ist deine Zahl größer als 12?” sind die beiden Antworten “Ja” und “Nein” allerdings nicht gleich wahrscheinlich. Es gibt zwölf mögliche Zahlen, die ein “Nein” ergeben und nur vier, die ein “Ja” ergeben, was Wahrscheinlichkeiten von 75% für “Nein” und 25% für “Ja” bedeutet. Da die “Ja”-Antwort weniger wahrscheinlich ist, ist sie überraschender – und liefert deshalb mehr Information. Wie wir berechnet haben, gibt uns ein “Ja” 2 Bits an Information, während ein “Nein” nur 0,415 Bits liefert.

Dieser Zusammenhang ist ein Kernprinzip der Informationstheorie: Je unwahrscheinlicher ein Ereignis ist, desto mehr Information enthält sein Auftreten. Umgekehrt liefert eine sehr wahrscheinliche Antwort, wie das “Nein” im obigen Beispiel, weniger Information, da sie weniger überraschend ist.

Warum zielen wir darauf ab, Fragen zu stellen, die die Möglichkeiten gleichmäßig halbieren? Man könnte auch wild raten in der Hoffnung, durch eine unwahrscheinlichere Antwort mehr Informationen zu bekommen – auch wenn man seltener richtig liegt. Die Antwort ist einfach: Eine Frage, die den Raum der Möglichkeiten halbiert, maximiert unseren *erwarteten* Informationsgewinn. Zwar können wir mit einer riskanten Frage wie “Ist die Zahl größer 15?” unser Glück herausfordern und im Erfolgsfall die Unsicherheit stark verringern. Dies ist jedoch keine nachhaltige Strategie. Wenn wir das Spiel nicht nur einmal, sondern 10, 100 oder 1000 Mal spielen, nähern wir uns im Mittel dem Erwartungswert für die gewonnene Information  $E[I]$ . Und dieser Erwartungswert favorisiert eindeutig Fragen, die die Hälfte der Möglichkeiten eliminieren.

Um dies zu verdeutlichen, berechnen wir zunächst den Erwartungswert für die extreme Frage “Ist die Zahl größer 15?”:

$$E[I] = \left( \frac{1}{16} \times 4 \right) + \left( \frac{15}{16} \times 0.09311 \right) = 0.3373$$

Der Erwartungswert berechnet sich durch den mit der Wahrscheinlichkeit gewichteten Informationsgewinn für jede mögliche Antwort. Bei der Frage “Ist die Zahl größer als 15?” gibt es ein “Ja” nur dann, wenn die Zahl 16 ist. Von den sechzehn möglichen Zahlen erzeugt also nur eine diese Antwort. Die Wahrscheinlichkeit beträgt somit  $\frac{1}{16}$ . In diesem Fall reduziert sich unsere Unsicherheit sofort auf Null, da nur noch eine einzige Möglichkeit übrig bleibt. Die ursprüngliche Unsicherheit betrug 4 Bits:

$$H_0 = \log_2(16) = 4 \text{ bits}$$

Und wenn die Unsicherheit nach der Antwort “Ja” auf Null reduziert wird:

$$H_1 = \log_2(1) = 0 \text{ bits}$$

Daraus ergibt sich ein Informationsgehalt von 4 Bits:

$$I = H_0 - H_1 = 4 - 0 = 4 \text{ bits}$$

Dies erklärt den ersten Teil der Erwartungswertgleichung. Der zweite Teil folgt demselben Prinzip, allerdings mit einem wichtigen Unterschied: Die Wahrscheinlichkeit für die Antwort “Nein” ist mit  $\frac{15}{16}$  deutlich höher. Gleichzeitig verbleibt eine große Restunsicherheit  $H_1$ , da wir lediglich eine einzige Zahl ausschließen konnten:

$$H_1 = \log_2(15) \approx 3.9069 \text{ bits}$$

Die gewonnene Information ist somit sehr klein:

$$I = 4 - 3.9069 \approx 0.0931 \text{ bits}$$

Anhand der Erwartungswertformel konnten wir zeigen, dass eine extreme Frage, die mit viel Glück direkt zum Ziel führt, in unserem Ratespiel einen erwarteten Informationsgehalt von etwa einem Drittel Bit (0,3373) hat. Prüfen wir nun, ob der Erwartungswert für Fragen, die die Hälfte der Möglichkeiten eliminieren, tatsächlich höher ist:

$$E[I] = (0.5 \times 1) + (0.5 \times 1) = 0.5 + 0.5 = 1 \text{ bit}$$

Wie erwartet beträgt der Erwartungswert genau 1 Bit, da bei jeder Antwort – ob “Ja” oder “Nein” – jeweils die Hälfte der Optionen eliminiert wird.

