Sammlung der für mich am wichtigsten erscheinenden Definitionen

August 18, 2021

0.1 Quotientenregel

$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \longrightarrow f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}$

0.2 Untervektorraum Kriterium

Sei V ein K-Vektorraum.
U ist genau dann ein Untervektorraum von V wenn gilt:

(i) $0_V \in U \Leftrightarrow U \neq \emptyset$

(ii) $\forall \lambda \in K, v \in U : \lambda v \in U$

(iii) $\forall v, w \in U : w + v \in U$

0.3 Linearitätskriterium

Seien W, V zwei K-Vekorräume. Eine Abbildung $f : W \to V$ ist Linear wenn gilt:

(i) $\forall \lambda \in K, v \in W : f(\lambda v) = \lambda f(v)$

(ii) $\forall v, w \in W : f(v + w) = f(v) + f(w)$

0.4 Dimensionsformel

Für eine lineare Abbildung $f : W \to V$ zwischen zwei K-Vektorräumen W und V gilt

$dim_k W = rk_f + dim_K ker f$

0.5 2x2 Matrix invertieren

Sei M eine Matrix mit $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ so ist die inverse $M^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

0.6 Laplace Formel

$detA = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} \cdot detA_{ij} \cdot \alpha_{ij}$

0.7 Charakteristisches Polynom

Das Charakteristisches Polynom ist definiert als:

$$\chi_A(X) := det(XI_n - A)$$

0.8 Rechenvorschrift bestimmung Eigenraum zum Eigenwert λ

Zum berechnen eines Eigenraums zum Eigenwert λ verwendet man die Formel:

$$Eig_A(\lambda) := \mathcal{L}(\lambda I_n - A, 0_{K^n})$$

0.9 Lineare Unabhänigkeit

Sei V ein K-Vektorraum und $a := (a_1, \ldots, a_n)$ ein Tupel von Vektoren auf V.
Dann ist a linear unabhängig wenn gilt:

$$\forall \lambda_1, \ldots, \lambda_n \in K : \sum_{i=1}^{n} \lambda_j a_j = 0_V \Rightarrow \lambda_1 = \cdots = \lambda_n = 0_K$$

0.10 Adjunkte Matrix

Für die Adjunkte Matrix gilt die Formel: $AA^* = A^*A = (detA)I_n$

0.11 Kern von f

Seien K ein Körper und $f : V \to W$" eine K-Lineare Abbildung zwischen den K-Vektorräumen V, W.
Der Kern von v ist:

$$ker\ f := f^{-1}(\{0_W\}) = \{v | f(v) = 0_W\}$$