

Lineare, Unabhängigkeit, Basis und Erzeugendensystem

August 17, 2021

1 Lineare Unabhängigkeit

1.1 Definition

$$\forall \lambda_1, \dots, \lambda \in K : \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j = 0_V \Rightarrow \lambda_1 = \dots = \lambda_n = 0_K$$

1.2 Vorgehensweise - Beispiel

Gleichungen aufstellen und Lösen:

$$\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right) \Rightarrow x_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + x_4 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Da x_3, x_4 eine Linearkombination voneinander sind ist dies ein Widerspruch an der Definition und das System ist linear abhängig, nur wenn $x_1, x_2, x_3, x_4 = 0$ gegolten hätte wäre dies nicht so.