### 3.1.6. Mehr als zwei Antworten

Bisher haben wir in unserem Zahlenratespiel nur Fragen mit zwei Antwortmöglichkeiten betrachtet. Informationen, also Antworten auf Fragen, können jedoch vielfältiger sein. Wie berechnen wir die Information, wenn es mehr als zwei Antwortmöglichkeiten gibt?

Als Beispiel betrachten wir eine Urne mit farbigen Kugeln in drei Farben: Rot, Grün und Blau. Aus dieser Urne ziehen wir zwei Kugeln, wobei wir nach jedem Zug die gezogene Kugel zurück in die Urne legen. Dieses statistische Experiment bezeichnet man als “Ziehen mit Zurücklegen”.

## 3.2. Daten repräsentieren Information

### Übungsaufgaben

1. Wie heißt die kleinste mögliche Informationseinheit?
2. Erkläre in deinen eigenen Worten, warum es keine kleinere Informationseinheit als das Bit geben kann!
3. Was ist ein Trit? Und wie hängt es mit dem Bit zusammen?
4. Was ist der Unterschied zwischen der Unsicherheit  $H$  und Information  $I$ ? Was haben beide Größen gemeinsam?
5. Erläutere mit eigenen Worten, warum Ja/Nein-Fragen, die den Raum der Möglichkeiten jeweils halbieren, am effizientesten sind, um möglichst viele Informationen zu erhalten!
6. Warum verwenden wir bei der Berechnung des Speicherbedarfs einer Nachricht die Formel  $H = \lceil \log_2(S) \rceil \times n$  und nicht  $H = \log_2(S) \times n$ ?
7. Warum beeinflusst unser Vorwissen über eine Informationsquelle den Informationsgehalt einer Nachricht?
8. Ihr sollt einen Buchstaben aus dem Alphabet erraten und dürft so viele Ja/Nein-Fragen stellen, wie ihr wollt. Welche konkreten Fragen stellt ihr?
9. Wie viele Bits benötigen wir, um die folgenden Anzahlen möglicher Nachrichten zu repräsentieren?
  - a. 10
  - b. 64
  - c. 128
  - d. 1.000
  - e. 1.024
  - f. 16.777.216
10. Berechnet den Bedarf an Bits, um die folgenden Nachrichten zu repräsentieren:
  - a. Ein deutsches Autokennzeichen
  - b. Eine Doppelkopfhand
  - c. Die Lottozahlen
  - d. Eine zehnstellige Telefonnummer
  - e. Ein acht Zeichen langes Passwort, das nur Großbuchstaben, Kleinbuchstaben und Zahlen enthält
  - f. Eine IPv4-Adresse

11. Wie viel Information steckt theoretisch in der menschlischen DNA? Warum bräuchten wir in der Praxis deutlich weniger Speicherplatz, um die menschliche DNA zu speichern?
12. Wir spielen das Spiel, bei dem sich euer Gegenüber eine beliebige Karte aus einem Pokerkartenspiel mit 52 Karten merkt. Deine Aufgabe ist es, durch Ja/Nein-Fragen Informationen zur gesuchten Karte zu erhalten. Beantworte dazu die folgenden Fragen:
  - a. Welche Strategie für die Auswahl deiner Fragen solltest du verfolgen, um die benötigten Fragen zu minimieren?
  - b. Wie viele Fragen benötigst du mit dieser Strategie mindestens, maximal und durchschnittlich, um die gesuchte Karte zu finden?
  - c. Angenommen, deine erste Frage lautete: „Ist die Karte ein Ass?” Wie beurteilst du diese Frage, wenn dein Ziel ist, mit möglichst wenigen Fragen die richtige Karte zu finden?
  - d. Angenommen, die Antwort auf die obige Frage lautet „Nein”. Wie viel Information hast du gewonnen?
  - e. Wie viel Information liefert die Antwort „Ja“ auf die gleiche Frage?
  - f. Riskantere Fragen können dir mehr Informationen als 1 Bit liefern. Allerdings ist die günstige Antwort dann auch unwahrscheinlicher. Stelle anhand des Erwartungswerts für die Information  $E[I]$  einer Frage dar, warum genau ein Bit das Optimum ist!
  - g. Erläutere mit deinen eigenen Worten und ohne Formeln, warum unwahrscheinlichere Ereignisse (hier: Antworten) mehr Informationen liefern!

## **4. Bits**



Zu diesem Kapitel gibt es ein Video auf YouTube. Scanne einfach den QR-Code oder klicke in der digitalen Version des Buches auf den QR-Code.

