

Bestimmung der darstellenden Matrix

August 17, 2021

1 Gegeben:

- 2 \mathbb{R} -Vektorräume W und V , Basis b von W , Basis a von V .
- Eine \mathbb{R} -Lineare Abbildung $f : W \rightarrow V$.

2 Gesucht:

- Die abbildene Matrix $M_a^b(f)$

3 Vorgehensweise

Gegeben seien die lineare Abbildung:

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow V, \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \rightarrow \alpha - \gamma + (2\beta + 3\gamma)X$$

sowie die Startbasis

$$b := (e_3, e_2, e_1 + e_2) \text{ von } \mathbb{R}^3$$

und die Zielbasis

$$a := (X, 1) \text{ von } V$$

wobei e_i den i -ten Einheitsvektor in \mathbb{R}^3 bezeichnet (mit $i \in \{1, 2, 3\}$).

3.1 Alle Einträge der Startbasis b komponentenweise in f einsetzen (Hierbei sollten mehrere Gleichungen entstehen)

1. $f(e_3) = -1 + 3X = 3X - 1$
2. $f(e_2) = 0 + 2X = 2X + 0$
3. $f(e_1 + e_2) = 1 + 2X = 2X + 1$

3.2 Bilde für jede entstandene Gleichung eine Linearkombination aus der Zielbasis \mathbf{a} .

1. $3X - 1 = 3a_1 - a_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

2. $2X + 0 = 2a_1 + 0a_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

3. $2X + 1 = 2a_1 + 1a_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

3.3 Übertrage die Koeffizienten der Gleichung in eine Matrix

$$M_a^b(f) = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$