

Sammlung der für mich am wichtigsten erscheinenden Definitionen

August 18, 2021

0.1 Quotientenregel

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \longrightarrow f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}$$

0.2 Untervektorraum Kriterium

Sei V ein K -Vektorraum.

U ist genau dann ein Untervektorraum von V wenn gilt:

- (i) $0_V \in U \Leftrightarrow U \neq \emptyset$
- (ii) $\forall \lambda \in K, v \in U : \lambda v \in U$
- (iii) $\forall v, w \in U : v + w \in U$

0.3 Linearitätskriterium

Seien W, V zwei K -Vektorräume. Eine Abbildung $f : W \rightarrow V$ ist linear wenn gilt:

- (i) $\forall \lambda \in K, v \in W : f(\lambda v) = \lambda f(v)$
- (ii) $\forall v, w \in W : f(v + w) = f(v) + f(w)$

0.4 Dimensionsformel

Für eine lineare Abbildung $f : W \rightarrow V$ zwischen zwei K -Vektorräumen W und V gilt

$$\dim_K W = \operatorname{rk} f + \dim_K \ker f$$

0.5 2x2 Matrix invertieren

Sei M eine Matrix mit $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ so ist die inverse $M^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

0.6 Laplace Formel

$$\det A = \sum_{j=1}^n (-1)^{i+j} \cdot \det A_{ij} \cdot \alpha_{ij}$$

0.7 Charakteristisches Polynom

Das Charakteristische Polynom ist definiert als:

$$\chi_A(X) := \det(XI_n - A)$$

0.8 Rechenvorschrift bestimmung Eigenraum zum Eigenwert λ

Zum berechnen eines Eigenraums zum Eigenwert λ verwendet man die Formel:

$$\operatorname{Eig}_A(\lambda) := \mathcal{L}(\lambda I_n - A, 0_{K^n})$$

0.9 Lineare Unabhängigkeit

Sei V ein K -Vektorraum und $a := (a_1, \dots, a_n)$ ein Tupel von Vektoren auf V .

Dann ist a linear unabhängig wenn gilt:

$$\forall \lambda_1, \dots, \lambda_n \in K : \sum_{i=1}^n \lambda_i a_i = 0_V \Rightarrow \lambda_1 = \dots = \lambda_n = 0_K$$

0.10 Adjunkte Matrix

Für die Adjunkte Matrix gilt die Formel: $AA^* = A^*A = (\det A)I_n$

0.11 Kern von f

Seien K ein Körper und $f : V \rightarrow W$ eine K -Lineare Abbildung zwischen den K -Vektorräumen V, W .

Der Kern von f ist:

$$\ker f := f^{-1}(\{0_W\}) = \{v \mid f(v) = 0_W\}$$