### **4.1. Ist das Bit die kleinste Informationseinheit?**

### **4.2. Was ist ein Byte?**

## Übungsaufgaben

1. Konvertiert die folgenden Dezimalzahlen in das Binärsystem!
  - a. 12
  - b. 27
  - c. 85
  - d. 128
  - e. 255
2. Konvertiert die folgenden Binärzahlen in das Dezimalsystem!
  - a. 1001
  - b. 1110
  - c. 101011
  - d. 1101010
  - e. 10000001
3. Konvertiert die folgenden Oktalzahlen in das Dezimalsystem!
  - a. 7
  - b. 10
  - c. 20
  - d. 77
  - e. 100
4. Recherchiert einen einfachen Algorithmus zur Konvertierung einer Dezimalzahl in eine Binärzahl. Beschreibt den Algorithmus mit euren eigenen Worten und erläutert ihn an einem konkreten Beispiel.
5. Im Hexadezimalsystem zur Basis 16 reichen die Ziffern 0-9 nicht aus, um alle möglichen Werte darzustellen. Wie wird dieses Problem gelöst?

# **5. Codesysteme**

## **5.1. ASCII-Code**

## **5.2. Verallgemeinerung von Codesystemen**

## **5.3. Unicode**

## **5.4. RGB-Code**

## **5.5. Code vs Codec**

Der Begriff *Codec* leitet sich von den zwei Wörtern **encoder** und **decoder** ab. Die beiden Begriffe werden zwar ähnlich geschrieben, unterscheiden sich aber in ihrer Bedeutung. Ein Codec beschreibt ein Vorgehen oder einen Algorithmus, um Daten vor dem Senden nach einem definierten Verfahren zu kodieren und nach dem Empfang wieder zu dekodieren. Dies ist besonders sinnvoll, um Informationen effizienter zu übertragen und weniger Bandbreite zu beanspruchen. Zudem können Daten verschlüsselt und die Kommunikation dadurch sicherer gemacht werden. Wir lernen einige Methoden für beide Anwendungsfälle in einem späteren Kapitel kennen. Im Gegensatz dazu beschreibt ein Code ein System, das einer Reihe von Symbolen eine bestimmte Bedeutung zuordnet, wie wir in diesem Abschnitt gesehen haben.

## 5.6. Übungsaufgaben

1. Ihr wollt euch für komplettes Skatspiel die Abfolge schwarzer (Pik, Kreuz) und roter (Herz, Karo) Karten merken und als Hexadezimalzahl kodieren. Wie viele Ziffern müsst ihr euch merken?
2. Du schreibst eine Kurznachricht und kodierst sie mit dem ASCII-Codesystem. Deine Nachricht hat inklusive Leerzeichen 40 Zeichen. Wie viele Bytes benötigst du für Kodierung deiner Nachricht?
3. Du möchtest ein Foto speichern, dessen Pixel als RGB-Werte repräsentiert werden. Das Foto soll 200 x 300 Pixel haben. Welchen Speicherbedarf haben die Farbwerte aller Pixel zusammen?
4. Du möchtest ein Foto im RGB-Format speichern und hast 0,75 MB zur Verfügung. Das Foto ist quadratisch. Welche Dimension hat das größtmögliche Bild, dass in den vorhandenen Speicher passt?
5. Du möchtest ein Bild in insgesamt 256 Graustufen speichern. Das Bild hat eine Auflösung von 1200 x 800 Pixel. Wie viel Speicherplatz benötigst du?
6. Du möchtest ein Bild im Schwarz/Weiß-Format speichern. Du hast 0,5 KB zur Verfügung. Wie viele Pixel kannst du speichern?
7. Ermittle die maximale Farbtiefe, die du für ein Bild mit 1000 x 800 Pixeln und einer Dateigröße von 0,8 MB verwenden kannst.
8. Wie viele Farben könnten wir kodieren, wenn wir nur 7 Bits statt 8 für jede der Grundfarben Rot, Grün und Blau verwenden würden?
9. Wäre es sinnvoll, eine erweiterte Version des RGB-Codes zu erstellen, die für jede der Grundfarben ein zusätzliches Nibble hinzufügt? Wie viele Farben könnten wir dann kodieren? Finde Argumente für und gegen diese Idee!
10. Wir hatten nicht immer die vollen 16.777.216 Farben auf unseren Computerbildschirmen. Recherchiere, wie sich Farbcodes im Laufe der Geschichte der digitalen Computer entwickelt haben. Kannst du einige Screenshots aus längst vergangenen Zeiten finden?
11. Du möchtest eine Audiodatei mit einer Länge von 1 Minute speichern. Du wählst eine Sample Rate von 4000 Hz und eine Bit Depth von 16 Bit. Wie groß wird die Datei?
12. Du hast eine Audiodatei (unkomprimiert) mit einer Länge von 10 Sekunden und einer Größe von 100 KB. Du weißt, dass die Sample Rate 5 Khz beträgt. Welche Bit Depth hat die Aufnahme?
13. Du entwirfst ein Logo für deine Firma, das du auf möglichst unterschiedlichen Medien, vom Flyer bis zum Plakat, in hoher Qualität drucken möchtest. Welches Dateiformat wählst du und warum?

14. Erläutere den Unterschied zwischen Codesystemen mit fester und variabler Länge. Nenne jeweils ein Beispiel.
15. Ist der Morsecode ein binäres Codesystem? Begründe deine Antwort.
16. Wie viele Bits verwendet der Braille-Code, um ein Symbol darzustellen? Ist der Braille-Code ein Binärkode?

# **6. Datenstrukturen**

**6.1. Listen**

**6.2. Mengen**

**6.3. Graphen**

**6.4. Bäume**

**6.5. Warteschlangen**

# **Teil III.**

# **Verarbeitung**

## **7. Analog vs. Digital**



Zu diesem Kapitel gibt es ein Video auf YouTube. Scanne einfach den QR-Code oder klicke in der digitalen Version des Buches auf den QR-Code.

### **7.1. Was ist der Unterschied zwischen der analogen und digitalen Welt?**

#### **7.1.1. Endlich viele Möglichkeiten vs. Unendlichkeit**

#### **7.1.2. Diskrete und kontinuierliche Werte**

## **8. Speicher**

### **8.1. Substratunabhängigkeit**

# **9. Logik und Arithmetik**

## **9.1. Schalter**

### **9.1.1. Relais, Vakuumröhren und Transistoren**

## **9.2. Logikgatter**

## **9.3. Binäre Addition**

## **9.4. Binäre Subtraktion**

## **9.5. Substratunabhängigkeit**

# **10. Computer**

## **10.1. Komponenten eines Computers**

- von Neumann-Architektur

# **Teil IV.**

# **Kommunikation**

# 11. Signale

## 11.1. Was ist ein Signal?

“A signal is a function that conveys information about the behavior of a system or attributes of some phenomenon”.

Ein Signal ist eine physikalische Größe, die Informationen trägt. Stellen wir uns vor, du stehst an einer Straßenecke und winkst einem Freund auf der anderen Seite zu. Deine Handbewegung ist ein **optisches Signal**, das die Information „Komm her!“ überträgt. Signale können auch Schallwellen (wie deine Stimme), elektrische Impulse (in Kabeln) oder Licht (in Glasfasern) sein

### 11.1.1. Der Kern ist die Veränderung

Eine statische physikalische Größe kann keine Informationen übertragen. Dies haben wir bereits im Kapitel [Kapitel 3](#) kennengelernt. Erst die Veränderung einer physikalischen Größe über die Zeit ermöglicht es, Informationen zu kodieren und zu übertragen. Ein einfaches Beispiel ist das An- und Ausschalten einer Lampe, wobei die Veränderung der Helligkeit das Signal darstellt. Die zeitliche Abfolge dieser Veränderungen kann dann als Nachricht interpretiert werden, wie etwa beim Morsecode.

### 11.1.2. Häufig elektrisch

Ein Signal muss nicht unbedingt eine elektrische Größe wie Spannung (gemessen in Volt) sein. Signale können auch mechanische Größen (Druck, Beschleunigung), optische Größen (Helligkeit, Farbe) oder akustische Größen (Schallwellen) sein. Das Entscheidende ist, dass sich das Signal als messbare Größe über die Zeit verändert und dadurch Informationen transportiert.

Für die Verarbeitung mit Computern müssen wir alle Signale in elektrische Signale umwandeln. Von dort aus ist es dann ein kleiner Schritt zum digitalen Signal, das nur die Werte Null oder Eins annehmen kann. Dafür nutzen wir sogenannte **Analog-to-Digital-Converter (ADC)**.

## **11.2. Wie können wir Signale erzeugen?**

### **11.2.1. Von digital zu analog**

### **11.2.2. Die LED**

## **11.3. Wie können wir Signale empfangen?**

### **11.3.1. Von analog zu digital**

### **11.3.2. Der Farbsensor**

## **11.4. Welche Bedeutung hat ein Signal?**

Ein Signal ist zunächst nur eine messbare Abfolge von Veränderungen einer physikalischen Größe über die Zeit. Die Bedeutung, die wir diesen Veränderungen – oder der Modulation – zuschreiben, bestimmen wir selbst.

# **12. Protokolle**

## **12.1. Peer-To-Peer**

## **12.2. Handshake**

## **12.3. TCP/IP & HTTPs**

- How can we communicate between two computers?
  - Protocols / Handshake
  - Netzwerk / Internet / P2P-Communication

# **13. Verschlüsselung**

## **13.1. Verschlüsselung**

### **13.1.1. Symmetrisch**

- Symmetric encryption with Caesar Cipher

### **13.1.2. Asymmetrisch**

- Assymmetric with RSA Toy

## **13.2. Digitale Signaturen**

- Digital signatures

# **14. Kompression**

## **14.1. Verlustfreie Kompression**

- Huffman

## **14.2. Verlustbehaftete Kompression**

- JPEG

# **Teil V.**

# **Programmierung**

Die Programmierung ist der Schlüssel zur Entfaltung des vollen Potenzials von Computern. Computer führen auf Hardware-Ebene mithilfe winziger Bauteile blitzschnelle Berechnungen und Datenverarbeitungen durch. Das Herzstück dieser Operationen ist der Hauptprozessor (CPU).

Die CPU verarbeitet Befehle in einer komplexen Maschinensprache - einer Sprache, die für Menschen schwer verständlich und unpraktisch für die direkte Problemlösung ist. Deshalb nutzen wir höhere Programmiersprachen wie Python. Diese Sprachen sind mit ihrer verständlichen Syntax und ihrem natürlicheren Vokabular wesentlich besser für Menschen geeignet.

In diesem vierten Teil des Buches lernen wir die fundamentalen Konzepte und Werkzeuge kennen, mit denen wir Computer effektiv programmieren können. Wir verstehen, wie wir komplexe Probleme in klare Anweisungen übersetzen, die der Computer ausführen kann.

Diese Fähigkeit ist auch für das LiFi-Projekt unverzichtbar, um die Algorithmen für das Senden und Empfangen von Nachrichten sowie für die

# 15. Willkommen in Python

## 15.1. Unser erstes Programm

Unser erstes Programm könnte so aussehen:

```
# Ask the user for their name
name = input("What's your name? ")

# Greet the user
print(f"Hello {name}")
```

Ein **Programm** besteht aus einer Reihe von Anweisungen, die von einem Computer ausgeführt werden. Ein Programm wird als reiner Text geschrieben, und üblicherweise verwenden wir für jede neue Anweisung eine separate Zeile. Um ein Programm zu schreiben, benötigen wir lediglich einen einfachen Texteditor. Allerdings bevorzugen wir eine vollständige Entwicklungsumgebung wie [Visual Studio Code](#), da sie viele hilfreiche Funktionen wie Syntaxhervorhebung, automatische Vervollständigung und Debugging-Tools bietet, die das Programmieren erleichtern.

Wenn ein Computer ein Programm ausführt, geht er Zeile für Zeile durch das Programm und führt aus, was jede Zeile - oder **Anweisung** - ihm vorgibt. Im Beispiel oben wird zuerst die Zeile

```
name = input("What's your name? ")
```

ausgeführt. Diese Zeile nutzt die Funktion `input()`, um eine Eingabe vom Benutzer abzufragen. Das Ergebnis wird in einer Variable namens `name` gespeichert. Anschließend geht der Computer zur nächsten Zeile, wo er die Anweisung

```
print(f"Hello {name}")
```

vorfindet. `print()` ist eine Funktion, die eine Nachricht auf der Konsole ausgibt.

Vielleicht fragst du dich, was es mit den beiden Zeilen auf sich hat, die mit einem #-Symbol beginnen?

```
# Ask the user for their name  
# Greet the user
```

Diese Zeilen sind **Kommentare** und gehören nicht zum eigentlichen Programm. Der Computer überspringt sie – sie dienen ausschließlich uns Menschen als Hilfestellung. Ein gut platziert Kommentar kann das Verständnis des Codes erheblich erleichtern.

Im Beispiel oben werden die Befehle Zeile für Zeile ausgeführt – das ist der Normalfall in einem Programm. Es gibt jedoch spezielle Anweisungen wie **Schleifen**, **Kontrollstrukturen** und **Funktionen**, die den Computer veranlassen, Befehle in einer anderen Reihenfolge auszuführen. Mit diesen Anweisungen kann der Computer bestimmte Aktionen wiederholen oder Codezeilen überspringen. Keine Sorge, wenn dir diese Konzepte noch nicht ganz klar sind – wir werden sie bald näher kennenlernen.

## 15.2. Ein Programm ausführen

Um ein Python-Programm auszuführen, benötigen wir einen Python-Interpreter – das Programm, das unseren Python-Code Zeile für Zeile liest und ausführt. Diesen musst du [für dein Betriebssystem herunterladen](#) und wie jedes andere Programm installieren. In Visual Studio Code können wir ein Python-Programm einfach mit einem Klick auf den „Play“-Button oder durch Drücken der Taste F5 starten. Ich persönlich bevorzuge jedoch den Weg über die Kommandozeile (oder Terminal), da wir so die volle Kontrolle über die Ausführung unseres Programms haben. Ein weiterer Vorteil: Wir lernen dabei wichtige Kommandozeilenbefehle kennen, die in der Softwareentwicklung unverzichtbar sind. Mach dich also mit dem Terminal vertraut.

Öffne direkt ein Terminal in Visual Studio Code über das Menü “Terminal” → “New Terminal”. Bei Windows-Systemen solltest du darauf achten, dass es sich um ein “Command Prompt” (cmd) handelt. Bei Linux-Systemen heißt es “Bash”, auf einem Mac-Rechner heisst es einfach “Shell”.

```
python my_first_program.py
```

# 16. Variablen und Datentypen

## 16.1. Wozu dienen Variablen?

Programme bestehen aus einer Abfolge von Anweisungen, die der Computer von oben nach unten ausführt. Jede Anweisung kann bei ihrer Ausführung ein Ergebnis erzeugen, beispielsweise wenn wir eine einfache Berechnung durchführen.

```
width * height
```

Das obige Beispiel zeigt eine einfache Berechnung einer Rechteckfläche anhand von Breite und Höhe. Um das Ergebnis dieser Berechnung in späteren Programmschritten nutzen zu können, müssen wir es speichern. Hierfür verwenden wir in der Programmierung eine Variable.

```
area = width * height
```

Im Beispiel oben weisen wir der Variable `area` das Ergebnis der Flächenberechnung zu. Eine Variable funktioniert dabei wie ein Notizzettel, auf dem wir uns etwas Wichtiges aufschreiben. Über den Variablenamen können wir dann jederzeit innerhalb unseres Programms auf den gespeicherten Wert zugreifen. Zum Beispiel können wir ihn auf der Konsole ausgeben:

```
print(area)
```

Oder wir nutzen die Fläche, um das Volumen einer Kiste zu berechnen, nachdem der Benutzer dem Programm die Tiefe mitgeteilt hat:

```
volume = area * depth
```

## 16.2. Konstanten

Eine Konstante ist ein Sonderfall einer Variable. Der wesentliche Unterschied besteht darin, dass einer Konstante nur einmal ein Wert zugewiesen wird, der sich im weiteren Programmverlauf nicht mehr ändert. Dies ähnelt dem Konzept mathematischer Konstanten wie  $\pi$ , die einen unveränderlichen Wert besitzen.

In Python definieren wir Konstanten, indem wir alle Buchstaben des Namens groß schreiben:

```
PI = 3.14159  
INPUT_FILE = "data.csv"
```

In Python gibt es technisch gesehen keine echten Konstanten – sie existieren nur als Konvention. Programmierer nutzen die Großschreibung des Namens, um zu signalisieren, dass der Wert nicht mehr verändert werden soll. Wird der Wert dennoch geändert, führt dies zu keinem technischen Fehler. Dies unterscheidet Python von anderen Programmiersprachen wie Java, wo Konstanten tatsächlich unveränderlich sind.

## 16.3. Benennung von Variablen

Den Namen einer Variable vergeben wir übrigens selbst, wenn wir ein Programm schreiben. Anstatt wie im Beispiel oben die Variable `volume` zu nennen, hätten wir sie ebenso gut `volumen` nennen können. Grundsätzlich sind wir frei bei der Benennung von Variablen, wenn wir uns an ein paar kleine Regeln halten, die wir gleich besprechen. Es gibt neben diesen Regeln, die wir einhalten müssen, weil es sonst zu Fehlern kommt, auch eine Konvention unter Programmierern, sich an bestimmte Abmachungen zu halten. Dazu zählt zum Beispiel, dass wir Variablennamen in Englischer Sprache halten, damit Programme weltweit geteilt und verstanden werden können.

### 16.3.1. Regeln bei der Benennung von Variablen

Die zwingenden Regeln sind oft spezifisch für die Programmiersprache, die wir verwenden. Allerdings gibt es zwischen den Sprachen bezüglich dieser Regeln eine große Einigkeit. Für Python gelten folgende Regeln, die bei Missachtung zu einem Fehler führen:

- Ein Variablenname muss mit einem Buchstaben beginnen.
- In einem Variablenamen dürfen nur Buchstaben aus dem römischen Alphabet, Zahlen und Unterstriche (`_`) verwendet werden. Leerzeichen, Umlaute oder andere Sonderzeichen sind nicht erlaubt.
- Ein Variablenname darf kein reserviertes Schlüsselwort der Programmiersprache sein. Beispielsweise können wir keine Variable `print` oder `if` nennen, da diese Wörter in Python bereits eine besondere Bedeutung haben.

### 16.3.2. Konventionen bei der Benennung von Variablen

Neben den festen Regeln solltest du folgende Konventionen unbedingt berücksichtigen:

- Ein Variablenname sollte mit einem Kleinbuchstaben beginnen. Also `area` und nicht `Area`.
- Variablennamen sollten in englischer Sprache gehalten werden. Also `area` und nicht `flaeche`.
- Variablennamen sollten aussagekräftig sein und ihre Bedeutung klar vermitteln. Ein Name wie `a` anstelle von `area` wäre ungeeignet, auch wenn er kürzer ist. Dank der Autovervollständigung in unserem Code-Editor sind längere Variablennamen kein Problem – sie sind sogar vorzuziehen, da sie die Lesbarkeit des Programms verbessern.
- Wenn ein Variablenname aus zwei oder mehreren Wörtern zusammengesetzt ist, dann solltest du einen Unterstrich zur Trennung der Wörter verwenden. Also `area_rectangle` statt `arearectangle`. Auch das erhöht die Lesbarkeit des Programms.

Dazu sei noch erwähnt, dass Python Groß- und Kleinschreibung unterscheidet. Das heisst konkret, dass die Variablen `area` und `Area` in einem Programm zwei unterschiedliche Variablen sind.

## 16.4. Datentypen

### 16.4.1. Zeichenketten (*Strings*)

Variablen können verschiedene Arten von Daten speichern. In den obigen Beispielen haben wir Zahlen gespeichert (Fläche, Volumen). Neben Zahlen können wir auch Zeichenketten in Variablen speichern, zum Beispiel eine E-Mail-Adresse:

```
email = "m.mustermann@mail.de"
```

Eine Zeichenkette erkennt man an den Anführungszeichen, die den Wert umschließen. Die Anführungszeichen selbst gehören nicht zum Wert, sondern dienen nur der Abgrenzung. Dabei können sowohl doppelte als auch einfache Anführungszeichen verwendet werden:

```
email = 'm.mustermann@mail.de'
```

Das Besondere an diesem Datentyp ist, dass innerhalb der Anführungszeichen eine beliebige Abfolge von Zeichen stehen darf. Es können also ganze Texte als String abgebildet werden. Aber auch eher kryptische Werte wie Passwörter:

```
password = "%?Zha$-ÄiK, !/"
```

Eine Besonderheit tritt auf, wenn innerhalb einer Zeichenkette ein Anführungszeichen vorkommen soll. Da das Anführungszeichen schon als Begrenzungszeichen fungiert, müssen wir es mit einem Backslash kennzeichnen. Der Backslash fungiert dann als so genanntes Escape-Zeichen und ist selbst nicht Teil der Zeichenkette:

```
password_with_quotation_mark = "abc\"123"
```

Der Wert der Variable oben wäre somit abc"123, der Backslash ist selbst nicht sichtbar. Was aber, wenn wir nun einen Backslash in einer Zeichenkette verwenden möchten? Ganz einfach, dann brauchen wir zwei Backslashes. Der erste „escaped“ den zweiten:

```
string_with_backslash = "abc\\123"
```

Der Wert der Variable wäre somit abc\123.

#### 16.4.2. Numerische Werte (*Integer* und *Float*)

Zahlen sind in Algorithmen und Programmen von zentraler Bedeutung, da wir regelmäßig Berechnungen durchführen müssen. Wie im Beispiel zu Beginn dieses Tutorials gezeigt, haben wir die Fläche eines Rechtecks berechnet und das Ergebnis in einer Variable gespeichert. Solch ein Ergebnis kann entweder eine ganze Zahl oder eine Zahl mit Dezimalstellen sein. Python und andere Programmiersprachen unterscheiden zwischen ganzen Zahlen und Dezimalzahlen, da beide unterschiedliche Anforderungen an den Speicher stellen. Ganze Zahlen werden in Python als *Integer* bezeichnet, während Dezimalzahlen (oder Gleitkommazahlen) als *Float* bekannt sind.

Ob es sich um den einen oder den anderen numerischen Datentyp handelt, wird anhand des Ausdrucks entschieden, der einer Variable zugewiesen wird. Betrachten wir zunächst den einfachsten Fall, die direkte Zuweisung eines Wertes:

```
width = 5
height = 2.5
```

Im obigen Beispiel wird der Variable `width` eine ganze Zahl zugewiesen, weshalb Python den Datentyp *Integer* wählt. Die Variable `height` erhält eine Dezimalzahl, wodurch Python automatisch den Datentyp *Float* verwendet.

```
area = width * height
```

Welchen Datentyp hat nun die Variable `area`? Da das Produkt einer ganzen Zahl und einer Dezimalzahl eine Dezimalzahl ergeben kann, weist Python automatisch den Datentyp *Float* zu – selbst wenn das Ergebnis theoretisch eine ganze Zahl sein könnte. Python geht auf Nummer sicher. Wäre `height` allerdings ebenfalls eine ganze Zahl, dann wäre auch das Ergebnis `area` vom Typ *Integer*.

### 16.4.3. Wahrheitswerte (*Boolean*)

Für manche Sachverhalte wollen wir lediglich wissen, ob eine Aussage wahr oder falsch ist. Ist der Kunde bereits 18 Jahre alt? Besitzt der Fahrer die Erlaubnis, einen 3,5-Tonner zu fahren? Wurde die Prüfung bestanden? In solchen Fällen gibt es nur zwei mögliche Antworten: „Ja“ oder „Nein“ – oder in der Sprache der Logik: „Wahr“ oder „Falsch“. Für diesen Zweck existiert der Boolesche Datentyp, der nur zwei mögliche Werte annehmen kann: `True` und `False`.

```
is_underage = False  
exam_passed = points_reached >= 50
```

Im Codebeispiel in Zeile 1 weisen wir der Variable `is_underage` den Wert `False` zu. Beachtet, dass dieser Datentyp, anders als eine Zeichenkette, keine Anführungszeichen benötigt. Die Begriffe `True` und `False` sind so genannte Schlüsselwörter in Python und werden automatisch als Boolesche Werte erkannt.

Die zweite Zeile weist keinen direkten Wahrheitswert zu, sondern das Ergebnis eines logischen Ausdrucks. Dieser Ausdruck wird entweder zu wahr oder falsch ausgewertet, abhängig vom aktuellen Wert der Variable `points_reached`. Diese Punktzahl wurde vielleicht in vorherigen Programmzeilen berechnet.

### 16.4.4. Komplexe Datentypen

Variablen können neben den primitiven Datentypen wie Zeichenketten, Zahlen oder Boolesche Werte auch komplexere Dinge speichern. Im Prinzip lässt sich alles in einer Variable speichern, was in Python existiert. Dazu gehören beispielsweise Funktionen, die wir in einem späteren Tutorial kennenlernen. Auch sogenannte Collections (zu Deutsch: Sammlungen) zählen dazu. Collections sind Strukturen, die mehrere primitive Datentypen enthalten können. Ein Beispiel dafür ist eine Liste von Zahlen. Collections werden wir in einem späteren Tutorial ausführlich behandeln.

## **16.5. Variablen im Computer**

Eine Variable lässt sich bildlich als Behälter mit einem Namensetikett vorstellen. In diesen Behälter können wir beliebige Werte ablegen. Mithilfe des Namens finden wir den Behälter jederzeit wieder, können seinen Inhalt einsehen und für weitere Zwecke verwenden. Wir können auch einen neuen Wert in den Behälter legen – dabei wird der bisherige Inhalt entweder gelöscht oder muss zuvor in einen anderen Behälter umgelagert werden.

[IMAGE VARIABLES AS CONTAINERS]

In Wirklichkeit sind Variablen bestimmte Bereiche im Arbeitsspeicher (RAM) des Computers. Jeder dieser Speicherorte besitzt eine eindeutige Adresse. Bei der Zuweisung eines Wertes zu einer Variable speichert der Computer diesen Wert an einer bestimmten Adresse im RAM. Der Variablenname wird dann mit dieser Adresse verknüpft, damit wir den Wert später über den Namen abrufen können. Eine Variable ist also im Grunde ein Zeiger auf eine bestimmte Stelle im Computerspeicher.

# 17. Funktionen

- Funktionen definieren
- Funktionen verwenden
- Module laden und Funktionen daraus verwenden

## **18. Collections**

# **19. Kontrollstrukturen**

## **20. Schleifen**

## **21. Fehlersuche- und Behandlung**

# Literaturverzeichnis

- Adami, Christoph. 2016. „What is Information?“ *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 374 (2063): 20150230. <https://doi.org/10.1098/rsta.2015.0230>.
- Brookshear, J. Glenn, und Dennis Brylow. 2020. *Computer science: an overview*. 13th edition, global edition. NY, NY: Pearson.
- Petzold, Charles. 2022. *Code: the hidden language of computer hardware and software*. 2. Aufl. Hoboken: Microsoft Press.
- Pólya, George, und John Horton Conway. 2004. *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Expanded Princeton Science Library ed. Princeton science library. Princeton [N.J.]: Princeton University Press.
- Scott, John C. 2009. *But how do it know?: the basic principles of computers for everyone*. Oldsmar, FL: John C. Scott.

# Index

Algorithmus, 38  
Bayes'sche Optimierung, 52  
Dijkstra-Algorithmus, 42, 53  
Divide-and-Conquer-Ansatz, 50  
Evolutionäre Algorithmen, 52  
Flussdiagramm, 40  
Maschinelles Lernen, 53  
Monte-Carlo-Methode, 53  
Programm, 39  
Prozess, 39  
Pseudocode, 40  
Python, 17  
Traveling Salesman-Problem, 53